

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH TECHNOLOGIÍ
ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY A ELEKTRONIKY

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION

DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERING

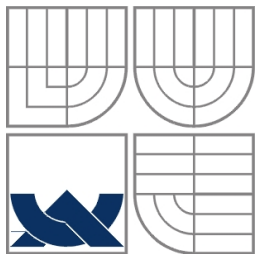
NÁVRH A ANALÝZA ELEKTROMAGNETU

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE
BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE
AUTHOR

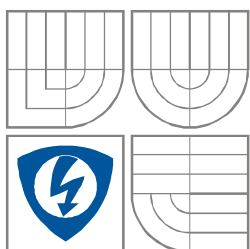
Pavel Macek

BRNO 2011



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH
TECHNOLÓGIÍ**

**ÚSTAV VÝKONOVÉ ELEKTROTECHNIKY
A ELEKTRONIKY**

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION
DEPARTMENT OF POWER ELECTRICAL AND ELECTRONIC
ENGINEERING

NÁVRH A ANALÝZA ELEKTROMAGNETU

DESIGN AND ANALYSIS OF ELECTROMAGNET

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

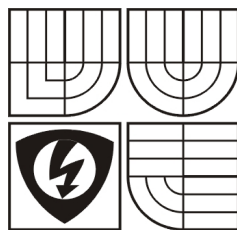
Pavel Macek

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Ondřej Vítek, Ph.D.

BRNO 2011



VYSOKÉ UČENÍ
TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta elektrotechniky
a komunikačních technologií

Ústav výkonové elektrotechniky a elektroniky

Bakalářská práce

bakalářský studijní obor
Silnoproudá elektrotechnika a elektroenergetika

Student: Pavel Macek

Ročník: 3

ID: 119317

Akademický rok: 2010/2011

NÁZEV TÉMATU:

Návrh a analýza elektromagnetu

POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:

1. Popište konstrukci a princip funkce elektromagnetu.
2. Provedte analytický výpočet elektromagnetu zadaných parametrů.
3. Výpočet ověřte pomocí metody konečných prvků v programu FEMM (stacionární a kvazistacionární pole).
4. Zhodnoťte dosažené výsledky.

DOPORUČENÁ LITERATURA:

Termín zadání: 23.09.2010

Termín odevzdání: 26.5.2011

Vedoucí projektu: Ing. Ondřej Vítek, Ph.D.

doc. Ing. Petr Toman, Ph.D.

předseda oborové rady

UPOZORNĚNÍ:

Autor bakalářské práce nesmí při vytváření bakalářské práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

Abstrakt

Tato práce se zabývá návrhem a analýzou elektromagnetu. První kapitola je úvodem do řešeného problému. Ve druhé kapitole je pojednáno obecně o základních vztazích elektromagnetického pole. Třetí kapitola je věnována principu činnosti a konstrukci elektromagnetů, doplněná o jejich obecné rozdělení. Seznámení s metodou konečných prvků a programem FEMM je náplní čtvrté kapitoly. Pátá kapitola je věnována analýze stejnosměrného elektromagnetu, kapitola šestá analýze jednofázového střídavého elektromagnetu. V sedmé kapitole jsou zhodnoceny a ověřeny výsledky celkové analýzy obou elektromagnetů.

Abstract

This work deals with a proposal and an analysis of electromagnets. The first chapter is an introduction into solve of the problem. In the second chapter there is a general discussion about basic relations of the electromagnetic field. The third chapter is dedicated to the operation principle and construction of electromagnets and is supplemented with their common classification. The fourth chapter introduces the Finite Element Method and the FEMM programme. The fifth chapter is dedicated to the analysis of the DC electromagnet, the sixth chapter analysis single-phase AC electromagnet. In the seventh chapter there is a review of results of general analysis of both electromagnets.

Klíčová slova

Elektromagnet; energie soustavy; FEMM; indukčnost; kotva; magnetická indukce; magnetický obvod; magnetický tok; tahová síla; vzduchová mezera; závit nakrátko;

Keywords

Electromagnet; energy of systems; FEMM; inductivity; armature; magnetic induction; magnetic circuit; magnetic flux; tension force; air space; shading ring;

Bibliografická citace

Macek, P. *Návrh a analýza elektromagnetu*, Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2011. 58 s. Vedoucí bakalářské práce Ing. Ondřej Vítek, Ph.D.

Prohlášení

Prohlašuji, že svou bakalářskou práci na téma **Návrh a analýza elektromagnetu** jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího bakalářské práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené bakalářské práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této bakalářské práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne

Podpis autora

Poděkování

Děkuji vedoucímu bakalářské práce Ing. ONDŘEJI VÍTKOVI, Ph.D. za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé bakalářské práce.

V Brně dne

Podpis autora



OBSAH

1 ÚVOD.....	11
2 ELEKTROMAGNETICKÉ POLE	11
3 ELEKTROMAGNETY	13
3.1 PRINCIP ČINNOSTI.....	13
3.2 KONSTRUKCE.....	13
3.3 STEJNOSMĚRNÉ ELEKTROMAGNETY	15
3.4 STŘÍDAVÉ ELEKTROMAGNETY	16
3.5 POLARIZOVANÉ ELEKTROMAGNETY	18
4 METODA KONEČNÝCH PRVKŮ (MKP)	19
4.1 PROGRAM FEMM	19
4.2 PROBLEMATIKA VÝPOČTU ELEKTROMAGNETICKÝCH POLÍ	19
5 ANALÝZA STEJNOSMĚRNÉHO ELEKTROMAGNETU.....	20
5.1 SESTAVENÍ DYNAMICKÝCH ROVNIC	20
5.1.1 INDUKČNOST	21
5.1.2 ENERGIE A KOENERGIE SOUSTAVY.....	22
5.1.3 TAHOVÁ VNITŘNÍ SÍLA	24
5.1.4 CELKOVÁ ROVNICE PRO ELEKTRICKOU ČÁST.....	26
5.2 ANALYTICKÝ ROZBOR STEJNOSMĚRNÉHO ELEKTROMAGNETU	27
5.3 NUMERICKÝ ROZBOR STEJNOSMĚRNÉHO ELEKTROMAGNETU	30
6 ANALÝZA STŘÍDAVÉHO ELEKTROMAGNETU	34
6.1 ANALYTICKÝ ROZBOR STŘÍDAVÉHO ELEKTROMAGNETU.....	35
6.2 NUMERICKÝ ROZBOR STŘÍDAVÉHO ELEKTROMAGNETU	51
7 ZÁVĚR.....	55
LITERATURA	58

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 3.1:	<i>Magnetizační křivky vybraných měkkých technických materiálů [3]</i>	15
Obr. 3.2:	<i>Zapínací a vypínací charakteristika DC elektromagnetu [13]</i>	17
Obr. 3.3:	<i>Zapínací a vypínací charakteristika jednofázového AC elektromagnetu [13]</i>	18
Obr. 5.1:	<i>a) Náčrty magnetického obvodu DC elektromagnetu, b) Náhradní schéma</i>	21
Obr. 5.2:	<i>a) Elektromagnetická soustava s pevnou vzduchovou mezerou, b) Ampérweberová charakteristika soustavy ($\Phi_{\Sigma} = \Psi$) [4]</i>	22
Obr. 5.3:	<i>a) Elektromagnetická soustava s proměnnou vzduchovou mezerou, b) Ampérweberová charakteristika soustavy ($\Phi_{\Sigma} = \Psi$) [4]</i>	24
Obr. 5.4:	<i>Náčrty elektromagnetu v grafickém prostředí</i>	30
Obr. 5.5:	<i>Magnetického pole DC elektromagnetu</i>	31
Obr. 5.6:	<i>Výsledné hodnoty elektromagnetického pole</i>	31
Obr. 5.7:	<i>Nové vymezení hranic vzduchové mezery DC elektromagnetu</i>	32
Obr. 5.8:	<i>Průběh elektromagnetického pole po korekci</i>	33
Obr. 5.9:	<i>Výsledné hodnoty elektromagnetického pole po korekci</i>	33
Obr. 6.1:	<i>Náčrty magnetického obvodu AC elektromagnetu s jeho rozměry</i>	34
Obr. 6.2:	<i>Rozdělení magnetického toku obvodem</i>	36
Obr. 6.3:	<i>Činitel vyklenutí a tvar magnetického pole ve vzduchové mezeře [7]</i>	39
Obr. 6.4:	<i>a) Průběh magnetického toku tlumícím závitem, b) fázorový diagram (informativní)</i>	47
Obr. 6.5:	<i>Náčrty a definice rozhraní AC elektromagnetu</i>	51
Obr. 6.6:	<i>Průběh magnetického pole AC elektromagnetu v okamžiku přitahu</i>	51
Obr. 6.7:	<i>Výsledné hodnoty magnetického pole AC elektromagnetu - přitah</i>	52
Obr. 6.8:	<i>Náčrty a definice rozhraní sepnutého AC elektromagnetu</i>	53
Obr. 6.9:	<i>Průběh magnetického pole AC elektromagnetu v sepnuté poloze</i>	53
Obr. 6.10:	<i>Výsledné hodnoty magnetického pole AC elektromagnetu v sepnuté poloze</i>	54



SEZNAM TABULEK

<i>Tab. 7.1:</i>	<i>Přehled výsledků analýzy DC elektromagnetu před úpravami.....</i>	<i>55</i>
<i>Tab. 7.2:</i>	<i>Přehled výsledků analýzy DC elmagnetu po korekci – znehodnocení FEMM modelu</i>	<i>56</i>
<i>Tab. 7.3:</i>	<i>Přehled výsledků analýzy AC elektromagnetu ve výchozí poloze</i>	<i>57</i>
<i>Tab. 7.4:</i>	<i>Přehled výsledků analýzy AC elektromagnetu v sepnuté poloze.....</i>	<i>57</i>



SEZNAM SYMBOLŮ A ZKRATEK

<i>symbol</i>	<i>popis</i>	<i>jednotka</i>
$\vec{B}$	magnetická indukce	[T]
$\vec{H}$	intenzita magnetického pole	[Am ⁻¹]
$\vec{D}$	elektrická indukce	[Cm ⁻²]
$\vec{E}$	intenzita elektrického pole	[Vm ⁻¹]
$\vec{J}$	proudová hustota	[Am ⁻²]
I, i	elektrický proud	[A]
U, u	elektrické napětí	[V]
f	frekvence, kmitočet	[Hz]
$W(A)$	energie (práce)	[J], [Ws]
F	síla	[N]
l	délka	[m]
S	obsah plochy, průřez	[m ²]
V	objem	[m ³]
R	elektrický odpor	[Ω]
Φ	magnetický indukční tok	[Wb], [Vs]
Ψ	spřažený magnetický tok	[Wb]
L	vlastní indukčnost	[H]
F_m	magnetomotorické napětí	[A]
R_m	magnetický odpor	[H ⁻¹]
ρ	měrná hmotnost	[kgm ⁻³]
γ	měrná elektrická vodivost	[Sm ⁻¹]
ρ	měrný elektrický odpor	[Ωm ⁻¹]
ε	permitivita	[Fm ⁻¹]
μ	permeabilita	[Hm ⁻¹]

1 ÚVOD

Elektromagnety jsou nedílnou součástí výbavy prakticky všech spínacích, jisticích a ochranných přístrojů. Jsou vhodné k ovládání spínacích přístrojů zejména tam, kde jde o velkou hustotu spínání a malé zdvihy. Jejich dálkové ovládání je snadné a jednoduché. Používají se většinou pro menší síly, zejména u stykačů nízkého napětí. Běžné je však ovládání zámků a ventilů. Jejich využití je rozšířeno od těžkého průmyslu až po vf. techniku. Elektromagnety obecně rozdělujeme na stejnosměrné, střídavé a polarizované.

Tato bakalářská práce se zabývá návrhem a analýzou elektromagnetu. Analýza spočívá v porovnání výsledků získaných analyticky s výsledky získaných numerickým způsobem, tzn. modelováním a simulací ve vhodném grafickém prostředí. Jako první provedeme analýzu stejnosměrného elektromagnetu dle stanovených parametrů. Potom bude následovat analýza střídavého jednofázového elektromagnetu. Zde budeme porovnávat reálný elektromagnet a jeho parametry získané měřením.

První část práce je věnována teoretickému rozboru elektromagnetického pole a formulaci základních vztahů toto pole popisujících. Ve druhé části je pojednáno o principu funkce, konstrukci a charakteristických vlastnostech elektromagnetů. Ve třetí části je pojednáno o metodě konečných prvků a programu FEMM. Čtvrtá část je věnována analýze stejnosměrného elektromagnetu, pátá část pak analýze střídavého jednofázového elektromagnetu. V závěru práce jsou zhodnoceny dosažené výsledky a definovány příčiny možných diskrepancí spolu s návrhem na jejich korekci.

2 ELEKTROMAGNETICKÉ POLE

Časově proměnný elektrický proud vytváří časově proměnné magnetické pole. Na druhé straně časově proměnné magnetické pole indukuje časově proměnné elektrické napětí, které v důsledku může opět vyvolat průtok časově proměnného elektrického proudu. Proto při změnách proudu, napětí, elektrického náboje nebo magnetického toku nemůžeme elektrické pole oddělit od pole magnetického. Potom hovoříme o poli elektromagnetickém a pole elektrické i magnetické bereme pouze jako jeho zvláštní případy [3].

Základem obecného popisu elektromagnetického pole jsou čtyři tzv. Maxwellovy rovnice (skotský vědec J. C. Maxwell roku 1873 je poprvé zveřejnil, matematicky novým způsobem formuloval anglický vědec O. Heaviside) [3]. Maxwellovy rovnice jsou vlastně zobecněním a matematickou formulací dříve nalezených zákonů. Tyto rovnice platí pouze v tzv. regulárních bodech pole, tj. tam, kde se stavové pole vektory spojitě mění. V místech nespojitosti (např. na rozhraní těles různých materiálů) tyto rovnice neplatí; platí zde vztahy, které se nazývají podmínkami na rozhraní [1]:

I. Gaussův zákon pro elektrické pole

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho, \quad (2.1)$$

kde $\vec{D} = \varepsilon \cdot \vec{E}$ [$C m^{-2}$] je elektrická indukce a ρ [$kg m^{-3}$] je objemová hustota volného náboje.

Formulace: Zdrojem elektrického pole jsou náboje. Elektrické siločáry nejsou uzavřeny. Tok vektoru $\vec{E}$ uzavřenou plochou je nenulový, pokud tato plocha obklopuje náboj.

II. Gaussův zákon pro magnetické pole

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad (2.2)$$

kde $\vec{B} = \mu \cdot \vec{H}$ [T] je magnetická indukce.

Formulace: Neexistují magnetické monopóly, které by byly zdrojem magnetického pole. Nejjednodušší magnetická struktura je magnetický dipól. Magnetické indukční čáry jsou vždy uzavřené. Do uzavřené plochy vstupuje stejný počet indukčních čar, jaký z ní vystupuje. Tok vektoru $\vec{B}$ uzavřenou plochou je vždy nulový.

III. Faradayův zákon elektromagnetické indukce

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2.3)$$

kde $\vec{E}$ [$V m^{-1}$] je intenzita elektrického pole.

Formulace: Mění se magnetické pole vytváří pole elektrické. Časová změna toku magnetické indukce je na pravé straně, a cirkulace indukovaného elektrického pole na levé straně rovnice.

IV. Ampér – Maxwellův zákon (Ampérův zákon celkového proudu + Maxwellův zákon magnetoelektrické indukce)

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}, \quad (2.4)$$

kde $\vec{H}$ [$A m^{-1}$] je intenzita magnetického pole a $\vec{J} = \gamma \cdot \vec{E}$ [$A m^{-2}$] je hustota elektrického proudu.

Formulace: Mění se elektrické pole, stejně jako elektrický proud, jsou zdrojem pole magnetického. Časová změna toku elektrické intenzity a elektrický proud jsou na straně pravé, a cirkulace indukovaného magnetického pole na levé straně rovnice [2].

Rovnice jsou platné pro dielektrikum a jsou uvedeny v diferenciálním tvaru, který je pro naši práci vhodnější. Rovnice **III.** a **VI.** vyjadřují vztah mezi elektrickým a magnetickým polem, rovnice **I.** a **II.** vyjadřují, co je zdrojem těchto polí [1].

3 ELEKTROMAGNETY

Během zdvihu kotvy elektromagnetu se koná práce jako důsledek přeměny elektrické energie v energii mechanickou. Elektromagnet je v podstatě elektromechanickým měničem energie, a proto je z hlediska roztržení vlastně elektrickým strojem, podobně jako elektrické stroje točivé. Doba zdvihu je však krátká a tím také velikost odevzdané práce, na rozdíl od točivých strojů, je poměrně malá. V důsledku toho není pro technické užití elektromagnetů rozhodující ani tak velikost energie, jako průběh tahové síly kotvy během jejího zdvihu.

Závislost tahové síly na zdvihu, zjišťovanou měřením při stojící kotvě (po malých úsecích měníme mezeru), nazýváme statickou tahovou charakteristikou $F_{TAH} = f(\delta)$.

Přitom zůstává konstantní vždy jeden z elektrických parametrů budícího vinutí. Při napájení elektromagnetu stejnosměrným proudem se během zdvihu nemění proud cívky (napětí však také ne), při napájení střídavým proudem se na cínce nemění efektivní hodnota přiloženého napětí.

Průběh tahové charakteristiky závisí především na druhu napájení (st. nebo ss.), na geometrických tvarech a rozměrech vzduchové mezery a na jejím uspořádání vzhledem k budícímu vinutí [7].

3.1 Princip činnosti

Princip činnosti elektromagnetu je poměrně jednoduchý. Elektrický proud procházející budící cívkou je zdrojem magnetického pole o určité magnetické intenzitě, a tedy současně vytváří i magnetický tok. Tento magnetický tok je přímoúměrný procházejícímu proudu. Magnetické pole svými silovými účinky působí na kotvu elektromagnetu. Toto magnetické pole bude tím silnější, čím větší bude vstupní elektrický proud nebo čím větší bude počet závitů vinutí budící cívky. Po přerušení proudu se zruší magnetické pole a kotva odpadne [7].

3.2 Konstrukce

Elektromagnety všeobecně se skládají z **budící cívky**, pevného feromagnetického **jádra** a pohyblivé **kotvy**. Počet a tvar vzduchových mezer závisí na vzájemném uspořádání magnetického obvodu jako celku a cívky. V podstatě jsou možná dvě řešení: elektromagnet s kotvou vtahovanou do budící cívky a s kotvou umístěnou vně cívky, přitahovanou na dosedací plochu. V tomto případě může být pohyb kotvy přímočarý nebo otáčivý. Toto poslední provedení je využíváno nejčastěji u relé. Elektromagnety s kotvou vtahovanou poskytují přiměřeně velký zdvih kotvy. Jednotlivé typy elektromagnetů mají poměrně odlišný průběh tahových charakteristik, takže lze účelně přiřazovat vhodný typ elektromagnetu k zadanému poháněnému

mechanismu. Tvar tahové charakteristiky určitého typu elektromagnetu s vtahovanou kotvou lze ještě dále upravovat polohou vzduchové mezery v cívce a tvarem čelních ploch kotvy a jádra.

Jádro a kotva střídavých elektromagnetů je tvořena ze vzájemně izolovaných transformátorových plechů z feromagnetického materiálu (zmenšení ztrát vířivými proudy při střídavém magnetování) s příměsí křemíku (4%). Litina nebo ocel se nepoužívají z důvodu zbytkového (remanentního) magnetismu, který přetrvává i po přerušení elektrického proudu.

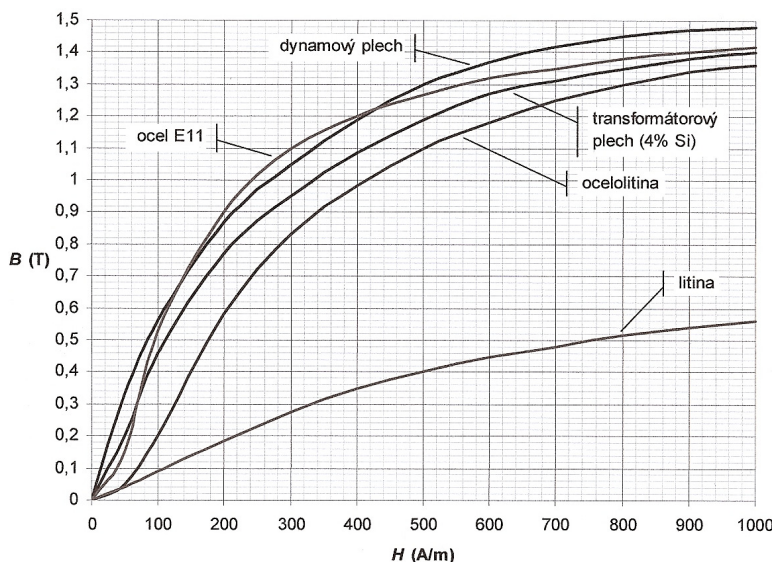
Feromagnetické materiály se vyznačují vysokou magnetickou vodivostí, čímž se dosahuje silného magnetického pole v pracovní oblasti při malém budícím proudu. Feromagnetika jsou však nelineární, jejich permeabilita závisí na magnetické indukci. Tuto závislost však lze jen velmi složitě vyjádřit analyticky. Vlastnosti feromagnetických materiálů se proto udávají experimentálně určenou *magnetizační křivkou*. Je to závislost magnetické indukce na intenzitě magnetického pole $B = f(H)$. Magnetizační křivka neboli též hysterezní smyčka má svůj typický průběh. Je zřejmé, že každý feromagnetický materiál bude mít svůj tvar magnetizační křivky a v každém bodě magnetizační charakteristiky bude vykazovat různou permeabilitu, viz *Obr. 3.1*.

Pro magnetické obvody strojů a přístrojů na střídavý proud je použito magneticky měkkých materiálů s úzkou hysterezní smyčkou. Pro výrobu permanentních magnetů se používají magneticky tvrdé materiály se širokou hysterezní smyčkou [3].

V praxi volíme velikost magnetické indukce ve feromagnetiku většinou do hodnoty označené B_m (přibližně lineární část charakteristiky *Obr. 3.1*). Při větších hodnotách magnetické indukce neúměrně narůstají ztráty a tím i spotřeba zařízení.

Magnetický obvod realizujeme vždy s ohledem na hospodárnost provozu při přijatelných rozměrech a hmotnosti (optimalizace) tak, aby většinou nebo úplně procházel magnetický tok feromagnetikem. U elektromagnetů se snažíme, aby cesta magnetického toku vzduchem byla pouze v tzv. pracovní mezeře [7].

Budící cívka je obvykle tvořena nevodivou kostrou, vyrobenou povětšinou z termoplastických materiálů. Na této kostře je umístěno pracovní vinutí, zpravidla o N závitěch. Toto vinutí je tvořeno měděným vodičem většinou kruhového průřezu, jehož povrch je opatřen lakem nebo šelakem, čímž se dosahuje izolace mezi jednotlivými závity cívky. Průřez vodiče musí být takové velikosti, aby byl schopen odolávat tepelnému zatížení v pracovních stavech.



Obr. 3.1: Magnetizační křivky vybraných měkkých technických materiálů [3]

3.3 Stejnosměrné elektromagnety

Magnetický obvod je tvořen z plného feromagnetického materiálu a z budící cívky na stejnosměrný proud.

Stejnosměrné elektromagnety jsou výhodnější než střídavé z hlediska proudových poměrů a jejich vlivu na silové poměry, rozměry a využití magnetického obvodu. Proud v ustáleném stavu je dán pouze napětím a rezistancí cívky a nezávisí na poloze kotvy. Protože proud cívky je úměrný magnetickému napětí elektromagnetu, je po přitažení kotvy nutná jen malá síla pro udržení a tudíž i malý proud.

Budící cívky velkých stejnosměrných elektromagnetů stykačů se proto někdy navrhují poddimenzované a po přitažení se proud cívkou zmenší zapojením odporu do jejího obvodu, aby nedošlo ke spálení cívky. Stejnosměrnými elektromagnety se většinou realizuje přímý pohon [5]. Tahová síla stejnosměrného elektromagnetu je dána rovnicí ve známém tvaru

$$F = \frac{B^2 \cdot S}{2 \cdot \mu_0} \quad (3.1)$$

Dosadíme-li do této rovnice za magnetickou indukci magnetické napětí a magnetický odpor vzduchové mezery, získáme v ideálním případě, kdy se celý magnetický tok uzavírá bez rozptylu tzv. geometrickou vzduchovou mezerou, závislost síly na zdvihu neboli tahovou charakteristiku elektromagnetu ve tvaru

$$F(\delta) = \frac{\Phi^2}{S^2} \cdot \frac{S}{2 \cdot \mu_0} = \frac{F_m^2}{R_m^2} \cdot \frac{1}{2 \cdot \mu_0 \cdot S} = \frac{1}{2} \cdot \frac{F_m^2 \cdot \mu_0 \cdot S}{\delta^2} \quad (3.2)$$

Znamená to, že závislost tahové síly elektromagnetu je nepřímoúměrná čtverci velikosti vzduchové mezery.

Předcházející úvahy předpokládají, že celý magnetický tok daný budícím magnetickým napětím se zúčastní vytvoření tahu. Ve skutečnosti se v magnetickém obvodu uplatňuje rozptyl. Proto bude skutečný magnetický tok ve vzduchové mezeře a také tah menší. Rozptyl se uplatní tím více, čím větší bude magnetická indukce ve vzduchové mezeře [5].

3.4 Střídavé elektromagnety

U **střídavých jednofázových elektromagnetů** bývá budící cívka obvykle napájena ze zdroje střídavého napětí. V tomto případě je proud určen rezistancí a vlastní indukčností cívky, která závisí na poloze kotvy. Je-li odpor cívky zanedbatelný vůči její reaktanci, bude magnetický tok konstantní a elektromagnet vyvozuje konstantní tah při libovolné poloze kotvy.

Odpor, který nelze zanedbat, se projeví pozměněním této ideální tahové charakteristiky. Ve výchozí poloze při velké vzduchové mezeře je impedance cívky malá a cívka odebírá velký proud. Úbytek napětí vyvolaný na rezistanci cívky způsobí, že úbytek napětí na reaktanci poskytne magnetický tok podstatně menší. Proto počáteční tah bude poměrně malý.

Zmenšuje-li se vzduchová mezera, zvětšuje se reaktance cívky, zmenšuje se proud a úbytek napětí na rezistanci cívky, zvětšuje se napětí na reaktanci, a proto se zvětšuje i tah, protože magnetický tok odpovídající napětí na reaktanci se postupně zvětšuje. Tahová charakteristika v tomto případě získává tvar podobný tahové charakteristice stejnosměrných magnetů [5].

Silové poměry střídavých elektromagnetů závisí rovněž na stupni nasycení jádra. Není-li jádro nasyceno, má magnetický tok sinusový průběh. Je-li nasyceno, má tok průběh, který můžeme přibližně nahradit lichoběžníkem. Dosadíme-li do rovnice (3.1) sinusový průběh magnetické indukce pro případ nenasyčeného magnetického toku, bude okamžitá hodnota síly dána rovnicí

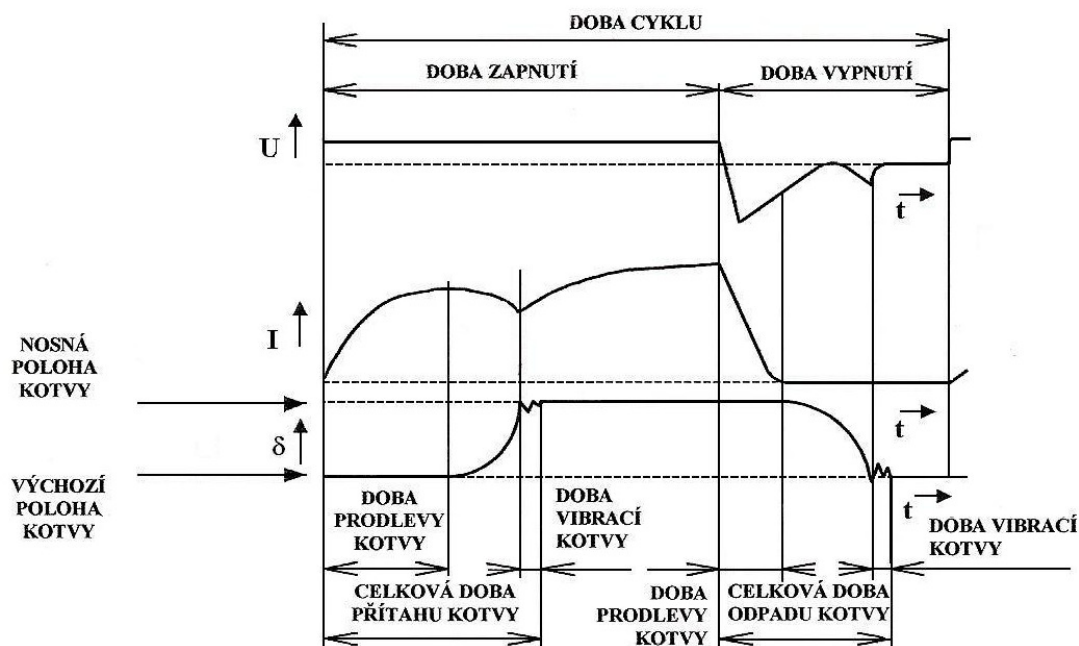
$$F(t) = \frac{B_m^2 \cdot S}{4 \cdot \mu_0} \cdot (1 - \cos 2 \cdot \omega \cdot t) = \frac{F_m}{2} \cdot (1 - \cos 2 \cdot \omega \cdot t) = F_{av} \cdot (1 - \cos 2 \cdot \omega \cdot t) \quad (3.3)$$

Střídavé elektromagnety jsou napájeny ze sítě s kmitočtem 50 Hz a proto je magnetický obvod tvořen tenkými izolovanými plechy z důvodu snížení ztrát vířivými proudy a ztrát hysterezí. Tažná síla střídavých elektromagnetů kolísá mezi nulou a maximem s frekvencí 100 Hz , tím dochází ke chvění kotvy a nepříjemnému zvuku. Proto jsou tyto elektromagnety vybaveny tlumícím závitem, který se používá k vytvoření fázově posunutého magnetického toku. Tento problém lze řešit také použitím polovodičových součástek. Vinutí elektromagnetu se přitom napájí tepajícím usměrněným napětím. Proud se účinkem velké indukčnosti cívky značně vyhladí, a proto tah kolísá v malém rozpětí. Elektromagnet s tlumícím závitem, obepínajícím část průřezu jádra, vytvoří tah (při zanedbání činného odporu budící cívky a reaktanci tlumícího závitu), jehož střední hodnota bude

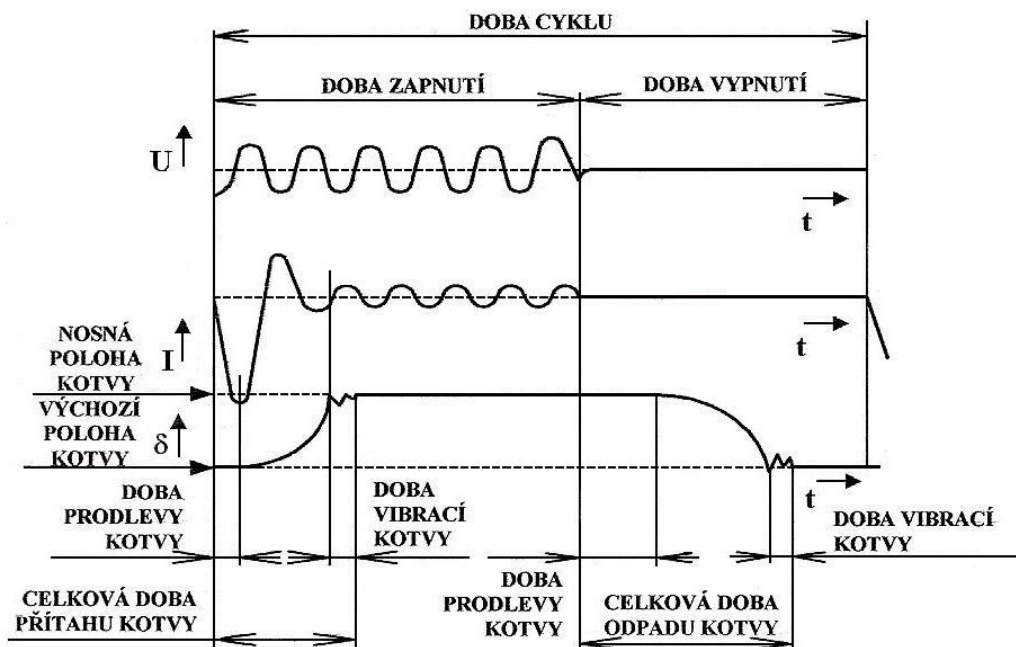
$$F(t) = \frac{1}{2 \cdot \mu_0 \cdot S} \cdot \left(\Phi_1^2 + \frac{\Phi_2^2}{a \cdot (1-a)} \right) \quad (3.4)$$

kde Φ_1 je tok procházející částí průřezu S_1 sloupku mimo oblast tlumícího závitu, Φ_2 je tok procházející částí průřezu S_2 sloupku obemknutém tlumícím závitem a $a = \frac{S_2}{S}$, kde S je celkový průřez sloupku. Při návrhu se vždy hledá optimální velikost tohoto poměru, aby byl zajištěn požadovaný poměr středního tahu k minimální síle, kterou lze u určitého mechanismu dovolit se zřetelem na spolehlivou činnost [5].

Vlastnosti elektromagnetů bývají obvykle vyjádřeny pracovní charakteristikou, což je závislost tahové síly na zdvihu kotvy. Kromě toho je důležitým parametrem elektromagnetů doba přitahu a odpadu kotvy. Při zapínání a vypínání dochází k přechodovým dějům, které ovlivňují tyto časy (*Obr. 3.2, Obr. 3.3*).



Obr. 3.2: Zapínací a vypínací charakteristika DC elektromagnetu [13]



Obr. 3.3: Zapínací a vypínací charakteristika jednofázového AC elektromagnetu [13]

Další neméně významnou vlastností je přídržný poměr elektromagnetu, což je poměr magnetického napětí potřebného k bezpečnému zajištění síly mechanismu v přitaženém stavu k magnetickému napětí při plné vzduchové mezeře na počátku zdvihu. Podle něho lze posoudit vhodnost určitého typu elektromagnetu pro daný mechanismus [5].

3.5 Polarizované elektromagnety

Pro velmi rychle působící relé se využívají **polarizované elektromagnety**. Příznivě se v tomto případě uplatňuje, kromě elektromagnetických poměrů, velmi malý zdvih a velmi lehká kotva. Dokonce i u stejnosměrných elektromagnetů se používá magnetický obvod složený z plechů k omezení vlivu vířivých proudů.

V magnetickém poli polarizovaných elektromagnetů se uplatňují dva magnetické toky – řídicí a polarizační. Polarizační tok se může vytvořit druhým budícím vinutím, avšak většinou se k jeho vytvoření používají permanentní magnety. Působení polarizovaných elektromagnetů závisí na polaritě budícího proudu. I když budící cívkou neprochází řídicí proud, vzniká účinkem polarizačního toku stále určitý tah. Kotva se začne pohybovat od okamžiku vzniku proudu v řídicím vinutí [5].

4 METODA KONEČNÝCH PRVKŮ (MKP)

Při matematickém modelování elektromechanických prvků (v našem případě elektromagnetu) je nutno řešit magnetické pole. K tomuto účelu jsou k dispozici různé numerické metody. Těžiště numerických metod spočívá v práci s modelem fyzikálního problému. Tento model je vytvořen pomocí výpočetního software, ve kterém probíhá jeho další analýza a vyhodnocení s případnou rozměrovou či materiálovou optimalizací. Jedna z největších výhod metody konečných prvků spočívá v možnosti simulací jevů a dějů, které by se v praxi uskutečňovaly velmi obtížně nebo by, s ohledem na destrukci zařízení při zkouškách, byly příliš nákladné [11].

4.1 Program FEMM

Program FEMM - **F**inite **E**lement **M**ethod **M**agnetics - je program specializovaný na řešení problémů z elektrostatiky, elektromagnetismu a tepelných polí za pomoci metody konečných prvků ve 2D. FEMM není omezen počtem použitých elementů, a tak je možné vytvořený model opatřit libovolně jemnou matematickou sítí.

Program FEMM umožňuje import geometrie ve formátu *.dxf, což je, vzhledem k poměrně neobratnému kreslení ve FEMMu, často jediná možnost umožňující řešení složitějších geometrických uspořádání. K dalším přednostem FEMMu patří podpora otevřeného skriptovacího jazyka Lua, s jehož pomocí lze automatizovat řadu operací prováděných tímto programem [11][12].

4.2 Problematika výpočtu elektromagnetických polí

Hlavním problémem při určování všech dostupných parametrů je výpočet elektromagnetického pole. Analyticky se tento úkol provádí velmi obtížně. Základním matematickým modelem jsou i v tomto případě Maxwellovy rovnice [2], jejich řešení však probíhá numericky pomocí výpočetní techniky. Výsledkem řešení není jen jedna hodnota fyzikální veličiny (magnetická indukce, intenzita magnetického pole aj.), ale rozložení elektromagnetického pole po celé oblasti modelu. Tím lze získat mnohem ucelenější představu a odhalit jinak skryté souvislosti. Numerické metody jsou tak fakticky jedinou možností, jak postihnout silové působení ve složitých tvarech a konfiguracích proudovodných drah s maximální komplexností. Analýza fyzikálního pole je zpravidla rozdělena do tří základních oblastí:

Preprocesor

V této části dochází k vytváření modelu a definici jeho geometrických rozměrů. Následuje volba materiálových vlastností a generování výpočetních prvků. Většinou se zde aplikují i okrajové podmínky a zatížení.

Procesor (také solver)

Zde probíhá volba analýzy (statická, harmonická, transientní), výběr „řešiče“ optimalizovaného pro dané fyzikální pole a nastavení požadované přesnosti. Podle typu analýzy se pak volí výpočetní časy či frekvence, způsob zápisu a tisku výsledků atd.

Postprocesor

V této závěrečné části se provádí vyhodnocení řešené úlohy. K dispozici obvykle bývá několik možností grafické interpretace výsledků, z nichž nejpoužívanější je zobrazení mapy elektromagnetického pole, či vynesení závislosti elektromagnetických veličin (na čase, rozměru, teplotě, rychlosti apod.) [12].

5 ANALÝZA STEJNOSMĚRNÉHO ELEKTROMAGNETU

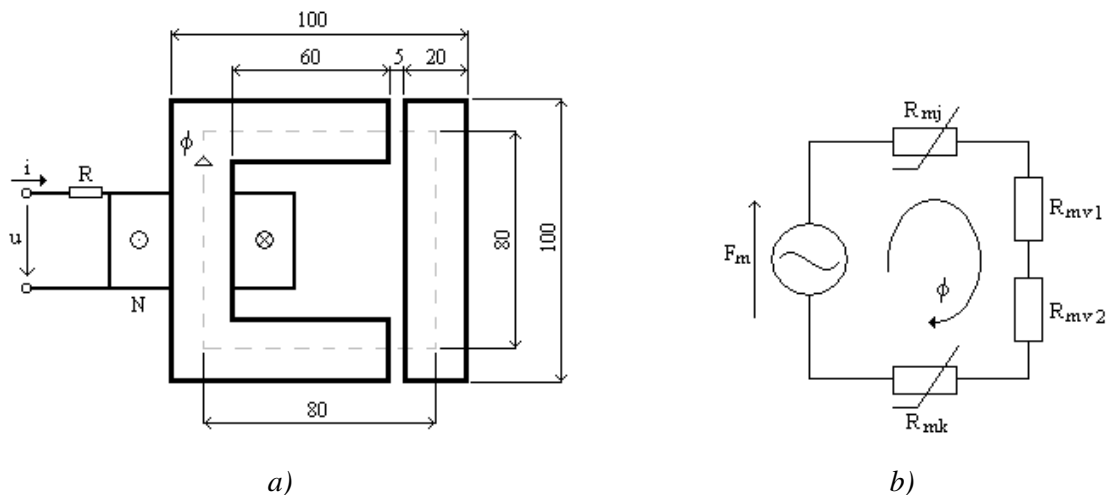
Analyzovaný stejnosměrný elektromagnet je jádrový typ elektromagnetu, tzn. že budící cívka je umístěna na jádře. Jádro magnetického obvodu je tvaru **C**, kotva je ve tvaru **I**. Magnetický obvod má dvě proměnlivé vzduchové mezeře, průřez obvodu je po celé délce konstantní.

Nejprve sestavíme dynamické rovnice v závislosti na vzduchové mezeře. Znamená to, že si odvodíme všechny důležité magnetické veličiny pro daný typ elektromagnetu. Poté bude následovat vlastní výpočet pro zadané parametry elektromagnetu. V dalším kroku provedeme numerický výpočet a na závěr vyhodnocení a porovnání výsledků.

5.1 Sestavení dynamických rovnic

Na obrázku (**Obr. 5.1a**) je nakreslen elektromagnet s jednou budící cívkou, proměnnou vzduchovou mezerou x a s rozměry magnetického obvodu. Tento magnetický obvod můžeme vyjádřit náhradním schématem viz. (**Obr. 5.1b**), ve kterém platí Hopkinsonův zákon. Tento je analogií Ohmova zákona pro lineární elektrický obvod. Náhradní schéma je sestaveno ze zdroje magnetomotorického napětí F_m , magnetického odporu jádra R_{mj} , magnetického odporu kotvy R_{mk} a magnetických odporů dvou vzduchových mezer R_{mv1} a R_{mv2} . Celým obvodem protéká magnetický tok Φ , který vytváří úbytky magnetických napětí na jednotlivých magnetických odporech.

Úkolem je sestavit obecné dynamické rovnice pohybu jádra elektromagnetu. V tomto případě pro zjednodušení zcela zanedbáme vliv rozptylu a magnetického odporu jádra i kotvy.



Obr. 5.1: a) Náčrt magnetického obvodu DC elektromagnetu, b) Náhradní schéma

5.1.1 Indukčnost

Pro sestavení dynamické rovnice indukčnosti využijeme obecný Hopkinsonův zákon. Dále budeme předpokládat lineární magnetický obvod, magnetické pole ve vzduchové mezeře je homogenní

$$F_m = \Phi \cdot R_m, \quad (5.1)$$

$$\Phi = \frac{F_m}{R_m} = \frac{N \cdot i}{R_m}. \quad (5.2)$$

Mezi magnetickým tokem a proudem existuje vzájemný vztah, ze kterého lze po úpravách sestavit rovnici pro výpočet indukčnosti

$$L \cdot i = \Phi \cdot N \Rightarrow L \cdot i = \frac{N \cdot i}{R_m} \cdot N \Rightarrow L = \frac{N^2}{R_m}. \quad (5.3)$$

Indukčnost cívky je potom závislá jen na souřadnici x

$$L(x) = \frac{N^2}{R_m(x)} \quad (5.4)$$

Magnetický odpor vzduchové mezery je $R_m = \frac{l}{\mu_0 \cdot S}$, kde l [m] je střední délka magnetické siločáry vzduchové mezery a S [m²] je plocha, kterou magnetické siločáry procházejí.

Celkový magnetický odpor tedy sestává z magnetických odporů horní a dolní vzduchové mezery R_{mv1} a R_{mv2}

$$R_{mv1} = \frac{x}{\mu_0 \cdot S}, \quad R_{mv2} = \frac{x}{\mu_0 \cdot S}, \quad (5.5)$$

$$R_m = R_{mv1} + R_{mv2} = \frac{x}{\mu_0 \cdot S} + \frac{x}{\mu_0 \cdot S} = \frac{2 \cdot x}{\mu_0 \cdot S} \quad (5.6)$$

Indukčnost jako funkce souřadnice x potom bude

$$L(x) = \frac{N^2}{R_m(x)} = \frac{N^2 \cdot S \cdot \mu_0}{2} \cdot \frac{1}{x} \quad (5.7)$$

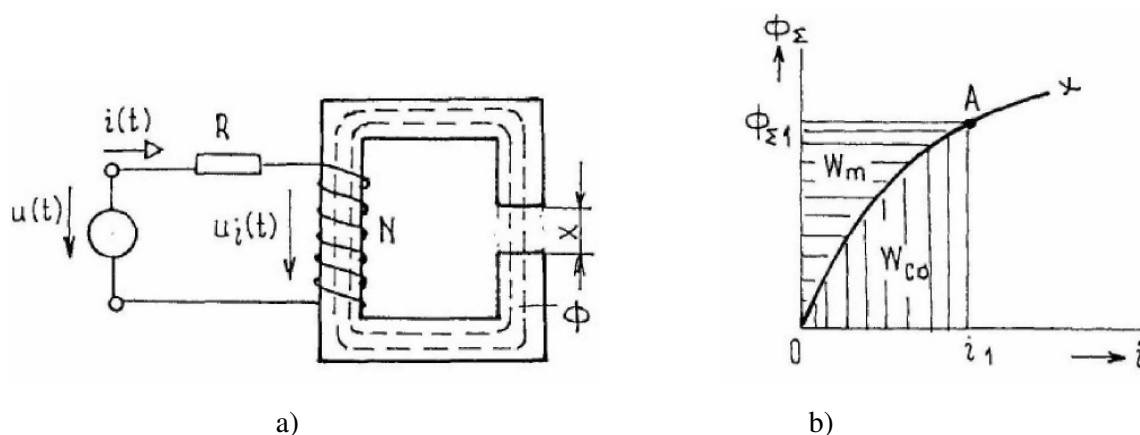
První zlomek ve výrazu $L(x)$ označíme jako

$$L_0 = \frac{N^2 \cdot S \cdot \mu_0}{2} \quad (5.8)$$

a indukčnost jako funkce souřadnice x je potom

$$L(x) = L_0 \cdot \frac{1}{x} \quad (5.9)$$

5.1.2 Energie a koenergie soustavy



Obr. 5.2: a) Elektromagnetická soustava s pevnou vzduchovou mezerou, b) Ampérweberová charakteristika soustavy ($\Phi_\Sigma = \Psi$) [4]

Na obrázku (**Obr. 5.2a**) je zobrazena jednoduchá elektromagnetická soustava s jednou budící cívkou a pevnou vzduchovou mezerou. Připojíme-li cívku elektromagnetu ke zdroji napětí u , můžeme psát podle II. Kirchhoffova zákona

$$u = R \cdot i + u_i \quad (5.10)$$

Pro indukované napětí na cívce u_i platí vztah

$$u_i = \frac{d\Psi}{dt} \quad (5.11)$$

Ve shora uvedených vztazích je R rezistance budící cívky, i je proud procházející závit cívky a Ψ je magnetický tok cívky spřažený s jejími závity ($\Psi = N \cdot \Phi$, kde Φ je magnetický tok jedním závitkem). Po úpravách dostaneme vztah

$$u = R \cdot i + \frac{d\Psi}{dt} \quad (5.12)$$

Rovnici vynásobíme proudem $i \, dt$ a po další korekci získáme rovnici

$$u \cdot i \, dt = R \cdot i^2 \, dt + i \, d\Psi, \quad (5.13)$$

kteřá vyjadřuje energetickou bilanci soustavy: za čas dt zdroj dodá do soustavy energii $u \cdot i \, dt$ a v cívce se disipuje energie $R \cdot i^2 \, dt$. Pro výraz $i \, d\Psi$ musí platit

$$i \, d\Psi = dW_m + F \, dx, \quad (5.14)$$

kde dW_m je přírůstek/úbytek energie magnetického pole a $F \, dx$ je práce vykonaná/získaná pohybem kotvy elektromagnetu. Pokud je kotva nepohyblivá, jako v našem ukázkovém případě, je $dW_m = i \, d\Psi$ a energie magnetického pole elektromagnetu lze vyjádřit vztahem

$$dW_m = \int_0^{\Psi} i \, d\Psi \quad (5.15)$$

Závislost W_m na i se nazývá ampérweberová charakteristika (**Obr. 5.2b**). Energii magnetického pole pak geometricky vyjadřuje vodorovně šrafovaná plocha nad křivkou grafu. Svisle šrafovaná plocha pod křivkou vyjadřuje magnetickou koenergii, jež je dána výrazem

$$dW_{co} = \int_0^i \Psi \, di \quad (5.16)$$

Oba shora uvedené vztahy platí obecně i pro nelineární soustavy.

Vraťme se k našemu postupu, kde máme určit obecnou koenergii soustavy v závislosti na vzduchové mezeře. Pro magnetickou koenergii lze odvodit

$$W_{co} = \int_0^i \Psi \, di = \int_0^i L \cdot i \, di = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2 \quad \Rightarrow \quad W_{co} = \frac{1}{2} \cdot L(x) \cdot i^2 \quad (5.17)$$

Tedy magnetická koenergie bude po dosazení indukčnosti (5.9) vyjádřena vztahem

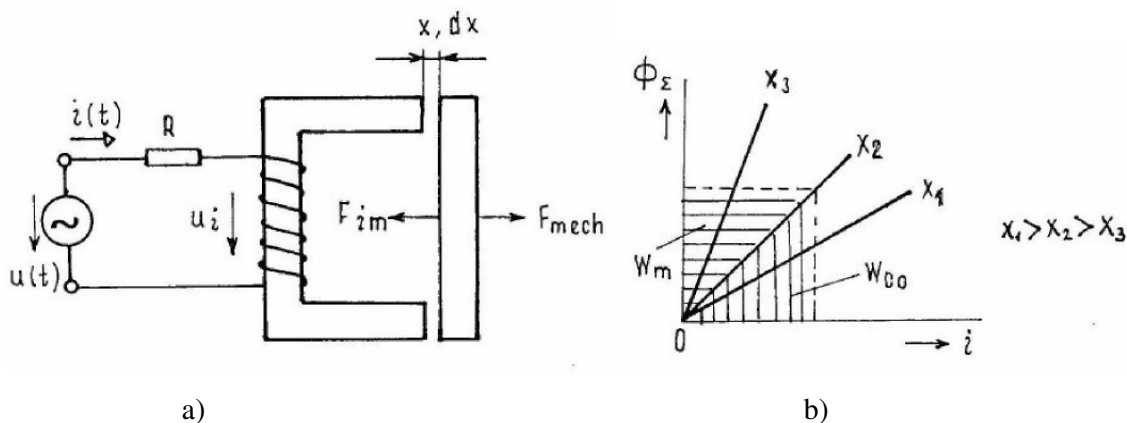
$$W_{co} = \frac{1}{2} \cdot L_0 \cdot \frac{1}{x} \cdot i^2 \quad (5.18)$$

Pro lineární případ elektromagnetické soustavy platí pro magnetickou energii (koenergií) následující rovnice

$$W_m = W_{co} = \frac{1}{2} \cdot B \cdot H \cdot V \quad , \quad (5.19)$$

kde $B [T]$ je magnetická indukce, $H [Am^{-1}]$ je intenzita magnetického pole a $V = S \cdot x [m^3]$ je objem vzduchové mezery [4].

5.1.3 Tahová síla elektromagnetu



Obr. 5.3: a) Elektromagnetická soustava s proměnnou vzduchovou mezerou, b) Ampérweberová charakteristika soustavy ($\Phi_\Sigma = \Psi$) [4]

Soustava vytváří tahovou sílu F_{im} magnetického původu, která působí proti vnějším mechanickým silám F_{mech} . Při odvození síly, kterou vytváří bezetrátová soustava na obrázku (Obr. 5.3a), budeme vycházet ze zákona zachování energie

$$dW_{el} = dW_m + dW_{mech} \quad , \text{ kde} \quad (5.20)$$

$dW_{el} = u \cdot i \, dt = i \, d\Psi$ je element energie dodané do soustavy ze zdroje,

$dW_{mech} = F_{im} \, dx$ je element mechanické práce, kterou soustava vykoná proti vnějším mechanickým silám F_{mech} ,

dW_m je změna magnetické energie soustavy při změně vzduchové mezery.

Výraz (5.20) lze upravit na tvar

$$F_{im} dx = i d\Psi - dW_m \quad (5.21)$$

Za předpokladu konstantního spřaženého magnetického toku Ψ při změně vzduchové mezery o dx lze pro sílu F_{im} z rovnice (5.21) psát

$$F_{im} = - \left(\frac{dW_m}{dx} \right)_{\Psi=\text{konst.}} \quad (5.22)$$

Pokud chceme sílu F_{im} vyjádřit pomocí magnetické koenergie, potom z ampérweberové charakteristiky (**Obr. 5.3b**) bude platit

$$W_m + W_{co} = i \cdot \Psi, \quad (5.23)$$

derivací a úpravou vztahu (5.23) dostaneme

$$dW_m = i d\Psi + \Psi di - W_{co} \quad (5.24)$$

Dosazením za dW_m do rovnice (5.24) obdržíme

$$F_{im} dx = -\Psi di + dW_{co} \quad (5.25)$$

Za předpokladu konstantního proudu i při změně vzduchové mezery o dx lze psát pro sílu F_{im} z rovnice (5.25)

$$F_{im} = \left(\frac{dW_{co}}{dx} \right)_{i=\text{konst.}} \quad (5.26)$$

Rovnice (5.22) a (5.26) jsou zcela ekvivalentní a vyjadřují vnitřní elektromagnetickou sílu soustavy působící na kotvu elektromagnetu. Rovnice můžeme názorně vysvětlit také graficky v podobě shora uvedené ampérweberové charakteristiky soustavy (**Obr. 5.3b**).

Směr působení síly F_{im} je vždy v tom směru, aby se změnou vzduchové mezery zmenšila magnetická energie soustavy (nebo zvětšila koenergie soustavy).

V našem případě pro sílu obecně mějme rovnici

$$F_{im} = - \frac{\partial W_m(\Psi, x)}{\partial x} = \frac{\partial W_{co}(i, x)}{\partial x} . \quad (5.27)$$

Po dosazení a derivaci

$$F_{im} = \frac{\partial W_{co}(i, x)}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{2} \cdot L_0 \cdot \frac{1}{x} \cdot i^2 \right\} = \frac{1}{2} \cdot L_0 \cdot \frac{1}{x^2} \cdot i^2 = \frac{1}{2 \cdot x^2} \cdot L_0 \cdot i^2 \quad (5.28)$$

Základní mechanická rovnice pro soustavu je

$$G \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + T \cdot \frac{dx}{dt} + k \cdot (x - l_0) - F_{im} + F_0 + G \cdot g = 0 \quad (5.29)$$

Dosazením vnitřní tahové síly do mechanické rovnice dostaneme kompletní rovnici pro mechanickou část

$$G \cdot \frac{d^2 x}{dt^2} + T \cdot \frac{dx}{dt} + k \cdot (x - l_0) - \frac{1}{2 \cdot x^2} \cdot L_0 \cdot i^2 + F_0 + G \cdot g = 0 \quad (5.30)$$

Rovnicí pro mechanickou část se zde nebudeme dále zabývat, neboť její řešení přesahuje rámec této práce [4].

5.1.4 Celková rovnice pro elektrickou část

Z obrázku (**Obr. 5.3b**) je zřejmé, že magnetická energie je funkcí spřaženého magnetického toku a velikosti vzduchové mezery $W_m = W_m(\Psi, x)$. Obdobně magnetická koenergie je funkcí proudu a velikosti vzduchové mezery $W_{co} = W_{co}(i, x)$. Podle II. Kirchhoffova zákona pro elektrickou část platí

$$u = R \cdot i + u_i = R \cdot i + \frac{d\Psi}{dt} \quad , \quad (5.31)$$

kde u_i je indukované napětí a lze pro něj psát

$$u_i = \frac{d\Psi(i, x)}{dt} = \frac{\partial \Psi}{\partial i} \cdot \frac{di}{dt} + \frac{\partial \Psi}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} = u_{it} + u_{ip} \quad , \quad (5.32)$$

kde u_{it} je transformační napětí, vzniklé časovou změnou proudu při $x = konst.$, a u_{ip} je pohybové napětí, které vznikne pohybem kotvy rychlostí $v = \frac{dx}{dt}$ za předpokladu konstantního proudu i . Při činnosti elektromagnetu, který soustava na obrázku (**Obr. 5.3a**) představuje, existují obě napětí současně.

Dále platí

$$\Psi = L(x) \cdot i = L_0 \cdot \frac{1}{x} \cdot i \quad \Rightarrow \quad \frac{d\Psi(i, x)}{dt} = L_0 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{di}{dt} + L_0 \cdot \frac{1}{x^2} \cdot i \cdot \frac{dx}{dt} \quad , \quad (5.33)$$

kde

$$u_{it} = L_0 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{di}{dt} \quad (5.34)$$

je transformační napětí a kde

$$u_{ip} = L_0 \cdot \frac{1}{x^2} \cdot i \cdot \frac{dx}{dt} \quad (5.35)$$

je pohybové napětí.

Dosazením těchto vztahů do rovnice pro elektrickou část získáme kompletní rovnici pro elektrickou část

$$u = R \cdot i + L_0 \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{di}{dt} + i \cdot L_0 \cdot \frac{1}{x^2} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (5.36)$$

Je nutno podotknout, že rovnice pro elektrickou část a mechanickou část jsou navzájem závislé a proto se musí řešit jako soustava [4][6].

5.2 Analytický rozbor stejnosměrného elektromagnetu

Podívejme se nyní na následující příklad [6]:

Je dána eletromechanická soustava s feromagnetickým jádrem a vzduchovou mezerou $x = 5\text{ mm}$, znázorněná na obrázku (**Obr. 5.1a**). Cívkou protéká stejnosměrný proud o velikosti $i = 1\text{ A}$. Počet závitů cívky je $N = 1000$, uvažujme konstantní relativní permeabilitu magnetického obvodu $\mu_r = 1000$. Průřez je konstantní $S = 4 \cdot 10^{-4}\text{ m}^2$ po celé délce, délka střední siločáry jádra $l_j = 0,22\text{ m}$ a délka střední siločáry kotvy $l_k = 0,1\text{ m}$.

Vypočítejme:

- magnetický odpor železného jádra a vzduchové mezery. Dále velikost magnetického toku, magnetické indukce, spřaženého magnetického toku a indukčnost cívky.
- celkovou magnetickou energii (koenergii) cívky z velikosti spřaženého magnetického toku a proudu.

Předpokládáme, že magnetický tok protéká pouze magnetickým obvodem (železným jádrem a vzduchovou mezerou) a to rovnoměrně celým jeho průřezem. Magnetickou indukci tedy uvažujeme v celém magnetickém obvodu za konstantní. Soustava je lineární.

Vypočteme celkový magnetický odpor jádra a kotvy

$$R_{mFe} = R_{mj} + R_{mk} \quad (5.37)$$

$$R_{mFe} = \frac{l_j}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S} + \frac{l_k}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S} \quad (5.38)$$

$$R_{mFe} = \frac{0,22}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1000 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} + \frac{0,1}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1000 \cdot 4 \cdot 10^{-4}}$$

$$\underline{R_{mFe} \doteq 636620 H^{-1}}$$

Magnetický odpor vzduchové mezery bude součtem magnetických odporů obou vzduchových mezer podle vztahu (5.6)

$$R_{mv} = R_{mv1} + R_{mv2} = \frac{2 \cdot x}{\mu_0 \cdot S}$$

$$R_{mv} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4 \cdot 10^{-4}}$$

$$\underline{R_{mv} \doteq 19894368 H^{-1}}$$

Celkový magnetický odpor potom bude součtem všech magnetických odporů v obvodu

$$R_m = R_{mFe} + R_{mv} \quad (5.39)$$

$$R_m = 636620 + 19894368$$

$$\underline{R_m \doteq 20530988 H^{-1}}$$

Následně lze vypočítat, s využitím vztahu (5.2), celkový magnetický tok

$$\Phi = \frac{N \cdot i}{R_m}$$

$$\Phi = \frac{1000 \cdot 1}{20530988}$$

$$\underline{\Phi \doteq 48,71 \cdot 10^{-6} Wb = 48,71 \mu Wb}$$

Dále magnetickou indukci (předpokládáme konstantní po celém průřezu včetně vzduchové mezery)

$$\Phi = B \cdot S \Rightarrow B = \frac{\Phi}{S} \quad (5.40)$$

$$B = \frac{48,71 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-4}}$$

$$\underline{B \doteq 0,1218 T}$$

Pro kontrolu vypočteme i velikost intenzity magnetického pole

$$B = H \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \Rightarrow H = \frac{B}{\mu_0 \cdot \mu_r} \quad (5.41)$$

$$H = \frac{0,1218}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1000}$$

$$\underline{H \doteq 96,925 \text{ Am}^{-1}}$$

Pro stanovení indukčnosti cívky podle (5.3) bude platit

$$L = \frac{N^2}{R_m}$$

$$L = \frac{1000^2}{20530988}$$

$$\underline{L \doteq 0,04871 H}$$

Celkový spřažený magnetický tok je součinem indukčnosti a proudu

$$\Psi = L \cdot i \quad (5.42)$$

$$\Psi = 0,04871 \cdot 1$$

$$\underline{\Psi \doteq 0,04871 \text{ Wb}}$$

Ze spřaženého magnetického toku a proudu určíme magnetickou energii (koenergii) elektromagnetu podle (5.22):

$$W_m = W_{co} = \frac{1}{2} \cdot i \cdot \Psi$$

$$W_m = W_{co} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 0,04871$$

$$\underline{W_m = W_{co} \doteq 0,02436 \text{ J} = 24,36 \text{ mJ}}$$

Pro stanovení vnitřní tahové síly elektromagnetu, tj. síly působící na kotvu, použijeme vztahu (5.26), do kterého za W_{co} dosadíme z rovnice (5.19)

$$F_{im} = \left(\frac{dW_{co}}{dx} \right)_{i=\text{konst.}} = \frac{d}{dx} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot B \cdot H \cdot V \right) = \frac{d}{dx} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot B \cdot \frac{B}{\mu_0} \cdot S \cdot 2 \cdot x \right)$$

Po úpravě a derivaci:

$$F_{im} = \frac{B^2 \cdot S}{\mu_0} \quad (5.43)$$

$$F_{im} = \frac{0,1218^2}{4\pi \cdot 10^{-7}} \cdot 4 \cdot 10^{-4}$$

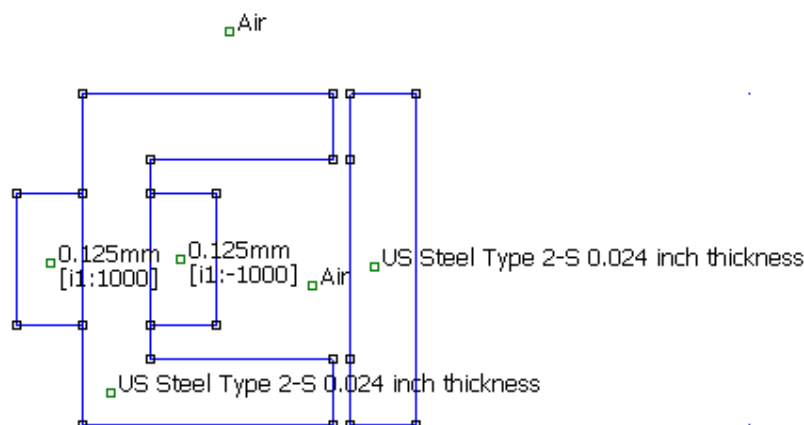
$$\underline{F_{im} \doteq 4,722 \text{ N}}$$

Výsledné magnetické pole elektromagnetu působí na kotvu tahovou silou $F_{im} \doteq 4,722 \text{ N}$.

5.3 Numerický rozbor stejnosměrného elektromagnetu

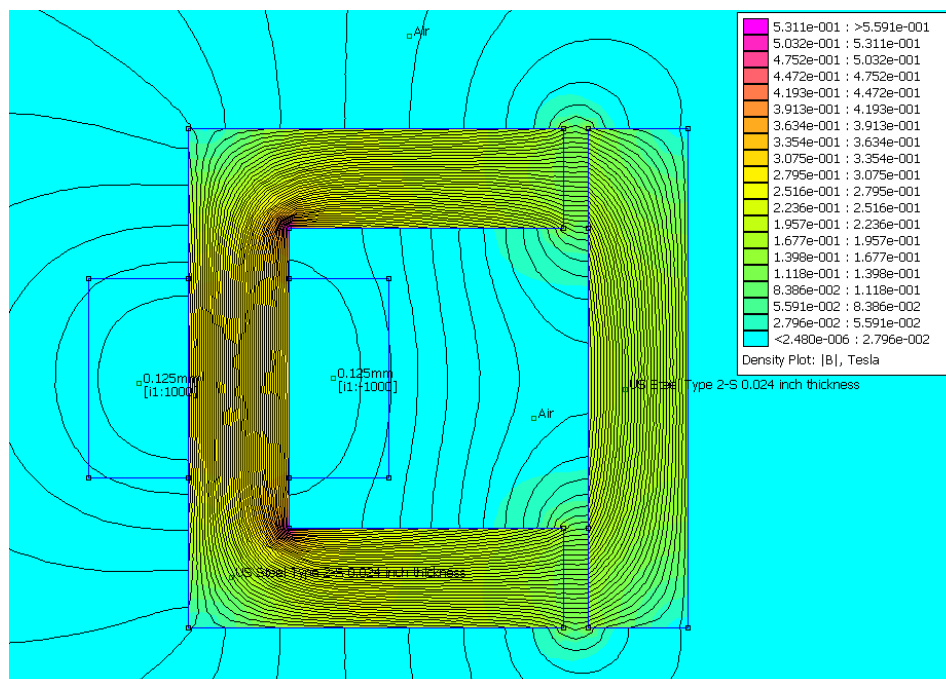
V programu FEMM 4.2 [11] jsme zakreslili elektromagnet podle rozměrů (**Obr. 5.1a**). Dále bylo nutno definovat pracovní prostředí pro co nejpřesnější výsledky. Jednotlivé materiály jsme schopni vybrat v materiálové knihovně a přesně definovat jejich vlastnosti dle zadání.

Následuje definice pracovních ploch, která je velmi důležitá pro konečný výsledek modelování (**Obr. 5.4**).

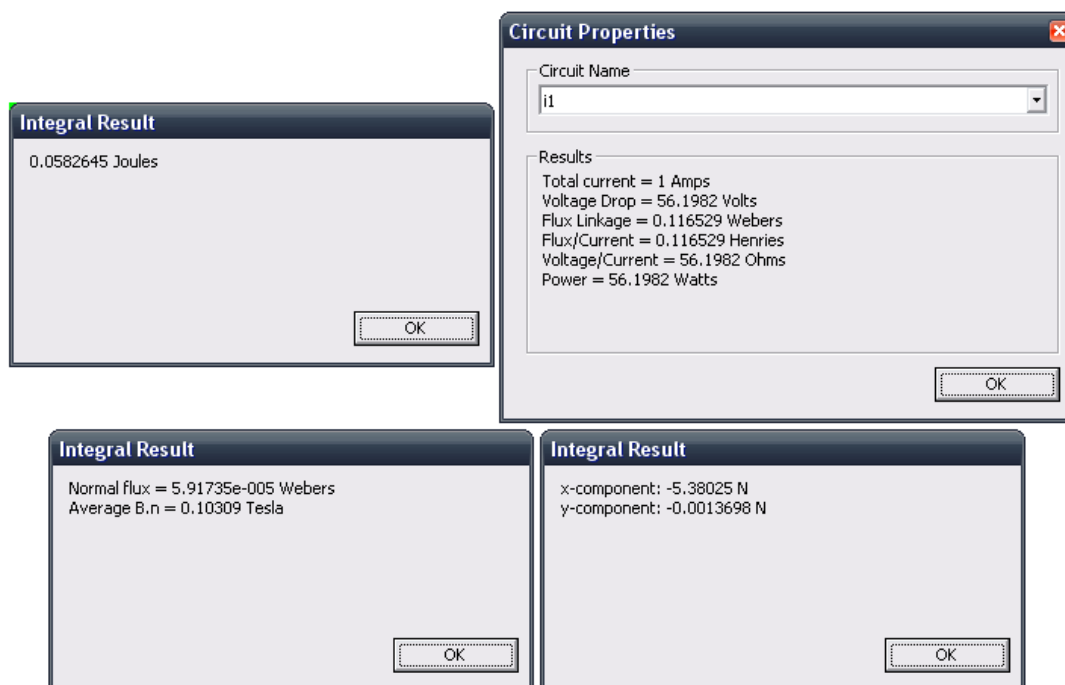


Obr. 5.4: Náčrt elektromagnetu v grafickém prostředí

Jako další krok provedeme prostřednictvím programu analýzu zadaných parametrů a necháme vykreslit výsledný model, včetně průběhu elektromagnetického pole a jeho součástí (magnetická indukce, intenzita magnetického pole atd.), které nás zajímají. Výsledný model je znázorněn na následujícím obrázku (**Obr. 5.5**), včetně výsledků analýzy (**Obr. 5.6**).



Obr. 5.5: Magnetického pole DC elektromagnetu



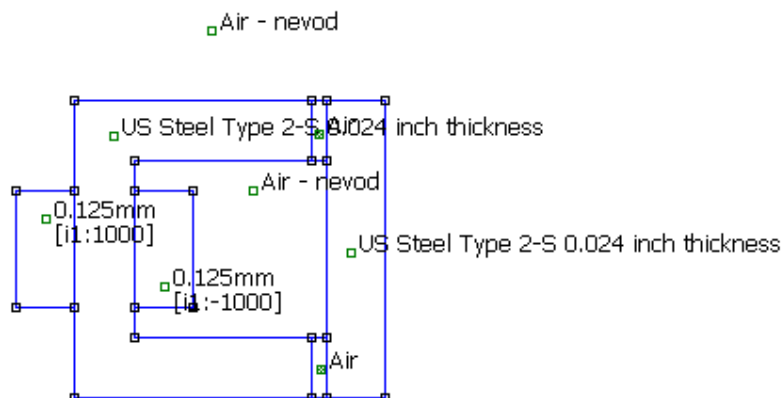
Obr. 5.6: Výsledné hodnoty elektromagnetického pole

Při porovnání analytických a numerických výsledků zjistíme, že se značně rozcházejí. Tento rozdíl je způsoben tím, že jsme při analytickém výpočtu elektromagnetu přijali značná zjednodušení. I když předpokládáme stejný magnetický tok po celém obvodu (sériové řazení), vzhledem k rozdílné magnetické vodivosti materiálu jádra a vzduchové mezery je efektivní průřez vzduchové mezery větší než průřez jádra (**Obr. 5.5**). Tím vzniká vyklenutí magnetického pole ve vzduchové mezeře, které není podchyceno při analytickém vyjádření.

Problémem je zde velmi zjednodušený analytický výpočet. **Pro snadné ověření analytického výpočtu a zvýraznění jeho nedostatků přijmeme podobná zjednodušení i v případě modelu FEMM – tj. znehodnotíme ho.**

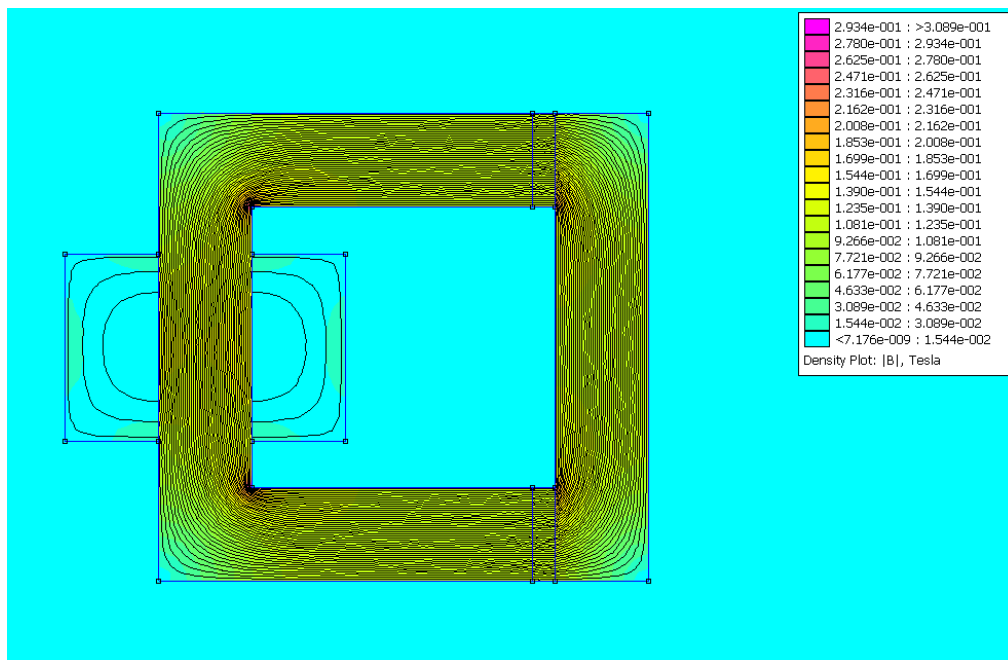
Shora uvedené rozdíly lze korigovat tím, že:

- definujeme přesně rozhraní vzduchové mezery, která tak bude stejného průřezu jako feromagnetikum (**Obr. 5.7**),
- definujeme relativní permeabilitu prostředí v okolí vzduchové mezery, která je $\mu_r = 1$, jako $\mu_r \rightarrow 0$.

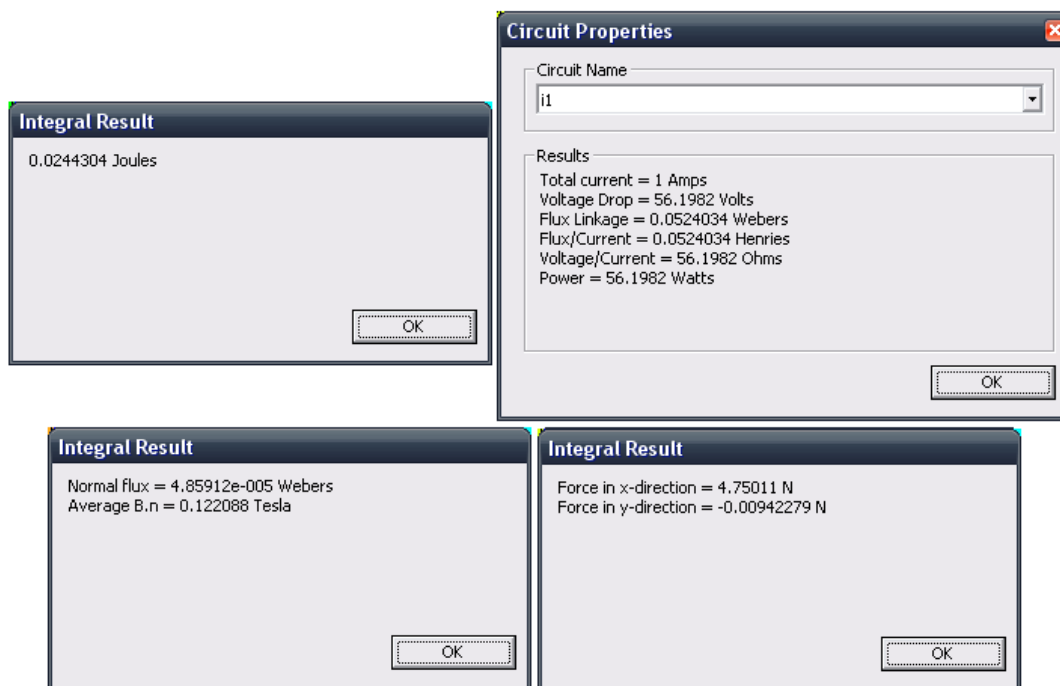


Obr. 5.7: Nové vymezení hranic vzduchové mezery DC elektromagnetu

Tímto způsobem do značné eliminujeme vzniknuvší rozdíly při předcházející analýze. Následující obrázek (**Obr. 5.8**) potvrzuje náš shora uvedený předpoklad a tentokrát jsou rozdíly opravdu zanedbatelné, jak je patrné z výsledků analýzy elektromagnetického pole (**Obr. 5.9**).



Obr. 5.8: Průběh elektromagnetického pole po korekci



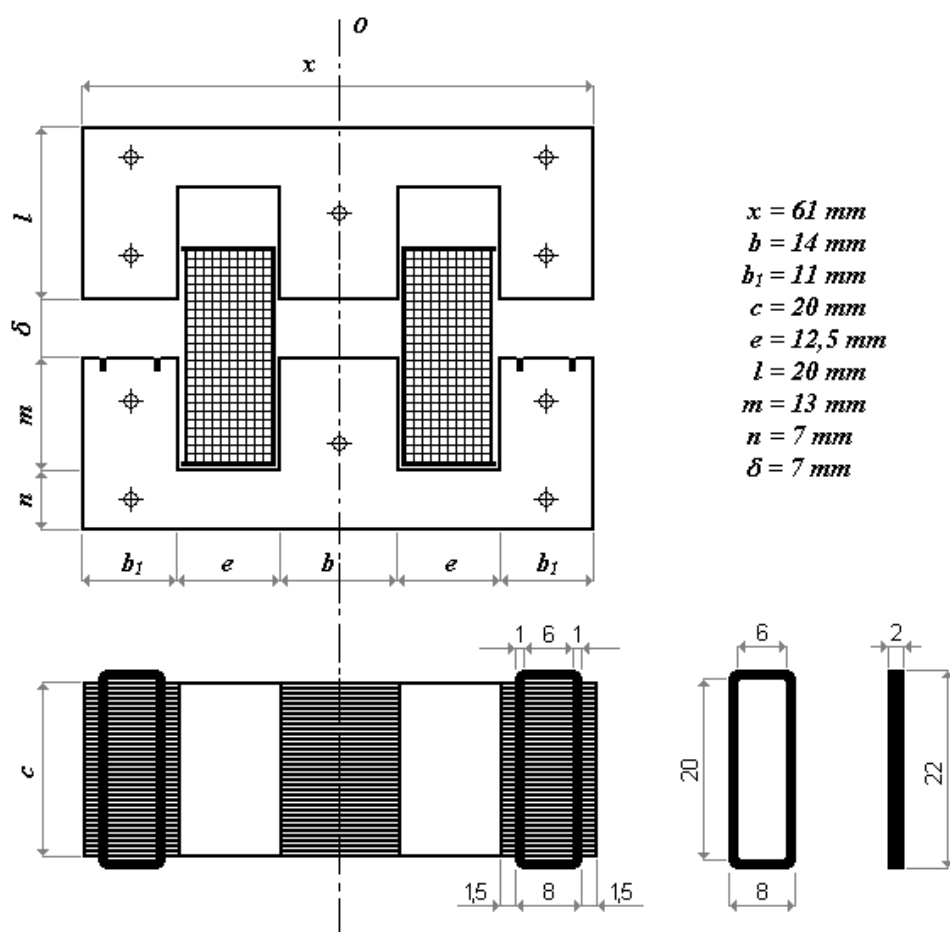
Obr. 5.9: Výsledné hodnoty elektromagnetického pole po korekci

6 ANALÝZA STŘÍDAVÉHO ELEKTROMAGNETU

Na obrázku (*Obr. 6.1*) je nakreslen plášťový střídavý jednofázový elektromagnet. U střídavého elektromagnetu je při zanedbání rozptylu během celého zdvihu elektromagnetu konstantní magnetický tok celého obvodu za předpokladu, že je tento tok spřažen se všemi závitů. Budící proud a magnetomotorické napětí se mění se vzduchovou mezerou.

Ve skutečnosti se poměry mění rozptylem. Změnou vzduchové mezery se mění i rozptyl, a tím i magnetický tok, který vytváří tah. Rozptylový tok se vyskytuje mezi navinutými částmi jádra.

Rozptyl můžeme charakterizovat jako neužitečnou část magnetického pole, která nepřispívá ke zvětšení tahu elektromagnetu. Na rozdíl od elektrického proudu, který je prakticky pouze ve vodiči, se magnetický tok šíří prostorem, a to tím více, čím více je feromagnetikum, jako vodič magnetického toku, syceno.



Obr. 6.1: Náčrten magnetického obvodu AC elektromagnetu s jeho rozměry

Magnetický tok prochází ve vzduchu paralelními cestami mezi sloupky elektromagnetu. Z tohoto důvodu musíme zpravidla, pro dosažení potřebného sycení ve feromagnetiku, zvětšovat magnetomotorické napětí, což v praxi znamená zvětšení proudu budící cívky.

Hlavním problémem je určení reluktancí (magnetických odporů) drah rozptylových toků. Velmi nesnadný, někdy dokonce neproveditelný, je výpočet rozptylových toků v prostoru, který zaujímá vinutí budící cívky, a také prostor v její blízkosti. Zpravidla se velikost rozptylových toků počítá z magnetických vodivostí, které se buď odhadnou, nebo se počítají z velmi zjednodušených vztahů.

Činitel rozptylu je definován jako poměr magnetického toku vybuzeného cívkou k užitečnému magnetickému toku a je dán vztahem

$$k_r = \frac{\Phi_c}{\Phi_U} \quad (6.1)$$

kde Φ_c [Wb] je magnetický tok vybuzený cívkou s N závitů,

Φ_U [Wb] je užitečný magnetický tok.

U elektromagnetů jsou užitečným tokem všechny složky magnetického toku vyvolující tahovou sílu elektromagnetu [7].

6.1 Analytický rozbor střídavého elektromagnetu

Nejdříve provedeme soupis veškerých faktů, které jsou o daném elektromagnetu k dispozici. Základem je náčrt magnetického obvodu (*Obr. 6.1*) s definicí jeho rozměrů. Cívka má **3200 závitů**, což bylo spočítáno na mechanické převíječce, a je vinuta měděným vodičem, jehož průměr je **0,16mm**. Vodič je opatřen vrstvou laku, jehož tloušťka je vzhledem k průměru měděného vodiče zanedbatelná. Cívka stykače je na střídavé napětí **230V, 50Hz**. Celková rezistance cívky byla změřena a její velikost je **205Ω**.

Pro případ časově proměnného magnetického toku, který prochází cívkou s N závitů, je napětí indukované v cívkě dáno vztahem

$$u = N \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad (6.2)$$

Při sinusově proměnném magnetickém poli, kdy

$$\Phi = \Phi_m \cdot \sin \omega \cdot t \quad (6.3)$$

se indukuje v cívkě napětí

$$u = N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = \omega \cdot N \cdot \Phi_m \cdot \cos \omega \cdot t \quad (6.4)$$

s amplitudou

$$U_m = \omega \cdot N \cdot \Phi_m \quad (6.5)$$

Potom lze pro vyjádření magnetického toku psát

$$\Phi_{mC} = \frac{U_m}{\omega \cdot N} = \frac{\sqrt{2} \cdot U}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot N} = \frac{U}{4,44 \cdot f \cdot N} \quad (6.6)$$

$$\Phi_{mC} = \frac{230}{4,44 \cdot 50 \cdot 3200}$$

$$\Phi_{mC} \doteq 3,238 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

respektive pro spřažený magnetický tok

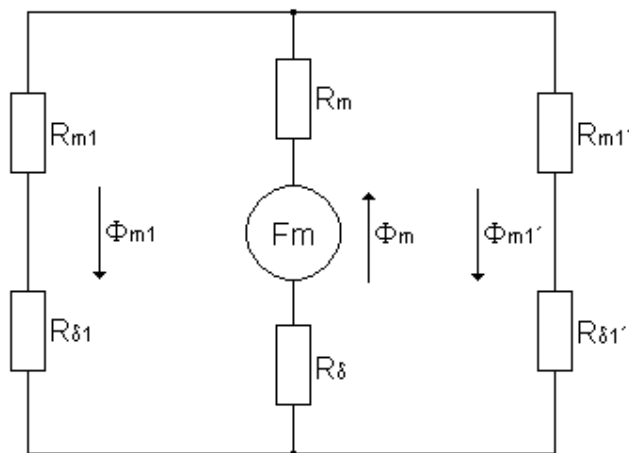
$$\Psi_m = \frac{U}{4,44 \cdot f} \quad (6.7)$$

$$\Psi_m = \frac{230}{4,44 \cdot 50}$$

$$\Psi_m = 1,036 \text{ Wb}$$

Ze vztahů (6.6) a (6.7) je zřejmé, že magnetický tok, tzn. i spřažený magnetický tok, je nepřímo úměrný kmitočtu napájecího napětí a jeho velikost téměř nezávisí na poloze kotvy.

Tento celkový magnetický tok prochází středním sloupkem a dále se rozděluje, v ideálním případě rovnoměrně, do obou krajních sloupků, jak je zřejmé z obrázku (**Obr. 6.2**).



Obr. 6.2: Rozdělení magnetického toku obvodem

Magnetický obvod je symetrický podle osy **O** (**Obr. 6.1**). Pro další postup nám tedy postačí počítat magnetické veličiny jedné větve. Ve druhé větvi budou hodnoty totožné.

Jak už jsme uvedli výše, je magnetický tok vybuzen cívku, přičemž část tohoto toku se „ztrácí“ rozptylem. Pro další postup je nutno určit velikost užitečného magnetického toku a tím i magnetické indukce, jejíž velikost je na magnetickém toku závislá.

Nejprve je však třeba stanovit celkový magnetický odpor obvodu, tj. magnetický odpor všech vzduchových mezer a feromagnetického materiálu. Pro magnetický odpor vzduchových mezer odvodíme, s přihlédnutím k symetrii magnetického obvodu (**Obr. 6.1**), následující vztah

$$R_{m\delta \text{ celk.}} = R_{m\delta} + \frac{R_{m\delta 1} \cdot R_{m\delta 1'}}{R_{m\delta 1} + R_{m\delta 1'}} = R_{m\delta} + \frac{R_{m\delta 1}}{2} \quad (6.8)$$

$$R_{m\delta \text{ celk.}} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \left(\frac{\delta}{S_{\delta} \cdot \epsilon_1^2} + \frac{\delta}{2 \cdot S_{\delta 2} \cdot \epsilon_2^2} \right)$$

$$R_{m\delta \text{ celk.}} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \cdot \left(\frac{0,007}{2,8 \cdot 10^{-4} \cdot 1,3^2} + \frac{0,007}{2 \cdot 2,2 \cdot 10^{-4} \cdot 1,33^2} \right)$$

$$\underline{R_{m\delta \text{ celk.}} \doteq 18\,928\,835\,H^{-1}}$$

Pro magnetický odpor feromagnetického materiálu zvolíme, vzhledem k nesteržnému průřezu feromagnetika, poněkud jiný postup. Magnetický obvod si rozdělíme na dílčí části se stejnými průřezů. Dále počítáme podobně, jako v předchozím případě.

$$R_{mFe} = \frac{2}{2 \cdot \mu_r \cdot \mu_0 \cdot c} \cdot \left(\frac{l}{\frac{b}{2}} + \frac{e}{n} + \frac{l}{b_1} \right) \quad (6.9)$$

$$R_{mFe} = \frac{1}{3500 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \cdot 0,02} \cdot \left(\frac{0,02}{0,007} + \frac{0,0125}{0,007} + \frac{0,02}{0,011} \right)$$

$$\underline{R_{mFe} \doteq 73\,450\,H^{-1}}$$

kde μ_r je průměrná relativní permeabilita feromagnetika (transformátorový plech) vypočítaná na základě charakteristiky průběhu $B = f(H)$ z grafu (**Obr. 3.1**), hodnoty byly odečteny na lineární části charakteristiky a zprůměrovány. Potom celkový magnetický odpor bude

$$R_m = R_{m\delta \text{ celk.}} + R_{mFe} \quad (6.10)$$

$$R_m = 18\,928\,835 + 73\,450$$

$$\underline{R_m \doteq 19\,002\,285\,H^{-1}}$$

Indukčnost cívky v rozeprnuté poloze se určí jako podíl druhé mocniny závitů a celkového magnetického odporu

$$L_p = \frac{N^2}{R_m} \quad (6.11)$$

$$L_p = \frac{3\,200^2}{19\,002\,285}$$

$$\underline{L_p \doteq 0,539\,H}$$

Následně lze vypočítat indukční reaktanci cívky

$$X_{L_p} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_p \quad (6.12)$$

$$X_{L_p} = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 0,539$$

$$\underline{X_{L_p} \doteq 169\,\Omega}$$

Vzhledem k tomu, že činný odpor cívky je poměrně velké hodnoty a je větší než induktivní reaktance cívky, nelze jej ve výpočtu celkového proudu opomenout. Amplitudu proudu cívky lze vypočítat ze vztahu

$$I_{mp} = \frac{\sqrt{2} \cdot U}{\sqrt{(R^2 + X_{L_p}^2)}} \quad (6.13)$$

$$I_{mp} = \frac{\sqrt{2} \cdot 230}{\sqrt{(205^2 + 169^2)}}$$

$$\underline{I_{mp} \doteq 1,224\,A}$$

Nyní můžeme přikročit k výpočtu užitečného magnetického toku obvodem. Využijeme Hopkinsonova zákona podle (5.1), ze kterého vyjádříme vztah pro magnetický tok

$$F_m = \Phi_m \cdot R_m \Rightarrow \Phi_m = \frac{F_m}{R_m} = \frac{N \cdot I_{mp}}{R_m} \quad (6.14)$$

$$\Phi_m = \frac{3\,200 \cdot 1,224}{19\,002\,285}$$

$$\underline{\Phi_m \doteq 2,061 \cdot 10^{-4}\,Wb}$$

Činitel rozptylu v tomto případě bude podle (6.1)

$$k_r = \frac{\Phi_{mC}}{\Phi_m}$$

$$k_r = \frac{3,238 \cdot 10^{-4}}{2,061 \cdot 10^{-4}}$$

$$\underline{k_r \doteq 1,57}$$

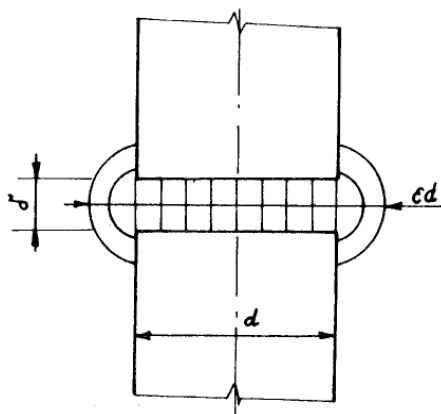
Celkový užitečný magnetický tok se dále rozdělí, předpokládáme, že rovnoměrně, do obou krajních sloupků.

$$\Phi_{m1} = \Phi_{m1'} = \frac{\Phi_m}{2} \quad (6.15)$$

$$\Phi_{m1} = \Phi_{m1'} = \frac{2,061 \cdot 10^{-4}}{2}$$

$$\underline{\Phi_{m1} = \Phi_{m1'} \doteq 1,031 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}}$$

Indukční čáry, nacházející se ve vzduchové mezeře magnetického obvodu, neprocházejí v celém jejím průtočném průřezu rovnoběžně a přímočaře. Pokud je vzduchová mezera vzhledem ke svým příčným rozměrům krátká, pak se dá předpokládat, že v osově oblasti bude magnetické pole homogenní, tzn. že magnetická indukce tam bude konstantní. V okrajových oblastech bude ovšem docházet ke snížení magnetické indukce v důsledku vyklenutí siločar magnetického toku na hranách pólů, případně pólového nástavce (**Obr. 6.3**) [7].



Obr. 6.3: Činitel vyklenutí a tvar magnetického pole ve vzduchové mezeře [7]

Početně lze podchytit vliv vyklenutí siločar na hranách pólů pomocí činitele vyklenutí magnetického toku daného empirickým vztahem

$$\varepsilon = 1 + \frac{\delta}{d} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\delta}{d} \right)^2, \quad (6.16)$$

který platí do $\frac{\delta}{d} = 1$, tzn. až do délky vzduchové mezery rovné průměru pólového nástavce.

Písmeno d je pomocný průměr středního sloupku, který vznikne odvozením z vodivosti ekvivalentního prostoru mezi soustřednými válci (odvození např. [7]). Pro jeho výpočet použijeme vztah pro geometrický obsah kruhu. Pro střední sloupek potom můžeme psát

$$r = \sqrt{\frac{S_\delta}{\pi}} = \sqrt{\frac{b \cdot c}{\pi}} \quad (6.17)$$

$$r = \sqrt{\frac{0,014 \cdot 0,02}{\pi}} = \sqrt{\frac{2,8 \cdot 10^{-4}}{\pi}}$$

$$r \doteq 9,44 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \Rightarrow \underline{d \doteq 0,0189 \text{ m}}$$

a po dosazení do vztahu (6.16) dostaneme

$$\varepsilon = 1 + \frac{\delta}{d} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\delta}{d} \right)^2$$

$$\varepsilon = 1 + \frac{0,007}{0,0189} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0,007}{0,0189} \right)^2$$

$$\underline{\varepsilon \doteq 1,3}$$

Tentýž výpočet provedeme pro vzduchovou mezeru krajního sloupku. Pomocný průměr bude

$$r_1 = \sqrt{\frac{S_{\delta 1}}{\pi}} = \sqrt{\frac{b_2 \cdot c}{\pi}} = \sqrt{\frac{0,011 \cdot 0,020}{\pi}} \quad (6.18)$$

$$r_1 = \sqrt{\frac{0,011 \cdot 0,020}{\pi}} = \sqrt{\frac{2,2 \cdot 10^{-4}}{\pi}}$$

$$r_1 \doteq 8,368 \cdot 10^{-3} \text{ mm} \Rightarrow \underline{d_1 \doteq 0,0167 \text{ m}}$$

Činitel vyklenutí magnetického pole krajního sloupku podle (6.16) potom bude

$$\varepsilon_1 = 1 + \frac{\delta}{d_1} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\delta}{d_1} \right)^2$$

$$\varepsilon_1 = 1 + \frac{0,007}{0,0167} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0,007}{0,0167} \right)^2$$

$$\underline{\varepsilon_1 \doteq 1,33}$$

Následně lze vypočítat maximální velikost magnetické indukce ve feromagnetiku středního sloupku

$$B_{mFe} = \frac{\Phi_m}{S_{Fe}} \quad (6.19)$$

$$B_{mFe} = \frac{2,061 \cdot 10^{-4}}{2,8 \cdot 10^{-4}}$$

$$\underline{B_{mFe} \doteq 0,736 T}$$

a takéž maximální hodnotu magnetické indukce ve vzduchové mezeře středního sloupku. Pro tento výpočet budeme uvažovat vliv vyklenutí magnetického pole činitelem vyklenutí magnetického pole, viz. (6.16)

$$B_{m\delta} = \frac{\Phi_m}{S_{\delta} \cdot \epsilon^2} \quad (6.20)$$

$$B_{m\delta} = \frac{2,061 \cdot 10^{-4}}{2,8 \cdot 10^{-4} \cdot 1,3^2}$$

$$\underline{B_{m\delta} \doteq 0,436 T}$$

Maximální velikost magnetické indukce feromagnetika krajních sloupků bude

$$B_{mFe1} = B_{mFe1'} = \frac{\Phi_{m1}}{S_{Fe1}} \quad (6.21)$$

$$B_{mFe1} = B_{mFe1'} = \frac{1,031 \cdot 10^{-4}}{2,2 \cdot 10^{-4}}$$

$$\underline{B_{mFe1} = B_{mFe1'} \doteq 0,469 T}$$

a maximální velikost magnetické indukce vzduchové mezery krajních sloupků následně

$$B_{m\delta1} = B_{m\delta1'} = \frac{\Phi_{m1}}{S_{\delta1} \cdot \epsilon_1^2} \quad (6.22)$$

$$B_{m\delta1} = B_{m\delta1'} = \frac{1,031 \cdot 10^{-4}}{2,2 \cdot 10^{-4} \cdot 1,33^2}$$

$$\underline{B_{m\delta1} = B_{m\delta1'} \doteq 0,265 T}$$

Dále vypočítáme hodnotu užitečného spřaženého magnetického toku, který je rovněž ponížěn o činitel rozptylu

$$\Psi_{mp} = L_p \cdot I_{mp} \quad (6.23)$$

$$\Psi_{mp} = 0,539 \cdot 1,224$$

$$\underline{\Psi_{mp} \doteq 0,66 Wb}$$

Maximální magnetomotorické napětí v době přitahu bude

$$F_{m \max, p} = N \cdot I_{mp} \quad (6.24)$$

$$F_{m \max, p} = 3200 \cdot 1,224$$

$$\underline{F_{m \max, p} \doteq 3917 \text{ A}}$$

a pro energii magnetického pole celého elektromagnetu platí následující vztah

$$W_{mp} = \frac{1}{2} \cdot L_p \cdot I_p^2 \quad (6.25)$$

$$W_{mp} = \frac{1}{2} \cdot 0,539 \cdot \left(\frac{1,224}{\sqrt{2}} \right)^2$$

$$\underline{W_{mp} \doteq 0,202 \text{ J}}$$

Než přistoupíme k výpočtu tahové síly elektromagnetu, zbývá ještě určit vliv a účinek tlumících závitů na celkovou tahovou sílu elektromagnetu. K tomu potřebujeme znát rezistivitu a proud tlumícího závitu.

Pro další postup je nutno nejprve stanovit činitele vyklenutí magnetického pole v sepnutém stavu. Z toho důvodu provedeme analýzu elektromagnetu v sepnutém stavu a na závěr vypočítáme tahové síly v mezních stavech elektromagnetu i s účinkem tlumících závitů.

Následuje tedy analýza elektromagnetu v další mezní poloze, tj. v sepnuté poloze. V tomto případě je vzduchová mezera téměř nulová, udává se s určitou rezervou 0,01 mm (viz. např. [7]), vzhledem k nerovnostem povrchu při dosedu ploch sloupků. Magnetický odpor feromagnetika zůstává stejný, magnetický odpor vzduchové mezery se rapidně zmenší a je nutno ho znovu pro další postup přepočítat. Dříve než přistoupíme k tomuto kroku, je nutno stanovit činitele vyklenutí magnetického pole pro tento stav. Ekvivalentní průměry zůstávají v platnosti, změnila se pouze vzduchová mezera. V tom případě pro střední sloupek bude dle vztahu (6.16) platit

$$\varepsilon_0 = 1 + \frac{\delta_0}{d} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\delta_0}{d} \right)^2$$

$$\varepsilon_0 = 1 + \frac{0,00001}{0,0189} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0,00001}{0,0189} \right)^2$$

$$\underline{\varepsilon_0 \doteq 1,000529}$$

a pro krajní sloupek

$$\varepsilon_{01} = 1 + \frac{\delta_0}{d_1} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\delta_0}{d_1} \right)^2$$

$$\varepsilon_{01} = 1 + \frac{0,00001}{0,0167} - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{0,00001}{0,0167} \right)^2$$

$$\underline{\varepsilon_{01} \doteq 1,0005986}$$

Nyní lze přistoupit k výpočtu celkovému magnetického odporu ve vzduchových mezerách. Pro jeho stanovení využijeme již výše uvedeného vztahu podle (6.8) a přepočtených činitelů vyklenutí magnetického pole

$$R_{m\delta 0 \text{ celk.}} = R_{m\delta 0} + \frac{R_{m\delta 01} \cdot R_{m\delta 01'}}{R_{m\delta 01} + R_{m\delta 01'}} = R_{m\delta 0} + \frac{R_{m\delta 01}}{2}$$

$$R_{m\delta 0} = \frac{1}{\mu_0} \cdot \left(\frac{\delta_0}{S_\delta \cdot \varepsilon_1^2} + \frac{\delta_0}{2 \cdot S_{\delta 2} \cdot \varepsilon_2^2} \right)$$

$$R_{m\delta 0} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}} \cdot \left(\frac{0,00001}{2,8 \cdot 10^{-4} \cdot 1,000529^2} + \frac{0,00001}{2 \cdot 2,2 \cdot 10^{-4} \cdot 1,0005986^2} \right)$$

$$\underline{R_{m\delta 0} \doteq 46\,455\,H^{-1}}$$

Magnetický odpor feromagnetika zůstává stejný

$$R_{mFe} \doteq 73450\,H^{-1}$$

a celkový magnetický odpor elektromagnetu v sepnuté poloze bude podle (6.10)

$$R_{m0} = R_{m\delta 0} + R_{mFe}$$

$$R_{m0} = 46\,455 + 73\,450$$

$$\underline{R_{m0} \doteq 119\,905\,H^{-1}}$$

Dále bude následovat stejný postup, jako v případě elektromagnetu v rozepnuté poloze. Indukčnost cívky se opět určí jako podíl druhé mocniny závitů a celkového magnetického odporu

$$L_0 = \frac{N^2}{R_{m0}} \tag{6.26}$$

$$L_0 = \frac{3200^2}{119\,905}$$

$$\underline{L_0 \doteq 85,4\,H}$$

Induktivní reaktance cívky potom

$$X_{L0} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_0 \quad (6.27)$$

$$X_{L0} = 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 85,4$$

$$\underline{X_{L0} \doteq 26\,830\,\Omega}$$

Amplituda proudu budící cívky v sepnuté poloze

$$I_{m0} = \frac{\sqrt{2} \cdot U}{\sqrt{(R^2 + X_{L0}^2)}} \quad (6.28)$$

$$I_{m0} = \frac{\sqrt{2} \cdot 230}{\sqrt{(205^2 + 23\,830^2)}}$$

$$\underline{I_{m0} \doteq 0,0121\,A}$$

Nyní můžeme vypočítat užitečný magnetický tok obvodu v sepnuté poloze

$$\Phi_{m0} = \frac{N \cdot I_{mp0}}{R_{m0}} \quad (6.29)$$

$$\Phi_{m0} = \frac{3\,200 \cdot 0,0121}{119\,905}$$

$$\underline{\Phi_{m0} \doteq 3,229 \cdot 10^{-4}\,Wb}$$

Činitel rozptylu bude podle (6.1)

$$k_r = \frac{\Phi_{mC}}{\Phi_{m0}}$$

$$k_r = \frac{3,238 \cdot 10^{-4}}{3,229 \cdot 10^{-4}}$$

$$\underline{k_r \doteq 1,003}$$

Užitečný magnetický tok se opět rozdělí na dvě, předpokládejme, že stejné části

$$\Phi_{m10} = \Phi_{m10'} = \frac{\Phi_{m0}}{2} \quad (6.30)$$

$$\Phi_{m10} = \Phi_{m10'} = \frac{3,229 \cdot 10^{-4}}{2}$$

$$\underline{\Phi_{m10} = \Phi_{m10'} \doteq 1,615 \cdot 10^{-4}\,Wb}$$

Magnetická indukce ve vzduchové mezeře středního sloupku bude

$$B_{m\delta 0} = \frac{\Phi_{m0}}{S_{\delta} \cdot \epsilon_0^2} \quad (6.31)$$

$$B_{m\delta 0} = \frac{3,229 \cdot 10^{-4}}{2,8 \cdot 10^{-4} \cdot 1,000529^2}$$

$$\underline{B_{m\delta 0} \doteq 1,152 \text{ T}}$$

a magnetická indukce ve feromagnetiku středního sloupku

$$B_{mFe0} = \frac{\Phi_{m0}}{S_{\delta}} \quad (6.32)$$

$$B_{mFe0} = \frac{3,2299 \cdot 10^{-4}}{2,8 \cdot 10^{-4}}$$

$$\underline{B_{mFe0} \doteq 1,153 \text{ T}}$$

Potom magnetická indukce ve vzduchu krajních sloupků bude

$$B_{m\delta 01} = B_{m\delta 01'} = \frac{\Phi_{m10}}{S_{\delta} \cdot \epsilon_{01}^2} \quad (6.33)$$

$$B_{m\delta 01} = B_{m\delta 01'} = \frac{1,615 \cdot 10^{-4}}{2,2 \cdot 10^{-4} \cdot 1,0005986^2}$$

$$\underline{B_{m\delta 01} = B_{m\delta 01'} \doteq 0,733 \text{ T}}$$

a magnetická indukce ve feromagnetiku krajních sloupků

$$B_{mFe01} = B_{mFe01'} = \frac{\Phi_{m10}}{S_{\delta}} \quad (6.34)$$

$$B_{mFe01} = B_{mFe01'} = \frac{1,615 \cdot 10^{-4}}{2,2 \cdot 10^{-4}}$$

$$\underline{B_{mFe01} = B_{mFe01'} \doteq 0,734 \text{ T}}$$

Užitečný spřažený magnetický tok potom bude

$$\Psi_{m0} = L_0 \cdot I_{m0} \quad (6.35)$$

$$\Psi_{m0} = 85,4 \cdot 0,0121$$

$$\underline{\Psi_{m0} \doteq 1,033 \text{ Wb}}$$

Maximální magnetomotorické napětí v sepnuté poloze bude

$$F_{m \max, 0} = N \cdot I_{m0} \quad (6.36)$$

$$F_{m \max, 0} = 3200 \cdot 0,0121$$

$$\underline{F_{m \max, 0} = 38,72 \text{ A}}$$

a pro energii magnetického pole celého elektromagnetu bude platit již známý vztah

$$W_{m0} = \frac{1}{2} \cdot L_0 \cdot I_0^2 \quad (6.37)$$

$$W_{m0} = \frac{1}{2} \cdot 85,4 \cdot \left(\frac{0,0121}{\sqrt{2}} \right)^2$$

$$\underline{W_{m0} \doteq 0,003126 \text{ J} = 3,126 \text{ mJ}}$$

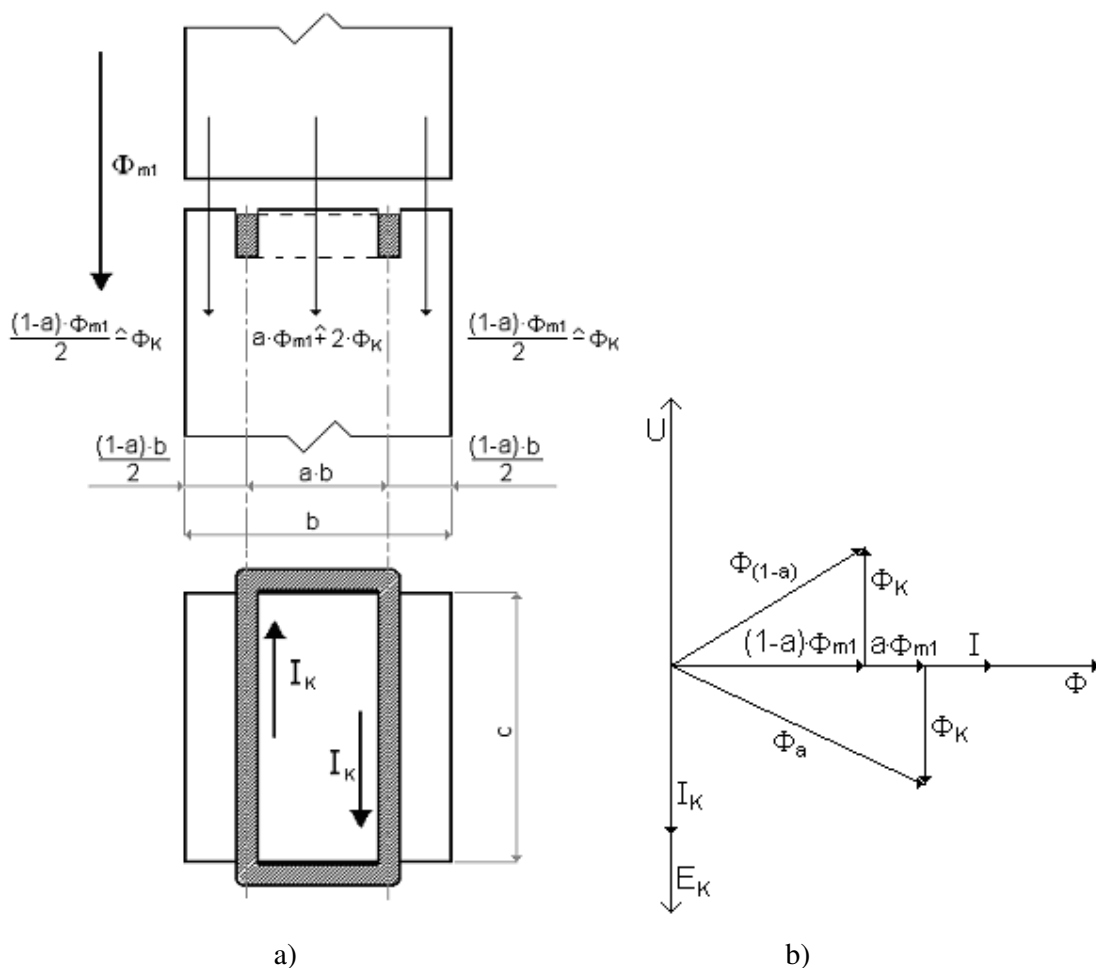
Jak již bylo uvedeno v kapitole 2, tlumícím závitem se tlumí nežádoucí jevy, které vznikají tím, že tažná síla elektromagnetu kmitá s dvojnásobnou frekvencí kmitočtu napájecího napětí. Kmitání síly od nulové do maximální hodnoty způsobuje chvění a hlučnost elektromagnetu, neboť dochází koncem každé půlvlny proudu k odskakování kotvy působením záběrné síly [7]. Vlivem časového posunu magnetického toku v závitě se dosáhne toho, že stahová síla elektromagnetu neklesá během periody k nule a tím sníží se i hlučnost elektromagnetu. Zároveň se dosáhne větší tahové síly elektromagnetu.

Na následujícím obrázku (**Obr. 6.5a**) je nakresleno umístění tlumícího závitu a na obrázku následujícím (**Obr. 6.5b**) příslušný fázorový diagram, který je pouze pro ilustraci a pro $\Phi_K = 0,5 \cdot \Phi$ [7].

Znak a značí tzv. stínění pólu, které můžeme určit za následujících zjednodušených předpokladů:

- zanedbá se činný odpor budící cívky
- zanedbá se induktivní reaktance tlumícího závitu
- všechny toky jsou sinusové
- magnetický tok je ve styčných plochách rovnoměrně rozložen
- magnetická vodivost feromagnetika je nekonečně velká

Budící cívka vybudí magnetický tok Φ_m . Část tohoto toku prochází tlumícím závitěm jako Φ_{m1} a indukuje v něm elektromotorické napětí E_K , které způsobí v závitě nakrátko proud I_K . Tento proud vytvoří magnetický tok Φ_K , který se uzavírá kolem tlumícího závitu [7].



Obr. 6.4: a) Průběh magnetického toku tlumícím závitem, b) fázorový diagram (informativní)

Tlumícím závitem prochází magnetický tok

$$a \cdot \Phi_{m1} \hat{=} 2 \cdot \Phi_K \quad (6.38)$$

mimo tlumící závit prochází magnetický tok

$$(1-a) \cdot \Phi_{m1} \hat{=} 2 \cdot \Phi_K \quad (6.39)$$

Magnetický tok musí být zachován, neboť je při daném napájecím napětí vnucen budící cívkou. Podle fázorového diagramu (**Obr. 6.5**) musí platit

$$\Phi_{m1} = (a \cdot \Phi_{m1} \hat{=} 2 \cdot \Phi_K) \hat{+} ((1-a) \cdot \Phi_{m1} \hat{=} 2 \cdot \Phi_K) \quad (6.40)$$

Při zanedbání činného odporu budící cívky je proud I o $\frac{\pi}{2}$ spožděn za napětím U . Magnetický tok Φ_{m1} je ve fázi s proudem I . Zanedbá-li se indukčnost tlumícího závitu, je proud

I_K ve fázi s elektromotorickým napětím E_K , tedy o $\frac{\pi}{2}$ spožděn za proudem I . Tím jsou fázory magnetických toků Φ_{m1} a Φ_K k sobě kolmé a výsledný magnetický tok tlumícím závitem bude

$$\Phi_a = \sqrt{a^2 \cdot \Phi_{m1}^2 + 4 \cdot \Phi_K^2} \quad (6.41)$$

Magnetický tok mimo závit potom

$$\Phi_{(1-a)} = \sqrt{(1-a)^2 \cdot \Phi_{m1}^2 + 4 \cdot \Phi_K^2} \quad (6.42)$$

Tah elektromagnetu bez vlivu tlumícího závitu je úměrný

$$F_{\max} = \frac{B_m^2 \cdot S}{2 \cdot \mu_0} = \frac{\Phi_m^2}{2 \cdot \mu_0 \cdot S} \quad (6.43)$$

Celková síla obou dílčích tahů, tj. tahu části sloupku bez tlumícího závitu a tahu části sloupku se závitem potom bude

$$\begin{aligned} F_{\max} &= \frac{1}{2 \cdot \mu_0 \cdot \varepsilon_1^2} \cdot \left(\frac{\Phi_a^2}{a \cdot S} + \frac{\Phi_{(1-a)}^2}{(1-a) \cdot S} \right) \\ F &= \frac{1}{2 \cdot \mu_0 \cdot \varepsilon_1^2} \cdot \left(\frac{a^2 \cdot \Phi_{m1}^2 + 4 \cdot \Phi_K^2}{a \cdot S} + \frac{(1-a)^2 \cdot \Phi_{m1}^2 + 4 \cdot \Phi_K^2}{(1-a) \cdot S} \right) \\ F_{\max} &= \frac{1}{2 \cdot \mu_0 \cdot \varepsilon_1^2} \cdot \left(\frac{a \cdot \Phi_{m1}^2}{S} + \frac{4 \cdot \Phi_K^2}{a \cdot S} + \frac{(1-a) \cdot \Phi_{m1}^2}{S} + \frac{4 \cdot \Phi_K^2}{(1-a) \cdot S} \right) \\ F_{\max} &= \frac{1}{2 \cdot \mu_0 \cdot S \cdot \varepsilon_1^2} \cdot \left(\Phi_{m1}^2 + \frac{\Phi_K^2}{(a-a^2)} \right) \end{aligned} \quad (6.44)$$

Magnetický tok Φ_{m1} procházející krajním sloupkem se rozděluje na magnetický tok procházející plochou ohraničenou tlumícím závitem a magnetický tok zbývající plochou sloupku.

Zbývá určit poměr velikosti ploch, ve kterých působí shora uvedené magnetické toky. Tento poměr odvodíme z rozložení závitu v ploše sloupku (**Obř. 6.6**). Potom bude platit

$$a = \frac{S_K}{S} = \frac{0,02 \cdot 0,007}{0,02 \cdot 0,011} = \frac{7}{11} \doteq 0,64 \quad (6.45)$$

kde S_K je průřez obepínaný závitom nakrátko,

S je průřez celého sloupku,

a dále

$$\Phi_K \doteq 0,64 \cdot \Phi_{m1} \quad \Rightarrow \quad \frac{\Phi_{m1}}{\Phi_K} \doteq 1,56 \quad (6.46)$$

tj. poměr, který je uvažován v následujících výpočtech.

Elektromotorické napětí tlumicího závitu je dáno vztahem [7]

$$E_K = \frac{\Phi_K}{\Phi_{m1}} \cdot \frac{U}{N} \quad (6.47)$$

$$E_K = \frac{230}{1,56 \cdot 3200}$$

$$\underline{E_K \doteq 0,046V}$$

Odpor tlumicího závitu vypočítáme podle vztahu [7]

$$R_K = \frac{S_{\delta 1} \cdot \epsilon_{01}^2 \cdot f \cdot 10^{-6}}{\delta_0} \cdot \frac{\Phi_{01}}{\Phi_{0K}} \quad (6.48)$$

$$R_K = \frac{2,2 \cdot 10^{-4} \cdot 1,0005986^2 \cdot 50 \cdot 10^{-6} \cdot 1,56}{0,00001}$$

$$\underline{R_K \doteq 17,181 \cdot 10^{-3} \Omega}$$

Proud tlumícím závitem bude potom [7]

$$I_K = \frac{\Phi_K}{\Phi_{m1}} \cdot \frac{U}{N \cdot R_K} \quad (6.49)$$

$$I_K = \frac{230}{1,56 \cdot 3200 \cdot 17,181 \cdot 10^{-3}}$$

$$\underline{I_K \doteq 2,682 A}$$

Magnetický tok procházející plochou tlumicího závitu v okamžiku sepnutí vypočítáme

$$\Phi_{Kp} = \sqrt{2} \cdot I_K \cdot \frac{1}{\frac{R_{m\delta 1}}{2}} \cdot \frac{\Phi_K}{\Phi_{m1}} \quad (6.50)$$

$$\Phi_{Kp} = \sqrt{2} \cdot 2,682 \cdot \frac{2,2 \cdot 10^{-4} \cdot 1,33^2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}}{0,007 \cdot 2 \cdot 1,56}$$

$$\underline{\Phi_{Kp} \doteq 8,493 \cdot 10^{-8} Wb}$$

a magnetický tok procházející plochou tlumícího závitu v sepnuté poloze bude podobně

$$\Phi_{Kp} = \sqrt{2} \cdot I_K \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{R_{m\delta 01}}{\Phi_{m1}} \cdot \frac{\Phi_K}{\Phi_{m1}} \quad (6.51)$$

$$\Phi_{Kp} = \sqrt{2} \cdot 2,682 \cdot \frac{2,2 \cdot 10^{-4} \cdot 1,0005986^2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}}{0,000\ 01 \cdot 2 \cdot 1,56}$$

$$\Phi_{Kp} \doteq 3,365 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}$$

Na závěr určíme celkovou tahovou sílu elektromagnetu. Celková střední velikost tahové síly je dána tahem všech tří sloupků. Pro elektromagnet v okamžiku sepnutí bude tahová síla

$$F_{AV} = \frac{1}{2} \cdot (F_{\max} + F_{1\max} + F_{2\max}) = \frac{1}{2} \cdot (F_{\max} + 2 \cdot F_{1\max}) \quad (6.52)$$

$$F_{AV} = \frac{1}{2 \cdot \mu_0} \cdot \left[\frac{\Phi_m^2}{2 \cdot S_\delta \cdot \epsilon^2} + 2 \cdot \frac{1}{2 \cdot S_{\delta 1} \cdot \epsilon_1^2} \cdot \left(\Phi_{m1}^2 + \frac{\Phi_{Kp}^2}{(a - a^2)} \right) \right]$$

$$F_{AV} = \frac{1}{8 \cdot 10^{-7} \cdot \pi} \cdot \left[\frac{(2,061 \cdot 10^{-4})^2}{2 \cdot 2,8 \cdot 10^{-4} \cdot 1,3^2} + \frac{1}{2,2 \cdot 10^{-4} \cdot 1,33^2} \cdot \left((1,031 \cdot 10^{-4})^2 + \frac{(8,493 \cdot 10^{-8})^2}{(0,64 - 0,64^2)} \right) \right]$$

$$F_{AV} \doteq 29 \text{ N}$$

a pro elektromagnet v sepnuté poloze výsledná tahová síla bude

$$F_{AV0} = \frac{1}{2} \cdot (F_{\max 0} + F_{1\max 0} + F_{2\max 0}) = \frac{1}{2} \cdot (F_{\max 0} + 2 \cdot F_{1\max 0}) \quad (6.53)$$

$$F_{AV0} = \frac{1}{2 \cdot \mu_0} \cdot \left[\frac{\Phi_{m0}^2}{2 \cdot S_{\delta 0} \cdot \epsilon_0^2} + 2 \cdot \frac{1}{2 \cdot S_{\delta 01} \cdot \epsilon_{01}^2} \cdot \left(\Phi_{m10}^2 + \frac{\Phi_{K0}^2}{(a - a^2)} \right) \right]$$

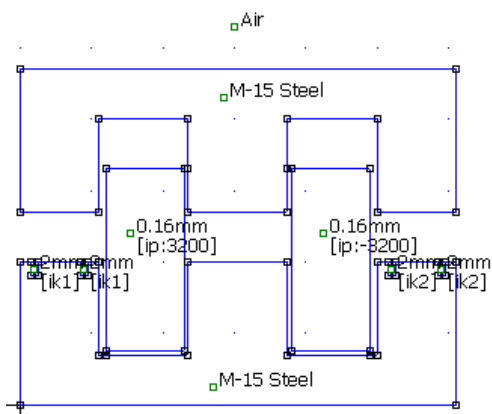
$$F_{AV0} = \frac{1}{8 \cdot 10^{-7} \cdot \pi} \cdot \left[\frac{(3,229 \cdot 10^{-4})^2}{2 \cdot 2,8 \cdot 10^{-4} \cdot 1,000529^2} + \frac{1}{2,2 \cdot 10^{-4} \cdot 1,0005986^2} \cdot \left((1,615 \cdot 10^{-4})^2 + \frac{(3,365 \cdot 10^{-5})^2}{(0,64 - 0,64^2)} \right) \right]$$

$$F_{AV0} \doteq 130 \text{ N}$$

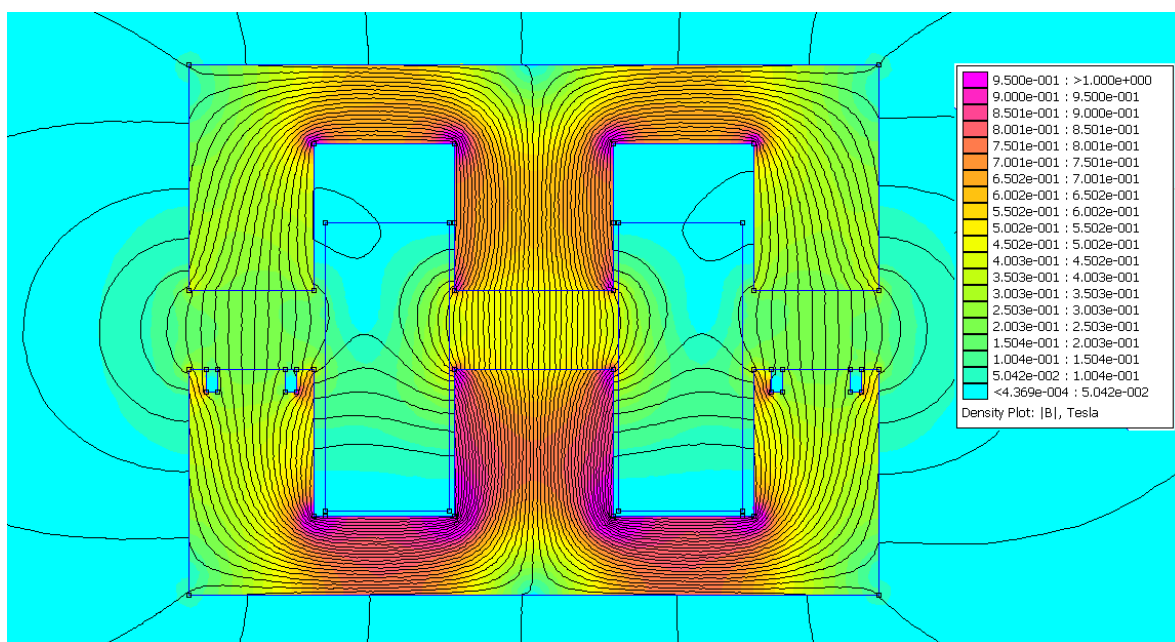
6.2 Numerický rozbor střídavého elektromagnetu

Opět jsme využili programu FEMM [11] a podle rozměrů magnetického obvodu (*Obr. 6.1*) jsme sestavili 2D náčrtek. Dále jsme definovali jednotlivá prostředí, abychom mohli provést celkovou analýzu (*Obr. 6.5*).

Magnetický obvod feromagnetika je tvořen transformátorovými plechy, což jsme zadali do definice materiálu. Dále jsme zadali vypočítaný proud, počet závitů cívky a průměr vodiče cívky. Také jsme definovali průřez a materiál tlumících závitů, které jsou umístěny na krajních sloupcích jádra. Nejprve jsme analyzovali elektromagnet v okamžiku přitahu kotvy.

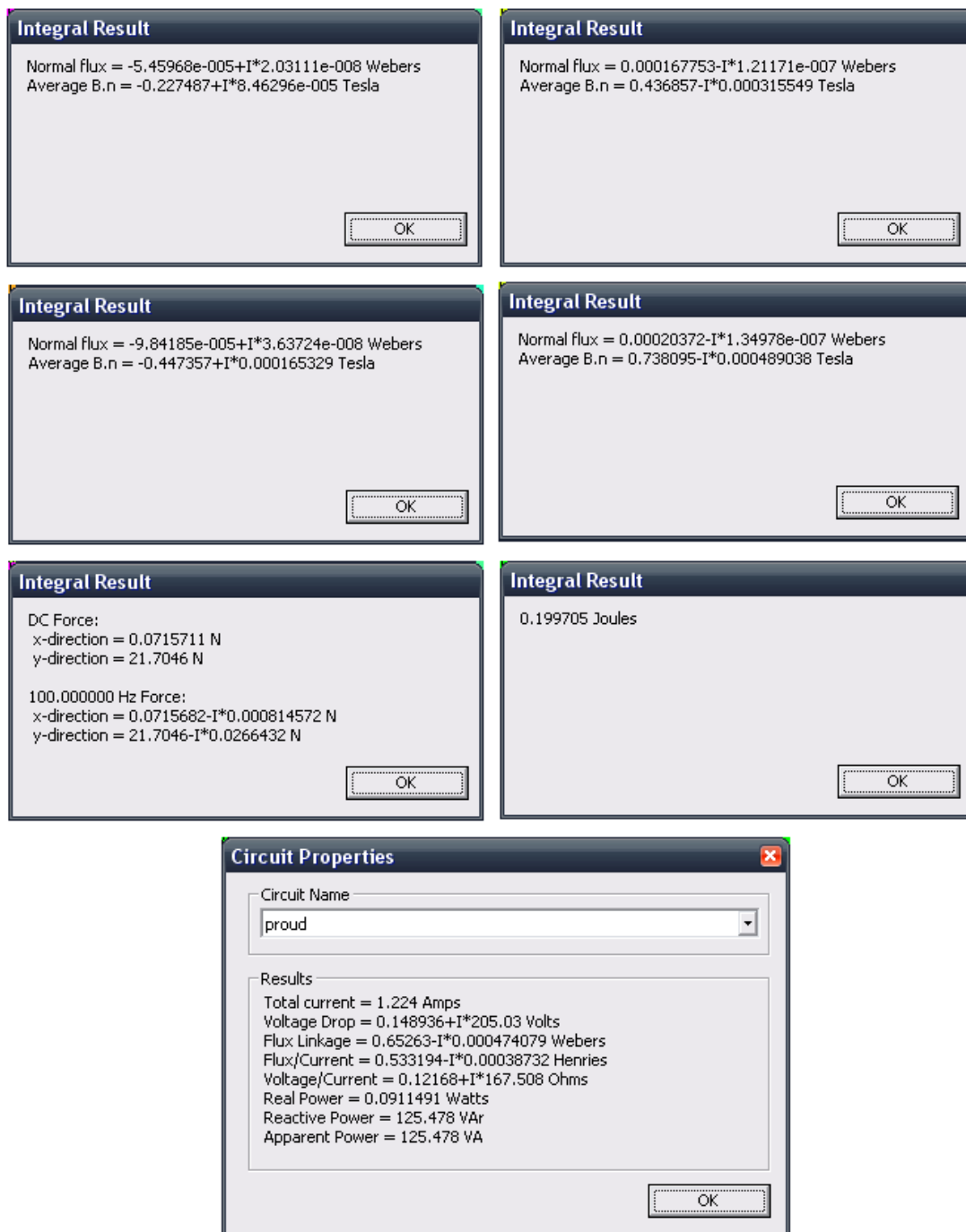


Obr. 6.5: Náčrtek a definice rozhraní AC elektromagnetu



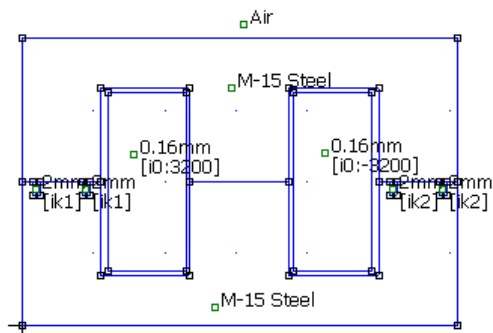
Obr. 6.6: Průběh magnetického pole AC elektromagnetu v okamžiku přitahu

Následuje zpracování navržených dat a vykreslení průběhů magnetických siločar magnetického pole. Na následujícím obrázku (**Obr. 6.6**) je znázorněn grafický model a na obrázku (**Obr. 6.7**) jsou uvedeny výsledné hodnoty magnetických veličin získaných numerickým řešením.

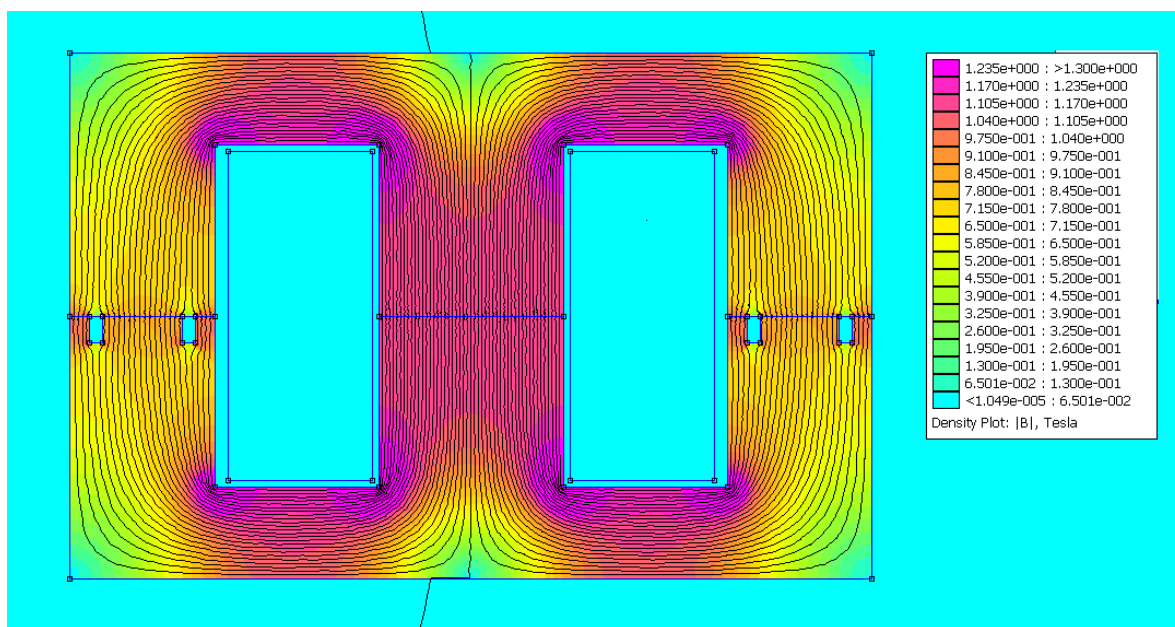


Obr. 6.7: Výsledné hodnoty magnetického pole AC elektromagnetu - přítah

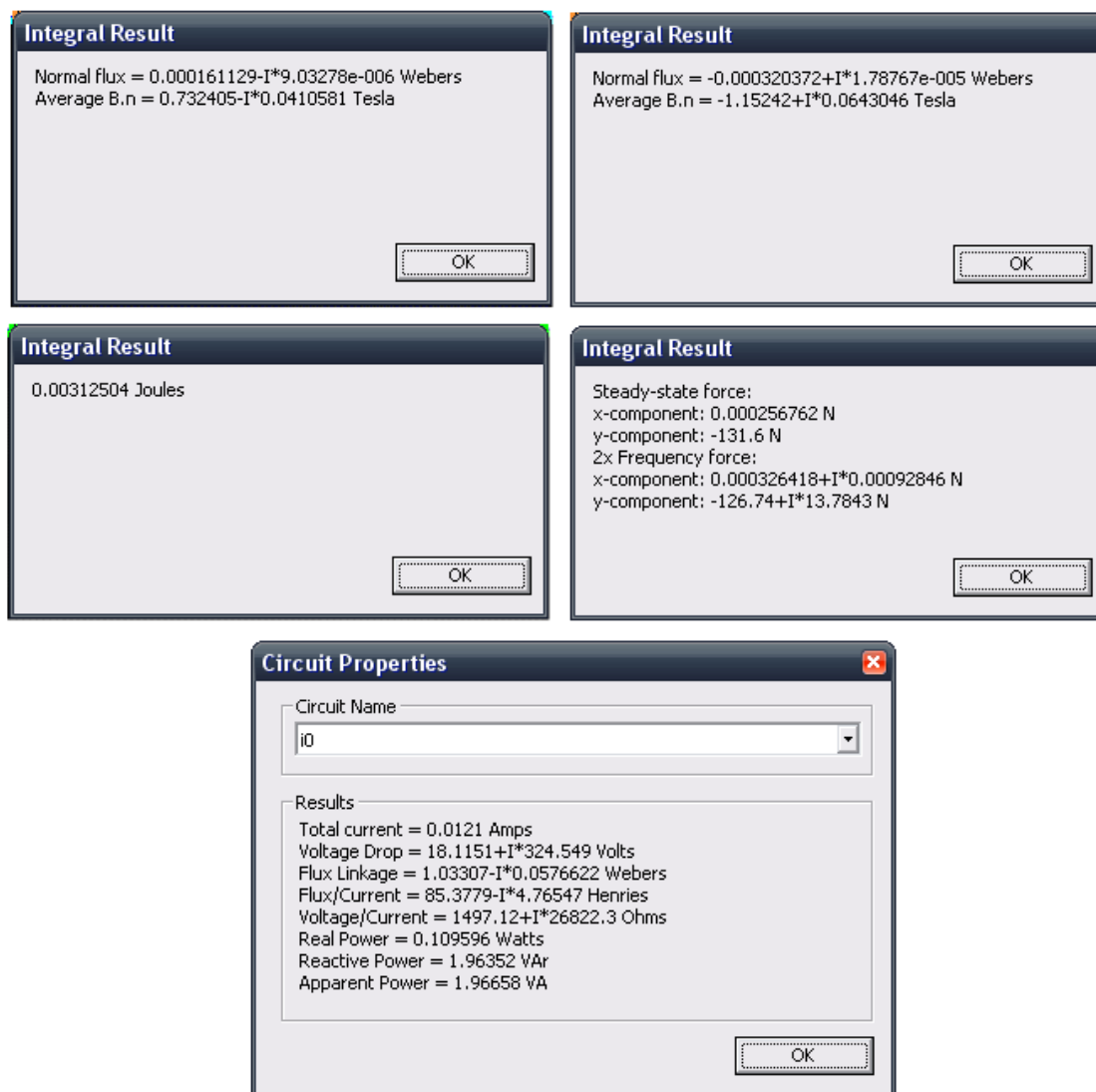
Součástí další analýzy byl sepnutý elektromagnet, tzn. elektromagnet s přitaženou kotvou. Parametry feromagnetika zůstávají stejné, změnilo se pouze nastavení proudu.



Obr. 6.8: Náčrta a definice rozhraní sepnutého AC elektromagnetu



Obr. 6.9: Průběh magnetického pole AC elektromagnetu v sepnuté poloze



Obr. 6.10: Výsledné hodnoty magnetického pole AC elektromagnetu v sepnuté poloze

Na obrázcích jsou znázorněny výsledné hodnoty modelu AC elektromagnetu v sepnuté poloze. Právě v tomto stavu je vliv tlumících závitů uplatněn nejvíce. Na (**Obr. 6.8**) jsou definována jednotlivá prostředí sepnutého elektromagnetu. Výsledné magnetické pole znázorňuje (**Obr. 6.9**) a výsledné hodnoty numerické analýzy poskytuje (**Obr. 6.10**).

Porovnání a vyhodnocení výsledků proběhne v následující kapitole.

7 ZÁVĚR

Na závěr této práce můžeme vyzvednout pár zajímavých postřehů.

Při analytickém zkoumání elektromagnetu lze jen stěží postihnout veškeré průběhy a závislosti veličin, charakterizujících elektromagnetické pole. Toto lze provést užitím např. Maxwellových rovnic [2], což je mnohdy komplikované. Je známo, že v případě magnetických obvodů je situace dále komplikována hysterezí feromagnetických materiálů, existencí nenulových rozptylových toků a nerovnoměrným rozložením magnetického toku v různých místech magnetického obvodu. Proto je analytické řešení magnetických obvodů pouze přibližné.

Pro rozbor stejnosměrného elektromagnetu jsme zvolili značná zjednodušení. Uvažovali jsme lineární soustavu, která se v praxi téměř nevyskytuje. Předpokládali jsme, že magnetický tok protéká pouze magnetickým obvodem, tj. železným jádrem a vzduchovou mezerou, a to rovnoměrně celým průřezem. Magnetickou indukci jsme tedy uvažovali konstantní.

Při porovnání výsledků získaných oběma metodami se projeví právě tyto nepřesnosti a zjednodušení. To mělo za následek značné rozdíly ve výsledcích, jak je patrné ze souhrnu v tabulce (**Tab. 7.1**).

	Analytický	Numerický
L [mH]	48,71	116,529
Φ [μWb]	48,71	59,174
Ψ [mWb]	48,71	116,529
B [T]	0,1218	0,10309
H [Am^{-1}]	96,925	90,574
F [N]	4,722	5,38
Wco [mJ]	24,36	58,265

Tab. 7.1: Přehled výsledků analýzy DC elektromagnetu před úpravami

Dalším modelováním a konfigurací grafické předlohy elektromagnetu, **zavedením stejných zjednodušení jako při analytickém rozboru na přechodu vzduchová mezera – okolní prostředí**, jsme dosáhli stavu, kdy výsledná konfigurace více odpovídala analytickému vyjádření. Při opětovném porovnání výsledků získaných oběma metodami můžeme konstatovat, že rozdíly jsou zcela zanedbatelné (**Tab. 7.2**) a jsou většinou způsobeny korekcemi při analytickém výpočtu.

	Analyticky	Numericky
L [mH]	48,71	52,40
Φ [μWb]	48,71	48,56
Ψ [mWb]	48,71	52,40
B [T]	0,1218	0,1221
H [Am^{-1}]	96,925	97,072
F [N]	4,722	4,75
Wco [mJ]	24,36	24,43

Tab. 7.2: Přehled výsledků analýzy DC elmagnetu po korekci – znehodnocení FEMM modelu

Těchto **přesnějších** výsledků bylo dosaženo především použitím numerických metod, jejichž hlavní předností je velká míra flexibility a okamžitá odezva v podobě grafického zobrazení výsledků, což umožňuje posuzovat řešený problém z globálního pohledu. Jak se ukázalo, byl to právě popis materiálových vlastností, který se nejvíce projevil na přesnosti výpočtu magnetického obvodu.

Ze shora uvedených výsledků je tedy patrné, že **některá zjednodušení, kterých se při analytickém rozboru často běžně dopouštíme bez větší celkové chyby, mohou mít v jiných případech naprosto zásadní vliv.**

Pro analýzu střídavého elektromagnetu jsme využili jiný postup než u předchozího příkladu. V tomto případě jsme k rozboru přistupovali způsobem, kterým lze navrhnout parametry jakéhokoliv elektromagnetu.

Výsledky analýzy elektromagnetu **v rozepruté poloze** vykazují poměrně dobrou shodu. Ve výpočtech jsme uvažovali vliv vyklenutí magnetického pole ve vzduchových mezerách užitím činitele vyklenutí magnetického pole. Tímto způsobem jsme značně eliminovali rozdíly ve výsledcích, kterých by bylo dosaženo zanedbáním tohoto vlivu. Dále jsme počítali s magnetickými toky od tlumících závitů, jejichž vliv byl v tomto okamžiku poměrně zanedbatelný.

Větší rozdíl byl pouze při srovnání tahových sil získaných oběma metodami. Tento rozdíl si vysvětlujeme poměrně větším skutečným rozptylovým magnetickým tokem a tím menším užitečným magnetickým tokem, než se kterým jsme prováděli výpočet.

Dalším možným vlivem, se kterým je nutno počítat, je zanedbání ztrát vířivými proudy a ztrát hysterezních.

Na závěr lze konstatovat, že jsme dosáhli uspokojivých výsledků, kdy hodnoty získané oběma metodami se jen nepatrně odchylovaly, jak ukazuje tabulka (**Tab. 7.3**).

	Analytický	Numerický
L [H]	0,539	0,533
Φ [mWb]	0,2061	0,2037
Ψ [Wb]	0,66	0,6526
B_{δ} [T] střední sloupek	0,436	0,437
B_{Fe} [T] střední sloupek	0,736	0,738
B_{δ} [T] krajní sloupek	0,265	0,227
B_{Fe} [T] krajní sloupek	0,469	0,447
F [N]	29	21,7
W_m [J]	0,202	0,1997

Tab. 7.3: Přehled výsledků analýzy AC elektromagnetu ve výchozí poloze

	Analytický	Numerický
L [H]	85,4	84,5
Φ [mWb]	0,3229	0,32037
Ψ [Wb]	1,033	1,033
B_{δ} [T] střední sloupek	1,155	1,152
B_{Fe} [T] střední sloupek	1,156	1,152
B_{δ} [T] krajní sloupek	0,733	0,732
B_{Fe} [T] krajní sloupek	0,734	0,732
F [N]	130	131,6
W_m [mJ]	3,126	3,125

Tab. 7.4: Přehled výsledků analýzy AC elektromagnetu v sepnuté poloze

Při analýze elektromagnetu **v sepnutém poloze** jsme uvažovali opět účinek tlumících závitů na celkový tah elektromagnetu. V tomto případě se projevuje vliv tlumících závitů, resp. jejich magnetické toky, v plné míře. Celková tažná síla elektromagnetu se zvětšila, stejně jako ostatní magnetické parametry elektromagnetu. Je to způsobeno tím, že vzduchová mezera je zcela minimální a její magnetický odpor je nepatrný vzhledem k magnetickému odporu výchozí vzduchové mezery. Proud budící cívky, stejně jako energie soustavy, se naopak snížily z výše uvedených důvodů. Přehled je uspořádán v tabulce (**Tab. 7.4**).



LITERATURA

- [1] MAYER D., ULRICH B. *ELEKTROMAGNETICKÉ AKTUÁTORY*. BEN - TECHNICKÁ LITERATURA, PRAHA, 2008
- [2] HALLIDAY D., RESNICK R., WALKER J. *FYZIKA. ELEKTRINA A MAGNETISMUS*. VUTIUM, BRNO, 2000
- [3] BRANČÍK L. *ELEKTROTECHNIKA I*. SKRIPTUM VUT v BRNĚ, 2004
- [4] ONDRŮŠEK Č. *ELEKTROMECHANICKÁ PŘEMĚNA ENERGIE*. SKRIPTUM VUT v BRNĚ, 2008
- [5] HAVELKA O. A KOLEKTIV *ELEKTRICKÉ PŘÍSTROJE*. SNTL / ALFA, PRAHA, 1985
- [6] VÍTEK O. *DYNAMIKA ELEKTROMECHANICKÝCH SOUSTAV. SOUBOR PŘEDNÁŠEK A PŘÍKLADŮ*, BRNO, 2010
- [7] KRÁL J., VANĚK J. *ELEKTROMAGNETICKÉ PŘÍSTROJE*. SKRIPTUM VUT v BRNĚ, 1984
- [8] BUL B. K. A KOLEKTIV *ELEKTRICKÉ PŘÍSTROJE - ZÁKLADY TEORIE*. SNTL, PRAHA, 1977
- [9] INTERNETOVÁ ENCYKLOPEDIE *ELEKTROMAGNET*, <http://cs.wikipedia.org>
- [10] KAČOR P. *METODA KONEČNÝCH PRVKŮ V ELEKTROTECHNICKÉ PRAXI*. ODBORNÝ ČLÁNEK, ELEKTROREVUE, 2009, <http://www.elektrorevue.cz/clanky/03024>
- [11] ONLINE FEMM VERZE 4.2, <http://femm.foster-miller.net/>
- [12] INTERNETOVÁ ENCYKLOPEDIE *METODA KONEČNÝCH PRVKŮ*, <http://cs.wikipedia.org>
- [13] TECHNICKÝ LIST MEP POSTŘELMOV, *VŠEOBECNÉ TECHNICKÉ INFORMACE*, <http://www.q-elektrik.cz/static...postrelmov/elektromagnety-a-ventily.pdf>