VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ
ÚSTAV FYZIKÁLNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING
INSTITUTE OF PHYSICAL ENGINEERING

CHARAKTERIZACE ELEKTRONOVÉ TRYSKY

ELECTRON GUN CHARACTERISATION

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE MICHAL HORÁK
AUTHOR

VEDOUCÍ PRÁCE Ing. JAKUB ZLÁMAL, Ph.D.
SUPERVISOR

BRNO 2013

Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství

Ústav fyzikálního inženýrství
Akademický rok: 2012/2013

ZADÁNÍ BAKALÁŘSKÉ PRÁCE

student(ka): Michal Horák

který/která studuje v **bakalářském studijním programu**

obor: **Fyzikální inženýrství a nanotechnologie (3901R043)**

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Charakterizace elektronové trysky

v anglickém jazyce:

Electron gun characterisation

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Vlastnosti elektronové trysky jsou ovlivněny tvarem elektrod a jejich potenciály. Vhodnou volbou napětí na elektrodách lze měnit parametry elektronové trysky ve velkém rozsahu.

Cíle bakalářské práce:

Zpracujte rešerši problematiky emise elektronů a elektronově optických systémů.

Určete napětí na fokusační elektrodě elektronové trysky pro dosažení požadovaných parametrů elektronového svazku.

Seznam odborné literatury:

Orloff, J, ed.: Handbook of charged particle optics. CRC Press, 2009

Ugrošík, B: Elektronová a iontová optika. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1982

Vedoucí bakalářské práce: Ing. Jakub Zlámal, Ph.D.

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2012/2013.

V Brně, dne 26.11.2012

L.S.

prof. RNDr. Tomáš Šikola, CSc. Ředitel ústavu	prof. RNDr. Miroslav Doupovec, CSc., dr. h. c. Děkan fakulty

Abstrakt

Práce se zabývá problematikou elektronových zdrojů a elektronově optických systémů. Teoretická část se věnuje odvození vlastností elektrostatických a magnetických čoček, jejich vadám a programům používaných k simulacím v částicové optice. Druhá část se zabývá výpočtem vlastností autoemisní elektronové trysky.

Klíčová slova

Elektronová tryska, elektronová optika, elektrostatická čočka, emise elektronů.

Abstract

This thesis deals with problems of electron sources and electron optical systems. The theoretical part covers the derivation of properties of electrostatic and magnetic lenses, their aberrations and programs used for simulations in particle optics. The second part deals with the computation of properties of field emission electron gun.

Key words

Electron gun, electron optics, electrostatic lens, electron emission.

Citace

HORÁK, M.: *Charakterizace elektronové trysky*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, 2013. 40 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Jakub Zlámal, Ph.D.

Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma „Charakterizace elektronové trysky“ jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení §11 a následujících autorského zákona č. 121/2000Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení §152 trestního zákona č. 140/1961Sb.

V Brně dne 20. 5. 2013 .....

(podpis autora)

Poděkování

Na tomto místě bych rád poděkoval firmě DELONG INSTRUMENTS, a. s. za podporu a spolupráci během tvorby práce a poskytnutí informací o elektronové trysce, jejíž charakterizaci je věnována závěrečná část práce. Za cenné rady a konzultace děkuji RNDr. Vladimíru Kolaříkovi, CSc. a v neposlední řadě děkuji Ing. Jakubu Zlámalovi, PhD. za odborné vedení bakalářské práce a poskytnutí programu EOD (Electron Optical Design) a pluginu pro provedení vlastního výpočtu.

Michal Horák

Obsah

1. Úvod ... 3
1.1 Z historie elektronové optiky a mikroskopie ... 3
2. Zdroje elektronů ... 4
2.1 Rozdělení elektronových zdrojů podle mechanismu emise ... 4
2.2 Charakteristiky elektronových zdrojů ... 5
2.3 Termoemisní zdroje ... 6
2.4 Autoemisní zdroje ... 7
2.5 Termoautoemisní aktivované zdroje, Schottkyho zdroje ... 10
2.6 Srovnání jednotlivých zdrojů ... 11
3. Pohyb elektronů v elektromagnetickém poli ... 12
3.1 Elektromagnetické pole, Maxwellovy rovnice ... 12
3.2 Elektrostatický potenciál, magnetický indukční tok ... 13
3.3 Pohybová rovnice, rychlost a energie elektronu ... 13
3.4 Rovnice trajektorie ... 14
3.5 Osová symetrie, paraxiální aproximace ... 15
3.6 Rotačně symetrické elektrostatické pole ... 16
3.7 Rotačně symetrické magnetické pole ... 17
3.8 Buschův teorém ... 17
3.9 Paraxiální rovnice trajektorie ... 18
4. Elektrostatické a magnetické čočky ... 20
4.1 Elektrostatické čočky ... 20
4.1.1 Clona ... 20
4.1.2 Imerzní čočka ... 20
4.1.3 Unipotenciální čočka ... 21
4.1.4 Zrcadlo ... 22
4.2 Optická mohutnost elektrostatických čoček ... 22
4.3 Magnetické čočky ... 23
4.4 Optická mohutnost magnetických čoček ... 25
5. Aberace ... 27
5.1 Sférická vada ... 27
5.2 Chromatická vada ... 28
5.3 Osový astigmatismus ... 30

6. Programy pro výpočet polí a trasování 30
7. Elektronová tryska 31
7.1 Vlastnosti elektronové trysky 32
7.2 Parametry trysky pro popis tvaru svazku 32
7.3 Výpočet a výpočtový model 33
7.4 Průběh potenciálu v okolí katody 33
7.5 Trasování elektronů 33
7.6 Výsledky výpočtového modelu 35
7.7 Porovnání výsledků výpočtu se skutečností 37
8. Závěr 38
9. Seznam literatury 39

1. Úvod

Elektronové mikroskopy jsou známé již 80 let, během kterých se postupně staly důležitým nástrojem v mnoha oborech. Mezi nejdůležitější součásti elektronových mikroskopů patří zdroj elektronů a systém elektronových čoček. Elektronovými čočkami se zabývá obor elektronová, obecněji částicová, optika. Cílem této práce je představit elektronovou optiku, poodhalit základní principy emise elektronů a zabývat se charakterizací autoemisní elektronové trysky.

V průběhu práce se nejprve seznámíme s počátky elektronové optiky a elektronové mikroskopie, čímž vzdáme hold několika průkopníkům tohoto oboru, bez jejichž objevů by částicová optika vůbec nemusela existovat. Následovat bude kapitola o elektronových zdrojích, bez kterých by nemělo smysl uvažovat o práci s elektrony. V další kapitole se seznámíme s elektromagnetickým polem a jeho působením na elektrony. Odvodíme rovnice trajektorie a za předpokladu paraxiální aproximace také rovnice trajektorie paraxiálních elektronů pro kombinované elektromagnetické statické pole, které se často nazývají základními rovnicemi elektronové optiky [1]. Následující kapitoly budou věnovány elektrostatickým a magnetickým čočkám a jejich vadám. Vzhledem k tomu, že v současné době se částicová optika, stejně jako mnohé další obory, neobejde bez výpočtového modelování, věnujeme poslední teoretickou kapitolu programům, které mohou sloužit k výpočtům elektromagnetických polí a pro trasování elektronů v těchto polích. Musíme však podotknout, že se budeme pohybovat pouze v rámci klasické (tj. nerelativistické) fyziky, v rámci které je odvození příslušných rovnic průhlednější.

V závěrečné části práce se budeme zabývat jednou konkrétní aplikací elektronové optiky. Konkrétně půjde o výpočet vlastností autoemisní elektronové trysky, jejíž součástí je autoemisní katoda, extrakční elektroda, elektrostatická unipotenciální čočka a anoda. Jelikož celkový emisní proud elektronů je v řádu desítek mikroampérů při napětí v řádu kilovoltů, nemusíme uvažovat vzájemné interakce elektronů.

1.1 Z historie elektronové optiky a mikroskopie

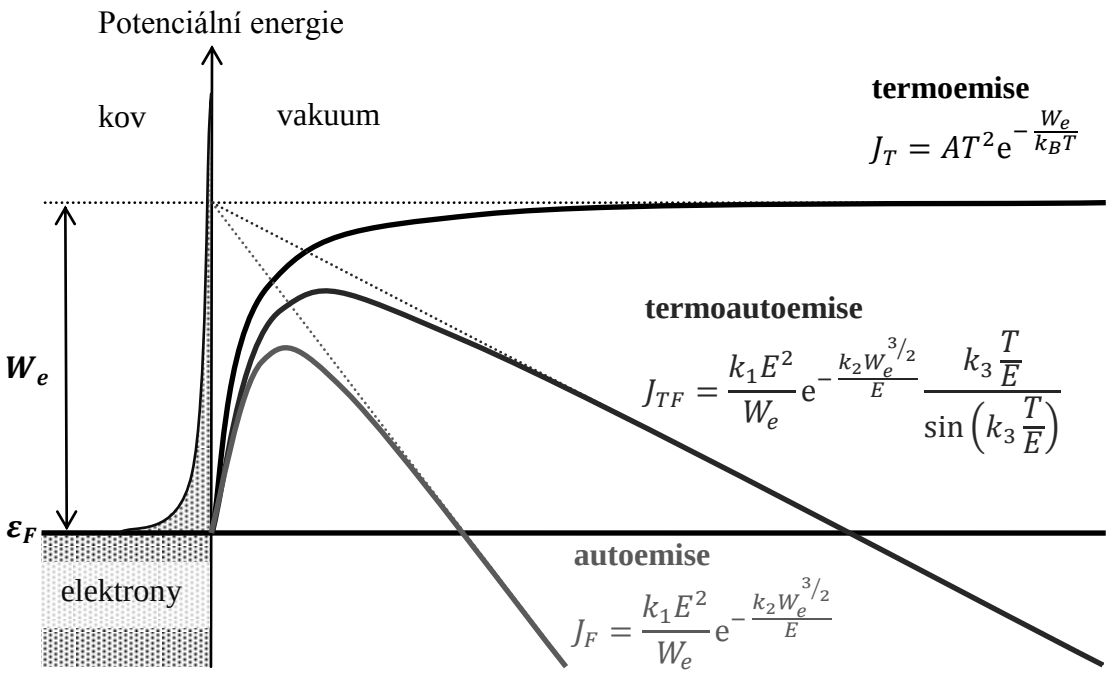
Částicová optika se zabývá pohybem nabitých částic (elektronů, iontů) v elektrických a magnetických polích. Ještě před jejím zrodem byl Josephem Johnem Thomsonem v roce 1897 objeven elektron. Sama částicová optika se zrodila ve 20. letech 20. století. V roce 1924 Louis de Broglie přiřadil vlnovou délku pohybujícím se částicím. V roce 1926 jako první popsal účinky rotačně symetrického elektrického a magnetického pole na svazek elektronů Hans Busch [12]. Působení polí na svazek elektronů bylo podobné jako působení skleněné čočky na světlo. V roce 1927 byl nalezen vztah pro ohniskovou délku slabé magnetické čočky, v roce 1931 pro elektrostatickou čočku. První elektronový mikroskop sestavili Max Knoll a Ernst Ruska na Technické univerzitě v Berlíně v roce 1932. Nedlouho poté v roce 1936 Otto Scherzer popsal nevyhnutelný vliv vad na zobrazení rotačně symetrickými čočkami [13]. Z českých badatelů nesmíme zapomenout na prof. Ing. Armina Delonga, DrSc., jehož prototyp stolního elektronového mikroskopu obdržel v roce 1958 na světové výstavě EXPO v Bruselu zlatou medaili [30]. V roce 1986 obdržel Ernst Ruska Nobelovu cenu za zásadní práci v elektronové optice a za návrh prvního elektronového mikroskopu.

2. Zdroje elektronů

Základní součást každého elektronově optického zařízení je zdroj elektronů. Podle způsobu získání volného elektronu rozlišujeme několik druhů emise elektronů (termoemise, fotoemise, emise silným polem a sekundární emise). Běžně používané zdroje využívají termoemisi a emisi silným elektrickým polem. Ostatní se nevyužívají zejména kvůli jejich nedostatečné účinnosti. Pro vytváření optimálních elektronových svazků malého průměru o velké proudové hustotě jsou vhodné katody, které emitují elektrony z malého povrchu s minimálním rozptylem energie.

2.1 Rozdělení elektronových zdrojů podle mechanismu emise

Podle klasického dělení dělíme zdroje elektronů na termoemisní a autoemisní. Jelikož působení obou emisních mechanismů nelze oddělit, jde o dvě krajní meze rozdělení. Čistě termoemisní katody pracují při vysokých teplotách (až 3000 K) a intenzita elektrostatického pole u emitoru je malá (od 10^2 V·m^{-1}). Zcela opačný druh emise využívají čistě autoemisní katody, které pracují při pokojové teplotě a intenzita elektrostatického pole u emitoru je řádově 10^{10} V·m^{-1}. Mnohé výhody přinášejí také zdroje, u kterých se využívá obou mechanismů zároveň – termoautoemisní zdroje, které mohou být navíc chemicky aktivované. Na tomto principu fungují například Schottkyho katody. Schematické znázornění procesů emise elektronů znázorňuje obr. 2.1, na kterém jsou zachyceny efektivní potenciálové bariéry, které musí elektrony překonat.



Obr. 2.1: Emise elektronů (W_e výstupní práce elektronů, ε_F Fermiho energie) [14].

Katody jsou vyráběny z materiálů, které musí vyhovovat mnoha požadavkům. Materiál by měl mít vysoký bod tání, dobrou mechanickou pevnost, malou chemickou afinitu a také

nízkou výstupní práci elektronů. Těmto požadavkům s výjimkou výstupní práce vyhovuje wolfram, který je také nejčastěji užívaným materiálem pro výrobu katod. Výstupní práci wolframu ($W_e = 4{,}5$ eV) lze snížit jeho chemickou aktivací a zvolením vhodné krystalografické orientace. Další materiál, který vyhovuje s výjimkou mechanické pevnosti, je hexaborid lanthanu (LaB_6, $W_e = 2{,}6$ eV) vytvářející specifickou podkategorii termoemisních elektronových zdrojů.

2.2 Charakteristiky elektronových zdrojů

Základní funkční charakteristikou elektronového zdroje je směrová proudová hustota B (electron beam brightness)

$$B = \frac{I}{S\Omega}, \tag{2.1}$$

kde I [A] je proud elektronů, vztažený na velikost plochy zdroje S [m^2] a prostorový úhel Ω [sr]. Jednotka směrové proudové hustoty B je A·m^{-2}·sr^{-1}.

Druhou charakteristikou je hustota emisního proudu J, která však závisí na druhu emise. Jednotka hustoty emisního proudu je A·m^{-2}.

Zavedením vhodných aproximací dostaneme pro výpočet hustoty emisního proudu základní rovnice [14]. Zde uvedeme pouze vztahy pro termoemisi, autoemisi a termoautoemisi.

V čistě termoemisní oblasti platí Richardsonova-Duschmanova rovnice [3]

$$J_T = AT^2 \mathrm{e}^{-\frac{W_e}{k_B T}}, \tag{2.2}$$

kde A [A·m^{-2}·K^{-2}] je materiálová konstanta katody (Richardsonova konstanta), T [K] termodynamická teplota katody, W_e [eV] výstupní práce elektronů a k_B [eV·K^{-1}] Boltzmannova konstanta.

Pro čistě autoemisní oblast platí Fowlerova-Nordheimova rovnice [3]

$$J_F = \frac{k_1 E^2}{W_e} \mathrm{e}^{-\frac{k_2 W_e^{3/2}}{E}}, \tag{2.3}$$

kde E [V·m^{-1}] je intenzita elektrického pole na povrchu katody, W_e [eV] výstupní práce elektronů a k_1, k_2 konstanty.

V termoautoemisní oblasti platí Fowlerova-Nordheimova rovnice rozšířená o teplotní člen [3]

$$J_{TF} = \frac{k_1 E^2}{W_e} \mathrm{e}^{-\frac{k_2 W_e^{3/2}}{E}} \frac{k_3 \frac{T}{E}}{\sin\left(k_3 \frac{T}{E}\right)}, \tag{2.4}$$

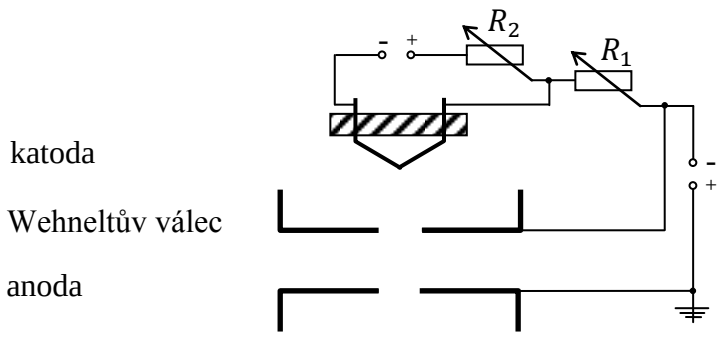
kde E [V·m^{-1}] je intenzita elektrického pole na povrchu katody, W_e [eV] výstupní práce elektronů, T [K] termodynamická teplota katody a k_1, k_2, k_3 konstanty.

Neméně důležitou charakteristikou je šum svazku, tj. časově závislé kolísání proudu ve svazku. Šum svazku je nepřímo úměrný emisní ploše, která je závislá na poloměru katody a platí, že čím menší je emisní plocha, tím větší je šum. Dále šum svazku ovlivňuje Brownův pohyb povrchových atomů katody a adsorbovaných zbytkových plynů, který závisí na teplotě katody.

Mezi další charakteristiky elektronových zdrojů patří výstupní proud ve svazku, velikost zdroje elektronů, disperze energie elektronů, pracovní teplota, vyžadované vakuum a životnost katody.

2.3 Termoemisní zdroje

Termoemisní elektronové trysky mají tři základní součásti: katodu (žhavené vlákno), záporně polarizovaný Wehneltův válec a uzemněnou anodu. Příklad triodového uspořádání termoemisní trysky zachycuje obr. 2.2.

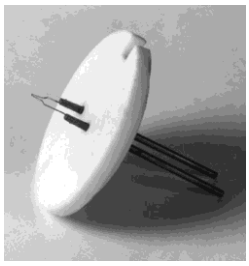


Obr. 2.2: Triodové uspořádání termoemisní trysky.

Elektrony jsou emitovány katodou žhavenou na teplotu okolo 2700 K. Po průchodu otvorem Wehneltova válce, působícího jako elektrostatická čočka, se jejich trajektorie protnou v křižišti. Tento průsečík trajektorií elektronů považujeme u termoemise za reálný zdroj. Toto křižiště následně slouží jako zdroj elektronů pro vlastní optiku elektronově optického přístroje. Rozměr křižiště závisí na tvarovém a prostorovém uspořádání elektronové trysky a zmenšuje se s rostoucím urychlovacím napětím. Jeho velikost je přibližně 30–60 μm.

Budeme-li zvyšovat teplotu vlákna za konstantního předpětí Wehneltova válce, dostaneme již při proudu několika μA svazek elektronů formující obraz povrchu katody. Při dalším zvyšování teploty roste proud a svazek je v rovině pozorování lemován světlým kruhem. Tento jev nastává, pokud urychlovací pole v dostatečné intenzitě pronikne otvorem Wehneltova válce ke katodě, aby extrahovalo a urychlilo všechny elektrony v blízkosti ohybu vlákna. Při dalším zvýšení teploty je svazek tvořen jen částí emitovaných elektronů. Zbývající elektrony vytvářejí v okolí vlákna katody prostorový náboj. Rozměr svazku vzroste a při zobrazení křižiště má rozdělení intenzity svazku přibližně tvar Gaussovy křivky. Tento stav je pracovní bod katody, neboť je vyloučen vliv povrchové struktury vlákna i kolísání jeho teploty. Další zvyšování teploty vlákna již nevede ke zvýšení proudu svazku, naopak pouze

zkracuje jeho životnost. Optimální pracovní režim termoemisní trysky je ve stavu proudového nasycení, kterého obvykle docílíme regulací žhavení odporem R_2 za nastavené optimální hodnoty R_1. Běžné hodnoty předpětí Wehneltova válce, které regulujeme změnou R_1, se pohybují v rozmezí -300 až -500 V. Matematicky popisuje termoemisi Richardsonova--Duschmanova rovnice (2.2).



Obr. 2.3: Termoemisní katoda [27].

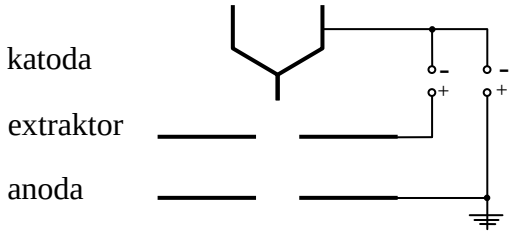
Termoemisní katody jsou nejčastěji vyráběny z tenkého wolframového drátku ohnutého do tvaru písmene V a nejsou příliš náročné na vakuové požadavky (10^{-2} Pa). Příklad termoemisní katody s wolframovým vláknem zachycuje obr. 2.3. Vyšší směrovou hustotu proudu lze získat použitím dražší katody vyrobené z hexaboridu lanthanu, která má nižší výstupní práci. Oproti klasickému wolframovému drátku vyžaduje lepší vakuum (10^{-4} Pa) a s ohledem na chemické a mechanické vlastnosti velmi pomalé žhavení.

2.4 Autoemisní zdroje

Autoemisní elektronové trysky mají katodu ve tvaru hrotu o velmi malém poloměru křivosti (50 až 100 nm) z monokrystalu wolframu. K emisi elektronů dochází tunelováním za působení silného elektrického pole (v blízkosti hrotu řádově až 10^{10} $V \cdot m^{-1}$). Autoemisní elektronové trysky nevytvářejí křižiště, trajektorie emitovaných elektronů vychází zdánlivě zevnitř hrotu. Celkový emisní proud je však nižší než u termoemisních aktivovaných zdrojů. Adsorbováním zbytkových plynů na povrch katody dochází k degradaci autoemise, proto je nezbytné čerpání komory s tryskou na vysoké vakuum (řádově 10^{-8} Pa a lepší) a v řádu hodin provozu také očištění katody jejím ohřevem na teplotu okolo 1800 K. Studená autoemisní tryska je také citlivá na vnější vlivy – vnější magnetické pole, vibrace.

Výstupní práci wolframu snížíme zvolením vhodné krystalografické orientace monokrystalu, přičemž jako nejvýhodnější se jeví orientace (310), která kromě nejnižší výstupní práce ($W_e = 4{,}2$ eV) má i nejnižší chemickou afinitu a právě z takových monokrystalů wolframu jsou vyráběny tradiční autoemisní katody. V současné době probíhají pokusy s katodami i z jiných materiálů (např. uhlíkové nanotrubičky) [16]. Vlastní tryska se skládá z katody připojené k vysokonapěťovému zdroji a několika po sobě následujících anod, jak znázorňuje obr. 2.4. První anoda s proměnným potenciálem (obvykle 2–5 kV proti katodě), nazývaná také extrakční anoda (dále extraktor), ovlivňuje emisní proud. Druhá anoda je uzemněna. Pracovní energie elektronů je určena potenciálem katody. Obě anody mohou být tvarovány

a prostorově uspořádány tak, aby tvořily elektrostatickou čočku a fokusovaly svazek elektronů.



Obr. 2.4: Schematické znázornění elektronové trysky využívající autoemise.

K emisi elektronů dochází tunelováním za působení silného elektrického pole mezi katodou a extraktorem. Intenzitu elektrického pole E na povrchu katody můžeme v prvním přiblížení určit jako podíl přiloženého napětí U mezi katodou a extraktorem a poloměru hrotu R [3]

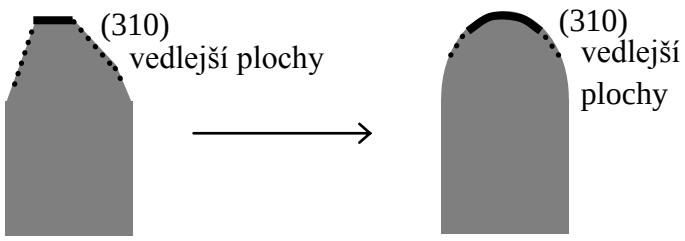
$$E \approx \frac{U}{R}. \tag{2.5}$$

Po dosazení řádově obvyklých číselných hodnot do (2.5), tj. $U \approx 1\,\mathrm{kV}$ a $R \approx 100\,\mathrm{nm}$, dostáváme intenzitu elektrického pole v blízkosti hrotu katody řádově

$$E \approx \frac{1\,\mathrm{kV}}{100\,\mathrm{nm}} = \frac{10^3}{10^{-7}}\,\mathrm{V{\cdot}m^{-1}} = 10^{10}\,\mathrm{V{\cdot}m^{-1}}. \tag{2.6}$$

Elektrony jsou následně urychleny elektrostatickým polem mezi extraktorem a anodou na požadovanou energii. Na obr. 2.1 je schematicky zachycen tvar potenciálové bariéry, kterou musí emitované elektrony překonat. Matematicky popisuje autoemisi Fowlerova--Nordheimova rovnice (2.3).

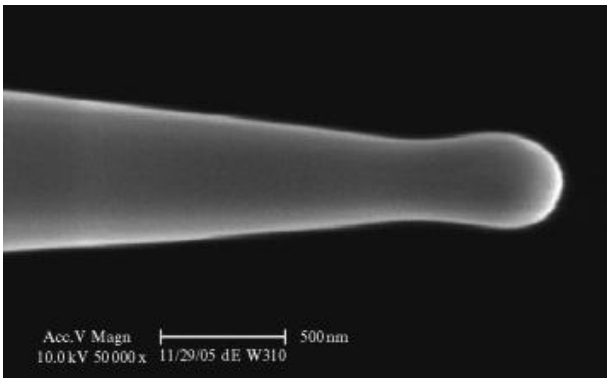
Malých poloměrů křivosti (50–100 nm) u hrotů katod z monokrystalu wolframu docílíme např. leptáním v roztoku hydroxidu sodného.



Obr. 2.5: Formování hrotu katody vyleptané z monokrystalu wolframu, fasetovaný hrot katody po leptání (vlevo), zaoblený hrot katody (vpravo).

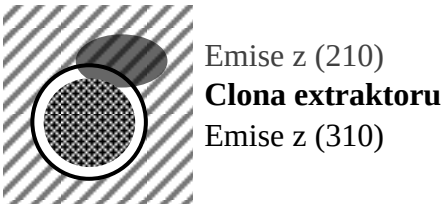
Další formování katody spočívá v zaoblování jejího hrotu. Před zaoblením jsou elektrony emitovány z menší plochy a emise je navíc rušená emisí z vedlejších ploch. Výsledného zakulacení hrotu dosáhneme jeho postupným zahříváním. Po zaoblení převáží stabilnější

a soustředěná emise z krystalografické roviny (310), takže můžeme využít emisi z povrchu celého vrchlíku nad rovinou (310). Emise se tedy účastní větší počet atomů, což vede k většímu počtu emitovaných elektronů a zároveň jsou potlačeny rušivé vlivy emise z vedlejších ploch. Zaoblená katoda je také tvarově stabilnější než katoda fasetovaná, což je podstatné při jejím ohřevu na vysokou teplotu nezbytnou k očistění od adsorbovaných zbytkových plynů. Fotografii hrotu autoemisní katody zachycuje obr. 2.6.



Obr. 2.6: Hrot katody z monokrystalu wolframu (310) [15].

Vliv emise z vedlejších ploch můžeme omezit také clonou extraktoru o průměru řádově stovky mikrometrů.



Obr. 2.7: Schematické znázornění funkce clony extraktoru.

Na obr. 2.7 je schematicky znázorněno, jak clona extraktoru odděluje stabilnější emisi z krystalografické roviny (310) od méně stabilní emise z krystalografické roviny (210). Většina elektronů emitovaných z jiných krystalografických rovin než (310) neprojde extraktorem. Svazek elektronů za clonou extraktoru je vymezený aperturním úhlem

$$\alpha = \mathrm{arctg}\frac{d_e}{l}, \tag{2.7}$$

kde d_e je průměr clony extraktoru a l vzdálenost clony extraktoru od katody. Po dosazení obvyklých číselných hodnot do (2.7), tj. $d_e \approx 100$ µm a $l \approx 1$ mm, dostáváme aperturní úhel řádově

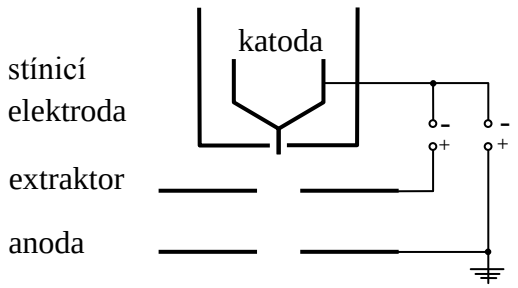
$$\alpha \approx \mathrm{arctg}\frac{100\ \mu\mathrm{m}}{1\ \mathrm{mm}} \approx 0{,}1\ \mathrm{rad}. \tag{2.8}$$

Adsorbováním zbytkových plynů na povrch katody dochází k postupné degradaci autoemise, tedy ke snižování počtu emitovaných elektronů. Pro udržení stejného emisního proudu je třeba zesílit elektrické pole vyvolávající emisi. To však nejde zesilovat neomezeně, a proto je nezbytné čerpat komoru s katodou na vysoké vakuum (řádově 10^{-8} Pa a lepší). Je vhodné pravidelně (v řádu hodin) provádět očištění katody jejím krátkým ohřevem (řádově sekundy) na teplotu okolo 1800 K, čímž dojde k odpaření adsorbovaných zbytkových plynů z povrchu katody.

2.5 Termoautoemisní aktivované zdroje, Schottkyho zdroje

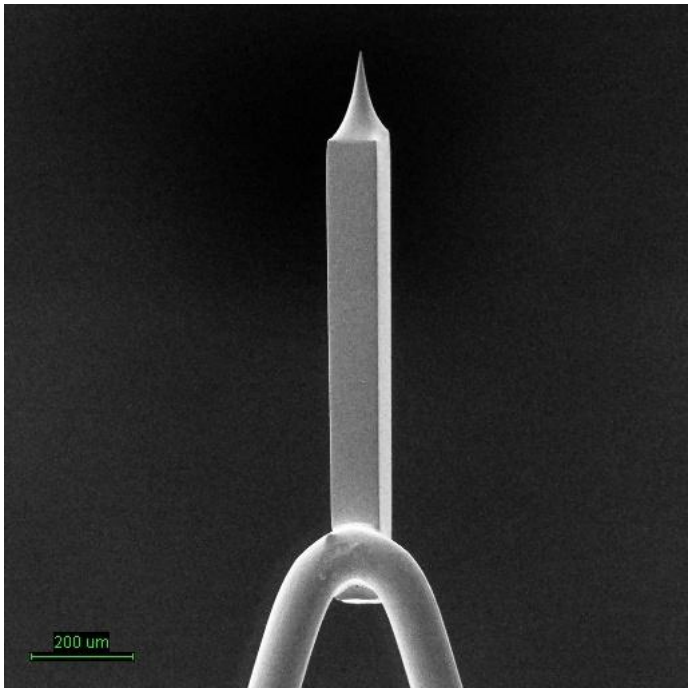
U termoautoemisních zdrojů se na emisi elektronů z větší části podílí silné elektrické pole, vyšší teplota (až 1800 K) emisi podporuje, stabilizuje a působí pozitivně na udržení čistoty hrotu, neboť při této teplotě dochází k odpaření adsorbovaných zbytkových plynů z povrchu katody (podobně jako při periodickém čištění autoemisní katody). V tomto režimu se využívá Schottkyho efektu, který spočívá v chemické aktivaci wolframu. Běžně používanou aktivační látkou je tenká vrstva kyslíku a zirkonia, čímž dochází ke snížení výstupní práce až na 2,4 eV. Méně používanou aktivační látkou je kyslík, který snižuje výstupní práci na 3,5 eV. Proud ve svazku z kyslíkem aktivovaných katod je však málo stabilní.

Za vhodných podmínek vzniká značný termoemisní proud z celého aktivovaného povrchu katody, který je třeba odstínit použitím stínicí elektrody. Schematické uspořádání termoautoemisní trysky zachycuje obr. 2.8.



Obr. 2.8: Schematické znázornění elektronové trysky využívající termoautoemise.

Stínicí elektroda je s katodou spojena a emisní proud je řízen pouze změnou napětí na extraktoru, nebo má proměnné záporné napětí vůči katodě a může sloužit i k regulaci emisního proudu. Teplota katody nesmí překročit hranici, při které dochází k její chemické deaktivaci. Potřebné pokrytí hrotu katody je zajištěno povrchovou difůzí zirkonia ze zásobníku, který je v místě připojení hrotu katody k nosné vlásence. Celý proces aktivace probíhá za zvýšeného parciálního tlaku kyslíku. Termoautoemisní aktivované zdroje nevyžadují tak vysoké vakuum jako studené autoemisní trysky a patří k odolným emisním zdrojům. Matematicky popisuje termoautoemisi Fowlerova-Nordheimova rovnice rozšířená o teplotní člen (2.4).



Obr. 2.9: Hrot Schottkyho katody [28].

Do Schottkyho režimu snadno převedeme katody chemickou aktivací, např. wolframové katody o poloměru hrotu okolo 1 µm aktivované tenkou vrstvou kyslíku a zirkonia. Příklad hrotu Schottkyho katody zachycuje obr. 2.9. Termoemise i autoemise se podílejí na emisním proudu přibližně stejným dílem. K tunelování elektronů dochází zejména v těsné blízkosti vrcholu potenciálové bariéry, čímž dostáváme malou šířku rozdělení energie elektronů. Schottkyho katody reprezentují téměř bodový zdroj emise, čímž zachovávají hlavní výhodu autoemisních zdrojů a naopak snížení šumu svazku (až 5x proti autoemisním zdrojům) přibližuje Schottkyho katody termoemisním zdrojům.

2.6 Srovnání jednotlivých zdrojů

Srovnání parametrů jednotlivých zdrojů zachycuje tabulka 2.1.

Typ zdroje	Termoemisní		Termoautoemisní	Autoemisní
Druh katody	W vlákno	LaB_6	W aktivovaný ZrO	W hrot
Pracovní teplota [K]	2700	1900	1800	300
Minimální vakuové požadavky [Pa]	10^{-2}	10^{-4}	10^{-6}	10^{-8}
Životnost katody (řádově)	100 h	1000 h	> 1 rok	> 1 rok
Velikost zdánlivého zdroje elektronů [μm]	50	10	0,03	0,005
Disperze energie elektronů ΔE [eV]	3	1,5	0,3 – 1	0,3
Typický proud svazku [nA]	1000	1000	300	10
Krátkodobá stabilita proudu svazku [% efektivní hodnoty]	< 1	< 1	< 1	4–6
Směrová proudová hustota B [$A \cdot m^{-2} \cdot sr^{-1}$]	10^9	10^{10}	$5 \cdot 10^{12}$	10^{11}–10^{13}

Tab. 2.1: Srovnání parametrů elektronových zdrojů [2, 3, 29].

Obecně lze říci, že pro soustavy pracující se svazky většího průměru a velkými celkovými proudy jsou výhodnější termoemisní zdroje. Pro soustavy s velkými proudy ve svazku (řádově μA) jsou termoemisní zdroje nutností, neboť autoemisní zdroje nejsou schopné vytvořit svazek o dostatečném proudu (tab. 2.1). Příkladem takové soustavy může být například elektronová svářečka. Naopak pro soustavy s malými svazky o velké elektronové hustotě, například pro elektronové mikroskopy s velkým rozlišením, jsou výhodnější autoemisní, respektive termoautoemisní aktivované zdroje.

3. Pohyb elektronů v elektromagnetickém poli

V této kapitole se nejprve seznámíme s elektromagnetickým polem a uvedeme potřebné fyzikální veličiny. Budeme se zabývat pohybem elektronů v elektromagnetickém poli. Vyjdeme z pohybové rovnice a odvodíme rovnice trajektorie. Dále se budeme se zabývat rotačně symetrickými poli a za předpokladu paraxiální aproximace odvodíme rovnice trajektorie paraxiálních elektronů pro kombinované elektromagnetické statické pole, které se často nazývají základními rovnicemi elektronové optiky [1]. Při odvozování se budeme inspirovat odvozeními publikovanými v [1] a [9].

3.1 Elektromagnetické pole, Maxwellovy rovnice

Základní veličiny popisující elektromagnetické pole jsou elektrická intenzita $\vec{E}$ a magnetická indukce $\vec{B}$. Elektrická intenzita $\vec{E}$, definovaná jako elektrická síla působící na těleso s kladným jednotkovým elektrickým nábojem, má jednotku $\mathrm{V \cdot m^{-1}}$. Magnetická indukce $\vec{B}$ se definuje pomocí Lorentzovy síly popisující působení magnetického pole na pohybující se nabité těleso, její jednotkou je T (Tesla).

Obecný matematický popis elektromagnetického pole formuloval James Clerk Maxwell. Elektronově optické systémy, ve kterých se pohybují elektrony, jsou vyčerpány na vysoké vakuum, proto se nebudeme zabývat elektromagnetickým polem v látkovém prostředí. Maxwellovy rovnice ve vakuu nabývají obecného tvaru [6]

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0, \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \end{aligned} \tag{3.1}$$

kde ε_0 je permitivita vakua, μ_0 permeabilita vakua, ρ objemová hustota volných nábojů a $\vec{j}$ proudová hustota volných proudů.

Pro fokusaci elektronových svazků se obvykle používají časově neproměnná pole. Maxwellovy rovnice (3.1) přejdou do statického tvaru

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{E} &= \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \\ \nabla \cdot \vec{B} &= 0, \\ \nabla \times \vec{E} &= \vec{0}, \\ \nabla \times \vec{B} &= \mu_0 \vec{j}. \end{aligned} \tag{3.2}$$

3.2 Elektrostatický potenciál, magnetický indukční tok

V elektrostatickém poli zavádíme elektrostatický potenciál, který budeme dále značit Φ, jehož jednotkou je V (Volt). Definujeme jej vztahem

$$\vec{E} = -\nabla\Phi. \tag{3.3}$$

Po dosazení do první Maxwellovy rovnice dostaneme Poissonovu rovnici

$$\Delta\Phi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}, \tag{3.4}$$

která v oblasti bez volných nábojů přejde v Laplaceovu rovnici

$$\Delta\Phi = 0. \tag{3.5}$$

Další veličinou, kterou budeme dále potřebovat, je magnetický indukční tok Φ_B, definovaný vztahem

$$\Phi_B = \iint_S \vec{B} \cdot \overrightarrow{\mathrm{d}S}. \tag{3.6}$$

Jednotkou magnetického indukčního toku je Wb (Weber).

3.3 Pohybová rovnice, rychlost a energie elektronu

Když známe rozložení elektromagnetického pole $\vec{E}$ a $\vec{B}$ v celé oblasti, můžeme se zabývat pohybem elektronů. Budeme se zabývat zejména řešením v rámci klasické (nerelativistické) fyziky s tím, že se na závěr zmíníme, jak vypadá pohybová rovnice pro relativistické částice.

Dále budeme používat označení hmotnosti elektronu $m \approx 9{,}109 \cdot 10^{-31}$ kg, náboje elektronu $e \approx -1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C a tečkou budeme značit derivace podle času (tj. např. $\frac{\mathrm{d}\vec{r}}{\mathrm{d}t} = \dot{\vec{r}}$).

V elektromagnetickém poli působí na elektron síla

$$\vec{F} = e\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right). \tag{3.7}$$

Newtonova pohybová rovnice elektronu je tedy

$$m\ddot{\vec{r}} = e\left(\vec{E} + \dot{\vec{r}} \times \vec{B}\right). \tag{3.8}$$

Po skalárním vynásobení rychlostí elektronu dostáváme okamžitý výkon, který pole dodává elektronu, a rovnici

$$m\dot{\vec{r}} \cdot \ddot{\vec{r}} = e\dot{\vec{r}} \cdot \vec{E}. \tag{3.9}$$

Jednoduchou úpravou za předpokladu statického pole (nezávislého na čase) dostaneme rovnici

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}m\dot{\vec{r}}^2 + e\Phi(\vec{r})\right) = 0, \tag{3.10}$$

ve které spatřujeme zákon zachování energie

$$\frac{1}{2}m\dot{\vec{r}}^2 + e\Phi(\vec{r}) = \text{konst}, \tag{3.11}$$

respektive když konstantu položíme rovnu nule

$$\frac{1}{2}m\dot{\vec{r}}^2 = -e\Phi(\vec{r}). \tag{3.12}$$

Pro velikost rychlosti elektronu tedy platí

$$v = \sqrt{2\frac{|e|}{m}\Phi}. \tag{3.13}$$

Odtud vidíme, že energii elektronu ovlivňuje pouze elektrické pole. Magnetické pole energii elektronu neovlivňuje, nemění tedy velikost rychlosti, ale pouze její směr.

Pro relativistické částice přejde pohybová rovnice do tvaru

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{m\vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = e\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right). \tag{3.14}$$

Z relativistické pohybové rovnice (3.14) lze samozřejmě také odvodit vztah pro velikost rychlosti elektronu, ale jak jsme předestřeli v úvodu této části, tímto odvozením se nebudeme zabývat.

3.4 Rovnice trajektorie

V kartézských souřadnicích rozepíšeme klasickou pohybovou rovnici (3.8) do jednotlivých složek a intenzitu elektrostatického pole vyjádříme pomocí (3.3)

$$\begin{aligned}
\ddot{x} &= \frac{e}{m}\left(-\frac{\partial\Phi}{\partial x} + \dot{y}B_z - \dot{z}B_y\right),\\
\ddot{y} &= \frac{e}{m}\left(-\frac{\partial\Phi}{\partial y} + \dot{z}B_x - \dot{x}B_z\right),\\
\ddot{z} &= \frac{e}{m}\left(-\frac{\partial\Phi}{\partial z} + \dot{x}B_y - \dot{y}B_x\right).
\end{aligned} \tag{3.15}$$

V optice nabitých částic však obvykle nehledáme časovou závislost trajektorie, ale její geometrický tvar. Jako příklad ukážeme nalezení pohybových rovnic, které přímo poskytnou trajektorii částice v geometrickém tvaru, pro jednoduchý případ elektronu v elektrostatickém poli, tj. $\vec{B} = (0; 0; 0)$.

Dále budeme označovat čárkou derivace podle souřadnice z (tj. např. $\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}z} = x'$).

Při této úpravě vyjdeme z identit

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x'\dot{z}, \\ \dot{y} &= y'\dot{z} \end{aligned} \tag{3.16}$$

a vztahů [7]

$$\begin{aligned} x'' &= \frac{\ddot{x}\dot{z} - \dot{x}\ddot{z}}{\dot{z}^3}, \\ y'' &= \frac{\ddot{y}\dot{z} - \dot{y}\ddot{z}}{\dot{z}^3}. \end{aligned} \tag{3.17}$$

Do (3.17) dosadíme z pohybových rovnic (3.15) a využijeme (3.16). Dostáváme

$$\begin{aligned} x'' &= \frac{e}{m}\frac{1}{\dot{z}^2}\left(-\frac{\partial\Phi}{\partial x} + x'\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right), \\ y'' &= \frac{e}{m}\frac{1}{\dot{z}^2}\left(-\frac{\partial\Phi}{\partial y} + y'\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right), \end{aligned} \tag{3.18}$$

kam za $\dot{z}^2$ dosadíme ze zákona zachování energie (3.12) a dostaneme výsledné rovnice trajektorie

$$\begin{aligned} x'' &= \frac{1}{2\Phi}(1 + x'^2 + y'^2)\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x} - x'\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right), \\ y'' &= \frac{1}{2\Phi}(1 + x'^2 + y'^2)\left(\frac{\partial\Phi}{\partial y} - y'\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right), \end{aligned} \tag{3.19}$$

jejichž řešením získáme trajektorii částice v geometrickém tvaru. Analogickým způsobem se dají odvodit rovnice trajektorie i pro magnetické nebo kombinované elektromagnetické pole.

3.5 Osová symetrie, paraxiální aproximace

Podobně jako ve světelné optice k zobrazování často slouží osově souměrné čočky. V případě více čoček mají všechny obvykle společnou optickou osu – osu rotační symetrie. Pro matematický popis zobrazení používáme paraxiální aproximaci, tj. uvažujeme pouze paprsky nepříliš vzdálené optické ose. Analogii můžeme zavést i v optice nabitých částic za předpokladu, že se elektrony nevzdálí příliš od osy symetrie. K popisu rotačně symetrických polí budeme používat cylindrické souřadnice (r, φ, z) a osu z ztotožníme s osou symetrie. Postupně se budeme zabývat rotačně symetrickým elektrostatickým a magnetickým polem.

3.6 Rotačně symetrické elektrostatické pole

Potenciál Φ osově symetrického elektrostatického pole na souřadnici φ nezávisí. Laplaceova rovnice (3.5) pro tento potenciál nabývá tvar

$$\Delta\Phi(r,z) = \frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2} = 0. \tag{3.20}$$

Potenciál Φ rozložíme do mocninné řady podle r s uvážením rotační symetrie

$$\Phi(r,z) = \phi_0(z) + \phi_2(z)\cdot r^2 + \cdots = \sum_{n=0}^{\infty} \phi_{2n}(z)\cdot r^{2n} \tag{3.21}$$

a dosadíme do Laplaceovy rovnice (3.20). Po provedení příslušných derivací dostáváme

$$\sum_{n=0}^{\infty}\left[\frac{\partial^2\phi_{2n}(z)}{\partial z^2}\cdot r^{2n} + 4n^2\phi_{2n}(z)\cdot r^{2n-2}\right] = 0 \tag{3.22}$$

pro všechna r v okolí $r = 0$. Aby byla tato rovnice splněna, musí být koeficienty u každé mocniny r rovny nule. Symbolem ϕ_{2n}'' označíme $\frac{\partial^2\phi_{2n}(z)}{\partial z^2}$. Zřejmě tedy platí

$$\begin{aligned} r^0&: \quad \phi_0'' + 4\phi_2 = 0, \\ r^1&: \quad \phi_2'' + 16\phi_4 = 0, \\ &\ldots \end{aligned} \tag{3.23}$$

Jelikož $\Phi(0,z) = \phi_0(z)$ a při označení $\Phi(0,z) = \phi(z)$ ze vztahů (3.23) vyplývá, že rozvoj (3.21) můžeme zapsat

$$\Phi(r,z) = \phi(z) - \frac{\phi''(z)}{4}r^2 + \frac{\phi^{IV}(z)}{64}r^4 - \cdots = \sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\phi^{(2n)}(z)\cdot r^{2n}. \tag{3.24}$$

Odtud vidíme, že v oblasti blízké ose z (paraxiální oblasti), pokud známe průběh potenciálu $\phi(z)$ na ose, můžeme popsat potenciál rozvojem (3.24), ve kterém se pro jednoduchost omezíme na první dva členy

$$\Phi(r,z) \approx \phi(z) - \frac{\phi''(z)}{4}r^2. \tag{3.25}$$

Nyní vyjádříme sílu ovlivňující elektron v tomto poli

$$\vec{F} = -e\nabla\Phi(r,z) = -e\left(\frac{\partial\Phi(r,z)}{\partial r}; 0; \frac{\partial\Phi(r,z)}{\partial z}\right) \approx e\left(\frac{\phi''(z)}{2}r; 0; \frac{\phi'''(z)}{4}r^2 - \phi'(z)\right). \tag{3.26}$$

Ze vztahu (3.26) vidíme, že rotačně symetrické elektrické pole má nejen fokusační účinky v radiálním směru, ale i urychlovací, respektive zpomalovací účinky ve směru podél osy symetrie.

3.7 Rotačně symetrické magnetické pole

Magnetická indukce osově symetrického magnetického pole má nulovou azimutální složku, tj. $\vec{B} = (B_r; 0; B_z)$. Jelikož magnetické pole nemá zřídla, respektive neexistuje magnetický monopól, platí $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ (Gaussova věta magnetostatiky), odkud dostaneme, že pro osově symetrické magnetické pole platí

$$\frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_r). \tag{3.27}$$

Odtud vidíme, že se jedna složka pole nemůže měnit nezávisle na druhé.

Nyní vyšetříme, jak působí osově symetrické magnetické pole (kde $B_\varphi = 0$) na elektron. Jednotlivé složky Lorentzovy síly jsou

$$\begin{aligned} F_r &= ev_\varphi B_z, \\ F_\varphi &= e(v_z B_r - v_r B_z), \\ F_z &= -ev_\varphi B_r. \end{aligned} \tag{3.28}$$

3.8 Buschův teorém

Zabývejme se nyní azimutální složkou síly. Z druhé věty impulzové platí

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(mr^2\dot{\varphi}) = rF_\varphi = er(\dot{z}B_r - \dot{r}B_z). \tag{3.29}$$

Uvažme Φ_B tok magnetického pole kruhovou plochou kolmou na osu symetrie a se středem na ní

$$\Phi_B = \int_0^R 2\pi r B_z \mathrm{d}r. \tag{3.30}$$

Změna magnetického indukčního toku při pohybu z polohy (r, φ, z) do polohy $(r + \mathrm{d}r, \varphi, z + \mathrm{d}z)$ je

$$\mathrm{d}\Phi_B = \frac{\partial \Phi_B}{\partial r}\mathrm{d}r + \frac{\partial \Phi_B}{\partial z}\mathrm{d}z. \tag{3.31}$$

Po provedení příslušných derivací v (3.31) a dosazení provázanosti rotačně symetrického magnetického pole (3.27) dostáváme

$$\mathrm{d}\Phi_B = 2\pi r B_z \mathrm{d}r - 2\pi r B_r \mathrm{d}z. \tag{3.32}$$

Zřejmě také platí $\mathrm{d}r = \dot{r}\mathrm{d}t$ a $\mathrm{d}z = \dot{z}\mathrm{d}t$ a po dosazení do (3.32) dostáváme výraz

$$\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t} = 2\pi r(\dot{r}B_z - \dot{z}B_r), \tag{3.33}$$

ve kterém poznáváme část azimutální složky Lorentzovy síly. Dosazením do (3.29) dostáváme

$$\mathrm{d}(mr^2\dot{\varphi}) = -\frac{e}{2\pi}\mathrm{d}\Phi_B \tag{3.34}$$

a integrací (3.34) dostáváme

$$m(r^2\dot{\varphi} - r_0^2\dot{\varphi}_0) = -\frac{e}{2\pi}\left(\Phi_B - \Phi_{B,0}\right). \tag{3.35}$$

Tento vztah odvodil poprvé v roce 1926 Hans Busch a nazývá se Buschův teorém [1]. Obvykle se setkáváme s případem, kdy počáteční azimutální složka rychlosti je nulová $\dot{\varphi}_0 = 0$ (například bezprostředně po emitování elektronu z katody). Za tohoto předpokladu Buschův teorém (3.35) přepíšeme do tvaru

$$\dot{\varphi} = -\frac{e}{2\pi m r^2}\left(\Phi_B - \Phi_{B,0}\right), \tag{3.36}$$

kde $\Phi_{B,0}$ je magnetický indukční tok procházející kruhovou plochou, na jejímž obvodě má elektron azimutální složku rychlosti nulovou ($\dot{\varphi}_0 = 0$).

V paraxiální oblasti můžeme navíc předpokládat, že osová složka magnetické indukce pole je téměř nezávislá na vzdálenosti r od osy, tedy

$$\frac{\partial B_z}{\partial r} \approx 0. \tag{3.37}$$

Pak pro magnetické indukční toky platí

$$\begin{aligned} \Phi_B &\approx \pi r^2 B_z, \\ \Phi_{B,0} &\approx \pi r_0^2 B_{z,0}, \end{aligned} \tag{3.38}$$

kde $B_{z,0}$ je hodnota magnetické indukce pole v místě, ve kterém má elektron azimutální složku rychlosti nulovou ($\dot{\varphi}_0 = 0$). Buschův teorém (3.36) nyní přejde do paraxiálního tvaru

$$\dot{\varphi} \approx -\frac{e}{2m}\left(B_z - \frac{r_0^2}{r^2}B_{z,0}\right). \tag{3.39}$$

3.9 Paraxiální rovnice trajektorie

Uvažujme elektron v rotačně symetrickém elektromagnetickém statickém poli. Při hledání rovnice paraxiálních trajektorií vyjdeme z pohybových rovnic.

Pro radiální složku síly platí

$$F_r = m(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2) = -e\frac{\partial \Phi}{\partial r} + er\dot{\varphi}B_z. \tag{3.40}$$

Respektive po malé úpravě

$$\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 = \frac{e}{m}\left(r\dot{\varphi}B_z - \frac{\partial\Phi}{\partial r}\right). \tag{3.41}$$

Nyní využijeme Buschova teorému (3.39) za předpokladu, že elektron vstoupil do magnetického pole s nulovou složkou azimutální rychlosti (tj. $\dot{\varphi}_0 = 0$ a $B_{z,0} = 0$), který za těchto podmínek nabývá tvaru

$$\dot{\varphi} \approx -\frac{e}{2m}B_z. \tag{3.42}$$

V následujících krocích vyloučíme čas. Opět budeme dále označovat čárkou derivace podle souřadnice z (tj. $\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}z} = r'$). Využijeme identit

$$\begin{aligned} \dot{r} &= r'\dot{z}, \\ \ddot{r} &= r''\dot{z}^2 + r'\ddot{z}. \end{aligned} \tag{3.43}$$

Navíc podle (3.13) platí

$$v^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2 = 2\frac{|e|}{m}\Phi. \tag{3.44}$$

V paraxiální oblasti dále můžeme oprávněně předpokládat, že $\dot{r} \ll \dot{z}$, $r\dot{\varphi} \ll \dot{z}$ a $\Phi(r,z) \approx$ $\approx \phi(z)$. Zřejmě tedy podle (3.44) platí

$$\begin{aligned} \dot{z}^2 &\approx 2\frac{|e|}{m}\phi, \\ \ddot{z} &\approx \frac{|e|}{m}\phi'. \end{aligned} \tag{3.45}$$

Po dosazení (3.45) do (3.43) dostáváme

$$\ddot{r} = 2\frac{|e|}{m}\phi r'' + \frac{|e|}{m}\phi' r'. \tag{3.46}$$

Na závěr dosadíme (3.25), (3.42) a (3.46) do (3.41) a po úpravě dostaneme

$$r'' + \frac{\phi'}{2\phi}r' + \left(\frac{\phi''}{4\phi} + \frac{|e|B_z^2}{8m\phi}\right)r = 0. \tag{3.47}$$

Pro azimutální směr dosazením z (3.45) do (3.42) po úpravě dostaneme

$$\varphi' = \sqrt{\frac{|e|}{8m\phi}}B_z. \tag{3.48}$$

Poslední dvě rovnice (3.47) a (3.48) jsou rovnicemi trajektorií paraxiálních elektronů pro kombinované elektromagnetické statické pole. Často se nazývají základními rovnicemi elektronové optiky [1].

4. Elektrostatické a magnetické čočky

V této kapitole se budeme věnovat elektrostatickým a magnetickým čočkám. Uvedeme různé typy elektrostatických čoček, příklad magnetické čočky a budeme se věnovat odvození vztahů pro optickou mohutnost. Modely čoček v této kapitole jsou vytvořeny v programu EOD (Electron Optical Design) [19].

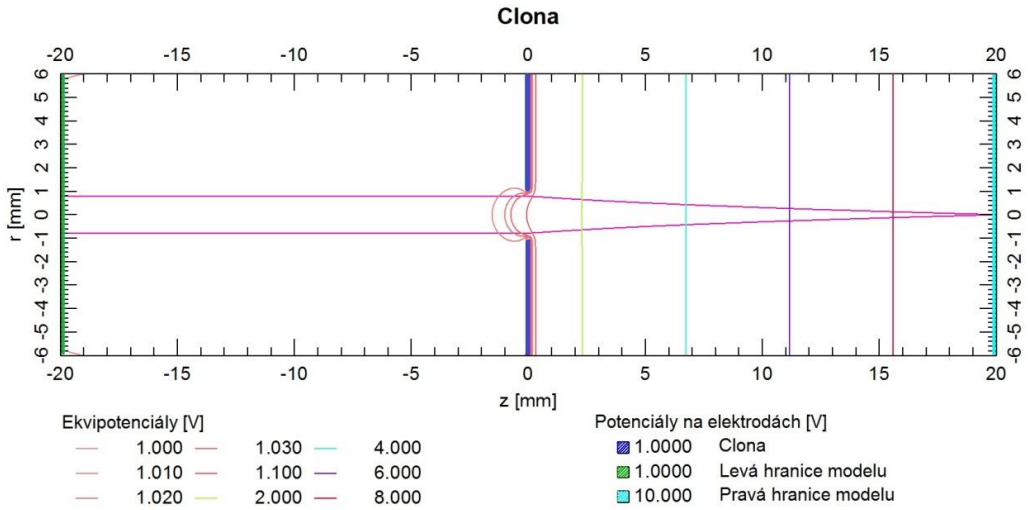
4.1 Elektrostatické čočky

Elektrostatické čočky jsou nejčastěji osově symetrické systémy tvořené soustavou nabitých elektrod. Fokusační účinek elektrostatické čočky je způsoben elektrostatickou silou, která závisí na intenzitě příslušného elektrostatického pole. Kombinací různých elektrod dostaneme elektrostatické čočky různých vlastností. Podle rozdělení potenciálu v okolí čočky, můžeme provést dělení do čtyř tříd podle [1].

Pro názorné srovnání jednotlivých typů čoček vezmeme jako modelový příklad fokusaci rovnoběžného svazku elektronů o energii $1\,\mathrm{eV}$ do $z = 20\,\mathrm{mm}$ (respektive u zrcadla do $z = -20\,\mathrm{mm}$).

4.1.1 Clona

Jednotlivá clona s kruhovým otvorem je čočka, která hraničí s homogenním elektrostatickým polem na obou stranách. Vznikne vložením clonky na vhodném potenciálu do homogenního elektrostatického pole tvořeného dvěma elektrodami na různých potenciálech. Ekvipotenciální plochy se v oblasti otvoru zakřiví a proniknou z oblasti silnějšího pole do oblasti slabšího (někdy i nulového) pole. Právě tyto zakřivené ekvipotenciály vytvářejí čočku. Příklad clony schematicky zachycuje obr. 4.1.

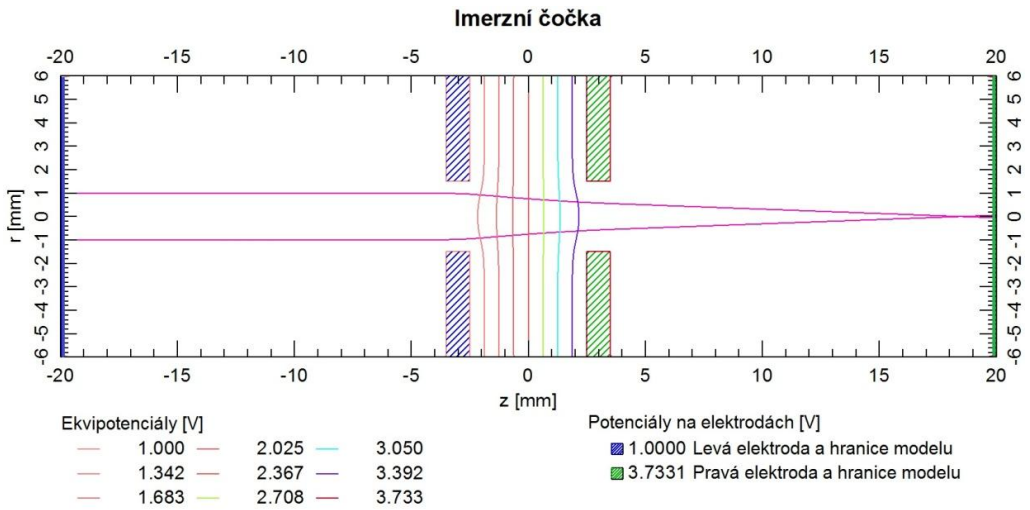


Obr. 4.1: Clona, fokusace rovnoběžného svazku elektronů o energii $1\,\mathrm{eV}$ do $z = 20\,\mathrm{mm}$.

4.1.2 Imerzní čočka

K elektrodám imerzní čočky přiléhají z obou stran oblasti s konstantním elektrostatickým potenciálem. Pole mimo čočku je tedy nulové. Tato čočka je analogií ke skleněné čočce na

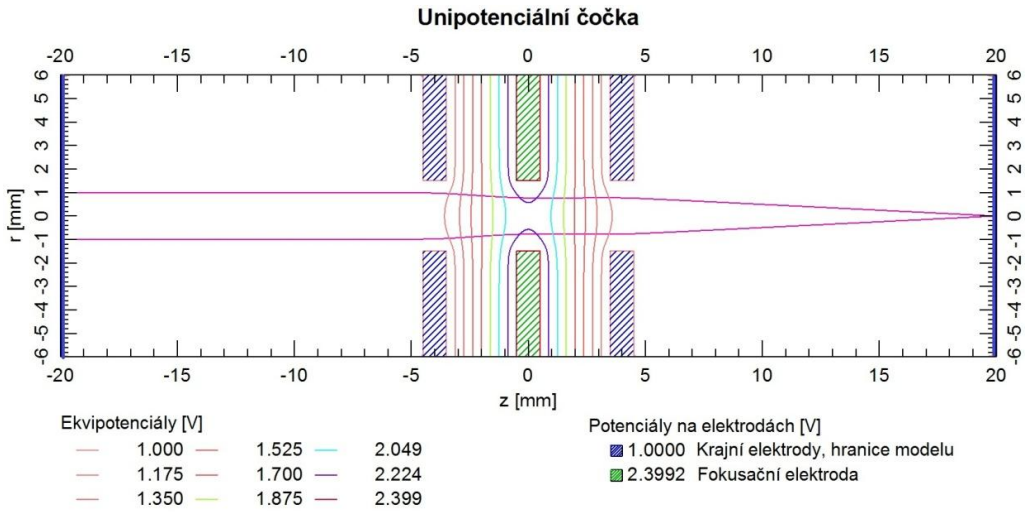
rozhraní dvou optických prostředí ve světelné optice – odtud název imerzní. Imerzní čočky se obvykle sestavují ze dvou rotačně symetrických elektrod. Příklad imerzní čočky schematicky zachycuje obr. 4.2.



Obr. 4.2: Imerzní čočka, fokusace rovnoběžného svazku elektronů o energii 1 eV do $z = 20$ mm.

4.1.3 Unipotenciální čočka

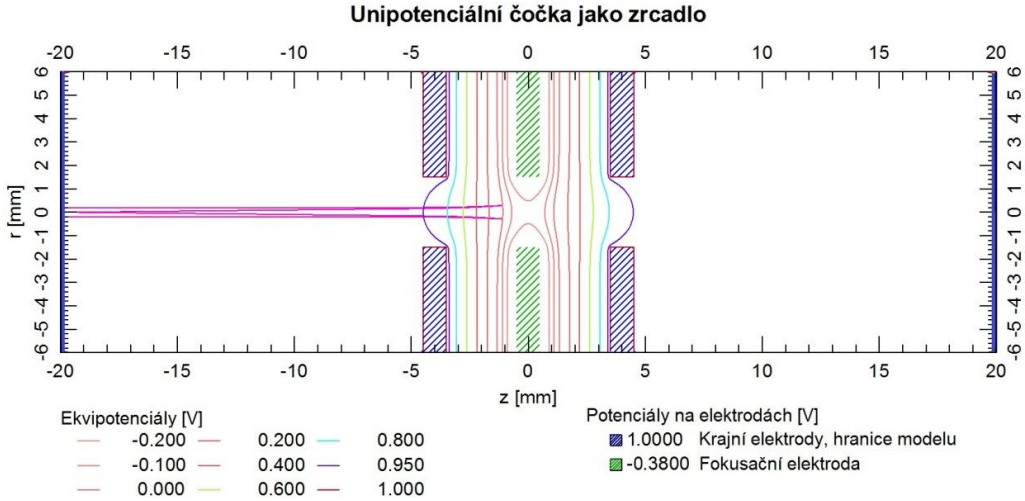
K elektrodám unipotenciální čočky přiléhají z obou stran oblasti se stejným konstantním elektrostatickým potenciálem. Jde tedy o analogii ke skleněné čočce v homogenním prostředí (např. ve vzduchu). Unipotenciální čočky se sestavují ze tří rotačně symetrických elektrod, z nichž dvě krajní jsou na stejném potenciálu. Prostřední elektroda se nazývá fokusační, protože napětí na ní ovlivňuje elektrostatické pole čočky působící na elektron. Příklad unipotenciální čočky schematicky zachycuje obr. 4.3.



Obr. 4.3: Unipotenciální čočka, fokusace rovnoběžného svazku elektronů o energii 1 eV do $z = 20$ mm.

4.1.4 Zrcadlo

Elektrostatická zrcadla se dají považovat za zvláštní případy čoček, kde dochází k velkému zakřivení trajektorie elektronu brzdným potenciálem tak, že elektron se „odrazí“ zpět. Znamená to, že potenciál na ose musí být nižší než potenciál na katodě. Toho lze například docílit pomocí unipotenciální čočky, která má potenciál na fokusační elektrodě nižší než potenciál katody (obr. 4.4).



Obr. 4.4: Unipotenciální čočka jako zrcadlo, fokusace rovnoběžného svazku elektronů o energii 1 eV do $z = -20$ mm.

4.2 Optická mohutnost elektrostatických čoček

Při odvození optické mohutnosti elektrostatické čočky se budeme z počátku inspirovat odvozením publikovaným v [1]. Vyjdeme z rovnic paraxiální trajektorie elektronů pro kombinované elektromagnetické statické pole. Pro elektrostatické pole rovnice (3.48) nemá smysl a rovnice (3.47) nabývá tvaru

$$r'' + \frac{\phi'}{2\phi} r' + \frac{\phi''}{4\phi} r = 0. \tag{4.1}$$

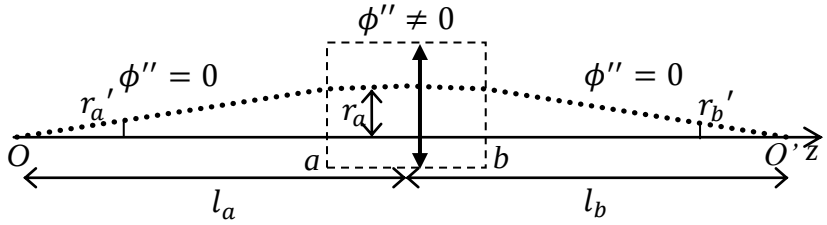
Rovnici (4.1) upravíme do tvaru vhodného pro integraci

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\left(\sqrt{\phi} r'\right) = -\frac{1}{4}\frac{\phi''}{\sqrt{\phi}} r. \tag{4.2}$$

Dále budeme předpokládat, že jde o slabou elektrostatickou čočku, jejíž nehomogenní elektrostatické pole bude pouze v omezené oblasti, jejíž krajní body na ose z označíme a a b (obr. 4.5). Integrací rovnice (4.2) dostáváme

$$\sqrt{\phi(b)} r'(b) - \sqrt{\phi(a)} r'(a) = -\frac{1}{4} r_a \int_a^b \frac{\phi''}{\sqrt{\phi}} \mathrm{d}z. \tag{4.3}$$

Uvažme elektron, který vystoupí z bodu O na ose a po průchodu čočkou protne osu v bodě O'.



Obr. 4.5: Trajektorie elektronu při průletu elektrostatickou čočkou.

Z trajektorie elektronu (obr. 4.5) a geometrického významu derivace, tj. směrnice tečny, vidíme, že platí

$$\begin{aligned} r_a' &\approx \frac{r_a}{l_a}, \\ r_b' &\approx -\frac{r_a}{l_b}. \end{aligned} \tag{4.4}$$

Dosazením (4.4) do (4.3) dostáváme

$$\frac{\sqrt{\phi(a)}}{l_a} + \frac{\sqrt{\phi(b)}}{l_b} = \frac{1}{4}\int_a^b \frac{\phi''}{\sqrt{\phi}}\mathrm{d}z. \tag{4.5}$$

Optickou mohutnost dostaneme dosazením $l_a = \infty$, respektive $l_b = \infty$ do rovnice (4.5), neboť rovnoběžný paprsek se láme do ohniska

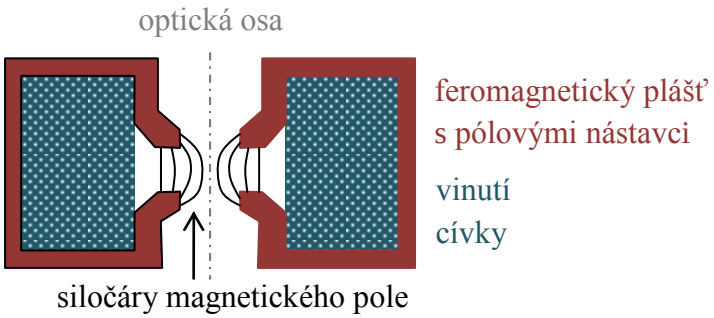
$$\begin{aligned} \frac{1}{f_a} &= \frac{1}{4\sqrt{\phi(a)}}\int_a^b \frac{\phi''}{\sqrt{\phi}}\mathrm{d}z, \\ \frac{1}{f_b} &= \frac{1}{4\sqrt{\phi(b)}}\int_a^b \frac{\phi''}{\sqrt{\phi}}\mathrm{d}z. \end{aligned} \tag{4.6}$$

Pro unipotenciální čočky (obr. 4.3) přejdou rovnice (4.6) do jednoduššího tvaru

$$\frac{1}{f}\left(= \frac{1}{f_a} = \frac{1}{f_b}\right) = \frac{1}{4\sqrt{\phi(a)}}\int_a^b \frac{\phi''}{\sqrt{\phi}}\mathrm{d}z. \tag{4.7}$$

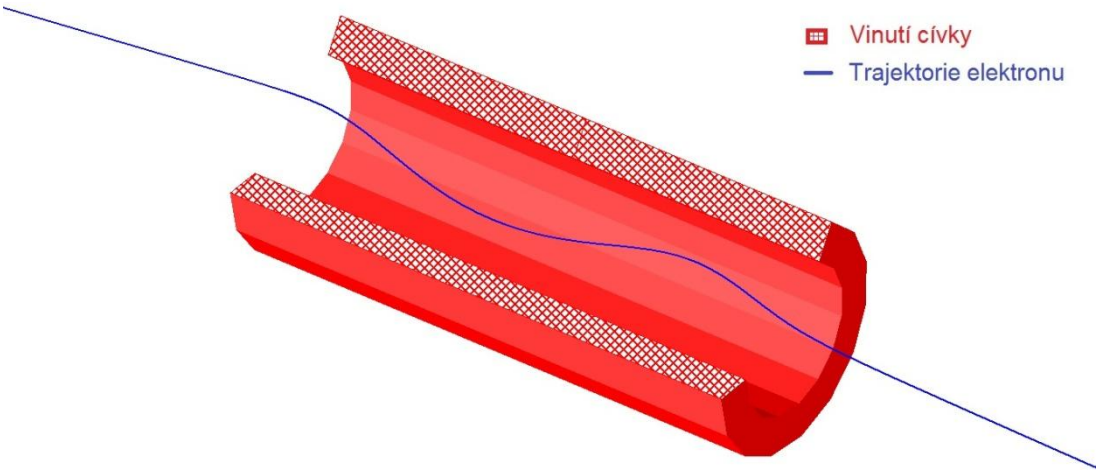
4.3 Magnetické čočky

Magnetická čočka je nejčastěji cívka se závity z měděného drátu a pólovými nástavci z magneticky měkkého železa. Elektrony jsou fokusovány silným nehomogenním, rotačně symetrickým, magnetickým polem mezi pólovými nástavci. Magnetickou čočku schematicky zachycuje obr. 4.6.



Obr. 4.6: Magnetická čočka.

Trajektorie elektronu při průletu magnetickou čočkou je určena Lorentzovou silou (3.28). Fokusační působení magnetické čočky můžeme rozdělit do tří částí. Elektron nejprve letí podél optické osy k magnetické čočce, přičemž pro velikosti jednotlivých složek rychlosti platí $v_z \gg v_r$ a $v_\varphi = 0$. V první části je jeho dráha ovlivněna působením azimutální složky síly F_φ způsobující stáčení dráhy elektronu kolem optické osy, tedy azimutální složka rychlosti již není nulová. Ve střední části čočky je jeho dráha ovlivněna především působením radiální složky síly F_r vedoucí k tomu, že radiální složka rychlosti v_r postupně změní znaménko a směřuje k optické ose. V závěrečné části má radiální složka pole B_r opačnou orientaci a působením azimutální složky síly F_φ dochází ke zmenšování azimutální složky rychlosti až na nulu. Pohyb po spirále končí a elektron směřuje přímo k optické ose, kterou protne v obrazové rovině. Působením osové složky síly F_z dojde nejprve k malému zpomalení ve směru osy z a následně opět k urychlení na původní rychlost v_z, protože během průletu magnetickou čočkou radiální složka pole B_r mění znaménko. Příklad trajektorie elektronu při průletu magnetickou čočkou ukazuje obr. 4.7.



Obr. 4.7: Trajektorie elektronu při průletu magnetickou čočkou.

Při zobrazení magnetickou čočkou tedy dostáváme natočený obraz. S větším budícím proudem v cívce zesílíme magnetické pole a natočení obrazu se také zvětší. Ohnisková délka

magnetické čočky závisí na geometrii čočky a na velikosti budícího proudu. Zvýšíme-li budící proud, dojde ke snížení ohniskové délky.

4.4 Optická mohutnost magnetických čoček

Při odvození optické mohutnosti magnetické čočky se budeme z počátku inspirovat odvozením publikovaným v [1] a dále vezmeme v potaz předpoklady a výsledky publikované v [10]. Opět vyjdeme z rovnic paraxiální trajektorie elektronů pro kombinované elektromagnetické statické pole. Rovnice (3.47) a (3.48) nabývají pro magnetostatické pole tvaru

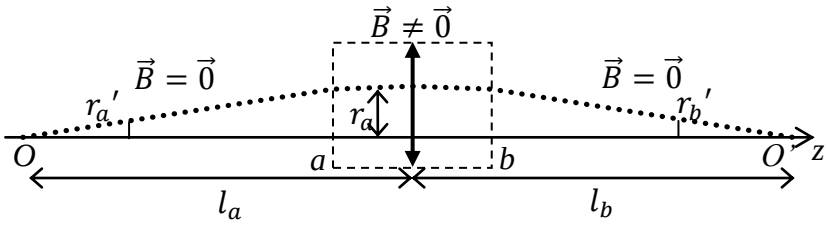
$$r'' + \frac{|e|}{8m\phi} B_z^2 r = 0, \tag{4.8}$$

$$\varphi' = \sqrt{\frac{|e|}{8m\phi}} B_z. \tag{4.9}$$

Dále budeme předpokládat, že jde o slabou magnetickou čočku, jejíž rotačně symetrické magnetické pole bude pouze v omezené oblasti, jejíž krajní body na ose z označíme a a b (obr. 4.8). Integrací rovnice (4.8) dostáváme

$$r_b{}' - r_a{}' = -\frac{|e|}{8m\phi} r_a \int_a^b B_z^2 \mathrm{d}z. \tag{4.10}$$

Dále uvažujme trajektorii elektronu v rovině, kterou zkonstruujeme tak, že vždy obsahuje osu z a elektron. V takto zkonstruované rovině není patrný rotační účinek magnetické čočky. Uvažme elektron, který vystoupí z bodu O na ose a po průchodu čočkou protne osu v bodě O'.



Obr. 4.8: Trajektorie elektronu v uvažované rovině při průletu magnetickou čočkou.

Z trajektorie elektronu v této rovině (obr. 4.8) a geometrického významu derivace, tj. směrnice tečny, vidíme, že platí

$$\begin{aligned} r_a{}' &\approx \frac{r_a}{l_a}, \\ r_b{}' &\approx -\frac{r_a}{l_b}. \end{aligned} \tag{4.11}$$

Dosazením (4.11) do (4.10) dostáváme

$$\frac{1}{l_a}+\frac{1}{l_b}=\frac{|e|}{8m\phi}\int_a^b B_z^2\mathrm{d}z. \tag{4.12}$$

Jelikož předpokládáme, že magnetické pole je omezené pouze na prostor mezi body a a b, můžeme zaměnit integrační meze

$$\frac{1}{l_a}+\frac{1}{l_b}=\frac{|e|}{8m\phi}\int_{-\infty}^{\infty} B_z^2\mathrm{d}z. \tag{4.13}$$

Optickou mohutnost dostaneme dosazením $l_a=\infty$, respektive $l_b=\infty$ do rovnice (4.13), neboť rovnoběžný paprsek se láme do ohniska

$$\frac{1}{f}=\frac{|e|}{8m\phi}\int_{-\infty}^{\infty} B_z^2\mathrm{d}z. \tag{4.14}$$

Natočení trajektorie elektronu dostaneme integrací (4.9)

$$\Delta\varphi=\sqrt{\frac{|e|}{8m\phi}}\int_{-\infty}^{\infty} B_z\mathrm{d}z. \tag{4.15}$$

Dále budeme předpokládat, stejně jako v [10] symetrický průběh magnetického pole popsaný Lorentzovou funkcí

$$B_z=\frac{B_0}{1+z^2/a^2}, \tag{4.16}$$

kde B_0 je maximální hodnota magnetické indukce a a je pološířka v polovině maxima grafu B_z v závislosti na z, respektive $2a$ je délka, na které B_z nabývá vyšší hodnoty než $B_0/2$.

Za předpokladu (4.16) zjednodušíme rovnici (4.14) a pro optickou mohutnost dostáváme

$$\frac{1}{f}=\frac{\pi}{16}\frac{|e|}{m\phi}aB_0^2 \tag{4.17}$$

a zjednodušením rovnice (4.15) pro natočení trajektorie dostáváme

$$\Delta\varphi=\pi\sqrt{\frac{|e|}{8m\phi}}aB_0. \tag{4.18}$$

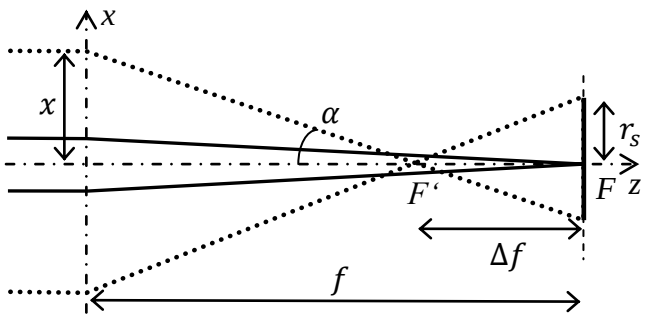
Z rovnice (4.17) vidíme, že optická mohutnost nezávisí na směru magnetického pole, ale jen na jeho velikosti, a je vždy kladná. Magnetická čočka je vždy spojná. Naopak z rovnice (4.18) vidíme, že natočení trajektorie závisí na směru magnetického pole. Případnou kombinací dvou magnetických čoček s opačně orientovanými poli můžeme natočení trajektorie vyrušit.

5. Aberace

Zobrazování elektronovými čočkami vykazuje analogické vady (aberace) jako klasické čočky ve světelné optice. Zde se budeme zabývat především osovými vadami – vadou sférickou a chromatickou, a osovým astigmatismem. Kladná sférická vada rotačně symetrických elektronových čoček je nevyhnutelná, avšak na rozdíl od světelné optiky není možné vytvořit rotačně symetrické elektronové čočky s negativní sférickou vadou. Tento objev je známý jako Scherzerův teorém [13]. V souladu s tímto teorémem se v [11] dozvídáme, že koeficienty osových vad elektronových čoček jsou vždy kladné, díky čemuž je na rozdíl od světelné optiky nelze snadno vykompenzovat.

5.1 Sférická vada

Sférickou vadu způsobuje závislost ohniskové délky na radiální vzdálenosti elektronů od optické osy. Při zobrazení elektrony vzdálenějšími od optické osy již není obrazem bodu v paraxiální obrazové rovině bod, ale malá kruhová ploška. Sférická vada je přímo úměrná třetí mocnině aperturního úhlu, což ukážeme. Při odvození se budeme inspirovat odvozením publikovaným v [10].



Obr. 5.1: Schéma sférické vady.

Pro ilustraci poslouží obr. 5.1, na kterém je vliv sférické vady symbolicky znázorněn jako kruhová stopa o poloměru r_s. Elektrony vstupují rovnoběžně s osou do elektronové čočky, která je fokusuje. Paraxiální elektrony jsou fokusovány přímo do ohniska F, avšak elektrony vzdálenější (ve vzdálenosti x) od optické osy jsou fokusovány do bodu F' a v ohniskové rovině vytvoří kruhovou stopu o poloměru r_s. Vzdálenost bodů F a F' označíme Δf a rozvineme ji do mocninné řady podle x, která vzhledem k symetrii obsahuje pouze sudé mocniny, neboť např. z obr. 5.1 je zřejmé, že $\Delta f(x) = \Delta f(-x)$. Mocninná řada tedy bude tvaru

$$\Delta f = c_2 x^2 + c_4 x^4 + \cdots \tag{5.1}$$

Dále budeme předpokládat, že má sférická vada na elektron malý vliv, a budeme uvažovat pouze elektrony nepříliš vzdálené od optické osy, tedy

$$\begin{aligned} \Delta f &\ll f, \\ x &\ll f. \end{aligned} \tag{5.2}$$

Z obr. 5.1 s uvážením vztahů (5.2) plyne pro vzdálenost od optické osy

$$x \approx f \cdot \alpha \tag{5.3}$$

a pro poloměr kruhové stopy

$$r_s \approx \Delta f \cdot \alpha. \tag{5.4}$$

Dosazením (5.1) se zanedbáním vyšších mocnin a (5.3) do (5.4) dostáváme

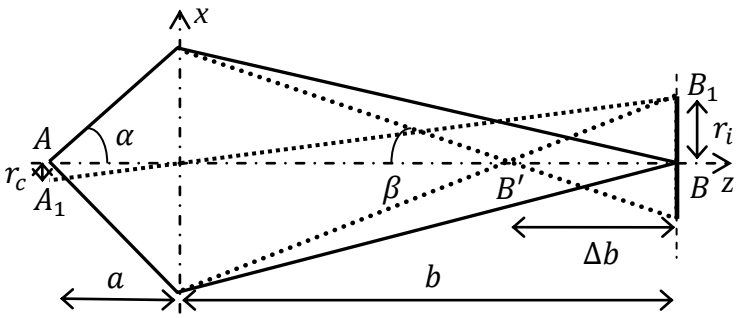
$$r_s \approx \Delta f \cdot \alpha \approx c_2 x^2 \cdot \alpha \approx c_2 f^2 \alpha^3 = C_s \alpha^3, \tag{5.5}$$

kde C_s je koeficient sférické vady [10]. Bylo ukázáno, že sférická vada je přímo úměrná třetí mocnině aperturního úhlu. Odtud je patrné, že její vliv můžeme omezit vložením clony.

5.2 Chromatická vada

Chromatická vada je v elektronové optice způsobena nestejnou energií (rychlostí) elektronů ve svazku. K tomuto drobnému rozptylu energií elektronů dochází při jejich emisi. Elektrony s nižší energií jsou fokusovány více než elektrony s vyšší energií, čímž dostáváme mírně rozostřený obraz. Pro omezení vlivu chromatické vady nezbývá než používat stabilnější zdroje elektronů a stabilní zdroje vysokého napětí pro jejich urychlení a fokusaci. Ukážeme, že chromatická vada je přímo úměrná první mocnině aperturního úhlu a relativní změně energie elektronů. Při odvození se budeme opět inspirovat odvozením publikovaným v [10].

Poloměr chromatického disku r_c můžeme odhadnout, budeme-li uvažovat geometrickou optiku tenké čočky a nebudeme-li uvažovat žádné další vady. Uvažme bod A na ose ve vzdálenosti a od čočky, který je zdrojem elektronů, a bod B na ose v obrazové rovině ve vzdálenosti b od čočky, do kterého jsou elektrony o energii E fokusovány. Pro ilustraci poslouží obr. 5.2, na kterém je chromatická vada symbolicky znázorněna.



Obr. 5.2: Schéma chromatické vady.

Při zmenšení energie o ΔE budou elektrony fokusovány do bodu B' vzdáleného Δb od původní obrazové roviny, ve které se zobrazí jako kruhová stopa o poloměru r_i, na níž leží bod B_1. Považujme úhly α, β a vzdálenost Δb za malé, potom přibližně platí

$$r_i \approx \Delta b \cdot \beta. \tag{5.6}$$

Pro zvětšení čočky M platí

$$M = \frac{b}{a} \approx \frac{\alpha}{\beta}. \tag{5.7}$$

Dále uvažme takový disk o poloměru r_c, obsahující bod A_1 a ležící ve vzdálenosti a od čočky, který je zobrazen elektrony o energii E na stejnou kruhovou stopu o poloměru r_i. Pro vzdálenost r_c zřejmě platí

$$r_c = \frac{r_i}{M}. \tag{5.8}$$

Vyjádříme vzdálenost r_c dosazením (5.6) a (5.7) do (5.8) a dostaneme

$$r_c \approx \Delta b \cdot \frac{\alpha}{M^2}. \tag{5.9}$$

Pro tenkou čočku platí

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}. \tag{5.10}$$

Z diferenciálu (5.10) za předpokladu konstantní vzdálenosti a vyjádříme Δb

$$\Delta b = \frac{b^2}{f^2} \cdot \Delta f. \tag{5.11}$$

Dosadíme za b z (5.7) do (5.10)

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{a} + \frac{1}{aM}. \tag{5.12}$$

Dále budeme předpokládat $M \gg 1$ a z (5.12) dostaneme $a \approx f$, respektive $b \approx Mf$, což dosadíme do (5.11) a po zjednodušení dostáváme

$$\Delta b = M^2 \cdot \Delta f. \tag{5.13}$$

Dosadíme (5.13) do (5.9)

$$r_c \approx \Delta f \cdot \alpha. \tag{5.14}$$

Pro změnu ohniskové délky čočky v závislosti na změně energie elektronu je zřejmé (např. z rovnice (4.17) pro magnetickou čočku)

$$\frac{\Delta f}{f} = \frac{\Delta E}{E}. \tag{5.15}$$

Dosazením (5.15) do (5.14) dostaneme

$$r_c \approx \alpha \cdot f \cdot \frac{\Delta E}{E}. \tag{5.16}$$

Vztah (5.16) vyjadřuje prostorovou ztrátu rozlišení vlivem chromatické vady za uvážení určitých aproximací. Obecně definujeme koeficient chromatické vady C_c [10] rovnicí

$$r_c \approx C_c \alpha \cdot \frac{\Delta E}{E}. \tag{5.17}$$

Z rovnice (5.17) vidíme, že chromatická vada závisí na aperturním úhlu lineárně.

5.3 Osový astigmatismus

Osový astigmatismus vzniká díky nedokonalé osové symetrii elektronových čoček. Dále k němu přispívají různé nečistoty a nehomogenní místa v materiálu. Astigmatismus se běžně v elektronově optických systémech koriguje pomocí stigmátorů, obvykle soustav cívek vyvolávajících magnetické pole působící proti poli vyvolanému asymetrií.

6. Programy pro výpočet polí a trasování

Pro výpočty elektromagnetických polí existuje řada programů. Vývoj některých z nich začal nedlouho po nástupu počítačů. Některé programy počítají nejen elektromagnetické pole, ale i mnohá další fyzikální pole, jiné jsou přímo specializované na problematiku částicové optiky.

Z programů pro výpočet fyzikálních polí můžeme jmenovat program Agros2D [20] šiřitelný pod GPL licencí, vyvíjený na Katedře teoretické elektrotechniky FEL ZČU v Plzni. Umožňuje řešit nejen elektrostatické a magnetické pole včetně trasování, ale i mnohé další problémy (přestup tepla, deformace,…). Výpočty polí a trasování jsou však pro potřeby částicové optiky málo přesné. Dalším takovým programem je komerční balík QuickField [21]. Jde o programový balík pro simulaci a analýzu fyzikálních úloh založených na elektromagnetickém nebo teplotním poli a na mechanické bázi. Mnohé problémy včetně elektromagnetických polí řeší také program ANSYS [22] a další programy.

Z programů specializovaných na částicovou můžeme především jmenovat program EOD (Electron Optical Design) [19] a případně jeho předchůdce (programový balík obsahující programy ELD, ELP a další). Tento program byl vyvinut prof. RNDr. Bohumilou Lencovou, CSc. a Ing. Jakubem Zlámalem, Ph.D. z Ústavu fyzikálního inženýrství na FSI VUT v Brně. Je určen primárně k výpočtům a návrhům prvků pro elektronovou a iontovou optiku. Umožňuje mimo jiné výpočty 2D rotačně symetrických polí elektrostatických i magnetických čoček včetně trasování.

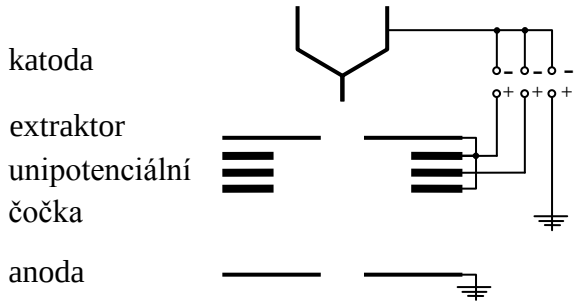
Dále můžeme jmenovat programy EGUN (Electron GUN) a IGUN (Ion GUN) [23], které byly vyvinuty pro potřeby Stanfordského urychlovače a Frankfurtské univerzity, původně zaměřené především na výpočty trysek pro urychlovače. Program CPO (Charged Particle Optics) [24] je určen jednak pro výpočty 2D rotačně a rovinně symetrických problémů a ve verzi 3D pro výpočty libovolných optických systémů. Program SIMION [25] umožňuje řešit velká elektrostatická 2D a 3D pole, ale jen základní magnetická pole, samozřejmostí je možnost trasování. V neposlední řadě zmíníme program MEBS (Munro's Electron Beam

Software Ltd.) [26], který vyvíjí Dr. Eric Munro se svými spolupracovníky v Londýně. Umožňuje mimo jiné plně analyzovat 3D pole a trajektorie, Coulombovské efekty i aberace různých elektronových čoček, trysek a multiplových systémů. Samozřejmě výčet programů není konečný a existují i mnohé další.

7. Elektronová tryska

V další části této práce se budeme zabývat jednou konkrétní aplikací elektronové optiky, konkrétně výpočtem vlastností autoemisní elektronové trysky. Tato tryska je produkt firmy DELONG INSTRUMENTS, a. s. a je používána v praxi. Bude například součástí mikroskopu s velkým rozlišením určeného k revizi nanometrových polovodičových struktur při výrobě obvodů. Podrobnější informace však podléhají obchodnímu tajemství. Aby mohla být snadno provozována v režimech s různými výstupními svazky, je třeba namodelovat její chování. Z důvodu utajení přesných informací o elektronové trysce jsou modely v této kapitole uváděny bez rozměrů. Pro čtenáře by však toto omezení nemělo mít zásadní význam.

Součástí této trysky je studená autoemisní katoda, extrakční elektroda, elektrostatická unipotenciální čočka a anoda. Zjednodušené schéma zachycuje obrázek 7.1.



Obr. 7.1: Schéma elektronové trysky.

Působením silného elektrostatického pole u hrotu katody dochází k emisi elektronů, které jsou následně urychleny elektrostatickým polem mezi katodou a extraktorem. Dále svazek elektronů prochází elektrostatickou unipotenciální čočkou, kde je upraven na požadovaný tvar (tj. sbíhavý, resp. konvergentní, rovnoběžný nebo rozbíhavý, resp. divergentní). Na závěr elektrony prolétnou anodou, čímž dojde k jejich závěrečnému urychlení.

Celkový emisní proud elektronů je v řádu desítek mikroampérů při urychlovacím napětí v řádu kilovoltů, perveance [1] je řádově

$$P = \frac{I}{V^{3/2}} \approx \frac{10\ \mu\mathrm{A}}{(1\ \mathrm{kV})^{3/2}} \approx 10^{-10}\ \mathrm{A{\cdot}V^{-3/2}} \leq 10^{-8}\ \mathrm{A{\cdot}V^{-3/2}}, \tag{7.1}$$

a proto nemusíme uvažovat vliv prostorového náboje.

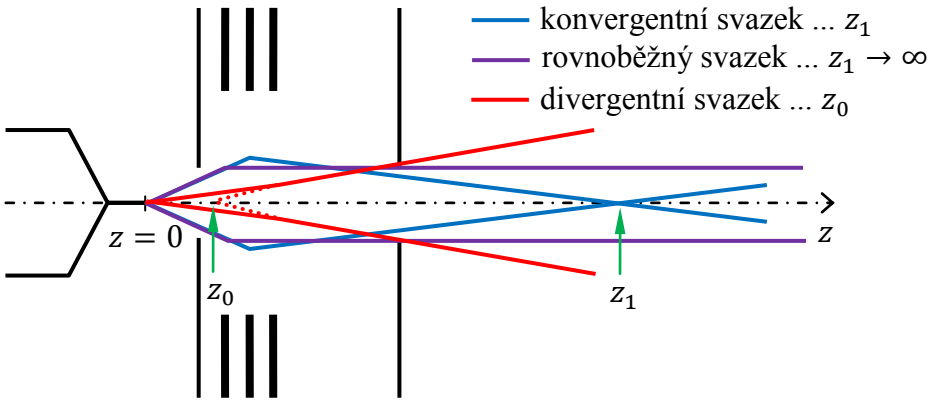
7.1 Vlastnosti elektronové trysky

Svazek emitovaných elektronů je soustavou elektrod postupně formován. Elektrony jsou emitovány z katody do všech směrů a jen malá část z nich projde clonou extraktoru (průměr řádově stovky mikrometrů). Tím dojde k prvnímu a zásadnímu formování svazku elektronů. Dále pokračuje ořezaný divergentní svazek elektronů, který je následně upraven elektrostatickou čočkou. Vhodnou volbou potenciálu na fokusační elektrodě unipotenciální čočky lze dosáhnout různých tvarů svazku. Právě závislostí tvaru svazku na fokusačním napětí se dále budeme zabývat. Elektrony jsou urychleny elektrostatickým polem mezi krajní elektrodou čočky a anodou. Svazek požadovaného tvaru dále může být ořezán při průchodu clonou anody (průměr řádově stovky mikrometrů). Tímto dojde ke zmenšení velikosti aperturního úhlu, respektive k potlačení vlivu sférické vady. Výsledný svazek tvoří jen malá část emitovaných elektronů, řádově jednotky procent.

Zvýšení počtu elektronů ve výsledném svazku lze docílit pouze zvýšením celkového počtu emitovaných elektronů, tedy zesílením elektrostatického pole, čehož dosáhneme zvýšením napětí na extrakční elektrodě. Protože krajní elektrody unipotenciální čočky jsou na stejném potenciálu jako extrakční elektroda, pro zachování tvaru výsledného svazku budeme muset této změně přizpůsobit i potenciál na fokusační elektrodě. Zachování tvaru svazku zároveň znamená zachování bodu fokusace (je-li svazek konvergentní). Pokud ve svazku regulujeme proud, děje se tak změnou potenciálu na extraktoru, která vede k nutnosti změny potenciálu na fokusační elektrodě.

7.2 Parametry trysky pro popis tvaru svazku

Z předchozích kapitol víme, že tvar výsledného svazku elektronů závisí na potenciálu na fokusační elektrodě. Dále víme, že potenciál na fokusační elektrodě je úzce spojen s potenciálem na extraktoru. Ze znalosti těchto dvou provázaností vidíme, že tvar výsledného svazku elektronů závisí na dvou parametrech – potenciálu na extraktoru (dále extrakční napětí) a potenciálu na fokusační elektrodě (dále fokusační napětí).



Obr. 7.2: Schematické znázornění parametru pro popis tvaru svazku.

Nyní se zabývejme popisem určitého tvaru výsledného svazku elektronů. Jako stěžejní parametr zvolíme polohu křižiště svazku, tj. polohu paraxiální obrazové roviny hrotu katody. Polohu $z = 0$ přiřadíme hrotu katody. Pro konvergentní svazek označíme polohu křižiště z_1 a s jeho určením žádný problém nenastane. Pro rovnoběžný svazek se hodnota parametru z_1 limitně blíží k nekonečnu, tj. $z_1 \to \infty$. Problém nastane pro divergentní svazek, který nemá žádné křižiště. U tohoto typu svazků jako parametr zvolíme polohu z_0 virtuálního křižiště. Pro ilustraci parametru pro popis tvaru svazku poslouží obrázek 7.2.

Ze tří zmíněných parametrů vždy dva známe – extrakční napětí a výsledný tvar svazku, tj. hodnotu z_1 nebo z_0. Zbývající parametr určíme z jejich provázanosti. Hledáme tedy závislost fokusačního napětí na extrakčním napětí a na poloze křižiště, resp. virtuálního křižiště.

7.3 Výpočet a výpočtový model

Výpočet vlastností elektronové trysky provedeme v programu EOD [19]. Vzhledem k malým rozměrům katody a k možným nepřesnostem v trasování elektronů v jejím okolí, rozdělíme problém na dvě části. V první části určíme průběh potenciálu v okolí katody. Ve druhé části se budeme zabývat trasováním elektronů z hrotu katody tak, aby výsledný svazek dosáhl požadovaného parametru z_1 nebo z_0 při zadaném extrakčním napětí.

7.4 Průběh potenciálu v okolí katody

V první části určíme průběh potenciálu v okolí katody. Výpočtový model pro tuto část obsahuje aproximovanou katodu a extraktor. V tomto modelu je katoda na nulovém potenciálu. Výsledkem bude závislost potenciálu v určitém místě mezi katodou a extraktorem na potenciálu na extraktoru.

Na obr. 7.3 je poloha katody patrná zejména díky průběhu ekvipotenciál, avšak ve skutečnosti je aproximována malým obdélníkem. Dále vidíme, že v určité vzdálenosti od katody jsou ekvipotenciály v oblasti blízké optické ose rovinné. Právě v takovém místě zvolíme hranici pro druhý model (na obr. 7.3 znázorněno fialovou čárou), ve kterém provedeme vlastní trasování.

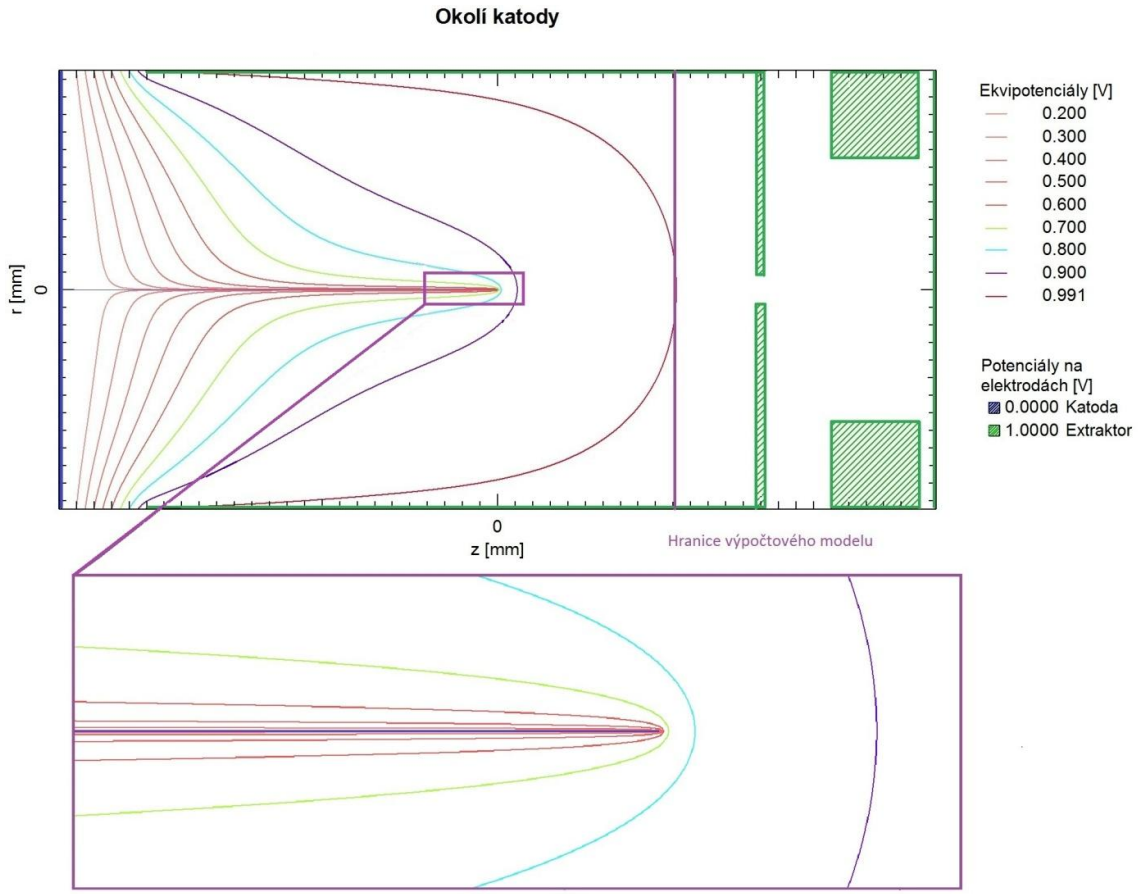
7.5 Trasování elektronů

Ve druhé části se budeme zabývat trasováním elektronů ze $z = 0$ mm (poloha hrotu katody a v rámci požadované přesnosti také poloha virtuálního zdroje) tak, aby výsledný svazek dosáhl požadovaného parametru z_1 nebo z_0 při zadaném extrakčním napětí. Model pro tuto část neobsahuje katodu, trasujeme tedy z bodu nalevo od tohoto modelu. Katoda je nahrazena průběhem potenciálu na levé hranici modelu, který byl určen v první části. Ověřovací výpočet potvrdil, že v rámci požadované přesnosti dává tento postup výpočtu stejné výsledky jako trasování z katody. Schematicky je model znázorněn na obr. 7.4.

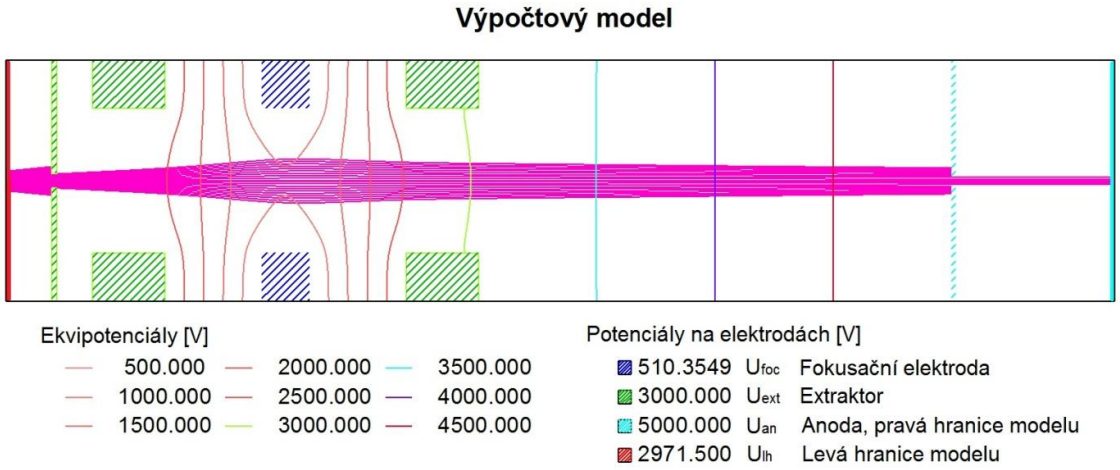
V modelu pro trasování elektronů jsou celkem čtyři různé potenciály:

- hledaný potenciál na fokusační elektrodě unipotenciální čočky U_{foc},

- potenciál na extraktoru a krajních elektrodách unipotenciální čočky U_{ext},
- potenciál na anodě a na pravé hranici modelu U_{an},
- potenciál na levé hranici modelu $U_{lh} = f(U_{ext})$, v okolí osy z $U_{lh} \approx 0{,}9905 \cdot U_{ext}$.



Obr. 7.3: Model okolí katody se zvýrazněnými elektrodami a detailem hrotu katody.



Obr. 7.4: Výpočtový model se znázorněním konvergentního svazku elektronů o počáteční energii 2971,5 eV s křižištěm v $z_1 = 150$ mm.

Při trasování elektronů předpokládáme, že vycházejí ze $z = 0$ mm po přímé trajektorii, dokud nedosáhnou levé hranice výpočtového modelu. Urychlování elektronů v oblasti před výpočtovým modelem snadno nahradíme nastavením energie elektronů na hodnotu odpovídající potenciálu U_{lh} na levé hranici modelu.

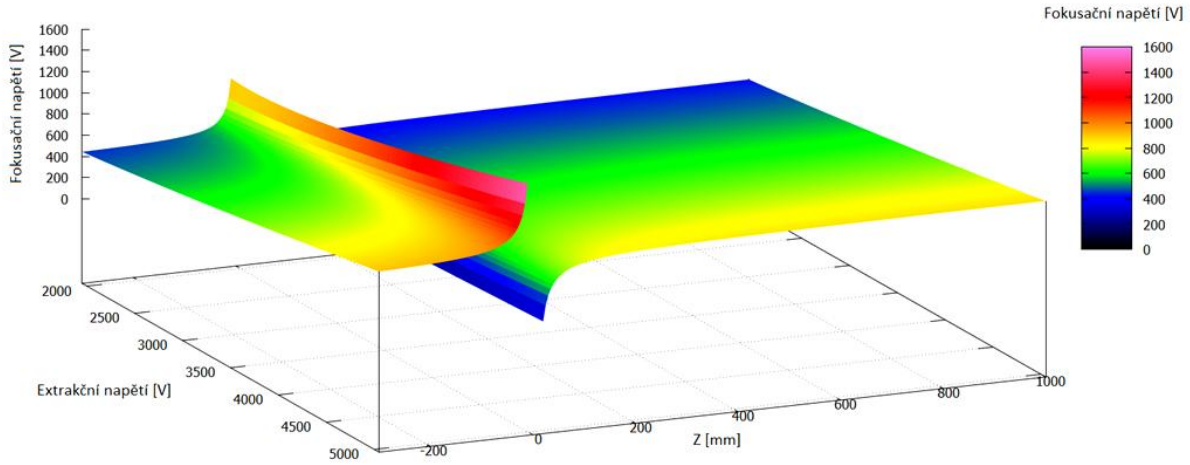
Vlastní výpočet provedeme pomocí skriptu ovládajícího program EOD pomocí dvojitého cyklu přes polohu křižiště (resp. virtuálního křižiště) a přes extrakční napětí, přičemž polohu křižiště měníme cyklem v rámci skriptu a extrakční napětí měníme cyklem přímo v EOD. Výsledkem výpočtu bude tabulka určených hodnot U_{foc} v závislosti na U_{ext} a z_1 (resp. z_0) při konstantním U_{an}. Označení z_1 (resp. z_0) není náhodné, neboť z hlediska programu EOD jde o polohu prvního (respektive virtuálního nultého) křižiště.

Hodnoty jednotlivých parametrů nastavíme:

- $U_{an} = 5$ kV,
- $U_{ext} = 2000, 2050, 2100, \dots, 5000$ V,
- $z_1 = 10, 15, 20, \dots, 300, 350, 400, \dots, 1000, 10000$ mm,
  $z_0 = -10, -15, -20, \dots, -300$ mm.

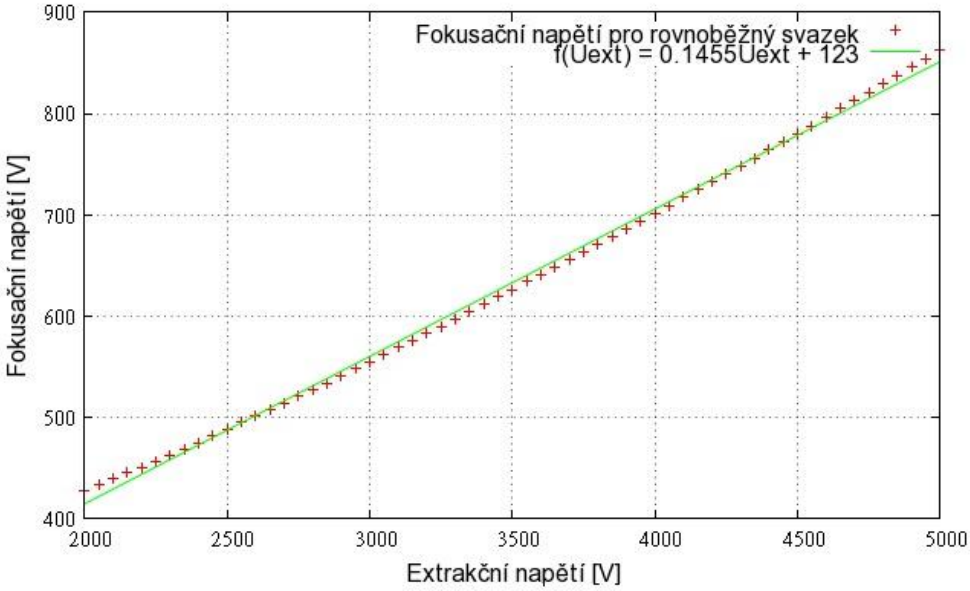
7.6 Výsledky výpočtového modelu

Závislost fokusačního napětí na extrakčním napětí a na poloze křižiště, resp. virtuálního křižiště (resp. na tvaru svazku), zjištěnou trasováním ve výpočtovém modelu zachycuje graf 7.1, ve kterém je patrná přibližně lineární závislost fokusačního napětí na extrakčním napětí. Závislost fokusačního napětí na poloze křižiště, resp. virtuálního křižiště, vzdáleně připomíná lineární lomenou funkci. Názornější představu poskytnou následující grafy 7.2 a 7.3, které zachycují fokusační napětí v závislosti na jednom parametru, přičemž druhý je pevně zvolený.



Graf 7.1: Závislost fokusačního napětí na extrakčním napětí a na tvaru svazku (v omezeném rozsahu z od -300 mm do 1000 mm).

Graf 7.2 zachycuje přibližně lineární závislost fokusačního napětí na extrakčním napětí. Pro názornost jsou vypočítaná data proložena přímkou.



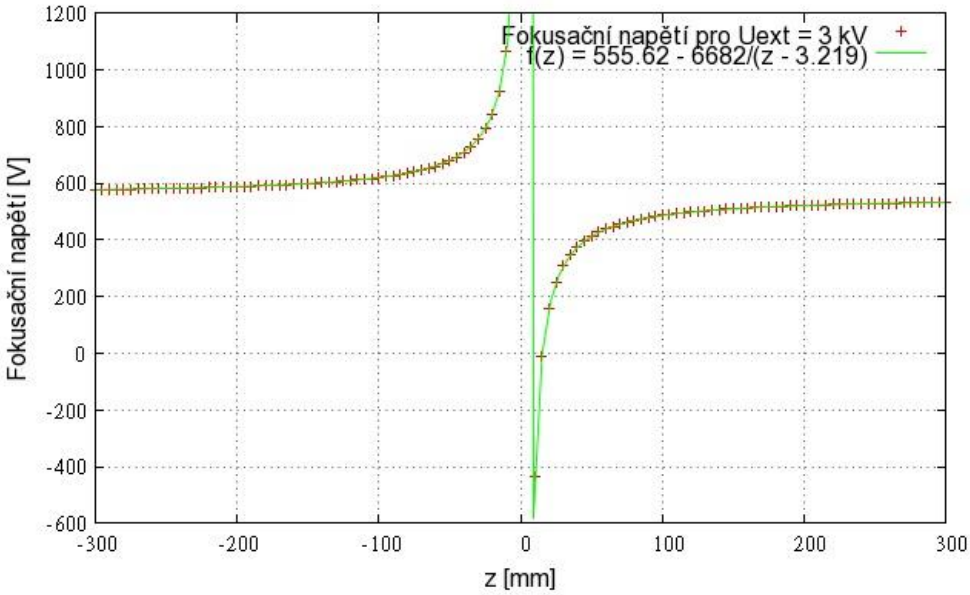
Graf 7.2: Závislost fokusačního napětí na extrakčním napětí pro rovnoběžný svazek, tj. $z_1 = 10$ m.

Rovnice přímky je

$$f(U_{ext}) = A \cdot U_{ext} + B, \tag{7.2}$$

přičemž parametry vycházejí číselně

$$\begin{aligned} A &= 0{,}1455 \pm 0{,}0009, \\ B &= (123 \pm 3)\ \mathrm{V}. \end{aligned} \tag{7.3}$$



Graf 7.3: Závislost fokusačního napětí na poloze křižiště, resp. virtuálního křižiště (v omezeném rozsahu z od -300 mm do 300 mm), pro extrakční napětí 3 kV.

Graf 7.3 zachycuje závislost fokusačního napětí na poloze křižiště, resp. virtuálního křižiště, která odpovídá přibližně lineární lomené funkci. Pro názornost jsou vypočítaná data proložena lineární lomenou funkcí.

Rovnice lineární lomené funkce je

$$f(z) = A + \frac{B}{z + C}, \tag{7.4}$$

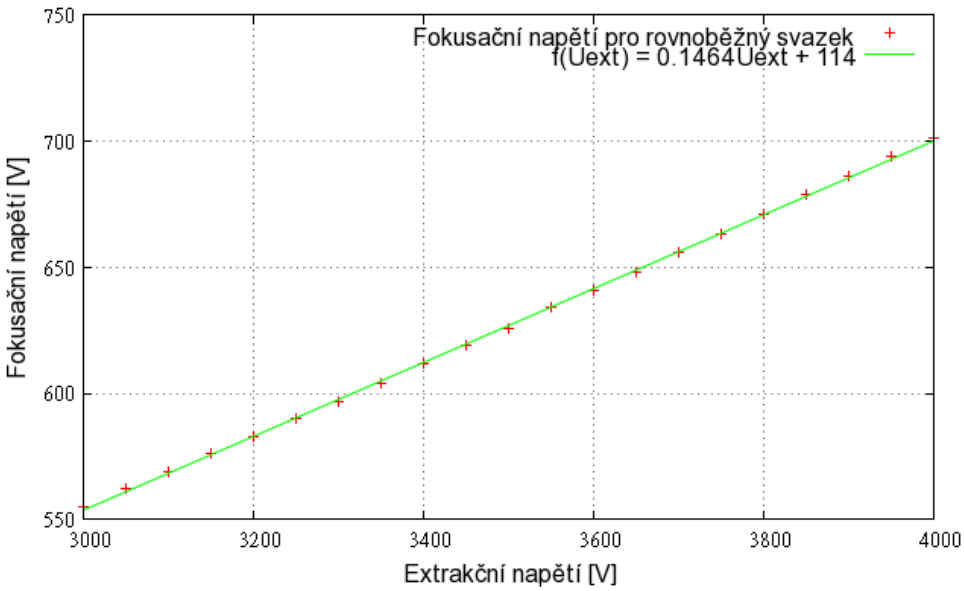
přičemž parametry vycházejí číselně

$$\begin{aligned} A &= (555{,}62 \pm 0{,}09)\ \mathrm{V}, \\ B &= (-6682 \pm 5)\ \mathrm{V{\cdot}mm}, \\ C &= (-3{,}219 \pm 0{,}008)\ \mathrm{mm}. \end{aligned} \tag{7.5}$$

Závislost fokusačního napětí na extrakčním napětí a na poloze křižiště, resp. virtuálního křižiště, zobrazená v grafu 7.1 není snadno nahraditelná žádnou jednoduchou funkcí. Na základě závislostí na jednotlivých parametrech (grafy 7.2 a 7.3) bylo vyzkoušeno několik funkcí kombinujících lineární závislost na jednom parametru a lineární lomenou funkci druhého parametru, ale nebylo dosaženo dostatečné shody s vypočítanou závislostí. Pro praktické využití při provozování elektronové trysky se nabízí jednoduché řešení v podobě lokálních aproximací. Například pro režim s neměnným tvarem svazku dobře poslouží v požadovaném rozsahu extrakčního napětí lineární aproximace.

7.7 Porovnání výsledků výpočtu se skutečností

Možnosti srovnání výsledků výpočtu se skutečností byly poměrně omezené. Nejlepší možnost srovnání se naskytla pro rovnoběžný svazek a extrakční napětí v rozmezí 3–4 kV. Zde můžeme krásně využít lokální lineární aproximace znázorněné v grafu 7.4.



Graf 7.4: Závislost fokusačního napětí na extrakčním napětí v rozmezí 3–4 kV pro rovnoběžný svazek, tj. $z_1 = 10$ m.

Rovnice přímky je

$$f(U_{ext}) = A \cdot U_{ext} + B, \tag{7.6}$$

přičemž parametry vycházejí číselně

$$\begin{aligned} A &= 0{,}1464 \pm 0{,}0005, \\ B &= (114{,}3 \pm 1{,}8)\ \mathrm{V}. \end{aligned} \tag{7.7}$$

Na experimentální elektronové trysce má parametr odpovídající vypočítanému parametru A standardně nastavenou hodnotu 0,14 nebo 0,15 podle konkrétní katody. Parametr B nelze snadno porovnat, neboť je v současném systému řízení řešen jiným způsobem, nicméně po přepočítání dostáváme hodnoty v rozmezí 110–120 V.

Na závěr tedy můžeme konstatovat, že vypočítané výsledky odpovídají skutečnosti. Pro podrobnější ověření vypočítaných výsledků by bylo potřeba upravit aparaturu pro měření vlastností elektronové trysky a zpřístupnit další údaje o ovládacím softwaru.

8. Závěr

Cílem této práce bylo v prvé řadě provést rešerši problematiky emise elektronů a elektronově optických systémů a následně určit napětí na fokusační elektrodě elektronové trysky pro dosažení požadovaných parametrů elektronového svazku.

První část práce byla věnována nejprve stručnému seznámení s počátky elektronové optiky a elektronové mikroskopie. Dále se zabývala problematikou elektronových zdrojů, odvozením rovnic trajektorie a za předpokladu paraxiální aproximace také odvozením rovnic trajektorie paraxiálních elektronů pro kombinované elektromagnetické statické pole, které jsou často nazývány základními rovnicemi elektronové optiky [1]. V kapitole o elektrostatických a magnetických čočkách bylo provedeno názorné srovnání fokusačních vlastností jednotlivých typů elektrostatických čoček. Závěr teoretické části byl věnován vadám elektronových čoček a zevrubnému seznámení s několika programy, které mohou sloužit k výpočtům elektromagnetických polí a pro trasování elektronů v těchto polích.

Závěrečná část práce se zabývala výpočtem vlastností autoemisní elektronové trysky, jejíž součástí je autoemisní katoda, extrakční elektroda, elektrostatická unipotenciální čočka a anoda. Nejprve bylo prodiskutováno, jaké parametry mají vliv na výstupní svazek elektronů. Po uvážení vhodných modelových aproximací byla vytvořena soustavu dvou modelů a proveden vlastní výpočet v programu EOD [19], čímž byla získána závislost fokusačního napětí na extrakčním napětí a na tvaru svazku, jejíž znalost umožní snadnější provozování elektronové trysky v režimech s různými výstupními svazky. V závěru kapitoly bylo diskutováno možné proložení výsledné závislosti jednoduchou funkcí, ale žádná taková nebyla nalezena. Jako dostačující alternativa bylo uvedeno jednoduché řešení v podobě lokálních aproximací, které zároveň posloužilo ke srovnání výsledků výpočtu se skutečností.

9. Seznam literatury

[1] UGROŠÍK, B.: *Elektronová a iontová optika.* Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1982, 114 s.

[2] KARLÍK, M.: *Úvod do transmisní elektronové mikroskopie.* Praha: České vysoké učení technické, 2011, 322 s. ISBN 978-80-01-04729-3.

[3] KOLAŘÍK, V.: Elektronové zdroje pro mikroanalytické aplikace. In ECKERTOVÁ, L., FRANK, L.: *Metody analýzy povrchů: Elektronová mikroskopie a difrakce*. Praha: Academia, 1996, s. 65–91. ISBN 80-200-0329-0.

[4] LENC, M., LENCOVÁ, B.: Optické prvky elektronových mikroskopů. In ECKERTOVÁ, L., FRANK, L.: *Metody analýzy povrchů: Elektronová mikroskopie a difrakce*. Praha: Academia, 1996, s. 15–63. ISBN 80-200-0329-0.

[5] HULÍNSKÝ, V., JUREK, K.: *Zkoumání látek elektronovým paprskem.* Praha: SNTL, 1982, 401 s.

[6] SEDLÁK, B., ŠTOLL, I.: *Elektřina a magnetismus.* Praha: Academia, 2002, 632 s. ISBN 80-200-1004-1.

[7] BARTSCH, H. J.: *Matematické vzorce.* Praha: Academia, 2006, 833 s. ISBN 80-200-1448-9.

[8] HAWKES, P. W., KASPER, E.: *Principles of electron optics: Volume 1, Basics Geometrical Optics.* London: Academic Press Limited, 1996, 623 p. ISBN 0-12-333341-5.

[9] DE WOLF, D. A.: *Basics of electron optics.* New York: John Wiley & Sons, Inc., 1990, 228 p. ISBN 0-471-52457-3.

[10] EGERTON, R. F.: *Physical Principles of Electron Microscopy*. New York: Springer, 2005, 201 p. ISBN 978-0-387-25800-0.

[11] HAWKES, P. V.: *Aberrations*. In ORLOFF, J.: *Handbook of Charged Particle Optics*. Boca Raton: CRC Press, 2009, p. 209–340. ISBN 978-1-4200-4554-3.

[12] BUSCH, H.: Über die Wirkungsweise der Konzentrierungsspule bei der Braunschen Röhre. *Archiv für Elektrotechnik*, 1927, vol. 18, p. 583–594.

[13] SCHERZER, O.: Über einige Fehler von Elektronenlinsen. *Zeitschrift für Physik*, 1936, vol. 101, p. 593–603. ISSN 0044-3328.

[14] CHARBONNIER, F.: Developing and using the field emitter as a high intensity electron source. *Applied Surface Science*, 1996, vol. 94–95, p. 26–43. ISSN 0169-4332.

[15] SWANSON, L. W., SCHWIND, G. A.: A review of the cold-field electron cathode. In HAWKES, P. W.: *Advances in Imaging and Electron Physics*. Elsevier, 2009, vol. 159, p. 63–100. ISSN 1076-5670.

[16] XU, N. S., EJAZ HUQ, S.: Novel cold cathode materials and applications. *Materials Science and Engineering*, 2005, vol. 48, p. 47–189. ISSN: 0921-5093.

[17] CREWE, A. V., *et al.*: Electron gun using a field emission source. *Rev. Sci. Instrum.*, April 1968, vol. 39, no. 4, p. 576-583. ISSN 0034-6748.

[18] GADZUK, J. W., PLUMMER, E. W.: Field Emission Energy Distribution (FEED). *Reviews of Modern Physics*, July 1973, vol. 45, p. 487–548. ISSN 0034-6861.

[19] LENCOVÁ, B., ZLÁMAL, J.: A new program for the design of electron microscopes. *Physics Procedia*, August 2008, vol. 1, p. 315–324. ISSN 1875-3892.

[20] Agros2D, http://www.agros2d.org/ [cit. 01/2013]

[21] QuickField, http://quickfield.cz/ [cit. 01/2013]

[22] ANSYS, http://www.ansys.com/ [cit. 01/2013]

[23] Space Charge Particle Optics, http://www.egun-igun.com/ [cit. 01/2013]

[24] Charged Particle Optics Programs, http://www.electronoptics.com/ [cit. 01/2013]

[25] SIMION, http://simion.com/ [cit. 01/2013]

[26] Munro's Electron Beam Software Ltd., http://www.mebs.co.uk/ [cit. 01/2013]

[27] Ernest F. Fullam, Inc., http://www.fullam.com/Filament.htm [cit. 03/2013]

[28] DELONG INSTRUMENTS, a.s., http://www.dicomps.com/index.php/en/electron-optics-systems/components/emitters/schottky-emitters [cit. 03/2013]

[29] FEI Company, http://www.edlin.cz/fei/schott.htm [cit. 04/2013]

[30] Ústav přístrojové techniky Akademie věd České republiky, v.v.i., http://www.isibrno.cz/index.php?lang=_an&co=/ustav/history.php [cit. 05/2013]