



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STAVEBNÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

ÚSTAV STAVEBNÍ MECHANIKY

INSTITUTE OF STRUCTURAL MECHANICS

OPTIMALIZACE OBLASTI ZVÝŠENÉ PEVNOSTI ZA STUDENA VÁLCOVANÉHO RHS PROFILU VYSTAVENÉHO CYKLICKÉMU ZATÍŽENÍ

OPTIMIZATION OF THE AREA OF INCREASED STRENGTH OF A COLD-ROLLED RHS SECTION
SUBJECTED TO CYCLIC LOADING

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

František Omelka

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Tomáš Dvořák

BRNO 2025

Zadání bakalářské práce

Ústav: Ústav stavební mechaniky
Student: **František Omelka**
Vedoucí práce: **Ing. Tomáš Dvořák**
Akademický rok: 2024/25
Studijní program: B0732A260005 Stavební inženýrství
Studijní obor: Konstrukce a dopravní stavby

Děkan Fakulty Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma bakalářské práce:

Optimalizace oblasti zvýšené pevnosti za studena válcovaného RHS profilu vystaveného cyklickému zatížení

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Tématem bakalářské práce je optimalizace velikosti rozšíření oblasti zvýšené pevnosti rohové části za studena válcovaného průřezu vystaveného cyklickému zatížení. V práci budou prozkoumány různé úrovně materiálového modelu v prostředí software Ansys Mechanical APDL a různé metody optimalizace v prostředí software Ansys optiSLang.

Cíle a výstupy bakalářské práce:

Cílem práce je postupné seznámení studenta s matematickým modelováním konstrukcí metodou konečných prvků, plastickým chováním materiálů a s optimalizačními metodami. Tyto získané dovednosti a znalosti budou využity při optimalizaci rozšíření rohové části zvýšené pevnosti za studena válcovaného průřezu. Student vypracuje parametrický prostorový nelineární konečně-prvkový model, následně bude parametry modelu optimalizovat s cílem dosažení co nejlepší shody záznamu experimentální zkoušky a konečně-prvkového modelu.

Seznam doporučené literatury a podklady:

ANSYS Inc (2024) ANSYS Mechanical APDL Help Release 2024R1

Jirásek, Milan & Zeman, Jan. (2006). Přetváření a porušování materiálů : dotvarování, plasticita, lom a poškození.

ANSYS Inc (2024) Methods for Multi-Disciplinary Optimization and Robustness Analysis

González-de-León I, Natri E, Arrayago I, et al (2022) Experimental study on stainless steel tubular members under cyclic loading. Thin-Walled Structures 181:109969.

<https://doi.org/10.1016/j.tws.2022.109969>

Abdel-Rahman, N., Sivakumaran, K.S. : Material properties models for analysis of cold-formed steel members, Journal of Structural Engineering, Vol. 123, 1997, s. 1135–1143.

ČSN EN 1993-1-4 Eurokód 3 Navrhování ocelových konstrukcí - Část 1-4 Obecná pravidla - Doplňující pravidla pro korozivzdorné ocel

ČSN EN 1993-1-5 ed. 3 Eurokód 3 Navrhování ocelových konstrukcí - Část 1-5 Boulení stěn

EN 1993-1-14 Design assisted by finite element analysis

Termín odevzdání bakalářské práce je stanoven časovým plánem akademického roku.

V Brně, dne 9. 11. 2024

L. S.

prof. Ing. David Lehký, Ph.D.
vedoucí ústavu

Ing. Tomáš Dvořák
vedoucí práce

prof. Ing. Rostislav Drochytka, CSc., MBA, dr. h. c.
děkan

ABSTRAKT

U korozivzdorné oceli není podrobně prozkoumáno chování na cyklické namáhání ohybem a osovou silou a to především v oblasti numerické simulace. Bakalářská práce se zabývá optimalizací oblasti zvýšené pevnosti za studena válcovaného RHS profilu vystaveného cyklickému ohybovému namáhání. Cílem práce je najít vhodnou délku rozšíření oblasti zvýšené pevnosti pomocí numerické simulace a dat z experimentu. Pro tento účel byl sestaven parametrický nelineární model v softwaru Ansys Mechanical APDL. Následná optimalizace proběhla v softwaru OptiSLang a ve vlastním optimalizačním programu v Pythonu. V práci jsou porovnány výsledky z numerické simulace a experimentu.

KLÍČOVÁ SLOVA

korozivzdorná ocel, RHS profil, cyklické namáhání, metoda konečných prvků, Ansys Mechanical APDL, optimalizace, Python, optiSLang

ABSTRACT

The behaviour of stainless steels under cyclic bending and axial force loading has not been investigated in detail so far, especially in the field of numerical simulations. The bachelor thesis focuses on the optimization of the area of increased strength of cold rolled RHS profile subjected to cyclic bending loading. The purpose of the thesis is to find a length of the extension of the area of increased strength using numerical simulation and experimental data. For this purpose, a parametric nonlinear model was designed in Ansys Mechanical APDL software. Optimization was performed in software optiSLang and program in Python. The results from numerical simulation and experiment are compared in this thesis.

KEYWORDS

stainless steel, RHS cross section, cyclic loading, finite element method, Ansys Mechanical APDL, optimization, Python, optiSLang

OMELKA, František. *Optimalizace oblasti zvýšené pevnosti za studena válcovaného RHS profilu vystaveného cyklickému zatížení*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Institute of Structural Mechanics, 2025, 66 s. Bakalářská práce. Vedoucí práce: Ing. Tomáš Dvořák

Prohlášení autora o původnosti díla

Prohlašuji, že jsem bakalářskou práci zpracoval(a) samostatně a že jsem uvedl(a) všechny použité informační zdroje.

Brno
.....
podpis autora

Poděkování

Rád bych poděkoval vedoucímu mé bakalářské práce panu Ing. Tomáši Dvořákovi za odborné vedení, ochotu, trpělivost a podnětné návrhy k práci. Velké poděkování patří i mé rodině za podporu během studia.

Obsah

Úvod	19
1 Materiálové chování v MKP	21
1.1 Materiálové modely	21
1.2 Modely popisující materiálové chování	22
1.2.1 Hookův zákon	22
1.2.2 Ideálně tuhoplastický model	23
1.2.3 Ideálně pružnoplastický model	24
1.2.4 Pružnoplastický model s izotropním zpevněním	25
1.2.5 Pružnoplastický model s lineárním kinematickým zpevněním	26
1.2.6 Pružnoplastický model s nelineárním kinematickým zpevněním	28
1.3 Ramberg-Osgood model	30
1.4 Skutečné napětí a přetvoření	31
2 Experiment	33
3 Numerická simulace	37
3.1 Analýza konečných prvků SHELL181 a SHELL281	37
3.2 Program pro optimální velikost prvku	39
3.3 Okrajové podmínky	45
3.4 Materiálový model	46
3.4.1 Ramberg - Osgood model	46
3.4.2 Test jednoho konečného prvku	47
4 Optimalizace	49
4.1 Analýza vlivu rozšířením rohové oblasti	49
4.2 Postup optimalizace	50
4.3 Matematický metamodel	50
4.4 Citlivostní analýza	51
4.5 Optimalizace	52
4.6 Optimalizační program v Pythonu	54
4.6.1 Matematický metamodel	54
4.6.2 Genetický algoritmus	56
4.7 Srovnání výsledků	58
Závěr	61
Literatura	63

Seznam obrázků

1.1	Znázornění posunutí krystalografické roviny	21
1.2	Znázornění Hookova zákona	22
1.3	Ideálně tuhoplastický model	23
1.4	Ideálně pružnoplastický model	24
1.5	Rozšíření plochy plasticity při izotropním zpevnění	25
1.6	Plastické přetvoření pro lineárním izotropní zpevnění	25
1.7	Pružnoplastický model s lineárním kinematickým zpevněním	26
1.8	Přemístění plochy plasticity při kinematickém zpevnění	27
1.9	Plastické přetvoření při lineárním kinematickém zpevnění	27
1.10	Pružnoplastický model s nelineárním kinematickým zpevněním	28
1.11	Nelineární kinematické zpevnění pro plastické přetvoření	29
1.12	Nelineární kinematické zpevnění pro celkové přetvoření	29
2.1	Půdorys konzolového nosníku a hydraulické posuvné zařízení	33
2.2	Ukotvení konzolového nosníku [6]	34
2.3	Uchycení RHS průřezu k posuvnému zařízení [6]	34
2.4	Diagram cyklického zatížení [6]	34
2.5	Průběh experimentu	35
2.6	Vzorek z tahové zkoušky před a po testu [8]	35
2.7	Graf závislosti napětí a přetvoření pro naměřená data	36
3.1	KP SHELL181 [9]	37
3.2	KP SHELL281 [9]	37
3.3	Srovnání přesnosti konečných prvků SHELL181 a SHELL281	38
3.4	Srovnání časové náročnosti konečných prvků SHELL181 a SHELL281	38
3.5	Vývojový diagram programu pro optimální velikost prvku	39
3.6	Vstupní hodnoty	39
3.7	Velikost prvku	39
3.8	Graf znázornění adaptivní změny velikosti prvku	40
3.9	Konzole použitá pro ověření funkčnosti programu	41
3.10	Schéma oblastí konzolového nosníku	41
3.11	Graf závislosti napětí a velikosti konečného prvku	42
3.12	Graf závislosti času a velikosti konečného prvku	42
3.13	Graf závislosti relativní chyby a velikosti konečného prvku	42
3.14	Detail konečných prvků v konzolovém nosníku	44
3.15	Detail konečných prvků v konzolovém nosníku	44
3.16	Okrajové podmínky ve spodní části konstrukce	45
3.17	Remote point	45
3.18	Srovnání materiálových dat z experimentu a numerického výpočtu	46

3.19	Test jednoho konečného prvku	47
3.20	Srovnání inženýrských materiálových hodnot	48
3.21	Srovnání skutečných materiálových hodnot	48
4.1	Analýza odezvy v závislosti na parametrech	49
4.2	Postup při optimalizaci	50
4.3	Výňatek z korelační matice	51
4.4	Znázornění rozšíření rohové oblasti v RHS průřezu	52
4.5	Grafické znázornění zobrazení rozdílu reakcí experimentu a simulace .	52
4.6	Průběh Adaptive Response surface method [10]	53
4.7	Průběh Non - Linear programming by Quadratic Lagrangian [10] . .	53
4.8	Průběh Evolutionary algorithms [10]	53
4.9	Porovnání aproximace pro vybrané reakce	55
4.10	Postup genetického algoritmu	56
4.11	Průběh genetického algoritmu aproximací s jednoduchým polynomem	57
4.12	Průběh genetického algoritmu aproximací kvadratickým polynomem .	57
4.13	Průběh genetického algoritmu aproximací kubickým polynomem . . .	57
4.14	Výsledná křivka s rozšířením rohové oblasti v délce 14,53 mm	58
4.15	Výsledná křivka s rozšířením rohové oblasti v délce 14,45 mm	58
4.16	Výsledná křivka bez rozšíření rohové oblasti	59
4.17	Výsledná křivka s rozšířením rohové oblasti v délce 14,45 mm	59

Seznam tabulek

2.1	Materiálové vlastnosti určené tahovými testy [7]	36
3.1	Velikosti prvků v dané oblasti konzolového nosníku	43
3.2	Materiálové vlastnosti pro numerickou simulaci	46
4.1	Přehled změny parametrů	49

Úvod

Využití nerezové oceli ve stavebních konstrukcích v posledních letech výrazně roste. Je to dáno lepšími mechanickými vlastnostmi než u oceli uhlíkové, mezi které patří tažnost, houževnatost nebo požární odolnost. Oproti uhlíkové oceli je nerezová ocel korozivzdorná, což je dáno chemickým složením, kdy po styku s atomy kyslíku dojde k vytvoření pasivní vrstvy, která chrání nerezovou ocel před korozí. Jedná se taky o estetický materiál, proto se používá více pro architektonické konstrukce.

Narozdíl od statického zatížení není cyklické namáhání osovou silou a ohybem podrobně zanalyzováno, a to především v numerických simulacích. V bakalářské práci se zabývám optimalizací oblasti zvýšené pevnosti za studena válcovaného RHS průřezu namáhaného cyklickým ohybovým zatížením pomocí metody konečných prvků.

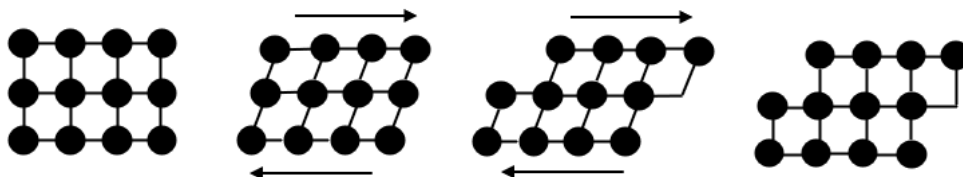
Práce je rozdělena do pěti částí. První kapitola se zabývá teorií nutnou k numerické simulaci. Následuje popis experimentu. Třetí kapitola se zabývá numerickou simulací experimentu v softwaru Ansys Mechanical APDL. V této kapitole je představen program pro vhodnou velikost prvku a simulace konzolového nosníku z experimentu pomocí metody konečných prvků. Čtvrtá kapitola popisuje optimalizaci vyšetřovaného RHS průřezu v softwaru optiSLang a vlastním optimalizačním programem v Pythonu. V poslední kapitole jsou srovnány výsledky z experimentu a numerické simulace.

1 Materiálové chování v MKP

Metoda konečných prvků je obecná numerická metoda, kterou je možné aplikovat na celou řadu inženýrských úloh. Velkou výhodou této metody je univerzálnost, schopnost popsat komplikované problémy a taky možnost algoritmizace. Mezi nevýhody patří výpočetní náročnost. Tato metoda je využita i v softwaru Ansys Mechanical APDL, který je použit pro řešení tématu bakalářské práce. Teorii metody konečných prvků se tato práce dopodrobna nevěnuje, nicméně v práci je popsán vliv velikosti prvků na výsledky a výpočetní čas a srovnání prvků SHELL181 a SHELL281. Pro téma bakalářské práce je důležité vhodně definovat materiálový model.

1.1 Materiálové modely

Většina materiálů vykazuje pružné a plastické deformace. V pružné oblasti se zpravidla uplatňuje Hookův zákon, u plastických deformací je nutné se zabývat teorií plasticity. Ta popisuje schopnost materiálu se deformovat při zatěžování trvalým způsobem bez poškození [1]. Po odtižení prvek vykazuje trvalé přetvoření ε_{pl} . V této oblasti již neplatí Hookův zákon, nachází se zde fyzikální nelinearity, a proto nelze použít princip superpozice [1]. Podstatnou mechanickou vlastností materiálu pro přetvoření je tažnost. Ta popisuje schopnost plastického přetvoření materiálu.



Obr. 1.1: Znázornění posunutí krystalografické roviny

Přetvoření si lze představit pomocí uspořádání krystalických mřížek, kde jsou atomy uspořádány pravidelně. V této struktuře lze najít roviny, ve kterých leží mnoho pravidelně uspořádaných atomů. Pokud se všechny atomy po jedné straně jisté krystalografické roviny posunou rovnoběžně s touto rovinou v některém z krystalografických směrů o vzdálenost odpovídající rozestupu mezi atomy v příslušném směru, je výsledkem opět pravidelné uspořádání, které je lokálně k nerozeznání od původního [2]. Tento proces je znázorněn na obrázku 1.1.

1.2 Modely popisující materiálové chování

1.2.1 Hookův zákon

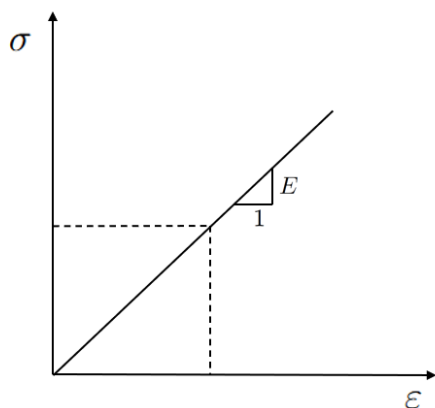
Hookův zákon popisuje pružnou deformaci materiálu, která po odtížení vymizí. Důležitým předpokladem Hookova zákonu jsou malé deformace a pootočení, a lineární závislost mezi napětím a přetvořením [1]. Lze jej formulovat pomocí rovnice (1.1).

$$\sigma = E \cdot \varepsilon_{el} \quad , \quad (1.1)$$

kde σ značí napětí, ε_{el} přetvoření a E je Youngův modul pružnosti v tlaku a tahu. Přetvoření materiálu ε lze formulovat jako změnu délky ΔL k původní délce materiálu L .

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \quad (1.2)$$

Hookův zákon platí jen do meze úměrnosti [1]. V reálných konstrukcích je nutné uvažovat s překročením meze kluzu, kde se aplikuje teorie plasticity.



Obr. 1.2: Znázornění Hookova zákonu

1.2.2 Ideálně tuhoplastický model

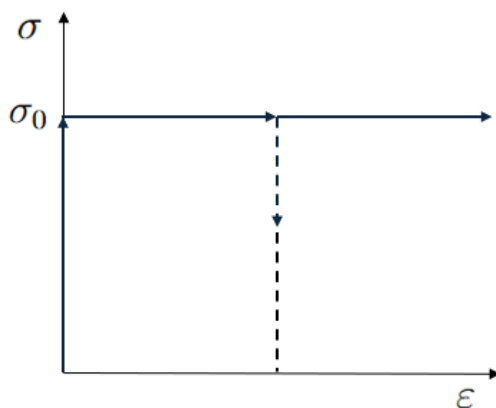
Ideálně tuhoplastický model se chová jako dokonale tuhý do chvíle, než je dosaženo meze kluzu. V tomto okamžiku narůstá plastická deformace ε_{pl} při konstantním napětí σ_0 . V momentě poklesu napětí nedochází k plastickému přetvoření a deformace se již nemění. Hodnota deformace není nulová, ale nejvyšší dosažená v průběhu zatěžování [2]. Chování ideálně tuhoplastického modelu popisují rovnice (1.3)

$$\sigma - \sigma_0 \leq 0 \quad , \quad (1.3)$$

$$\dot{\varepsilon} \geq 0 \quad , \quad (1.4)$$

$$(\sigma - \sigma_0) \dot{\varepsilon} = 0 \quad , \quad (1.5)$$

kde $\dot{\varepsilon}$ vyjadřuje rychlost přetvoření. V jakékoliv situaci se uplatní pouze jedna z rovnic (1.3), (1.4), (1.5). Rovnice (1.3) zamezuje překročení meze kluzu. Rovnicí (1.4) je zaručeno, že rychlost při přetvoření je nezáporná a rovnice (1.5) zamezuje přetvoření před dosažením meze kluzu.



Obr. 1.3: Ideálně tuhoplastický model

1.2.3 Ideálně pružnoplastický model

Ve skutečnosti dochází v materiálu nejdříve k pružné deformaci ε_{el} a po dosažení meze kluzu k plastické deformaci ε_{pl} . Tohle chování popisuje právě ideálně pružnoplastický model. Celková deformace ε_{tot} se skládá z obou složek.

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{pl} \quad (1.6)$$

V pružné oblasti platí Hookův zákon, ke kterému se vztahují pružná přetvoření ε_{el} .

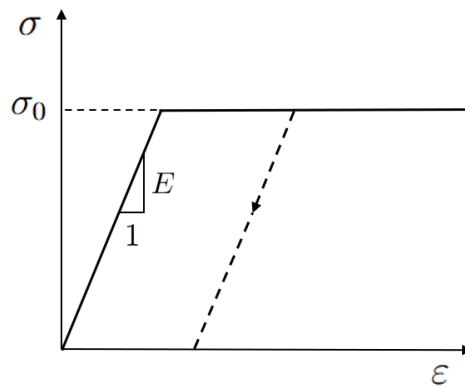
$$\sigma = E\varepsilon_{el} \quad (1.7)$$

Po dosažení meze kluzu narůstají plastické přetvoření ε_{pl} při konstantním napětí σ_0 stejně jako v ideálně tuhoplastickém modelu. V pružnoplastickém modelu lze definovat funkci plasticity rovnicí (1.8)

$$f(\sigma) = |\sigma| - \sigma_0 \quad , \quad (1.8)$$

kdy plastického přetvoření je dosaženo za splnění podmínky (1.9).

$$f(\sigma) = 0 \quad (1.9)$$



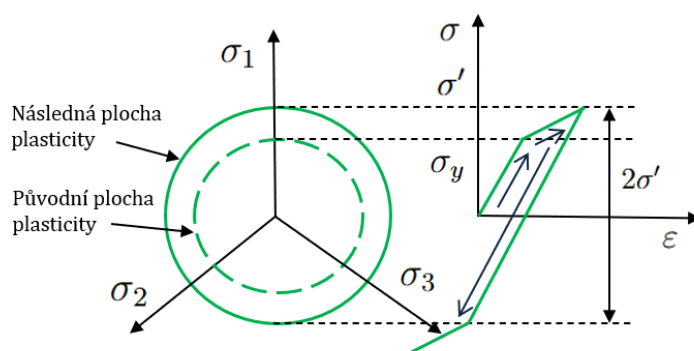
Obr. 1.4: Ideálně pružnoplastický model

1.2.4 Pružnoplastický model s izotropním zpevněním

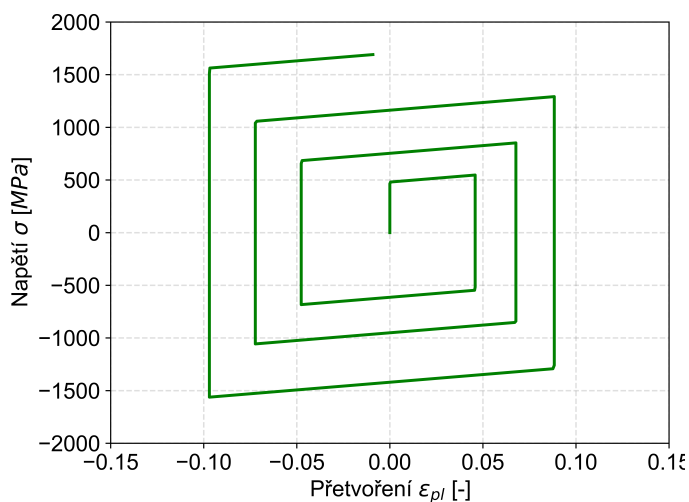
Tento model je založený na předpokladu, že při plastickém přetváření se zároveň zvyšuje mez kluzu v tahu i v tlaku [2]. Při takovém procesu se plocha plasticity zvětšuje rovnoměrně do všech stran. Takové zpevnění se nazývá izotropní. To lze vyjádřit funkcí plasticity (1.10)

$$f(\sigma', \sigma_y) = |\sigma'| - \sigma_y \quad (1.10)$$

Okamžitá mez kluzu σ_y představuje absolutní hodnotu napětí, které je potřeba dosáhnout, aby došlo k plastické deformaci [2]. Hodnota meze kluzu σ_y se v průběhu zatěžování mění.



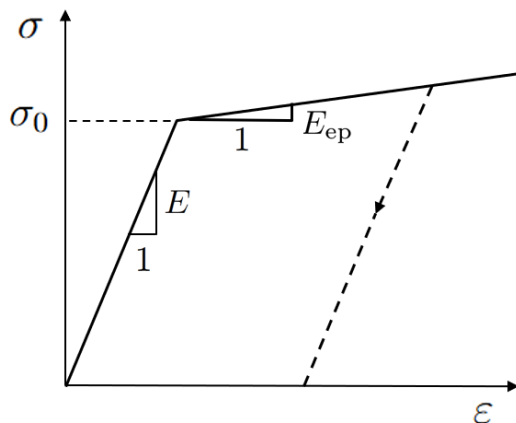
Obr. 1.5: Rozšíření plochy plasticity při izotropním zpevnění



Obr. 1.6: Plastické přetvoření pro lineárním izotropní zpevnění

1.2.5 Pružnoplastický model s lineárním kinematickým zpevněním

V tomto modelu opět platí v pružné oblasti Hookův zákon. V okamžiku dosažení meze kluzu σ_0 dochází ke zpevnění materiálu, což znamená, že se zvětšuje hodnota meze kluzu σ_0 .



Obr. 1.7: Pružnoplastický model s lineárním kinematickým zpevněním

Z důvodu zvyšování hodnoty meze kluzu σ_0 , není přenášené napětí v plastické oblasti rovno mezi kluzu σ_0 , ale rozdílu mezi nejvyšším dosaženým napětím σ a zpětným napětím σ_b [2]. Zpětné napětí σ_b není materiálová konstanta ale proměnná, která se může v průběhu přetváření měnit [2]. To je nutné vzít v úvahu při vyjádření funkce plasticity rovnicí (1.11).

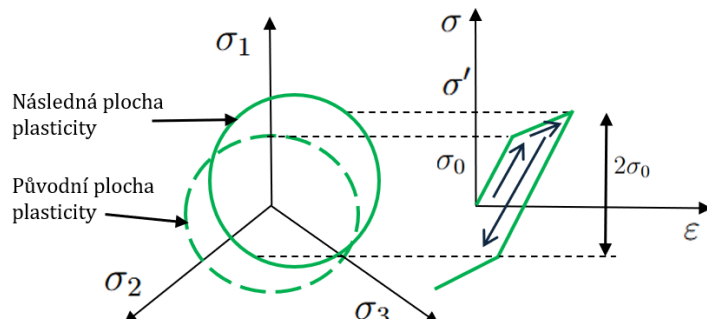
$$f(\sigma, \sigma_b) = |\sigma - \sigma_b| - \sigma_0 \quad (1.11)$$

Rovnici (1.11) je nutné doplnit o vztah pro výpočet zpětného napětí

$$\sigma_b = H \varepsilon_p \quad , \quad (1.12)$$

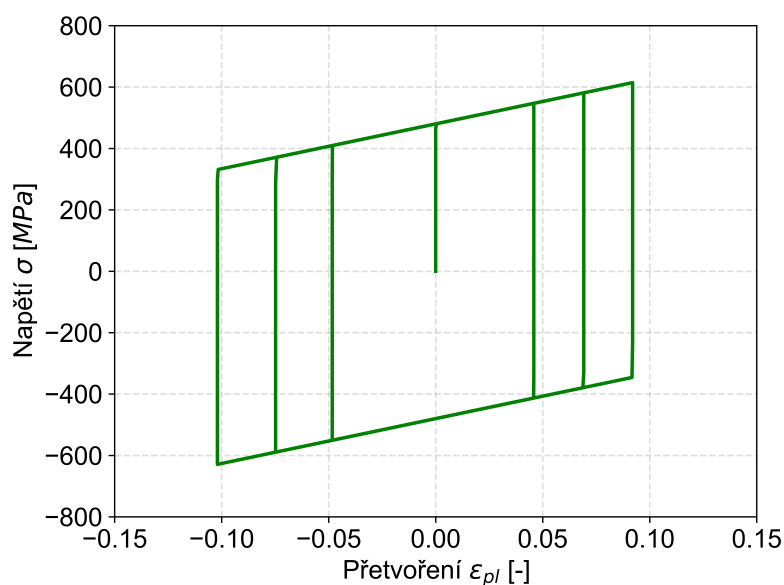
kde H značí tuhost materiálu v plastické oblasti, která se mění v průběhu zatěžování.

Při kinematickém zpevnění se plocha plasticity nemění z hlediska velikosti, ale přemísťuje se ve směru kluzu. Toto chování popisuje Bauschingerův efekt, kdy zvyšováním meze kluzu v tahu dochází ke snížení meze kluzu v tlaku a naopak. Kinematické zpevnění vykazuje většina kovů při cyklickém zatížení.



Obr. 1.8: Přemístění plochy plasticity při kinematickém zpevnění

Na obrázku 1.9 je zobrazen průběh plastického přetvoření na jenom konečném prvku. Z průběhu testu je zřejmé, že přetvoření probíhá jen v okamžiku, kdy je napětí vyšší než mez kluzu σ_0 . Pokud se napětí pohybuje pod mezí kluzu, přetvoření neprobíhá.

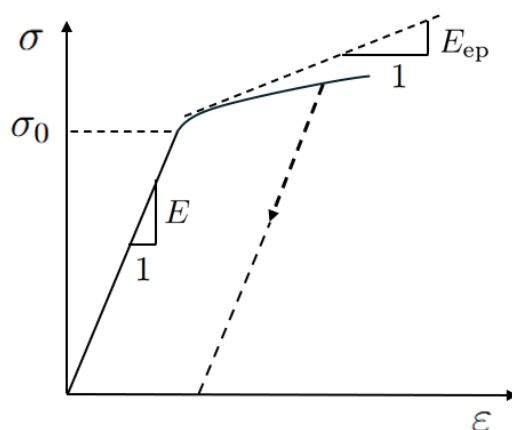


Obr. 1.9: Plastické přetvoření při lineárním kinematickém zpevnění

1.2.6 Pružnoplastický model s nelineárním kinematickým zpevněním

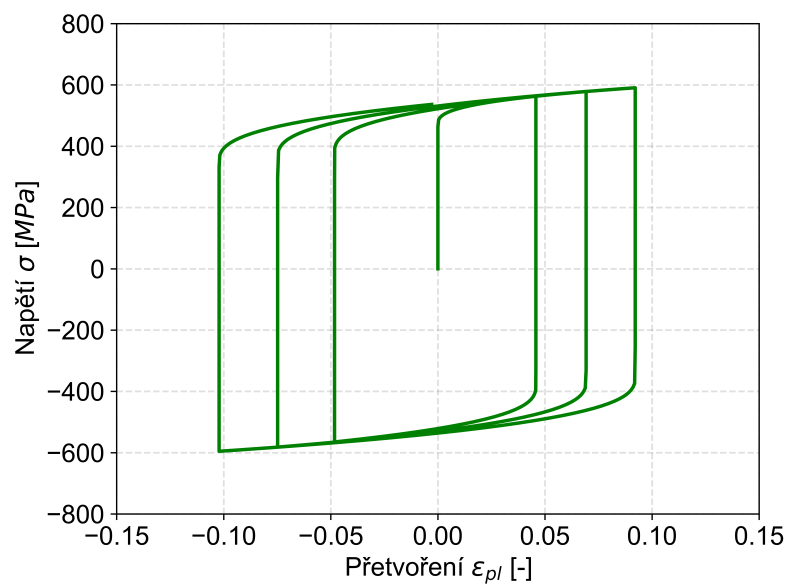
Tento model se liší od pružnoplastického modelu s lineárním kinematickým zpevněním pouze průběhem plastické větve, která je v tomto modelu nelineární.

Tento model je typický pro cyklické namáhání konstrukcí a reprezentuje chování řešeného konzolového nosníku.

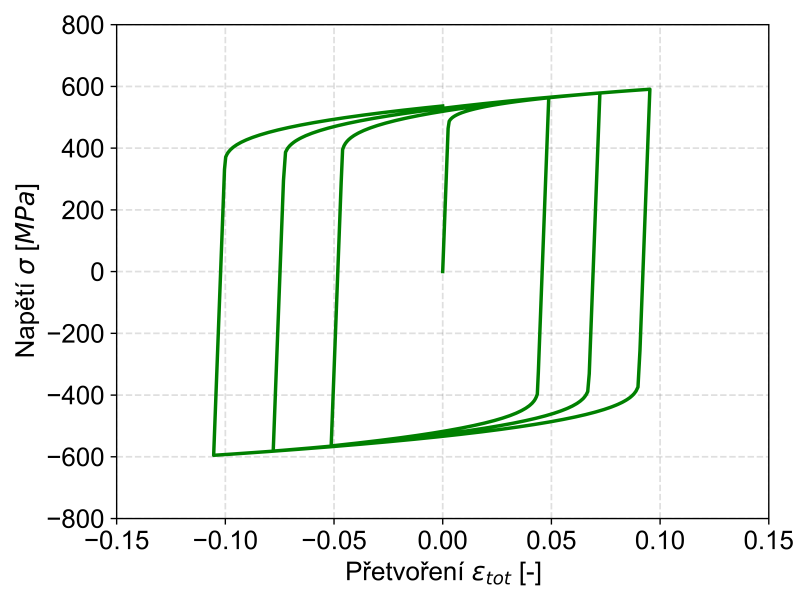


Obr. 1.10: Pružnoplastický model s nelineárním kinematickým zpevněním

Na obrázcích 1.11 a 1.12 jsou znázorněny průběhy přetvoření na jednom konečném prvku vlivem růstu napětí. Lze si všimnout svislé pružné větve na obrázku 1.11. Ta znázorňuje, že nedochází k plastickému přetvoření ϵ_{pl} , protože nebylo dosaženo meze kluzu. Na obrázku 1.12 je zobrazeno celkové přetvoření ϵ_{tot} jednoho konečného prvku podle rovnice (1.6).



Obr. 1.11: Nelineární kinematické zpevnění pro plastické přetvoření



Obr. 1.12: Nelineární kinematické zpevnění pro celkové přetvoření

1.3 Ramberg-Osgood model

Ramberg-Osgood model slouží k popisu nelineárního chování materiálu mezi napětím a přetvořením[3]. Původní tvar, vyjádřený rovnicí (1.13) byl v čase několikrát modifikován.

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + K \left(\frac{\sigma}{E} \right)^n \quad (1.13)$$

kde ε vyjadřuje přetvoření, σ znázorňuje napětí, E_0 je modul pružnosti v tlaku a tahu, konstanta K ovlivňuje rychlost nárůstu plastické deformace a exponent n ovlivňuje zpevnění materiálu [4]. Tento model je vhodný pro kovy, zejména korozivzdorné, u kterých dochází k plynulému přechodu mezi pružností a plasticitou. Pro numerickou simulaci konzolového nosníku byl použit zjednodušený model s lineární pružnou částí a nelineární plastickou částí s kinematickým zpevněním. Tento zjednodušený model byl využit, protože software Ansys Mechanical APDL nabízí Ramberg-Osgood model pouze pro monotónní zatěžování. Zjednodušený model je vyjádřen rovnicemi (1.14), (1.15), (1.16), (1.17), (1.18).

$$\varepsilon_{\text{tot}} = \varepsilon_{\text{el}} + \varepsilon_{\text{pl}} \quad (1.14)$$

$$\varepsilon_{\text{el}} = \frac{\sigma}{E} \quad (1.15)$$

$$\varepsilon_{\text{pl}} = \frac{\sigma - \sigma_y}{E_y} + \varepsilon_u \left(\frac{\sigma - \sigma_y}{\sigma_u - \sigma_y} \right)^m \quad (1.16)$$

$$E_y = \frac{E}{1 + 0.002 n \frac{E}{\sigma_y}} \quad (1.17)$$

Pokud je napětí menší než mez kluzu σ_y , probíhá přetvoření pouze v pružné části a platí Hookův zákon vyjádřený rovnicí (1.15). Jakmile je napětí větší než mez kluzu, celkové přetvoření ε_{tot} je rovno součtu pružného a plastického přetvoření.

$$\varepsilon_{\text{tot}} = \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma - \sigma_y}{E_y} + \varepsilon_u \left(\frac{\sigma - \sigma_y}{\sigma_u - \sigma_y} \right)^m \quad (1.18)$$

1.4 Skutečné napětí a přetvoření

Napětí lze obecně vyjádřit rovnicí (1.19)

$$\sigma_{eng} = \frac{F}{A_0} \quad , \quad (1.19)$$

kde A_0 značí původní plochu. Přetvoření můžeme obecně vyjádřit rovnicí (1.20).

$$\varepsilon_{eng} = \frac{\Delta L}{L} \quad (1.20)$$

Tyto hodnoty napětí a přetvoření se nazývají inženýrskými a vyjadřují napětí, které je dáno silou k původní ploše. Používají se proto, že je v průběhu experimentu příliš náročné měřit změnu plochy průřezu materiálu. Dalším důvodem používání těchto hodnot je, že se většina deformací odehrává v pružné větvi diagramu napětí a přetvoření a ta je téměř shodná s křivkou vyjadřující skutečné hodnoty napětí a přetvoření [5].

V případech, kdy je významné plastické přetvoření, je nutné inženýrské hodnoty napětí a přetvoření převést na hodnoty skutečné. Typickým příkladem jsou výrobní procesy nebo analýza konečných prvků s velkými deformacemi [5]. V tomto případě vstupuje do rovnice (1.21) skutečná plocha A , která vyjadřuje změnu plochy průřezu v každém okamžiku experimentu.

$$\sigma_{true} = \frac{F}{A} \quad (1.21)$$

K zúžení plochy průřezu prvku dojde v okamžiku, kdy se změní původní délka materiálu. Předpokládáme, že objem materiálu zůstane konstantní [5]. Tento předpoklad můžeme uplatnit v pružné i plastické oblasti diagramu napětí - přetvoření. V pružné oblasti jsou přetvoření prvku malá a v plastické oblasti je materiál během plastického přetvoření považován za nestlačitelný. Pokud objem zůstává konstantní, platí rovnice (1.22).

$$A \cdot L = A_0 \cdot L_0 \quad (1.22)$$

Rovnice (1.22) platí pouze před zúžením plochy průřezu. Úpravou rovnice (1.22) vyjádříme okamžitou plochu průřezu prvku.

$$A = \frac{A_0 L_0}{L} \quad (1.23)$$

Dosazením rovnice (1.23) do rovnice (1.21) dostaneme rovnici (1.28).

$$\sigma_{true} = \frac{F}{A} = \frac{F \cdot L}{A_0 \cdot L_0} \quad (1.24)$$

Původní tvar pro inženýrské přetvoření vyjádřené pomocí rovnice (1.20) můžeme rozložit do tvaru rovnice (1.25).

$$\varepsilon_{eng} = \frac{\Delta L}{L_0} = \frac{L - L_0}{L_0} = \frac{L}{L_0} - 1 \quad (1.25)$$

Pokud rovnici (1.25) dosadíme do rovnice vyjadřující inženýrské napětí, získáme rovnici pro skutečné napětí 1.26.

$$\sigma_{true} = \frac{F}{A} = \frac{F \cdot L}{A_0 \cdot L_0} = \frac{F}{A_0} (1 + \varepsilon_e) \quad (1.26)$$

Po závěrečné úpravě získáme finální tvar pro skutečné napětí.

$$\sigma_{true} = \sigma_0 (1 + \varepsilon_e) \quad (1.27)$$

Pro odvození skutečného přetvoření ε_e je nutné zohlednit, že původní délka vzorku se při zatěžování prvku tahovou silou neustále mění. Skutečné přetvoření lze spočítat pomocí vyjádření této skutečnosti rovnicí 1.28.

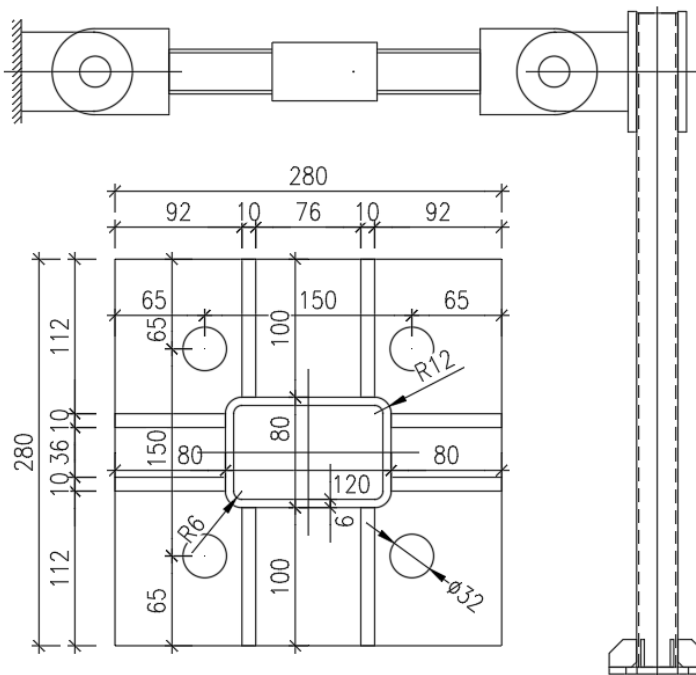
$$\varepsilon_{true} = \int_{L_0}^L \frac{dL}{L} = \ln \left(\frac{L}{L_0} \right) \quad (1.28)$$

Rovnici 1.28 lze převést tak, aby byla funkcí inženýrského napětí vyjádřeného rovnicí (1.27) a tím získáme rovnici (1.29) pro skutečné přetvoření.

$$\varepsilon_{true} = \ln(1 + \varepsilon_e) \quad (1.29)$$

2 Experiment

Experiment byl proveden v Università degli Studi di Salerno v Itálii. Zahrnoval celkem 9 za studena válcovaných průřezů vystavenému cyklickému ohybovému namáhání [6]. V bakalářské práci se zabývám konzolovým nosníkem z austenitické oceli o rozměrech průřezu 120 x 80 x 6 mm a celkové délce 1730 mm. Nosník byl v horní části namáhán cyklickými vodorovnými posuny vyvolanými hydraulickým posuvným zařízením MTS 243.60-02 [6].

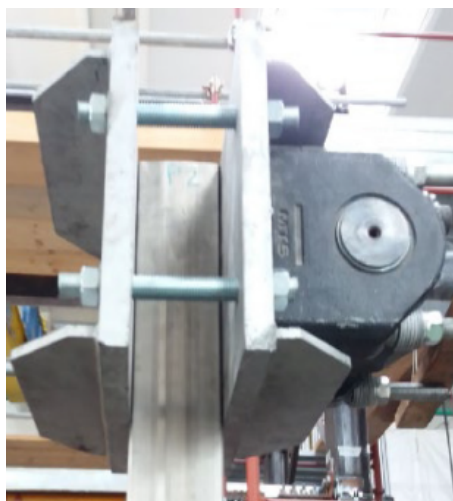


Obr. 2.1: Půdorys konzolového nosníku a hydraulické posuvné zařízení

Hydraulické posuvné zařízení bylo uchyceno k průřezu pomocí dvou plechů. Spodní část průřezu byla přivařena k podkladnímu plechu, který byl přišroubován k betonovému základu. Požadovaná tuhost vetknutí byla zajištěna výztuhami.

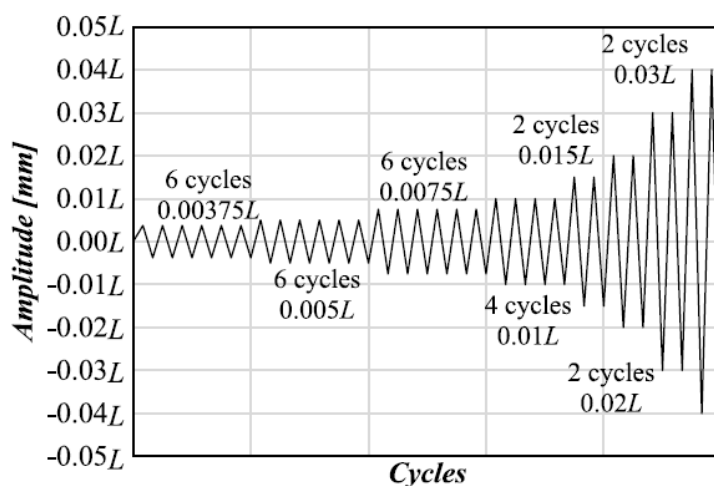


Obr. 2.2: Ukotvení konzolového nosníku [6]



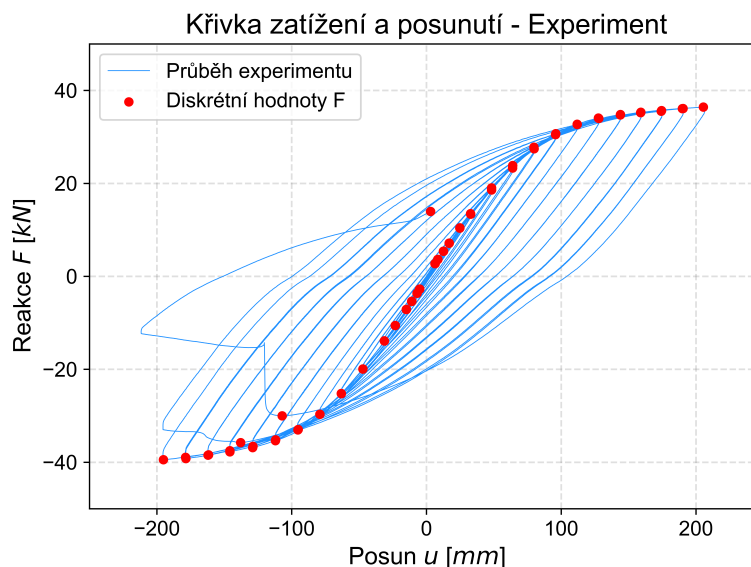
Obr. 2.3: Uchycení RHS průřezu k posuvnému zařízení [6]

Na konzolový nosník bylo v průběhu experimentu umístěno několik zařízení pro měření dat z experimentu. V místě vodorovného posunu způsobeného hydraulickým posuvným zařízením byl umístěn strunový potenciometr [6]. Měřil, zda dochází k namáhání konstrukce podle zatěžovacího protokolu na obrázku 2.4. Ve spodní části konzolového nosníku byly umístěny *LVDT* snímače, které měřili pootočení průřezu z důvodu, zda svar mezi podkladním plechem a RHS průřezem doplněný výztuhami odpovídá tuhému spoji.



Obr. 2.4: Diagram cyklického zatížení [6]

Průběh experimentu je znázorněn pomocí křivky zatížení a posunutí na obrázku 2.5. Modrá křivka znázorňuje celý záznam zatěžovací zkoušky. Červené body jsou hodnoty, kdy se měnil směr namáhání konzolového nosníku podle zatěžovacího protokolu na obrázku 2.4.

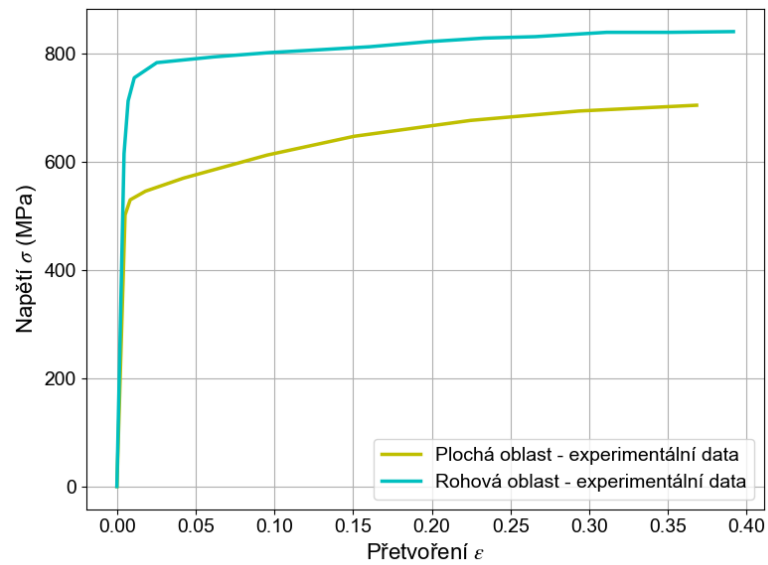


Obr. 2.5: Průběh experimentu

Pro charakterizaci chování materiálu byly provedeny tahové zkoušky na vzorcích z RHS průřezu. Tyto zkoušky byly provedeny na vyříznutých vzorcích z ploché i rohové oblasti [7]. Diagram napětí a deformace zobrazený na obrázku 2.7 reprezentuje chování vzorků z ploché i rohové oblasti během tahové zkoušky. Výsledné naměřené materiálové hodnoty jsou zobrazeny v tabulce 2.1. Konstanta E značí Youngův modul pružnosti, σ_0 představuje mez kluzu, σ_u je pevnost v tahu a ε_u je mezní přetvoření. Konstanty m a n ovlivňují deformační zpevnění [4].



Obr. 2.6: Vzorek z tahové zkoušky před a po testu [8]



Obr. 2.7: Graf závislosti napětí a přetvoření pro naměřená data

Tab. 2.1: Materiálové vlastnosti určené tahovými testy [7]

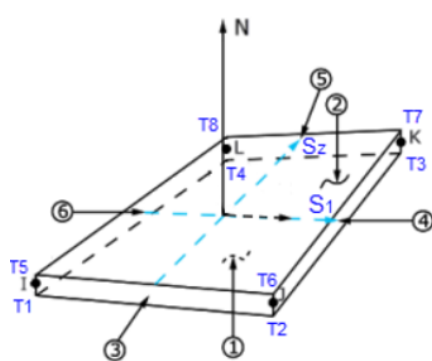
Parametr	Jednotka	Plochá oblast	Rohová oblast
E	[MPa]	185 778	185 360
σ_0	[MPa]	479	635
σ_u	[MPa]	679	840
ε_u	[-]	0,39	0,34
n	[-]	7,05	5,4
m	[-]	2,55	7,89

3 Numerická simulace

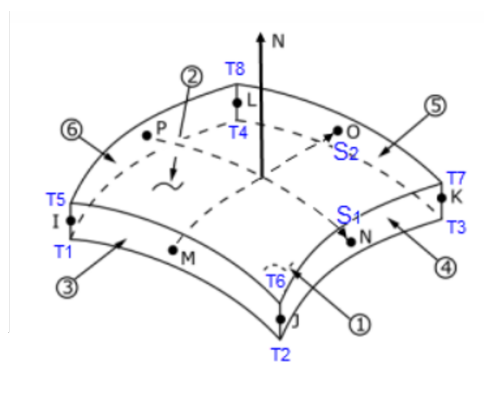
Pro numerickou simulaci byl vybrán software Ansys Mechanical APDL. Velkou výhodou tohoto softwaru je sestavení parametrického modelu s několika sledovanými parametry, ať už geometrickými, materiálovými nebo zatížením. Ansys Mechanical APDL nabízí velké množství materiálových modelů i konečných prvků a je vhodný pro nelineární výpočty. Díky jazyku APDL lze pomocí skriptování zautomatizovat celý výpočtový proces, pouštět několik výpočtů současně nebo získat detailní výsledky až na úrovni integračního bodu. Další výhodou je propojení s programovacími jazyky pro efektivní automatizaci nebo použití propojení se softwarem optiSLang pro optimalizaci.

3.1 Analýza konečných prvků SHELL181 a SHELL281

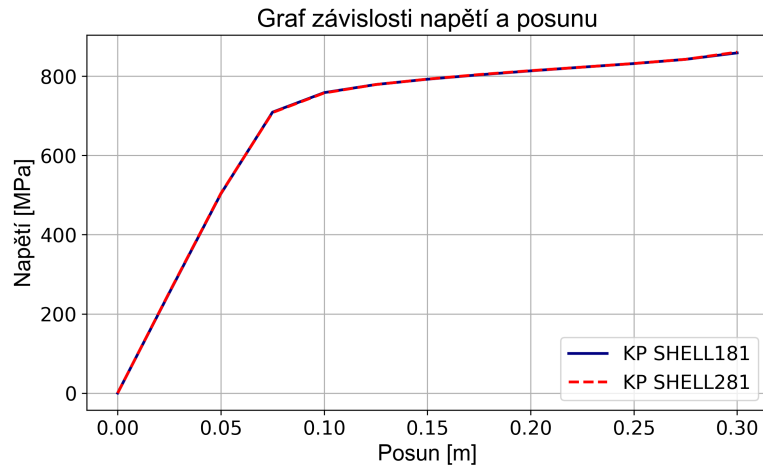
Pro přesnost výsledků je nutné použít vhodný typ konečného prvku podle typu analýzy. Konečné prvky SHELL181 i SHELL281 jsou vhodné pro tenkostěnné konstrukce namáhané ohybem s velkými nelineárními deformacemi. [9] Rozdíl mezi těmito konečnými prvky je v počtu uzlů. Konečný prvek SHELL181 obsahuje čtyři uzly, zatímco konečný prvek SHELL281 uzlů osm, což znamená, že výpočetní náročnost je u prvku SHELL281 vyšší, ale obecně by měly být výsledky přesnější. V každém uzlu je šest stupňů volnosti. Pro oba konečné prvky byla provedena analýza, kdy byl konzolový nosník zatížen vodorovným posunem a byla zkoumána závislost napětí a času v závislosti na daném posunu.



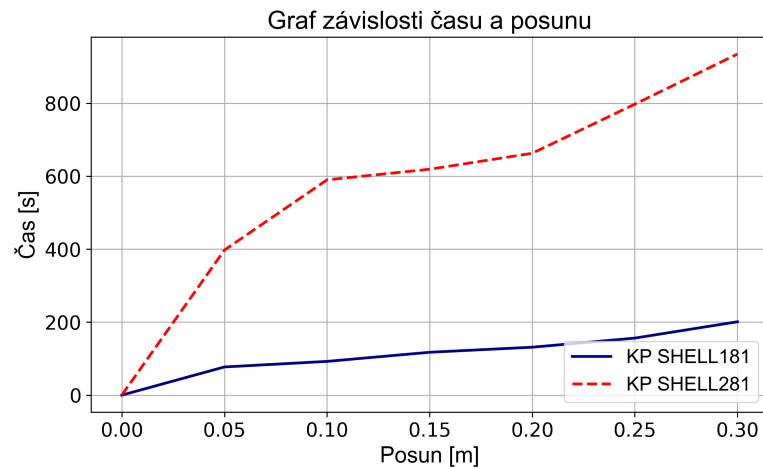
Obr. 3.1: KP SHELL181 [9]



Obr. 3.2: KP SHELL281 [9]



Obr. 3.3: Srovnání přesnosti konečných prvků SHELL181 a SHELL281

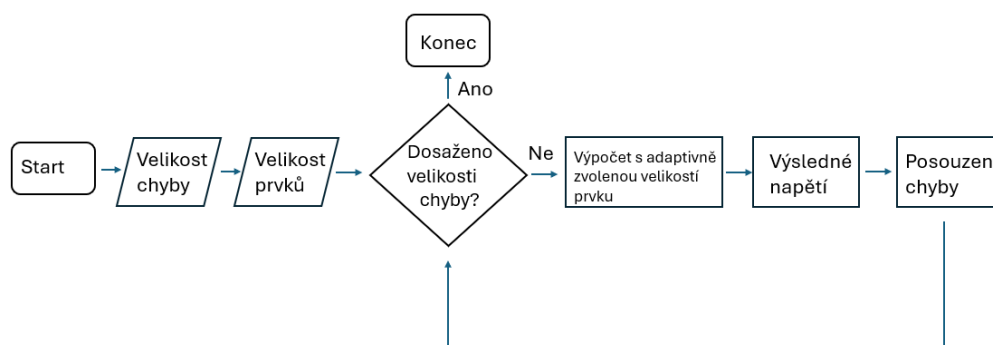


Obr. 3.4: Srovnání časové náročnosti konečných prvků SHELL181 a SHELL281

Z grafu na obrázku 3.3 lze usoudit, že výsledné hodnoty napětí v závislosti na posunu jsou velice podobné pro oba konečné prvky. Časová náročnost pro konečný prvek SHELL181 podle obrázku 3.4 je ale podstatně nižší. Z těchto důvodů je parametrický nelineární model tvořen konečnými prvky SHELL181, kdy za nižšího času lze dosáhnout poměrně stejných výsledků.

3.2 Program pro optimální velikost prvku

Při výpočtech metodou konečných prvků je určení velikosti prvku velmi důležitým faktorem, který bude vykazovat správné výsledky v minimálním čase. Minimalizovat výpočetní čas je podstatné především v optimalizačních úlohách, kde probíhají opakovaně desítky až stovky výpočtů. Pokud určíme velikost prvku příliš velkou, nebudeme mít přesné výsledky. Na druhou stranu, pro příliš malou velikost prvku bude výpočetní čas dlouhý a výpočet nebude efektivní, protože poměrně stejných výsledků bychom mohli dosáhnout i při větší velikosti prvku. Podstatné tedy je najít správnou rovnováhu mezi velikostí prvku, správnými výsledky a výpočetním časem.



Obr. 3.5: Vývojový diagram programu pro optimální velikost prvku

Pro naši úlohu jsem naprogramoval skript v programovacím jazyce Python, pomocí kterého jsem určil optimální velikost prvku pro řešenou konstrukci v závislosti na výsledném napětí, výpočetním čase a relativní chybě. V prvním kroku zadáme geometrické rozměry řešené konstrukce, ze kterých se určí možné velikosti prvků, a odhadovanou velikost prvku, která by mohla být vhodná pro výpočet podle usouzení uživatele. V dalším kroku vybereme vhodnou velikost prvku na základě výsledných možností ze vstupních hodnot.

Vstupní hodnoty

Zadejte vstupní hodnoty:

Délka [m]

Šířka [m]

Velikost prvku [m]

Obr. 3.6: Vstupní hodnoty

Velikost prvku

Vyberte počáteční velikost prvku

☐ Délka / Šířka

☐ Šířka / Délka

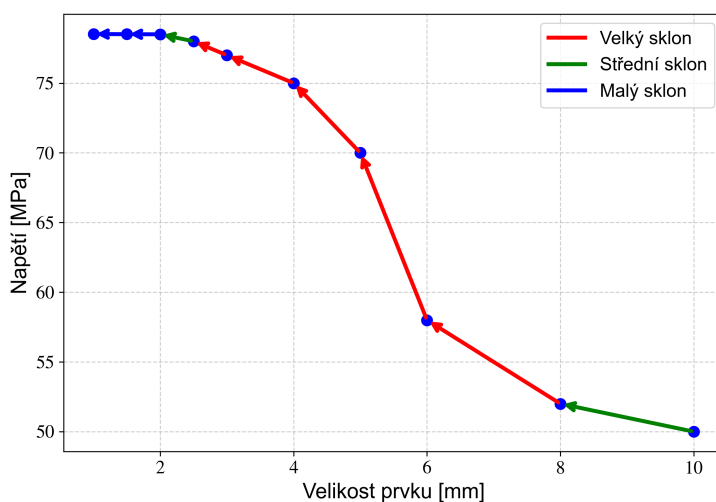
☐ Velikost prvku

Obr. 3.7: Velikost prvku

V druhém dialogovém okně na obrázku 3.7 se zobrazí reálné hodnoty velikosti prvků místo popisků, které jsou použity pro momentální znázornění. Z těchto vygenerovaných velikostí vybere uživatel vstupní velikost. Před spuštěním programu je nutné určit velikost maximální relativní chyby pro přesnost výpočtu. Jakmile bude relativní chyby dosaženo podle rovnice (3.1), bude program ukončen.

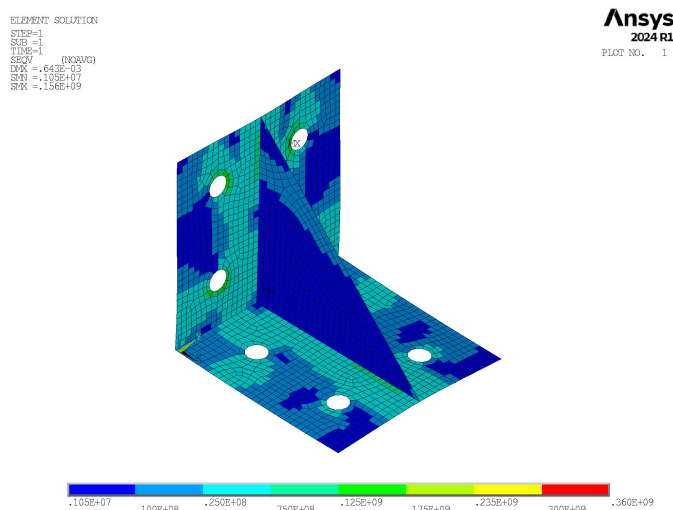
$$\text{rel_error} = \left(\frac{\sigma_{n+1} - \sigma_1}{\sigma_1} \right) \cdot 100 [\%] \quad (3.1)$$

Velikost prvku se adaptivně mění podle sklonu přímky mezi dvěma prvky. Pokud je změna napětí příliš prudká, zmenší se velikost prvku a naopak, při zanedbatelné změně napětí se velikost prvku zvětší pro urychlení výpočtu, nesmí ale překročit velikost předchozího prvku.



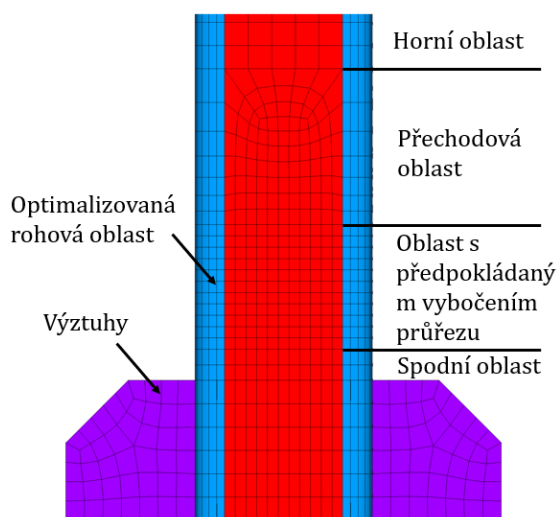
Obr. 3.8: Graf znázornění adaptivní změny velikosti prvku

Funkčnost skriptu byla ověřena na konzoli zobrazené na obrázku 3.9 o délce každé strany 150 mm, která byla zatížena silami v uzlech v místě otvoru.

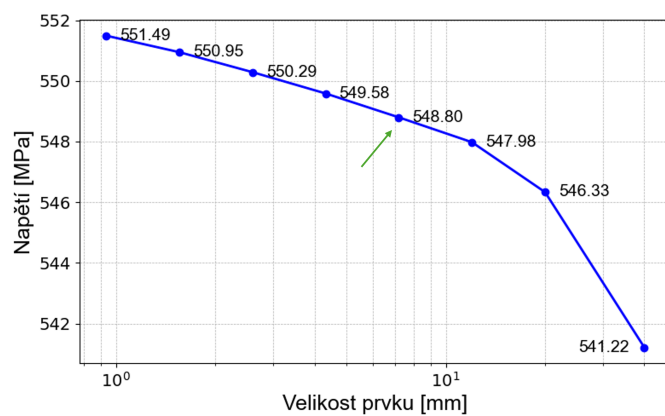


Obr. 3.9: Konzole použitá pro ověření funkčnosti programu

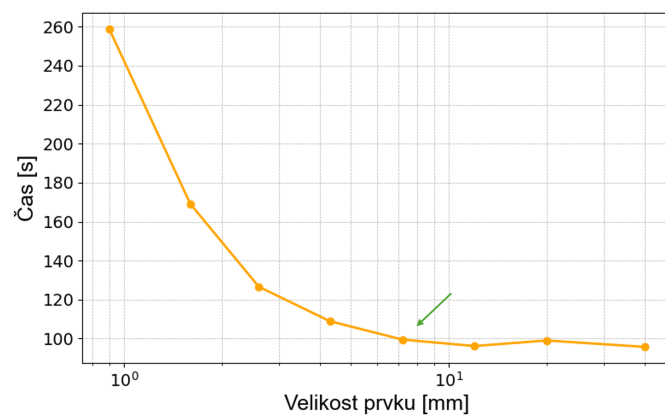
Pro vyšetřování konzolový nosník namáhaný vodorovným cyklickým posunem byl program pro optimální velikost prvku aplikován pro všechny oblasti nosníku znázorněné na obrázku 3.10, zobrazeny ale budou pouze výsledné grafy pro oblast s předpokládaným vybočením průřezu. V této oblasti je potřebné zachytit chování konstrukce co nejpřesněji, proto zde bude síť s malými konečnými prvky. Pro tento účel zatížíme konstrukci vodorovným posunem o velikosti 170 mm.



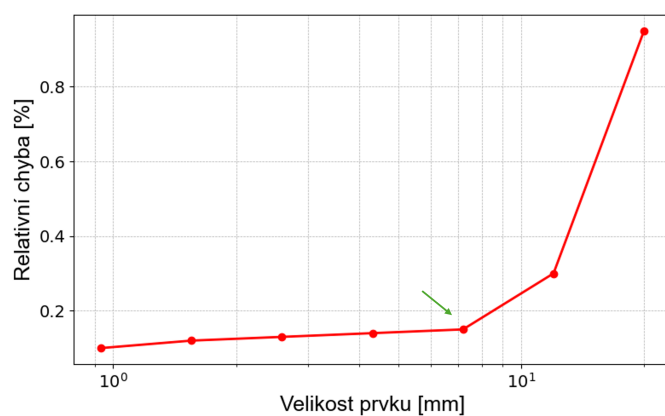
Obr. 3.10: Schéma oblastí konzolového nosníku



Obr. 3.11: Graf závislosti napětí a velikosti konečného prvku



Obr. 3.12: Graf závislosti času a velikosti konečného prvku



Obr. 3.13: Graf závislosti relativní chyby a velikosti konečného prvku

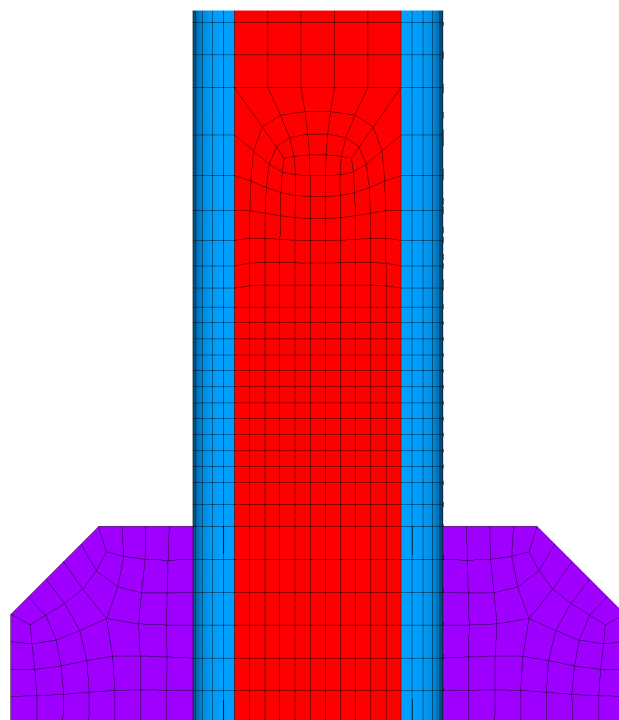
Z výsledných grafů vidíme, že optimální velikost prvku pro danou oblast je 7,5 mm s relativní chybou 0,15 %. Pokud bychom snižovali velikost prvku, dostali bychom přesnější výsledky, ale bylo by to pouze v řádu setin procent a výpočetní čas by strmě narostl. Uvedené výpočetní časy představují výpočet s jedním zatěžovacím krokem. Pro cyklické namáhání konzolového nosníku a následnou optimalizaci bude výpočetní čas několikanásobně vyšší.

V horní oblasti průřezu, kde nepředpokládáme vysoké gradienty napětí v průběhu namáhání, je velikost konečných prvků 15 mm. Přejíhová oblast mezi těmito dvěma průřezy a spodní oblast je tvořena konečnými prvky o velikostech v rozsahu 7,5 - 15 mm. Podstatné je, že v přechodných oblastech byl eliminován výskyt trojúhelníkových prvků, které by mohly znepřesňovat výsledky napětí. Optimalizovaná oblast obsahuje konečné prvky o velikosti 5 mm. Výztuhy a podkladní plech jsou tvořeny konečnými prvky o velikosti 15 mm. Nesledujeme chování těchto oblastí, proto zde zvolíme větší konečné prvky pro ušetření výpočetního času. Pro přehlednost je uspořádání prvků zobrazeno v tabulce 3.1 a jednotlivé oblasti konzolového nosníku jsou znázorněny na obrázku 3.10.

Tab. 3.1: Velikosti prvků v dané oblasti konzolového nosníku

Oblast průřezu	Velikost prvku [mm]
Výztuhy	15
Podkladní plech	15
Horní oblast	15
Přejíhová oblast	7,5-15
Spodní oblast	7,5-15
Oblast s předpokládaným vybočením průřezu	7,5
Optimalizovaná oblast	5

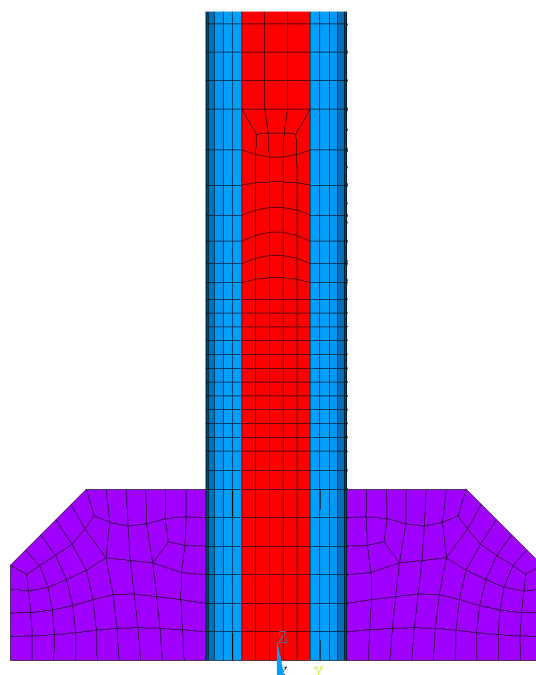
ELEMENTS
MAT NUM



Ansys
2024 R1
PLOT NO. 1

Obr. 3.14: Detail konečných prvků v konzolovém nosníku

ELEMENTS
MAT NUM

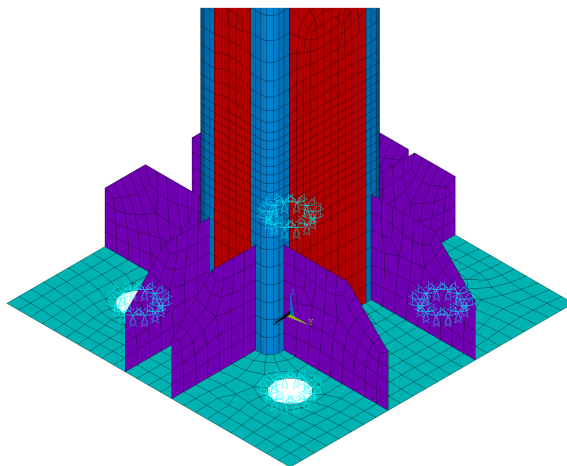


Ansys
2024 R1
PLOT NO. 1

Obr. 3.15: Detail konečných prvků v konzolovém nosníku

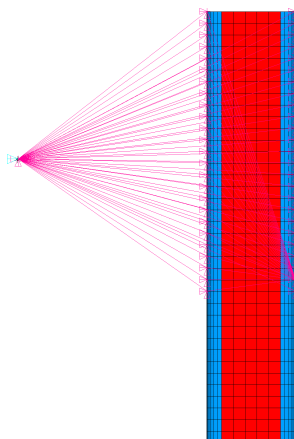
3.3 Okrajové podmínky

Podkladní plech byl při experimentu přikotven šrouby. Při numerické simulaci nezkoumáme šrouby, proto nebyly modelovány a byly nahrazeny okrajovými podmínkami s předepsaným nulovým posunutím uzlů po obvodu otvoru.



Obr. 3.16: Okrajové podmínky ve spodní části konstrukce

Remote point nahrazuje posuvné hydraulické zařízení, kterým je konstrukce namáhána. V uzlu byl nadefinován předepsaný posun ve směru zatížení konstrukce. Tento uzel byl definován kontaktním prvkem CONTA174 a na profilu byly namodelovány prvky TARGE170. Pro kontaktní vazby byl použit Multi - point constraint algoritmus. Tento algoritmus nezahrnuje nelineární iterace a tím snižuje náročnost výpočtu.

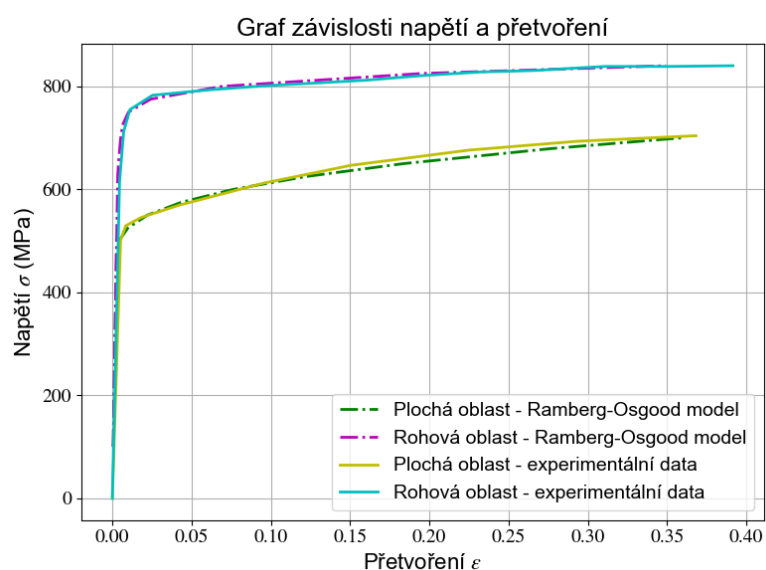


Obr. 3.17: Remote point

3.4 Materiálový model

3.4.1 Ramberg - Osgood model

Pro popis materiálového chování byl zvolen pružnoplastický model s lineárně pružnou a nelineární plastickou větví s kinematickým zpevněním. Tento model je popsán v kapitole 1.2.6. Pro numerický model byly kalibrovány parametry materiálového modelu pomocí srovnání diagramu závislosti napětí a přetvoření ze zkoušek na vzorcích rovné a rohové oblasti RHS profilu. Výsledné parametry pro materiálový model jsou uvedeny v tabulce 3.2 a grafické srovnání diagramů závislosti napětí a přetvoření mezi těmito hodnotami vstupujícími do numerické simulace a hodnotami ze zkoušek jsou zobrazeny na obrázku 3.18. Tato data jsou srovnána v inženýrských hodnotách.



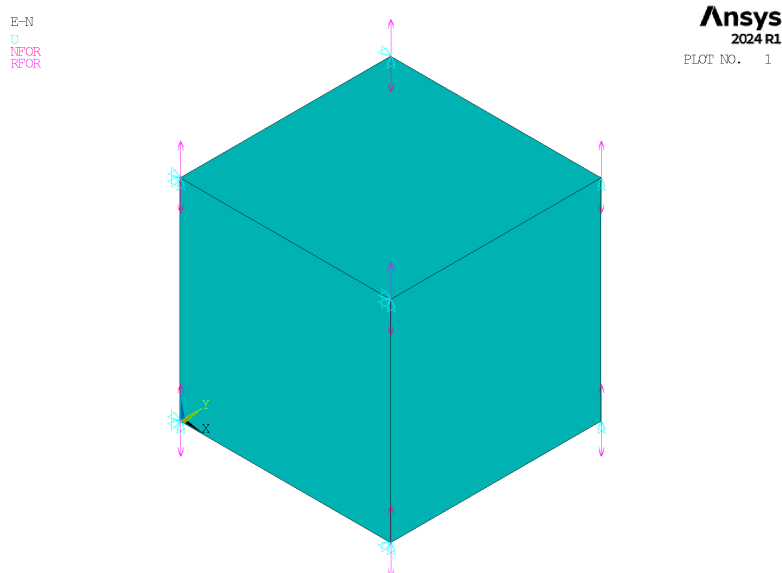
Obr. 3.18: Srovnání materiálových dat z experimentu a numerického výpočtu

Tab. 3.2: Materiálové vlastnosti pro numerickou simulaci

Parametr	Jednotka	Plochá oblast	Rohová oblast
E	[MPa]	185 778	185 360
σ_0	[MPa]	479	635
σ_u	[MPa]	720	840
ϵ_u	[-]	0,39	0,34
n	[-]	9	5,4
m	[-]	2,7	7,89

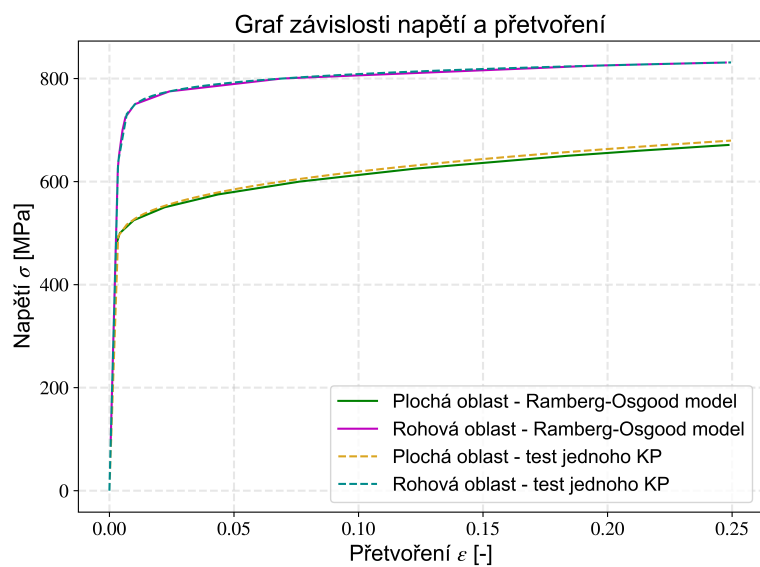
3.4.2 Test jednoho konečného prvku

Pro ověření materiálového chování byl proveden test jednoho konečného prvku na krychli o délce strany 1 m. Provedením testu tohoto prvku byl eliminován vliv okrajových podmínek, nepřesností způsobených vlivem sítě a materiálových nelinearit. Prvek byl zatížen jedním zatěžovacím krokem a test byl proveden pro plochou i rohovou oblast.

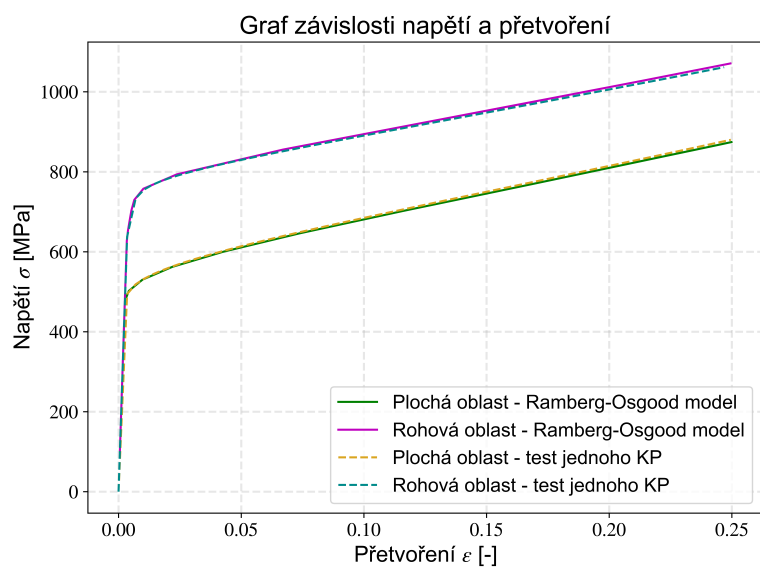


Obr. 3.19: Test jednoho konečného prvku

Kalibrovaná materiálová data z tabulky 3.2 převedeme pomocí odvozených rovnic (1.27) a (1.29) do hodnot skutečného napětí a přetvoření, které budou použity pro numerickou simulaci.



Obr. 3.20: Srovnání inženýrských materiálových hodnot

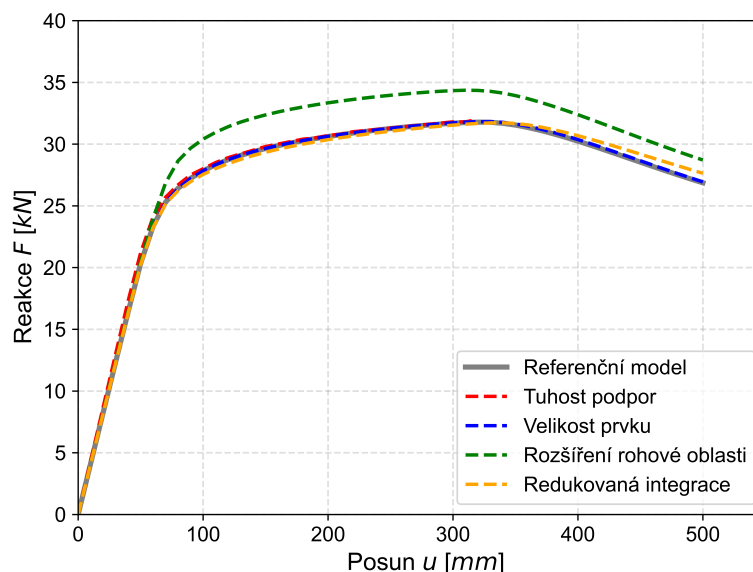


Obr. 3.21: Srovnání skutečných materiálových hodnot

4 Optimalizace

4.1 Analýza vlivu rozšířením rohové oblasti

V prvním kroku bylo nutné zjistit, jaké parametry mění výsledky odezvy namáhané konstrukce. Byl sestaven referenční model a byly měněny parametry zobrazené v tabulce 4.1 při vodorovném posunu 500 mm. Podle grafu na obrázku 4.1 lze usoudit, že jediný parametr ovlivňující velikost odezvy je rozšíření rohové oblasti průřezu.



Obr. 4.1: Analýza odezvy v závislosti na parametrech

I přes to je ale nutné se ostatními parametry zabývat. Vliv velikosti prvků na výsledky a výpočetní čas je popsán v kapitole 3.2. Výpočetní čas ovlivňuje i to, zda bude zvolena plná nebo redukovaná integrace konečného prvku.

Tab. 4.1: Přehled změny parametrů

Model	Podpory	Velikost prvku	Rohová oblast	KP integrace
Referenční model	Tuhá	Základní	Nerozšířená	Plná
Tuhost podpor	Deformovatelná	Základní	Nerozšířená	Plná
Velikost prvku	Tuhá	Menší	Nerozšířená	Plná
Rohová oblast	Tuhá	Základní	Rozšířená	Plná
Integrační metoda	Tuhá	Základní	Nerozšířená	Redukovaná

4.2 Postup optimalizace

Jako první krok je nutné mít k optimalizaci vytvořený parametrický konečně - prvkový model. Následuje vytvoření matematického metamodelu. Ten je použit z důvodu ušetření výpočetního času. Dalším krokem je provedení citlivostní analýzy a samotné optimalizace. Tento postup znázorněný na obrázku 4.2 je použitý k optimalizaci v softwaru optiSLang. Současně jsem provedl optimalizaci pomocí vlastního optimalizačního programu v Pythonu, který postupuje stejně jako software optiSLang.



Obr. 4.2: Postup při optimalizaci

4.3 Matematický metamodel

Matematický metamodel byl vytvořen pro optimalizaci z důvodu ušetření výpočetního času. Podstatou je výpočet numerické simulace s několika vstupními hodnotami rozšíření rohové oblasti, které jsou dosazeny do konečně - prvkového modelu, a získání odezvy. V následné optimalizaci s jinými vstupními parametry jsou odezvy aproximovány podle vytvořeného matematického metamodelu, který nahrazuje numerický konečně - prvkový model. Při tvorbě matematického metamodelu bylo v prvním kroku vytvořeno 75 náhodných parametrů rozšíření rohové oblasti, se kterými postupně proběhl výpočet. Prvních 50 vzorků bylo vytvořeno pomocí Advanced Latin Hypercube, zbylých 25 pomocí Adaptive Metamodel of Optimal Prognosis pro zvýšení hodnot CoP. Hodnota CoP je ukazatel kvality aproximace daný vztahem (4.1)

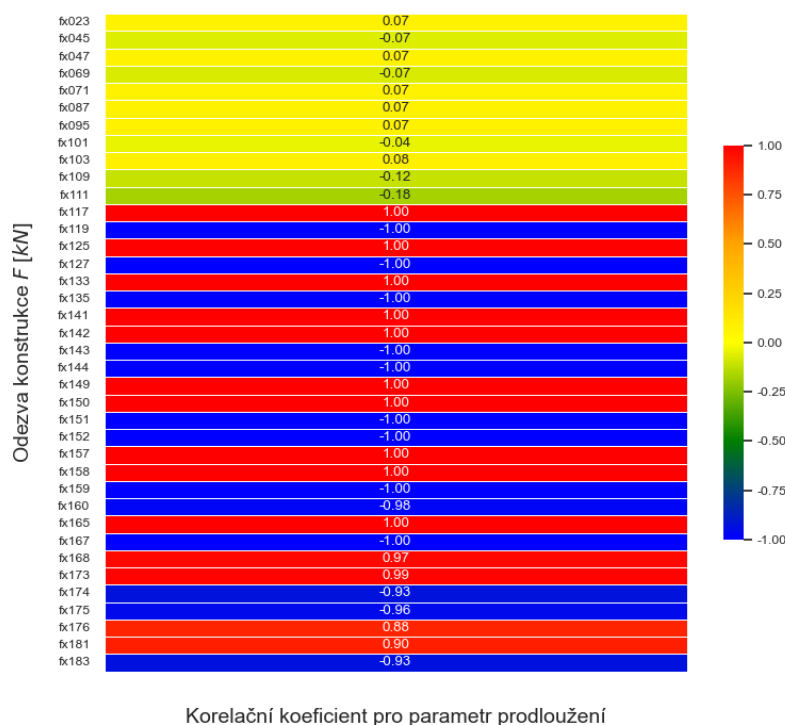
$$\text{CoP} = 1 - \frac{SS_{\text{Eprediction}}}{SS_T}, \quad (4.1)$$

kde $SS_{\text{Eprediction}}$ je součet čtverců predikčních chyb a SS_T představuje celkovou odchylku. Hodnota tohoto koeficientu se pohybuje od 0 do 1, přičemž hodnota 1 představuje dokonalou aproximaci. Podle výsledné hodnoty CoP je zvolen typ aproximace. V softwaru optiSLang bylo aproximováno pomocí metod lineární regrese a Isotropic kriging.

4.4 Citlivostní analýza

Po vytvoření matematického metamodelu je dalším krokem provedení citlivostní analýzy. Ta slouží k tomu, abychom zjistili, jak vstupní parametry ovlivňují sledované odezvy konzolového nosníku. K tomuto posouzení byla naprogramována korelační matice, která je součástí programu pro optimalizaci. Hodnoty korelace se pohybují v intervalu $<-1;1>$. Pokud jsou hodnoty rovny -1, jedná se o zápornou lineární závislost, což znamená, že s rostoucím vstupním parametrem klesá hodnota odezvy konzolového nosníku. Jestliže je hodnota korelace rovna nule, nejedná se o žádnou závislost mezi vstupním parametrem a odezvou posuzované konstrukce. Pokud je hodnota korelace rovna 1, znamená to, že s rostoucím vstupním parametrem roste odezva konstrukce. To se nazývá kladná korelace.

Korelace mezi parametrem prodloužení a odezvami konstrukce F



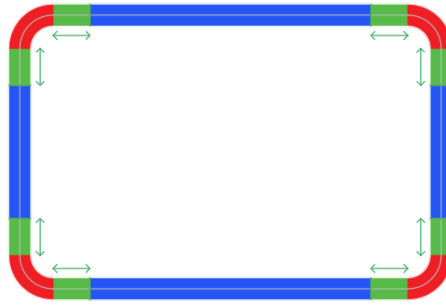
Korelační koeficient pro parametr prodloužení

Obr. 4.3: Výňatek z korelační matice

Korelace mezi parametrem rozšíření rohové oblasti a odezvách konstrukce ukazuje, že odezvy konstrukce jsou významně ovlivněny až od reakce FX117, kdy začne docházet k plastické deformaci. Do té doby konstrukce vykazuje pružné chování a korelace je blízka nule, protože oba materiály mají téměř stejnou velikost Youngova modulu pružnosti.

4.5 Optimalizace

Cílem optimalizace je určit vhodnou délku rozšíření rohové oblasti znázorněné na obrázku 4.4 v závislosti na experimentálních datech, jejichž průběh je zobrazen pomocí křivky zatížení a posunutí na obrázku 4.5.

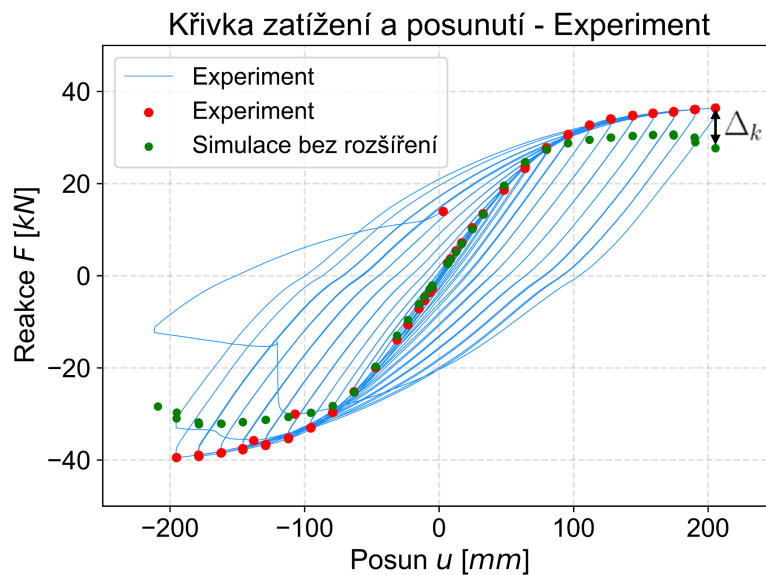


Obr. 4.4: Znázornění rozšíření rohové oblasti v RHS průřezu

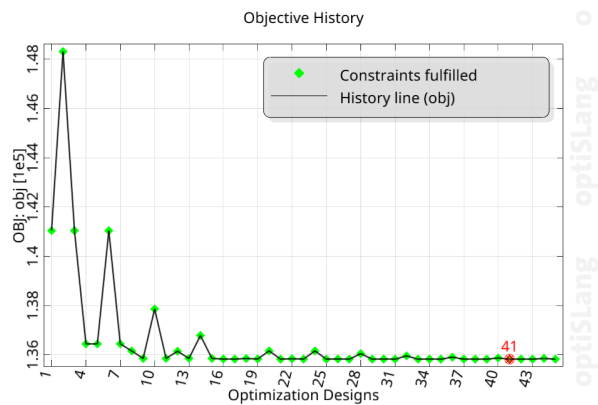
Optimalizace bude provedena minimalizací funkce (4.2)

$$f_{\text{obj}} = \sum_{k=1}^n \Delta_k = \sum_{k=1}^n |F_{k,\text{exp}} - F_{k,\text{pred}}| \quad , \quad (4.2)$$

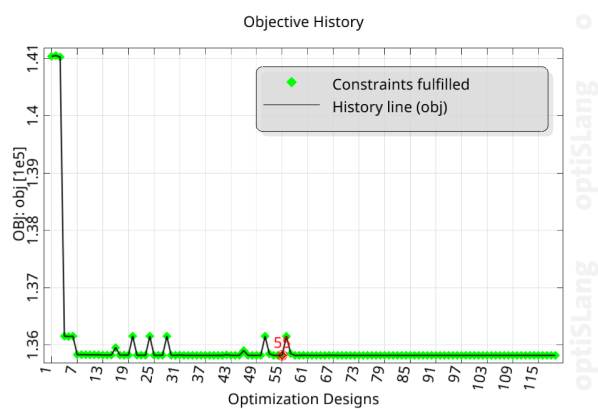
kde $F_{k,\text{exp}}$ jsou hodnoty reakcí z provedeného experimentu a $F_{k,\text{sim}}$ hodnoty reakcí z numerické simulace popřípadě z matematického metamodelu. Tuhle funkci lze znázornit pomocí obrázku 4.5.



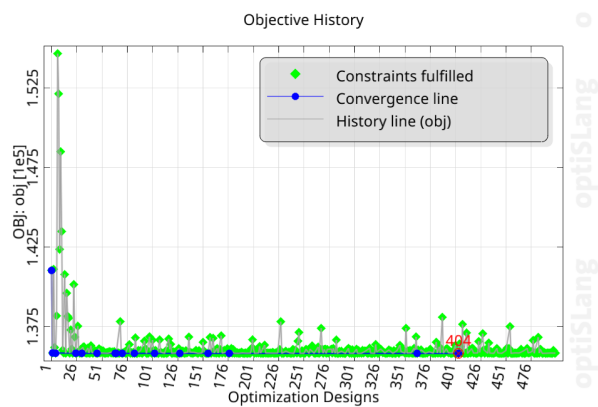
Obr. 4.5: Grafické znázornění zobrazení rozdílu reakcí experimentu a simulace



Obr. 4.6: Průběh Adaptive Response surface method [10]



Obr. 4.7: Průběh Non - Linear programming by Quadratic Lagrangian [10]



Obr. 4.8: Průběh Evolutionary algorithms [10]

4.6 Optimalizační program v Pythonu

V rámci této práce byl navíc naprogramován vlastní optimalizační program pro optimalizaci rohové oblasti konzolového nosníku v programovacím jazyku Python. Funkuje na principu zobrazeném na obrázku 4.2.

4.6.1 Matematický metamodel

Matematický metamodel v programu pro optimalizaci byl pro jednotlivé odezvy vytvořen pomocí lineární regrese. Lineární regrese je statistická metoda pro získání předpisu, pomocí kterého budeme schopni aproximovat hodnotu jedné proměnné ze znalosti hodnoty jiné proměnné, pokud mezi těmito dvěma proměnnými existuje příčinná souvislost [11]. Lze ji vyjádřit rovnicí(4.3).

$$y = \beta_0 + \beta_1 \cdot x \quad (4.3)$$

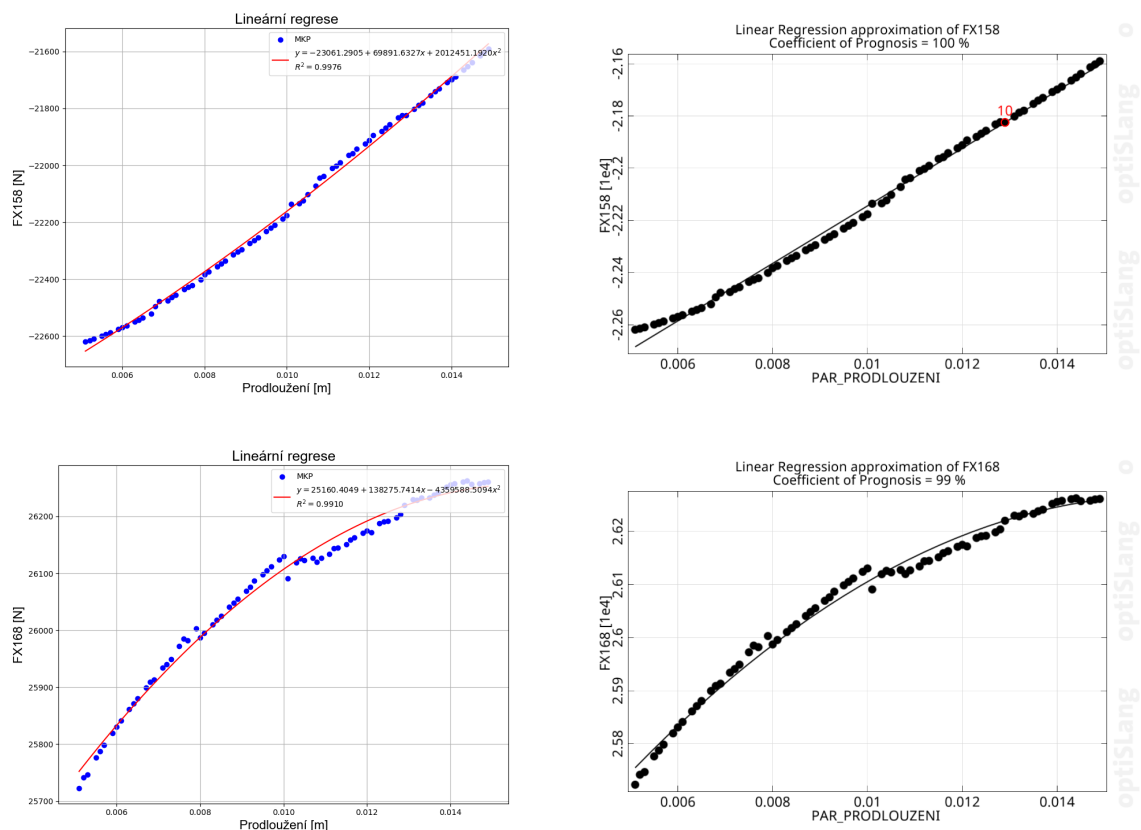
kde y je závislá proměnná a x vyjadřuje nezávislou proměnnou [11]. Konstanta β_0 udává posunutí přímky po ose y a člen β_1 udává sklon přímky. Pokud je hodnota β_1 kladná, tak s rostoucí hodnotou x roste hodnota y a jde o přímou úměru [11]. O nepřímou úměru se jedná v případě záporné hodnoty x . Čím blíže jsou body regresní přímce, tím je vyšší hodnota lineární regrese [11]. Tuto přesnost vyjadřuje koeficient determinace R^2 .

Pro přesnější výsledky byla v matematickém metamodelu použita lineární regrese s vyššími stupni polynomů podle vzorce (4.4).

$$y = \sum_{i=0}^n \beta_i x^i = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \dots + \beta_n x^n \quad (4.4)$$

Lineární regrese v optimalizačním programu byla naprogramována pomocí knihovny Scikit - Learn [12]. V řešeném konzolovém nosníku je závislá proměnná y hodnota jednotlivých reakcí a nezávislá proměnná x jsou hodnoty možných rozšíření rohové oblasti.

Na obrázku 4.9 jsou zobrazeny aproximace pro vybrané odezvy konzolového nosníku. V levém sloupci jsou grafy z metamodelu, který byl použit pro optimalizační program v Pythonu. V pravém sloupci jsou aproximace ze softwaru optiSLang. Lze si povšimnout, že zrovna v těchto dvou vybraných případech proběhla aproximace dat pomocí lineární regrese.



Obr. 4.9: Porovnání aproximace pro vybrané reakce

4.6.2 Genetický algoritmus

Genetický algoritmus je optimalizační metoda inspirovaná principem přirozeného výběru. Prvním krokem je zapotřebí vygenerovat náhodné jedince, což jsou v kon-
zologem nosníku možné parametry rozšíření rohové oblasti

$$\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\} \quad (4.5)$$

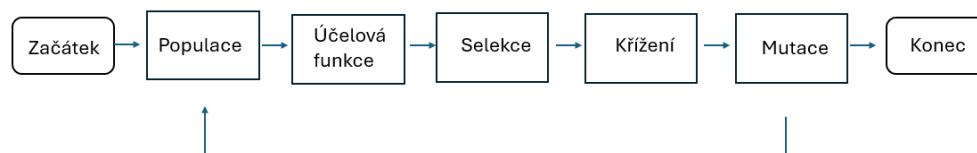
Vygenerování jedinci potom tvoří Populaci

$$P = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k\} \quad (4.6)$$

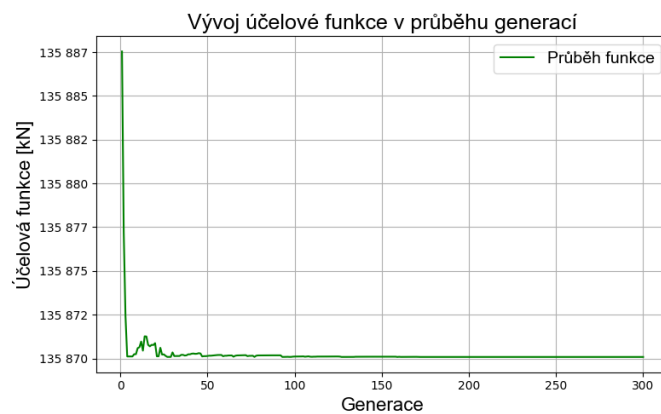
Aktuální populace ve výpočtu se nazývá Generace. Každý jedinec je vyhodno-
cen účelovou funkcí. Účelovou funkcí je rovnice (4.2), to znamená, že čím nižší je
hodnota účelové funkce, tím vhodnější je jedinec s tímto vyhodnocením. Aby bylo
možné prozkoumat co největší prostor řešení, je nutné generovat další jedince. Není
ale možné prozkoumat celý prostor řešení, proto se nechají rozmnožovat jedinci
s nejlepšími hodnotami účelové funkce [13]. Ostatní jedinci zanikají a nová popu-
lace je představována potomky z předešlé populace. Selektce, křížení a mutace slouží
k tomu, aby se mohly generovat noví jedinci a z nich vybírat ti nejlepší v závislosti
na hodnotě účelové funkce. Z několika možných typů selektce byla vybrána Turna-
jová selektce. Byly náhodně vybrány dva jedinci a ten s lepší hodnotou účelové funkce
postoupil do reprodukce [13]. Výhodou je, že není nutné porovnávat účelovou funkci
pro všechny jedince, ale pouze pro dva vybrané [13]. Tenhle výběr byl proveden
dvakrát pro získání dvou rodičů. Pro vygenerování nového jedince je použito křížení
podle rovnice 4.7

$$J = R_1 \cdot k + R_2 \cdot (1 - k) \quad , \quad (4.7)$$

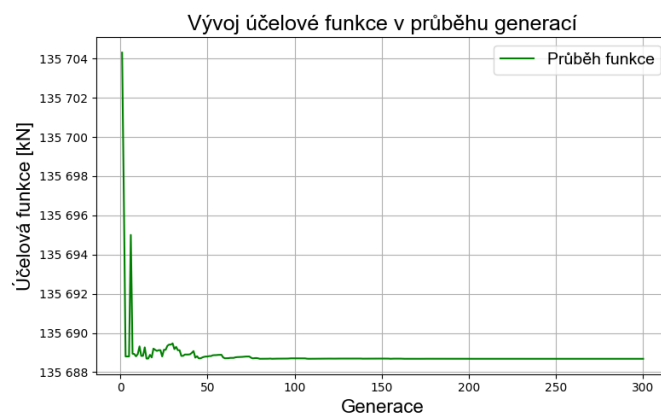
kde R_1 a R_2 jsou rodiče, J je nový potomek a k je náhodné číslo z intervalu $<0;1>$ [13]. Po té následuje operátor Mutace, kdy se náhodně vybraný jedinec z nové
generace nechá zmutovat o předem zvolenou hodnotu mutace. Mutace je náhodný
prvek inspirovaný přírodou a provádí se z důvodu prozkoumání daného prostoru
do větší šířky [13].



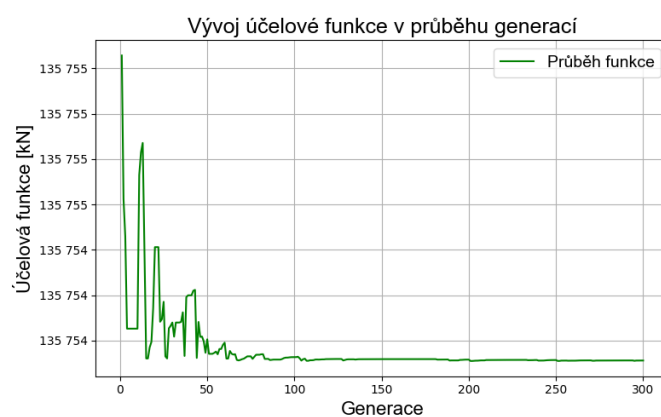
Obr. 4.10: Postup genetického algoritmu



Obr. 4.11: Průběh genetického algoritmu aproximací s jednoduchým polynomem



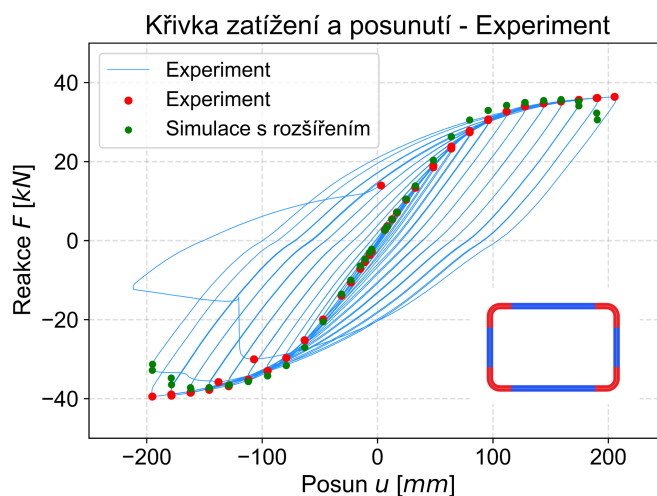
Obr. 4.12: Průběh genetického algoritmu aproximací kvadratickým polynomem



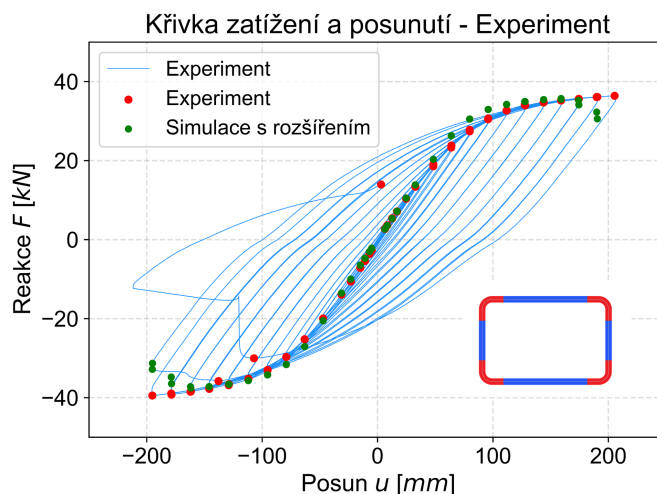
Obr. 4.13: Průběh genetického algoritmu aproximací kubickým polynomem

4.7 Srovnání výsledků

Výsledná délka rozšíření rohové oblasti optimalizovaná v softwaru Optislang vyšla 14,45 mm. V programu pro optimalizaci v Pythonu je výsledná optimální hodnota 14,53 mm. Tento rozdíl může být způsoben rozdílnou aproximací při tvorbě meta-modelu, protože v programu v Pythonu bylo aproximováno pouze pomocí lineární regrese, zatímco v OptiSlangu bylo aproximováno i pomocí metody Isotropic Kriging. Při srovnání výsledků pomocí křivky zatížení a posunutí lze usoudit, že obě výsledné délky rozšíření rohové oblasti jsou relevantní a výsledné křivky se od sebe příliš neliší.

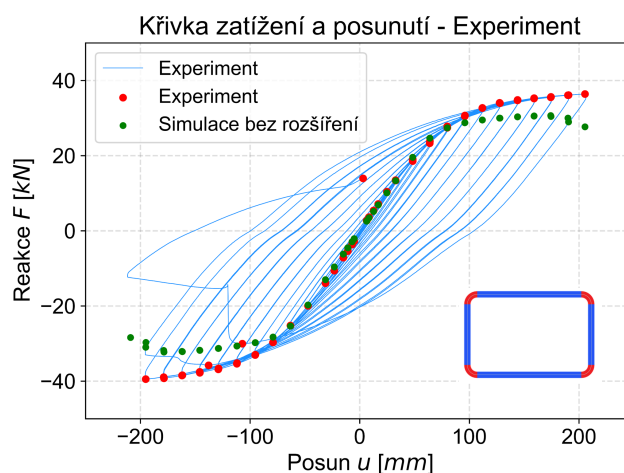


Obr. 4.14: Výsledná křivka s rozšířením rohové oblasti v délce 14,53 mm

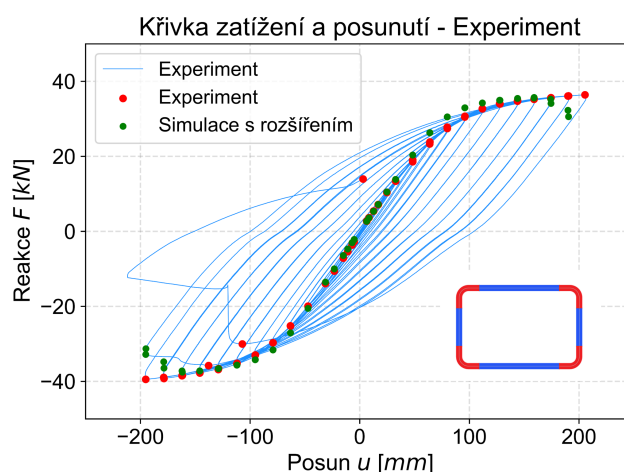


Obr. 4.15: Výsledná křivka s rozšířením rohové oblasti v délce 14,45 mm

Další srovnání je provedeno mezi modelem bez rozšíření a modelem s rozšířenou rohovou oblastí, přičemž toto rozšíření vychází z optimalizace provedené pomocí softwaru optiSLang. Model s rozšířením rohové oblasti vykazuje podstatně lepší výsledky při porovnání s odezvami z experimentu. Odezva modelu bez rozšíření, zobrazena na obrázku 4.16, je v pozdějších fázích zatěžování významně podhodnocena. Naopak odezva modelu s rozšířením rohové oblasti vykazuje mnohem lepší shodu s výsledky experimentu, jak ukazuje obrázek 4.17. Mírné nadhodnocení numerické analýzy je zřejmé kolem posunu u 100 mm. Toto nadhodnocení není ovšem patrné při posunu u -100 mm a z výsledků je vidět, že odezva experimentu není příliš symetrická. To může být dáno například nepřesnostmi při provádění experimentu. Tyto možné odchylky však nejsou přesně známy a v numerické analýze nebyly zohledněny



Obr. 4.16: Výsledná křivka bez rozšíření rohové oblasti



Obr. 4.17: Výsledná křivka s rozšířením rohové oblasti v délce 14,45 mm

Grafy na obrázcích 4.11, 4.12 a 4.13 znázorňují průběh genetického algoritmu. Výsledné hodnoty optimálního rozšíření rohové oblasti se pro jednotlivé grafy optimalizace mění, protože pro každou optimalizaci byl použit metamodel s jiným stupněm polynomu. Graf na obrázku 4.11 znázorňuje průběh optimalizace s metamodelem využívající aproximaci lineární regresí s lineárním polynomem. Výsledná hodnota rozšíření rohové oblasti pro tento případ vyšla 13,27 mm. V druhém případě, zobrazeném na obrázku 4.12, bylo aproximováno lineární regresí s kvadratickým polynomem. Díky tomuto zpřesnění je výsledná hodnota optimální délky rohové oblasti 14,63 mm. V posledním případě zobrazeném na obrázku 4.13 byl matematický metamodel vytvořen lineární regresí s kubickým polynomem. Výsledná hodnota rozšíření rohové oblasti pro tento případ vyšla 14,53 mm a je nejbližší výsledku ze softwaru optiSLang.

Z výsledných hodnot rozšíření rohové oblasti na základě optimalizace pomocí metamodelu vyplývá, že je podstatné zvolit správnou metodu pro aproximaci dat. Důležité je mít i dostatečný vzorek dat, aby aproximované hodnoty byly co nejpřesnější. V porovnání s optimální hodnotou rohové oblasti se softwarem optiSLang byla nejbližší hodnota 14,53 mm. Tato hodnota vyšla z aproximace pomocí lineární regrese kubického polynomu. Tato aproximace je nejpřesnější, protože dokáže lépe vystihnout složitější průběhy dat. V softwaru optiSLang dochází nejdříve k vyhodnocení CoP a po té ke zvolení vhodné aproximační metody. Z tohoto důvodu se výsledné hodnoty optimálního prodloužení rohové oblasti nepatrně liší.

Srovnání nejpřesnější hodnoty z programu pro optimalizaci a ze softwaru optiSLang je zobrazeno na obrázcích 4.14 a 4.15.

Pro srovnání mezi optimálním rozšířením rohové oblasti RHS profilu a rohové oblasti bez rozšíření bylo jako optimální rozšíření zvolena hodnota 14,45 mm. Tato hodnota ze softwaru optiSLang je přesnější z důvodu efektivnější aproximace odezev. Z grafů 4.16 a 4.17 je zřejmé, že se podařilo minimalizovat rozdíl mezi experimentálními a numerickými daty podle funkce (4.2).

Závěr

Bakalářská práce se zabývá numerickou optimalizací oblasti zvýšené pevnosti za studena válcovaného RHS průřezu. Pro optimalizaci byl v softwaru Ansys Mechanical APDL sestroyen parametrický prostorový nelineární konečně - prvkový model, který odpovídá konzolovému nosníku z experimentu. Byly představeny menší studie, které se zabývaly přesností výsledků v závislosti na velikosti konečných prvků a výpočetním čase. Pro tyto studie byl vytvořen program, který adaptivně měnil velikost prvků a vyhodnotil efektivní model, který byl vhodný pro následnou optimalizaci. Optimalizační proces byl paralelně proveden pomocí softwaru optiSLang a vlastním programem v Pythonu. Optimalizace probíhala pomocí náhradního matematického metamodelu, který byl sestroyen pomocí numerických analýz. Proces optimalizace, metamodely a výsledky optimalizace pomocí softwaru optiSLang a vlastního programu byly kriticky zhodnoceny. Bylo ukázáno, že při použití lineární regrese s kubickým stupněm polynomu bylo dosaženo srovnatelných výsledků. Výsledky dokázaly, že při výpočtu s rozšířenou oblastí zvýšené pevnosti bylo dosaženo kvalitativně lepší odezvy modelu při porovnání s experimentem.

Literatura

- [1] Krejsa, Martin; Lausová, Lenka; Michalcová, Vladimíra. *Pružnost a plasticita* [online]. [cit. 2025-03-10]. <https://mi21.vsb.cz/sites/mi21.vsb.cz/files/unit/pruznost_tisk.pdf>
- [2] Jirásek, Milan and Zeman, Jan. *Přetváření a porušování materiálů: dotvarování, plasticita, lom a poškození*. ResearchGate [online]. [cit. 2024-10-18] <https://www.researchgate.net/publication/47142824>
- [3] LearnFea, *Stress-Strain Curve Approximation: Ramberg-Osgood Relationship* <https://learnfea.com/stress-strain-curve-approximation-2/>
- [4] Abdel-Rahman, N.; Sivakumaran, K.S. *Material properties models for analysis of cold-formed steel members*, Journal of Structural Engineering, Vol. 123, 1997, s. 1135-1143. [https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(1997\)123:9\(1135\)](https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/(ASCE)0733-9445(1997)123:9(1135))
- [5] Engineering LibreTexts, *Stress - Strain Curves* [https://eng.libretexts.org/Bookshelves/Mechanical_Engineering/Mechanics_of_Materials_\(Roylance\)/01%3A_Tensile_Response_of_Materials/1.04%3A_Stress-Strain_Curves](https://eng.libretexts.org/Bookshelves/Mechanical_Engineering/Mechanics_of_Materials_(Roylance)/01%3A_Tensile_Response_of_Materials/1.04%3A_Stress-Strain_Curves)
- [6] León, de Isabel Gonzalez; Nastri Elide; Arrayago, Itsaso; Montuori, Rosario; Piluso Vincenzo, et al(2022). Experimental study on stainless steel tubular members under cyclic loading. *Thin-Walled structures*[online]. [cit.2024-09-25] doi.org/10.1016/j.tws.2022.109969
- [7] Arrayago, Itsaso; León, de Isabel Gonzalez; Real, Esther; Mirambell, Enrique. Tests on stainless steel frames. Part I: Preliminary tests and experimental set-up. *Thin-Walled structures*[online]. [cit.2024-09-29] <https://doi.org/10.1016/j.tws.2020.107005>
- [8] Arrayago, I; Real,E; Gardner,L. Description of stress-strain curves for stainless steel alloys. *Thin-Walled structures*[online]. [cit.2024-09-29] <http://dx.doi.org/10.1016/j.matdes.2015.08.001>
- [9] ANSYS Inc (2024) ANSYS Mechanical APDL Help Release 2024R1
- [10] ANSYS Inc (2024) Methods for Multi-Disciplinary Optimization and Robustness Analysis

- [11] Math and stats support centre, *Lineární regrese* https://dl1.cuni.cz/pluginfile.php/1196766/mod_resource/content/1/Line%C3%A1rn%C3%AD%20regresn%C3%AD%20anal%C3%BDza_%20Excel%2BJASP.pdf
- [12] Scikit - Learn, *Machine learning in python, Regression, Linear models* https://scikit-learn.org/stable/modules/linear_model.html
- [13] Matematická biologie, *Genetický algoritmus* <https://portal.matematickabiologie.cz/res/f/uvod-do-genericnych-algoritmu.pdf>

Seznam symbolů a zkratek

ADPL	Ansys Parametric Design Language
LVDT	Linear variable differential transformer
MKP	Metoda konečných prvků
RHS	Rectangular Hollow Section (Obdélníkový dutý profil)
A	Skutečná plocha
A_0	Původní plocha
CoP	Coefficient of prognosis
E	Youngův modul pružnosti v tahu a tlaku
E_y	Plastický modul
$F_{k,exp}$	Reakce z experimentu
$F_{k,pred}$	Reakce ze simulace
f_{obj}	Optimalizovaná funkce
$\mathbf{f}(\sigma)$	Funkce plasticity
H	Tuhost materiálu v plastické oblasti
J	Potomek
K	Konstanta ovlivňující nárůst deformace
k	koeficient ovlivňující křížení
L	Původní délka
ΔL	Změna délky
n	Exponent ovlivňující zpevnění materiálu
P	Populace
R	Rodič
R^2	Koeficient determinace
$SS_{EPrediction}$	Součet čtverců predikčních chyb

SS_T	Celková odchylka
u	Posun
x	Nezávislá proměnná
y	Závislá proměnná
α	Jedinec
β	Koeficient polynomu
Δ_k	Rozdíl experimentálních a simulovaných hodnot
ε_{el}	Pružné přetvoření
ε_{eng}	Inženýrské přetvoření
ε_{pl}	Plastické přetvoření
ε_u	Mezní přetvoření
ε_{tot}	Celkové přetvoření
ε_{true}	Skutečné přetvoření
$\dot{\varepsilon}$	Rychlost přetvoření
σ	Napětí
σ_b	Zpětná hodnota napětí
σ_{eng}	Inženýrské napětí
σ_{true}	Skutečné napětí
σ_u	Mez porušení
σ_0	Mez kluzu
σ_1	Napětí pro první velikost prvku