



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

**ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A
BIOMECHANIKY**

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

**VÝPOČTOVÁ ANALÝZA APLIKAČNÍHO
POTENCIÁLU AUXETICKÝCH STRUKTUR V
ABSORBÉRECH NÁRAZU**

COMPUTATIONAL ANALYSIS OF AUXETIC STRUCTURES APPLICATION POTENTIAL IN IMPACT
ABSORBERS

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Jakub Dohnal

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. Oldřich Ševeček, Ph.D.

BRNO 2022

Zadání diplomové práce

Ústav Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student: **Bc. Jakub Dohnal**
Studijní program: Inženýrská mechanika a biomechanika
Studijní obor: Inženýrská mechanika
Vedoucí práce: **Ing. Oldřich Ševeček, Ph.D.**
Akademický rok: 2021/22

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Výpočtová analýza aplikačního potenciálu auxetických struktur v absorbérech nárazu

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Práce se bude zabývat studiem a výpočtovou analýzou aplikačního potenciálu auxetických struktur (materiálů/struktur se záporným až nulovým Poissonovým poměrem) jako tlumiče (absorbéru) nárazu. Hlavním úkolem takového absorbéru může být např. eliminace vysokých špiček zrychlení na dopadajícím tělese. První část práce bude věnována rešerši, ze které by vyplynul aktuální stav poznání v této oblasti a případně jaké nejčastější typy auxetických struktur jsou pro tento účel nejvhodnější. V další části práce bude vytvořen 2D/3D model samotné auxetické struktury a s využitím explicitního řešiče LS–Dyna provedena simulace nárazové zkoušky impaktorem různého tvaru s cílem analyzovat např. časové rozložení absorbované energie, které by bylo konfrontováno s odezvou vypočtenou na běžné (např. voštinové) neauxetické struktuře. Toto srovnání by poukázalo na případné výhody a potenciál auxetických struktur pro tuto aplikaci.

Cíle diplomové práce:

- 1) Provedení rešerše na téma využití auxetických materiálů se zaměřením na využití v oblasti tlumení nárazů nebo dynamicky zatěžovaných konstrukcích.
- 2) Vytvořit výpočtový model na bázi MKP vybrané 2D/3D (ne)auxetické struktury a s využitím explicitního řešiče odladit simulaci rázové zkoušky (kulovým i plochým impaktorem) při různých dopadových rychlostech.
- 3) S využitím výpočtového modelu analyzovat tlumicí schopnosti různých auxetických i neauxetických 2D/3D struktur včetně jejich geometrických, případně materiálových modifikací.
- 4) Konfrontovat výstupy výpočtového modelu s dostupnými experimentálními měřeními.
- 5) Na základě získaných poznatků provést diskusi nad aplikačním potenciálem auxetických struktur jako tlumičů nárazu a uvést případná doporučení pro jejich vhodný návrh.

Seznam doporučené literatury:

LIM, T.C., Auxetic Materials and structures, 2015, Springer, Singapore

AL-RIFAIE, H. and SUMELKA, W. Development of a New Shock Absorbing Uniaxial Graded Auxetic Damper, Materials, Vol. 12, pp. 2573 2019.

YANPING L. and HONG H., A review on auxetic structures and polymeric materials, Scientific Research and Essays Vol. 5 (10), pp. 1052-1063, 2010.

MIR M., MURTAZA N.A., SAMI J., and ANSARI U., Review of Mechanics and Applications of Auxetic Structures, Advances in Materials Science and Engineering, Vol. 2014, pp.1-17, 2014.

ANSYS Inc (2019), ANSYS Release 2019 R3 User's Manual, Swanson Analysis Sys. Inc, Pennsylvania.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2021/22

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.

ředitel ústavu

doc. Ing. Jaroslav Katolický, Ph.D.

děkan fakulty

Abstrakt

Tato práce se zabývá analýzou aplikačního potenciálu auxetických materiálů v oblasti tlumení nárazu (absorpce kinetické energie dopadajícího tělesa). Tyto materiály se díky své buněčné struktuře a specifické geometrii vyznačují záporným Poissonovým poměrem, čili jsou schopny při tlakovém namáhání v podélném směru zmenšit svůj příčný rozměr. Záměrem práce je tedy tuto zajímavou vlastnost pro absorpci kinetické energie využít. Po úvodní části, věnující se teoretickému základu a řešerši z oblasti auxetických struktur, je detailně popsán vytvořený výpočtový numerický model založený na metodě konečných prvků, jehož úkolem je studovat mechanickou odezvu auxetické i konvenční buněčné struktury na rychle dopadající těleso. K numerickému simulování rychlých dějů je využit explicitní řešič v komerčním softwaru LS-DYNA. Výsledky provedených analýz slouží jednak k vzájemnému srovnání auxetických a konvenčních struktur a kvantifikaci rozdílů v jejich schopnostech efektivně a šetrně utlumit kinetickou energii dopadajícího tělesa a dále také k demonstraci vlivu jednotlivých geometrických či materiálových parametrů na útlum nárazu. V závěru práce jsou numerické simulace konfrontovány s dostupnými experimenty s cílem ověřit vypovídací hodnotu výpočtových modelů a v diskusi poukázat na aplikační potenciál auxetických struktur. Dále jsou uvedena i dílčí doporučení pro jejich návrh tak, aby co nejlépe sloužily ke stanovanému účelu.

Klíčová slova

Auxetická struktura, LS-DYNA, absorpce energie, tlumení nárazu, rázová zkouška, MKP

Abstract

Master thesis deals with the analysis of the application potential of auxetic materials in the field of shock absorption (absorption of impact energy). Due to their cellular structure and specific geometry, these materials are characterized by a negative Poisson's ratio, which means that they are able to reduce their transverse dimension under the compressive stress in the longitudinal direction. The aim of this work is to use this interesting property for the absorption of kinetic energy. After the introduction, devoted to the theoretical basis and research in the field of auxetic structures, a numerical FEM model is described in details. The task of the model is to study the mechanical response of auxetic and conventional cellular structure to an impact loading. An explicit solver in the commercial software LS-DYNA is used to numerically simulate fast processes. The results of the analyses are used to compare auxetic and conventional structures and quantify the differences in their ability to dampen the kinetic energy of the impact effectively and gently. It also serves to demonstrate the influence of individual geometric or material parameters on impact attenuation. At the end of the work, numerical simulations are confronted with available experiments in order to verify the informative value of computational models and to point out the application potential of auxetic structures in the discussion. There are also partial recommendations for their design so that they best serve the intended purpose.

Key words

Auxetic structure, LS-DYNA, energy absorption, impact absorption, impact test, FEM

Bibliografická citace

DOHNAL, Jakub. *Výpočtová analýza aplikačního potenciálu auxetických struktur v absorbérech nárazu* [online]. Brno, 2022 [cit. 2022-05-20]. Dostupné z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/139458>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce Oldřich Ševeček.

Prohlášení autora

Tímto prohlašuji, že svou diplomovou práci na téma *Výpočtová analýza aplikačního potenciálu auxetických struktur v absorbérech nárazu* jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a zdrojů, které jsou v práci citovány a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

V Brně dne 20. května 2022

.....
Jakub Dohnal

Poděkování

Rád bych tímto poděkoval Ing. Oldřichu Ševečkovi, Ph.D. za jeho odborné vedení, cenné rady a konzultace, které přispěly k vypracování této práce. Zároveň bych rád poděkoval Doc. Ing. Danielu Koutnému, Ph.D. a Ing. Zdeňku Chlupovi, Ph.D. za přípravu vzorků a pomoc s realizací experimentů.

Obsah

Úvod	1
1 Komplexní analýza problému	3
1.1 Analýza problémové situace	3
1.2 Formulace problému (úlohy)	3
1.3 Cíle řešení problému (úlohy)	3
2 Teoretický základ z oblasti nelineární mechaniky	4
2.1 Materiálová nelinearita	4
2.1.1 Plasticita	5
2.1.2 Inkrementální teorie plasticity	5
2.1.2.1 Mezní podmínka plasticity	6
2.1.2.2 Zákon tečení	6
2.1.2.3 Zpevnění materiálu	7
2.2 Geometrická nelinearita	8
2.2.1 Velké posuvy, malá přetvoření	8
2.2.2 Velké posuvy, velká přetvoření	9
2.2.2.1 Tenzory přetvoření	9
2.2.2.2 Tenzory napětí	10
2.3 Kontaktní nelinearita	11
2.3.1 Penaltový přístup	12
2.3.2 Metoda Lagrangeových multiplikátorů	12
2.3.3 Metoda augmentovaný Lagrange	12
3 Řešerše v oblasti auxetických struktur s možným využitím v oblasti absorpce nárazu ...	14
3.1 Modely auxetických struktur	14
3.1.1 2D auxetické struktury	14
3.1.2 3D Auxetické struktury	16
3.2 Absorpce energie	17
3.3 Odolnost proti nárazu	18
3.4 Dynamické namáhání auxetických struktur	19
3.4.1 Dynamické tlakové zatížení	19
3.4.2 Vliv rychlosti zatěžování (nárazu)	20
3.4.3 Rázové zkoušky kulovým impaktorem	23
4 Výpočtový model pro simulaci rázové zkoušky	25
4.1 LS-DYNA	25
4.1.1 Řešení nestacionární úlohy dynamiky s využitím explicitního algoritmu	25

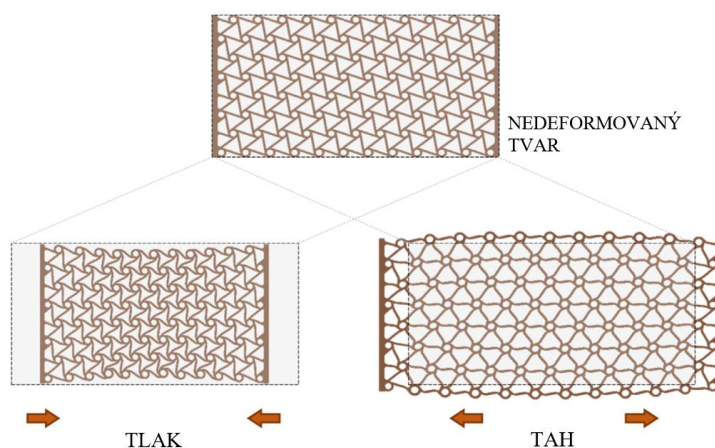
4.1.2	Hourglassing	26
4.2	Model geometrie	27
4.3	Diskretizace modelu	27
4.4	Model materiálu	29
4.4.1	Ocel 316L	29
4.4.2	Slitina AlSi ₁₀ Mg.....	31
4.5	Okrajové podmínky, kontakty a další nastavení	32
5	Simulace rázových zkoušek	35
5.1	Odezva analyzovaných struktur na ráz plochým impaktorem.....	37
5.1.1	Analýza vlivu velikosti prvku struktury na konvergenci řešení	37
5.1.2	Analýza vlivu délky (2D) struktury na její deformaci.	39
5.1.3	Analýza vlivu výšky (2D) struktury na její deformaci.....	45
5.1.4	Analýza vlivu tloušťky stěny (2D) struktury na její deformaci.....	49
5.1.5	Analýza vlivu hmotnosti (2D) struktury na její deformaci.....	53
5.1.6	Analýza vlivu počtu buněk (2D) struktury při zachování celkových rozměrů a hmotností na její deformaci.....	54
5.1.7	Analýza vlivu vnitřního úhlu buňky (2D) struktury na její deformaci.....	57
5.1.8	Analýza vlivu počtu buněk (3D) struktury při zachování celkových rozměrů a hmotností na její deformaci.....	59
5.1.9	Analýza vlivu vnitřního úhlu buňky (3D) struktury na její deformaci.....	63
5.1.10	Analýza vlivu počáteční rychlosti impaktoru na deformaci (2D) struktury	65
5.2	Odezva analyzovaných struktur na ráz kulovým impaktorem.....	70
5.2.1	Analýza vlivu počtu buněk (2D) struktury při zachování celkových rozměrů a hmotností na její deformaci.....	70
5.2.2	Analýza vlivu vnitřního úhlu buňky (2D) struktury na její deformaci.....	74
5.2.3	Analýza vlivu vnitřního úhlu buňky (3D) struktury na její deformaci.....	76
6	Experimentální ověření numerických simulací.....	78
6.1	Výroba struktur aditivní metodou SLM	78
6.2	Kvazi-statická tlaková zkouška.....	79
6.3	Dynamická tlaková (rázová) zkouška na pádovém zařízení.....	83
7	Shrnutí výsledků ze simulací rázových zkoušek a diskuse nad aplikačním potenciálem auxetických struktur	86
7.1	Shrnutí výsledků ze simulací rázových zkoušek.....	86
7.2	Diskuse nad aplikačním potenciálem auxetických struktur.....	91
8	Závěr	95
	Bibliografie	97

Seznam obrázků	102
Seznam tabulek	107
Seznam použitých symbolů, veličin a zkratk	109

Úvod

Rozvoj moderních technologií výroby způsobil v několika posledních letech zvýšený zájem o nové materiály, které by díky své komplexní geometrii a nízké hmotnosti disponovaly požadovanými vlastnostmi. V současnosti se již těší velké oblibě různé metody aditivní výroby, které jsou založené na postupném vrstvení materiálu, čímž je možné vytvářet i tvarově složité součásti, jejichž výroba by konvenčními metodami, jako je odlévání, tváření, či obrábění, byla velice pracná nebo nebyla vůbec možná.

Jedním z nových materiálů, o které v době moderního průmyslu roste zájem, jsou auxetické materiály, které díky své buněčné struktuře a specifické geometrické konfiguraci mají záporný Poissonův poměr. Prakticky se vliv tohoto parametru projeví během namáhání materiálu, který při protažení, resp. stlačení v podélném směru, zvětší, resp. zmenší svůj rozměr i ve směru příčném (Obrázek 1). Záporný Poissonův poměr pak ovlivňuje řadu mechanických vlastností, například odolnost proti nárazu, lomovou houževnatost, únavovou životnost nebo třeba modul pružnosti ve smyku [1].



Obrázek 1: Deformace auxetické struktury při tlakovém a tahovém zatěžování [2].

Jednou z dalších důležitých vlastností auxetických struktur je schopnost efektivně absorbovat energii. Tato schopnost spočívá v přeměně dopadové kinetické energie na teplo, a to prostřednictvím plastické deformace auxetických struktur, jejíž charakter se odlišuje od plastické deformace konvenčních (neauxetických) materiálů s buněčnou strukturou. Řada prací se již touto problematikou v posledních letech zabývala. Konkrétně již bylo provedeno několik experimentů i numerických simulací kvazi-statického tlakového zatěžování [3, 4] a dynamického tlakového zatěžování při nízkých [5, 6] i vysokých rychlostech [7, 8]. Z hlediska použitých materiálů pro výrobu auxetických struktur byl okruh zájmu soustředěn na polymerní pěny [9, 10], hliníkové slitiny [11, 12] nebo oceli [13, 14].

V posledních letech bylo vydáno několik článků, zabývajících se numerickou simulací dynamických dějů, zapříčiňujících velkou deformaci auxetických struktur. I přesto je v oblasti tlumení nárazů stále prostor pro další studie, které by se zabývaly mechanickou odezvou auxetických struktur na případné dynamické namáhání, způsobující velké plastické deformace těchto těles. V této práci je kladen důraz primárně na numerické modelování auxetické extrudované (stěnové) a mikroprutové struktury typu Re-entrant a studium vlivu jednotlivých geometrických parametrů na schopnost struktury co nejšetněji utlumit náraz dopadajícího tělesa. Pro demonstraci výhod auxetických struktur v této oblasti jsou další analýzy tlumícího potenciálu provedeny i na konvenčních voštinových strukturách. V závěru práce jsou dále výstupy numerických modelů konfrontovány s odpovídajícími experimenty. Motivace pro studium těchto speciálních materiálů spočívá v jejich aplikačním potenciálu do budoucích let.

Auxetické materiály by se mohly prakticky uplatnit například ve vojenské technice jako kompozitní panely, odolné vůči výbuchu nebo balistickým střelám [15, 16], ve sportovním odvětví jako ochranné vybavení [17] nebo třeba v letectví a kosmonautice [18, 19].

1 Komplexní analýza problému

1.1 Analýza problémové situace

V oblasti průmyslu a moderních technologií stále více roste poptávka po nových materiálech, které by v závislosti na jejich konkrétním využití v technické praxi, měly splňovat specifické požadavky. Jedním z takových materiálů jsou i auxetické struktury (materiály), které díky zápornému Poissonovu číslu mají oproti konvenčním materiálům lepší některé mechanické vlastnosti. Auxetické struktury dokážou například při zatěžování absorbovat velké množství energie, což je zásadní vlastnost pro tlumiče nárazu. Diplomová práce se bude zabývat právě chováním auxetických struktur při dynamickém zatěžování z hlediska absorpce energie.

Ačkoliv v posledních letech vzniklo několik publikací, zabývajících se statickým i dynamickým zatěžováním auxetických materiálů, neexistuje ucelený přehled, ve kterém by bylo porovnáváno větší množství modelů auxetických i konvenčních struktur, a to z hlediska geometrie, vazeb, okolí apod. Tato diplomová práce nemá samozřejmě ambice takový přehled vytvořit, spíše bude určena k doplnění dalších poznatků do řešené problematiky.

Rozvoj aditivních technologií umožnil výrobu geometricky komplexnějších struktur, jejichž využitelnost v praxi díky jednodušší produkci roste. Proto je dalším důvodem k vypracování této závěrečné práce i pojednání o aplikačním potenciálu auxetických struktur.

1.2 Formulace problému (úlohy)

- Tvorba výpočtového modelu na bázi MKP několika auxetických i konvenčních struktur a následná simulace rázové zkoušky. Řešení tohoto úkolu má předem známý postup, hovoříme tedy o úloze.
- Porovnání výsledků provedené analýzy s experimentálním řešením a provedení diskuse nad aplikačním potenciálem auxetických struktur. Tento úkol již nelze bezprostředně řešit rutinními činnostmi, hovoříme tedy o problému.

1.3 Cíle řešení problému (úlohy)

Cíle řešení byly ve spolupráci s vedoucím diplomové práce formulovány následovně:

- 1) Provedení rešerše na téma využití auxetických materiálů se zaměřením na využití v oblasti tlumení nárazů nebo dynamicky zatěžovaných konstrukcích.
- 2) Vytvořit výpočtový model na bázi MKP vybrané 2D/3D (ne)auxetické struktury a s využitím explicitního řešiče odladit simulaci rázové zkoušky (kulovým i plochým impaktorem) při různých dopadových rychlostech.
- 3) S využitím výpočtového modelu analyzovat tlumicí schopnosti různých auxetických i neauxetických 2D/3D struktur včetně jejich geometrických, případně materiálových modifikací.
- 4) Konfrontovat výstupy výpočtového modelu s dostupnými experimentálními měřeními.
- 5) Na základě získaných poznatků provést diskusi nad aplikačním potenciálem auxetických struktur jako tlumičů nárazu a uvést případná doporučení pro jejich vhodný návrh.

2 Teoretický základ z oblasti nelineární mechaniky

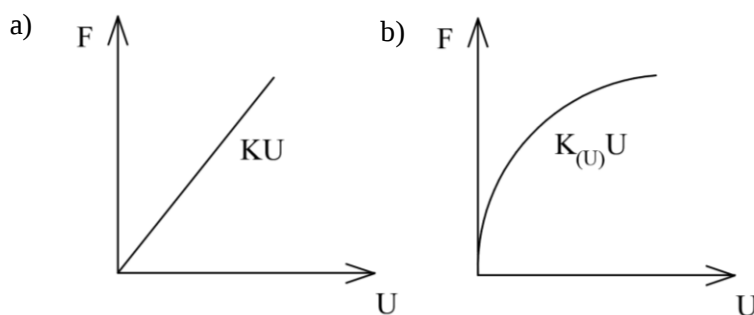
Diplomová práce se primárně zabývá simulacemi rázových zkoušek, což jsou z hlediska mechaniky těles silně nelineární děje. Z tohoto důvodu je sepsána kapitola, ve které jsou shrnuty základní pojmy z oblasti řešení nelineárních úloh. Tato část diplomové práce je vytvořena z poznámek a prezentací, které jsou k dispozici v rámci předmětu MKP v inženýrských výpočtech II, vyučovaném na Fakultě strojního inženýrství VUT v Brně.

Základní rovnice metody konečných prvků (MKP) je definována takto [20]:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{U} = \mathbf{F}, \quad (1)$$

kde $\mathbf{K}$ je celková matice tuhosti, $\mathbf{U}$ je globální matice deformačních parametrů a $\mathbf{F}$ je celková matice zatížení.

Lineární úloha mechaniky je taková úloha, při které se v průběhu zatěžování nemění matice $\mathbf{K}$. Pokud matice $\mathbf{K}$ nezůstává v průběhu zatěžování konstantní, tzn. že mezi maticemi $\mathbf{U}$ a $\mathbf{F}$ neplatí přímá úměra, pak hovoříme o nelineární úloze mechaniky (Obrázek 2).



Obrázek 2: Pracovní diagram $\mathbf{F} - \mathbf{U}$ pro úlohu a) lineární, b) nelineární.

Nelinearity v mechanice lze rozdělit do 3 kategorií [21]:

- Materiálové
- Geometrické
- Kontaktní

2.1 Materiálová nelinearita

Celková matice tuhosti $\mathbf{K}$ je popsána následujícím vztahem:

$$\mathbf{K} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV, \quad (2)$$

kde $\mathbf{B}$ je matice, získaná derivací básových funkcí a $\mathbf{D}$ je matice materiálových parametrů.

Právě v matici $\mathbf{D}$ se projeví materiálová nelinearita, kdy tato matice bude závislá na přetvoření, resp. na posuvech:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D}(\mathbf{u}) \cdot \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (3)$$

kde $\boldsymbol{\sigma}$ je matice napětí a $\boldsymbol{\varepsilon}$ je matice přetvoření.

Materiálová nelinearita se tedy nakonec promítne i do matice $\mathbf{K}$, vztah (1) je tedy upraven do následující podoby:

$$\mathbf{K}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{U} = \mathbf{F}. \quad (4)$$

Zatímco pro elastickou oblast deformace u velkého množství materiálů platí lineární závislost mezi maticemi napětí σ a přetvoření ε , v plastické oblasti je tato závislost nelineární. O plasticitě bude pojednáno v následující kapitola.

2.1.1 Plasticita

Plasticita je termín, popisující deformaci materiálu, při které dochází k trvalé změně tvaru důsledkem vnějšího zatížení. K této deformaci dojde při dosažení meze pružnosti.

Chování materiálu při jednoosém tahovém zatěžování je ukázáno na obrázku (Obrázek 3). Nosník je zatěžován silou F do doby, kdy je dosaženo prodloužení l_A . Poté je nosník odlehčen a v nezatíženém stavu má délku l_B .

Lze si všimnout, že po odlehčení nosníku jeho délka nenabývá původní velikosti. To znamená, že byla překročena mez pružnosti materiálu a došlo k plastické deformaci. Výsledné prodloužení lze tedy rozdělit na složku elastickou a plastickou:

$$\Delta l = \Delta l_{el} + \Delta l_{pl}. \quad (5)$$

Pokud bude rovnice (5) rozšířena o člen $1/l_0$, získáme tzv. aditivní zákon přetvoření:

$$\varepsilon = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{pl}. \quad (6)$$

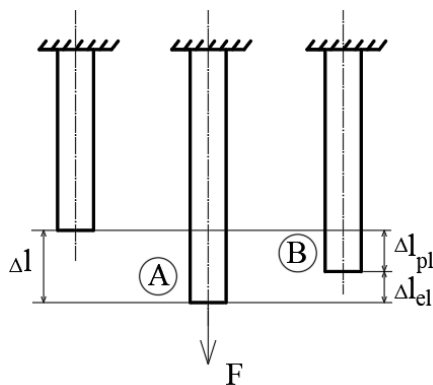
Z energetického hlediska lze pospat celkovou pružně-plastickou práci potřebnou k prodloužení nosníku na délku l_A tímto integrálem:

$$W_c = \int_{l_0}^{l_A} F dl. \quad (7)$$

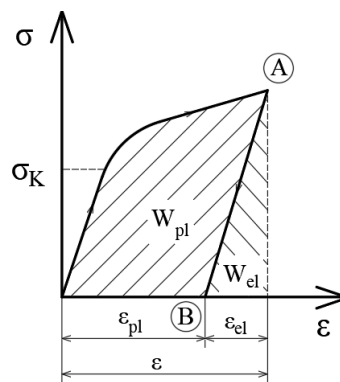
Práce W je dána součtem:

$$W_c = W_{el} + W_{pl}, \quad (8)$$

kde W_{el} je akumulovaná energie (energie napjatosti), která se vrátí po odlehčení zpět a W_{pl} je práce, která se při procesu plastické deformace nevratně ztratila (resp. přeměnila v jiné formy energie) – Obrázek 4.



Obrázek 3: Prodloužení nosníku při jednoosém tahovém namáhání.



Obrázek 4: Schéma tahového diagramu.

2.1.2 Inkrementální teorie plasticity

V této podkapitole bude stručně popsána inkrementální (přírůstková) teorie plasticity, která je hojně využívána ve většině MKP softwarech.

Tato teorie má tři základní pilíře:

- Mezní podmínka plasticity
- Zákon tečení
- Zpevnění

2.1.2.1 Mezní podmínka plasticity

Obecně lze tuto podmínku, která vymezuje oblast elastické a plastické deformace, zapsat jako funkci F ve tvaru:

$$F(\boldsymbol{\sigma}, \sigma_K(\boldsymbol{\varepsilon}^{pl})) = 0, \quad (9)$$

kde $\boldsymbol{\sigma}$ je tenzor napětí a σ_K je mez kluzu závislá na složkách tenzoru plastického přetvoření $\boldsymbol{\varepsilon}^{pl}$.

Rovnice (9) se upravuje do tvaru se skalárními veličinami:

$$\bar{\sigma} - \sigma_K(\bar{\varepsilon}^{pl}) = 0, \quad (10)$$

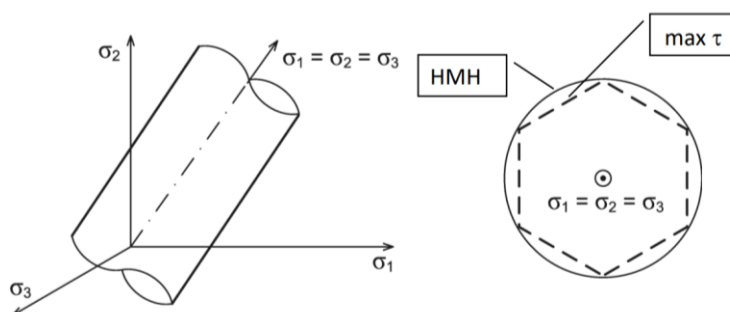
kde $\bar{\sigma}$, resp. $\bar{\varepsilon}^{pl}$ je redukované (ekvivalentní) napětí, resp. plastické přetvoření.

V MPK softwarech se nejčastěji používá podmínka plasticity HMH (von Misesova), která definuje redukované napětí jako napětí ekvivalentní jednoosé napjatosti, přiřazené obecné napjatosti tak, že smykové napětí v oktaedrické rovině je stejné u obou těchto napjatostí [22].

Oktaedrická rovina je ilustrována na obrázku (Obrázek 5). Rovnice pro redukované napětí podle podmínky plasticity HMH vypadá následovně

$$\bar{\sigma}^{HMH} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2}, \quad (11)$$

kde $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ jsou hlavní napětí.



Obrázek 5: Plocha plasticity podle podmínky HMH v prostoru hlavních napětí.

2.1.2.2 Zákon tečení

Zákon tečení říká, jak souvisí přírůstek plastického přetvoření s aktuální napjatostí a s jejím přírůstkem.

Lze jej popsat následující rovnicí:

$$d\boldsymbol{\varepsilon}^{pl} = d\lambda \left(\frac{dQ}{d\boldsymbol{\sigma}} \right), \quad (12)$$

kde λ je multiplikátor plastického přetvoření a Q je plastický potenciál.

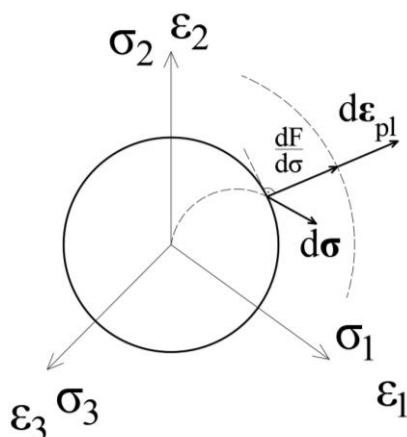
Dále je zaveden asociativní zákon plastické tečení, který říká, že plastický potenciál Q je totožný s plochou plasticity F :

$$Q \equiv F. \quad (13)$$

Dosazením rovnice (13) do vztahu (12) vznikne upravený tvar zákona tečení:

$$d\epsilon^{pl} = d\lambda \left(\frac{dF}{d\sigma} \right). \quad (14)$$

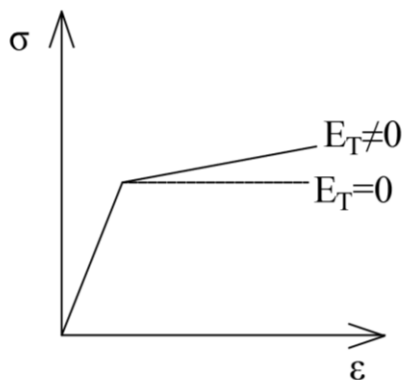
Graficky je tento zákon zobrazen na obrázku (Obrázek 6). Je vidět, že při zatěžování do meze kluzu jsou směry hlavních napětí a směry hlavních přetvoření stejné. V plastické oblasti se již vektor přírůstku plastického přetvoření odlišuje od vektoru přírůstku napětí.



Obrázek 6: Schématické znázornění zákona tečení v prostoru hlavních napětí.

2.1.2.3 Zpevnění materiálu

Zpevnění říká, jakým způsobem po překročení meze kluzu narůstají síly proti další deformaci, jinými slovy, jak rychle roste plastické přetvoření ϵ^{pl} (Obrázek 7).

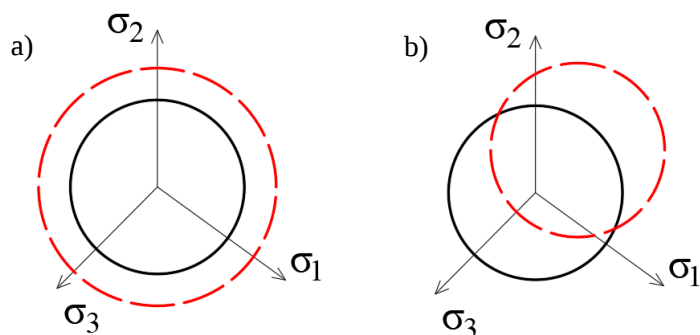


Obrázek 7: Schématické znázornění zpevnění materiálu v tahové křivce.

Rozlišujeme dva typy zpevnění:

- Izotropní (Obrázek 8a)
- Kinematické (Obrázek 8b)

Platí, že přírůstek napětí $d\sigma$ nesmí překročit plochu plasticity F . Plocha plasticity se tedy buď rozšiřuje (izotropní zpevnění) nebo přemísťuje (kinematické zpevnění). Případně může docházet ke kombinaci obou zpevnění.



Obrázek 8: Plocha plasticity při zpevnění a) izotropním, b) kinematickém.

2.2 Geometrická nelinearita

U zatíženého tělesa rozlišujeme dva typy nelinearit, související s jeho geometrií.

- Velké posuvy, ale malá přetvoření
- Velké posuvy i velká přetvoření

Před detailnějším rozбором geometrických nelinearit je třeba si vymezit značení některých veličin. Bude platit, že velká písmena reprezentují výchozí nedeformovaný tvar tělesa, malá písmena se vztahují k jeho deformovanému tvaru.

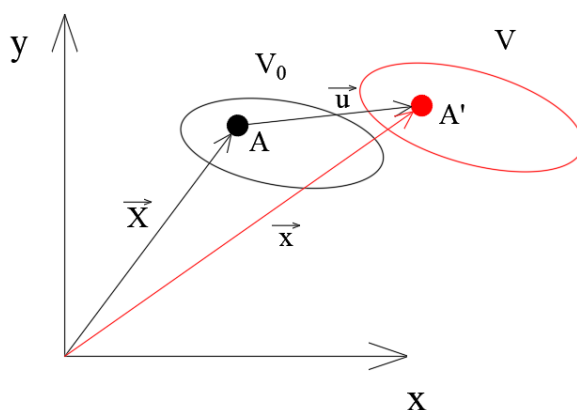
2.2.1 Velké posuvy, malá přetvoření

Na obrázku (Obrázek 9) je zobrazen pohyb tělesa jako tuhého celku. Pro polohové vektory platí vztah:

$$\vec{x} = \vec{X} + \vec{u}. \quad (15)$$

Pro lineární úlohu platí, že posuv $\vec{u}$ je dostatečně malý. Poté rovnici (15) lze upravit na tvar:

$$\vec{x} = \vec{X}. \quad (16)$$



Obrázek 9: Pohyb tělesa jako tuhého celku v rovině x-y.

V lineární úloze je celková matice tuhosti $\mathbf{K}$ řešena pro nedeformovaný tvar o počátečním objemu V_0 , taková matice se pak označuje $\mathbf{K}_0$ a platí pro ni stejné vztahy jako v rovnicích (1), (2):

$$\mathbf{K}_0 \cdot \mathbf{U} = \mathbf{F}, \quad (17)$$

$$\mathbf{K}_0 = \int_{V_0} \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV. \quad (18)$$

V případě, kdy posuv $\vec{u}$ není dostatečně malý (což nelze při řešení složitějších úloh jednoznačně určit), bývá využit nelineární algoritmus, při kterém se v každém časovém kroku přepočítává matice $\mathbf{K}$.

2.2.2 Velké posuvy, velká přetvoření

V této kapitole bude při definování rovnic využita Einsteinova sumační symbolika.

V této kapitole budou formulovány rovnice, které popisují deformačně-napěťové stavy při velkých přetvořeních. Pro přehlednost bude kapitola rozdělena do dvou částí:

- Tenzory přetvoření
- Tenzory napětí

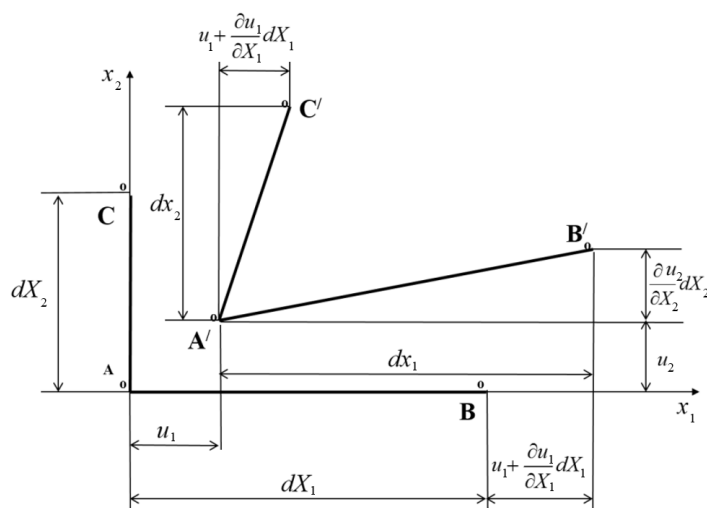
2.2.2.1 Tenzory přetvoření

Na obrázku (Obrázek 10) je ilustrována deformace bodů A, B, C v rovině $x_1 - x_2$. Při uvažování malých přetvoření lze zavést předpoklad, že:

$$A'B' = dx_1. \quad (19)$$

Geometrický vztah mezi složkami posuvů a přetvoření lze s využitím tohoto předpokladu psát v následující podobě:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right). \quad (20)$$



Obrázek 10: Deformace bodů tělesa a znázornění příslušných přetvoření.

Tenzor ε_{ij} se nazývá **smluvní (inženýrský) tenzor přetvoření**. Uvádí se, že tato formulace má platnost do 1-5 % přetvoření.

Při velkých přetvořeních již neplatí předpoklad (19). Kvůli tomu budou mít následující tenzory přetvoření složitější tvar rovnice (budou obsahovat kvadratické členy posuvů, které již nelze zanedbat).

Rozlišují se dva základní přístupy k popisu kinematiky při velkých deformacích:

- Lagrangeův přístup
- Eulerův přístup

U Lagrangeova přístupu je nezávisle proměnnou nedeformovaná geometrie. Využívá se pro popis pohybu tvárných těles. V úlohách MKP řešených tímto přístupem je typická síť prvků, jejíž uzlové body jsou svázány s materiálem a která se v průběhu řešení deformuje a protéká vymezeným prostorem. Tenzor přetvoření, svázaný s Lagrangeovým popisem, se nazývá **Green – Lagrangeův tenzor přetvoření** a vypadá následovně:

$$E_{ij}^L = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} + \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \right). \quad (21)$$

U Eulerova přístupu je nezávisle proměnnou deformovaná geometrie. Využívá se pro popis pohybu kapalin a plynů. V úlohách MKP řešených tímto přístupem je typická síť prvků, jejíž uzlové body jsou svázány s pevnými body v prostoru, kterými sledované médium protéká. Tenzor přetvoření svázaný s Eulerovým popisem se nazývá **Almansi – Hamelův tenzor přetvoření** a vypadá následovně:

$$E_{ij}^A = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right). \quad (22)$$

Oba tyto tenzory velkých deformací jsou objektivní, tzn. že jsou na rozdíl od smluvního tenzoru přetvoření nezávislé na posuvech a rotacích tělesa jako tuhého celku.

Všechny tyto tenzory mají nedostatek v tom, že se vztahují pouze k jedné geometrii (původní nebo konečné). Byl tedy zaveden další tenzor přetvoření, jehož rovnice vychází z tzv. deformačního gradientu F_{ij} , který vyjadřuje transformaci mezi aktuální a výchozí geometrií:

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} = \lambda_{ij}. \quad (23)$$

Fyzikální význam jeho složek je poměrné protažení λ_{ij} .

Deformační gradient, jehož složky protažení jsou orientovány ve směru hlavních os, se nazývá pravý tenzor protažení $\mathbf{U}$ a má následující podobu:

$$\mathbf{U} = \begin{vmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{vmatrix}. \quad (24)$$

Pomocí něj lze poté formulovat vztah pro **Cauchyho tenzor přetvoření**:

$$E_i^C = \ln(U_i). \quad (25)$$

Tento tenzor každý přírůstek přetvoření vztahuje k aktuální geometrii. Zároveň splňuje vlastnost objektivnosti. Ve většině programech, využívajících MKP, se výsledky přetvoření interpretují právě tímto tenzorem.

Je důležité dodat, že mezi všemi těmito tenzory přetvoření lze přepočítávat s využitím poměrného protažení λ_{ij} .

2.2.2.2 Tenzory napětí

Tenzory napětí při velkých deformacích se rozlišují podle toho, v jaké geometrické konfiguraci je vyjádřena plocha, přenášející vnitřní síly v materiálu. Všechny následující tenzory jsou objektivní.

Prvním tenzorem je **Cauchyho tenzor napětí** (tenzor **skutečných napětí**), který je definován takto:

$$\sigma_{ij} = \frac{dF_i}{ds_j}, \quad (26)$$

kde F je skutečná elementární síla a s je skutečná (deformovaná) plocha elementárního prvku.

Pro většinu nelineárních úloh MKP jsou výsledky napětí prezentovány právě tímto tenzorem. Problém však spočívá v tom, že Cauchyho tenzor napětí je energeticky konjugovaný s Almansi – Hamelovým tenzorem přetvoření, tzn. že změna energie napjatosti je vyjádřena právě těmito tenzory:

$$\delta W = \int_v \sigma_{ij} \delta E_{ij}^A dv. \quad (27)$$

Tenzor E_{ij}^A je určený pro Eulerův popis velkých deformací a není tak vhodný pro popis pohybu tvárných těles. Pro Lagrangeův popis velkých deformací se proto zavádí **1. Piola – Kirchhoffův tenzor napětí**:

$$\tau_{ij} = \frac{dF_i}{dS_j}, \quad (28)$$

kde je skutečná elementární síla F vztažena k počáteční geometrii S . Tento tenzor je již energeticky konjugovaný s Green – Lagrangeův tenzor přetvoření:

$$\delta W = \int_{V_0} \tau_{ij} \delta E_{ij}^L dV_0. \quad (29)$$

Nevýhodou tenzoru τ_{ij} je jeho nesymetričnost. Zavádí se tedy jeho symetrická varianta, která již nemá žádný fyzikální význam, ale je stále energeticky konjugovaná s tenzorem E_{ij}^L . Nazývá se **2. Piola – Kirchhoffův tenzor napětí** a má tento tvar:

$$S_{ij} = \frac{dF_{0i}}{dS_j}, \quad (30)$$

kde F_0 je fiktivní síla, přepočtena ze skutečné síly pomocí deformačního gradientu $\mathbf{F}$.

Pro interpretaci výsledků napětí v úlohách MKP je využíván přepočet na Cauchyho tenzor napětí pomocí deformačního gradientu:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{\det(\mathbf{F})} \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{F}^T. \quad (31)$$

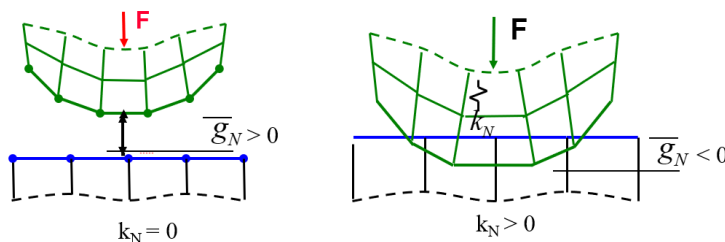
2.3 Kontaktní nelinearita

Nelineární kontaktní úlohy jsou úlohy s proměnnými okrajovými podmínkami. Jsou rozlišovány tři základní algoritmy numerického řešení kontaktní úlohy:

- Penaltový přístup
- Metoda Lagrangeových multiplikátorů
- Metoda augmentovaný Lagrange

2.3.1 Penaltový přístup

Penaltový přístup řešení kontaktní úlohy je založen na skokové změně tuhosti kontaktních prvků při penetraci povrchů (Obrázek 11).



Obrázek 11: Penetrace tělesa při kontaktu.

Základní tvar rovnice MKP s kontakty řešenými penaltovým algoritmem vypadá následovně:

$$(K + kG^T G)u = F, \quad (32)$$

kde k je matice normálových a tečných tuhostí v diskretních bodech kontaktu a G je matice, definující odpovídající dvojice deformačních parametrů, které přicházejí při kontaktu do vzájemného styku.

Při kontaktu dochází ke změně matice tuhosti K , aniž by se měnil její rozměr. Tuhost v kontaktu je nastavena tak, aby při malé penetraci bylo dosaženo rovnováhy:

$$kg = F, \quad (33)$$

kde F je kontaktní síla, přenášená mezi konkrétní dvojicí deformačních parametrů.

Čím nižší bude kontaktní tuhost k_N , tím nižší bude penetrace, ale úloha bude hůře konvergovat. Konečnoprvkové systémy si tuto tuhost nastavují sami podle tuhosti okolních materiálů.

2.3.2 Metoda Lagrangeových multiplikátorů

Při použití metody Lagrangeových multiplikátorů nedochází k penetraci povrchů, platí tedy podmínka:

$$Gu - g_0 = 0. \quad (34)$$

Pokud se vztah (40) zavede do funkcionálu, známého z Lagrangeova variačního principu, pak vznikne následující vztah:

$$\Pi = \frac{1}{2} u^T K u - u^T F + \lambda^T (Gu - g_0), \quad (35)$$

kde g_0 představuje počáteční kontaktní mezeru mezi odpovídajícími deformačními parametry na protilehlých površích. Matice multiplikátorů λ tvoří další nezávislé proměnné, vůči nimž je minimalizován funkcionál Π . Finální soustava rovnic, jejíž řešení je také řešením kontaktního problému vypadá takto:

$$\begin{bmatrix} K & G \\ G^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ g_0 \end{bmatrix}. \quad (36)$$

Výhodou této metody je přesné splnění podmínky neprostupnosti povrchů, nevýhodou je zvětšující se maticový rozměr úlohy.

2.3.3 Metoda augmentovaný Lagrange

Metoda augmentovaný Lagrange je kombinací předchozích přístupů. Podstatou je změna tuhosti kontaktních dvojic v jednotlivých iteracích. Tím je dosaženo předdefinované

penetrace na celé kontaktní ploše. Výhodou je lepší podmíněnost řešení než u předchozích metod, někdy však může vyžadovat více iterací než penaltový přístup.

3 Řešení v oblasti auxetických struktur s možným využitím v oblasti absorpce nárazu

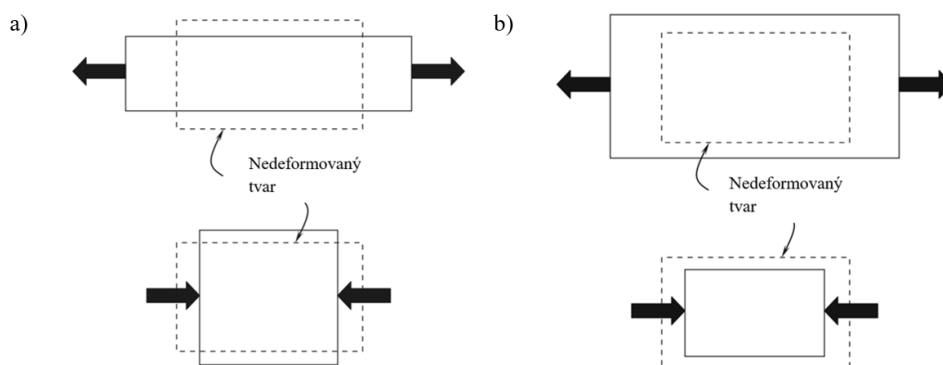
Na úvod je definován Poissonův poměr μ (nebo také součinitel příčné kontrakce), který je dán rovnicí:

$$\mu = -\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}, \quad (37)$$

kde ε_1 je podélné přetvoření a ε_2 je příčné přetvoření [22].

Všeobecně pro většinu materiálů platí, že při tahovém nebo tlakovém zatěžování se těleso v jednom směru prodlužuje a ve druhém směru zužuje (Obrázek 12a). Takové materiály mají kladný Poissonův poměr a v této práci budou označovány termínem **konvenční** materiály nebo struktury.

Existují však struktury, které díky své geometrické konfiguraci umožňují prodloužení, resp. zúžení ve vzájemně kolmých směrech (Obrázek 12b). Takovéto struktury mají záporný Poissonův poměr a označují se termínem **auxetické** materiály nebo struktury [23].



Obrázek 12: Schématické 2D znázornění deformace při tahovém, resp. tlakovém zatížení pro materiály s Poissonovým poměrem a) $\mu > 0$ - konvenční, b) $\mu < 0$ - auxetické [23].

3.1 Modely auxetických struktur

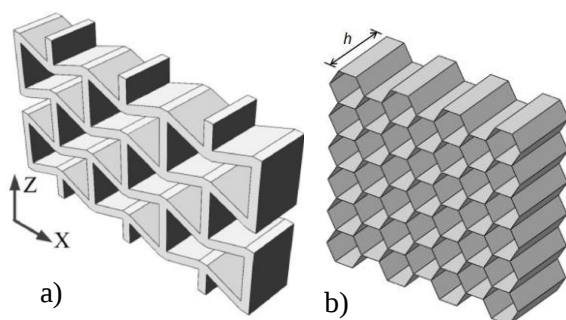
Modelů auxetických struktur existuje velké množství. V této kapitole jsou představeny základní typy struktur, se kterými se lze často v různých článcích a pracích setkat. Geometrické varianty auxetických materiálů jsou zde rozčleněny do dvou tříd:

- 2D auxetické struktury (extrudované, stěnové)
- 3D auxetické struktury (mikroprutové)

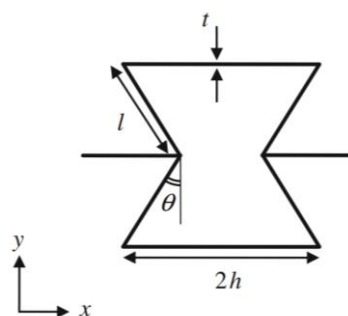
3.1.1 2D auxetické struktury

Dvojměrné nebo 2D auxetické struktury mají vždy v jedné rovině stejnou geometrii, která je ve třetím rozměru extrudována na požadovanou délku. Tyto materiály jsou tvořeny stěnami. I přes to, že jsou zde tyto struktury pojmenovány jako 2D, samotné modely jsou samozřejmě trojrozměrné.

První zde představenou strukturou je struktura **Re-entrant**, která tvarem jedné své buňky připomíná písečné hodiny (Obrázek 14). Tato geometrická konfigurace vznikla z konvenční voštinové struktury (**Honeycomb**), jejíž buňky tvoří pravidelný hexagon (Obrázek 13b). Variantu re-entrant lze nalézt ve velkém množství článků a dnes patří mezi nejčastěji zkoumané auxetické materiály. I tato práce se zabývá modelováním právě této struktury.

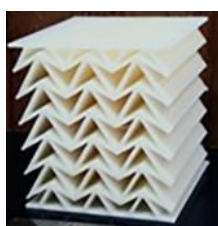


Obrázek 13: Struktura a) auxetická Re-entrant [24] b) konvenční Honeycomb [25].

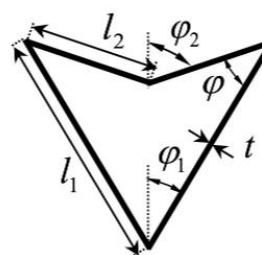


Obrázek 14: Geometrie jedné buňky auxetické struktury Re-entrant [23].

Další často zkoumanou konstrukcí je auxetická struktura **Double arrowhead**, jejíž buňka už podle názvu připomíná hrot šíp (Obrázek 16).

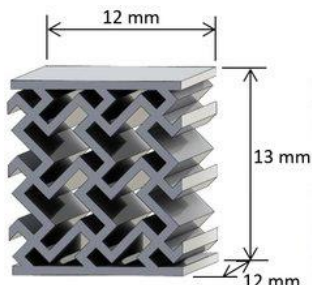


Obrázek 15: Auxetická struktura Double arrowhead [4].

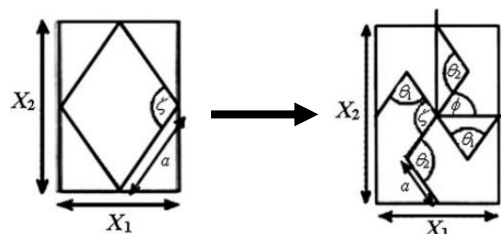


Obrázek 16: Geometrie jedné buňky auxetické struktury Double-Arrowhead [26].

Pokud z konvenční struktury, jejíž buňky jsou tvořeny kosoúhlerci, odstraníme některé stěny, vznikne auxetická struktura **Missing rib** (Obrázek 18).



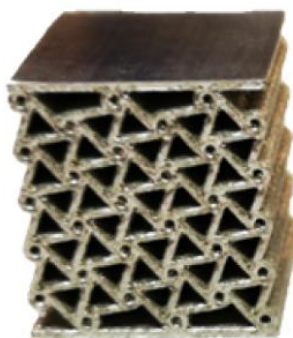
Obrázek 17: Auxetická struktura Missing rib [27].



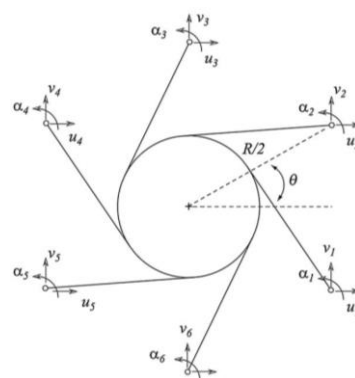
Obrázek 18: Geometrie jedné buňky auxetické struktury Missing Rib [23].

Poslední zde zmíněnou auxetickou strukturou je struktura **Chiral**. Její geometrie je v rovině složena z kružnic, které jsou vzájemně tečně spojeny ligamenty, jejichž počet může být různý (Obrázek 20).

Existuje samozřejmě velké množství 2D auxetických struktur, za zmínku ještě například stojí **Rotating triangles** model, **Rotating squares and rectangles** model nebo třeba struktura **Star Honeycomb** [23].



Obrázek 19: Auxetická struktura Chiral [7].

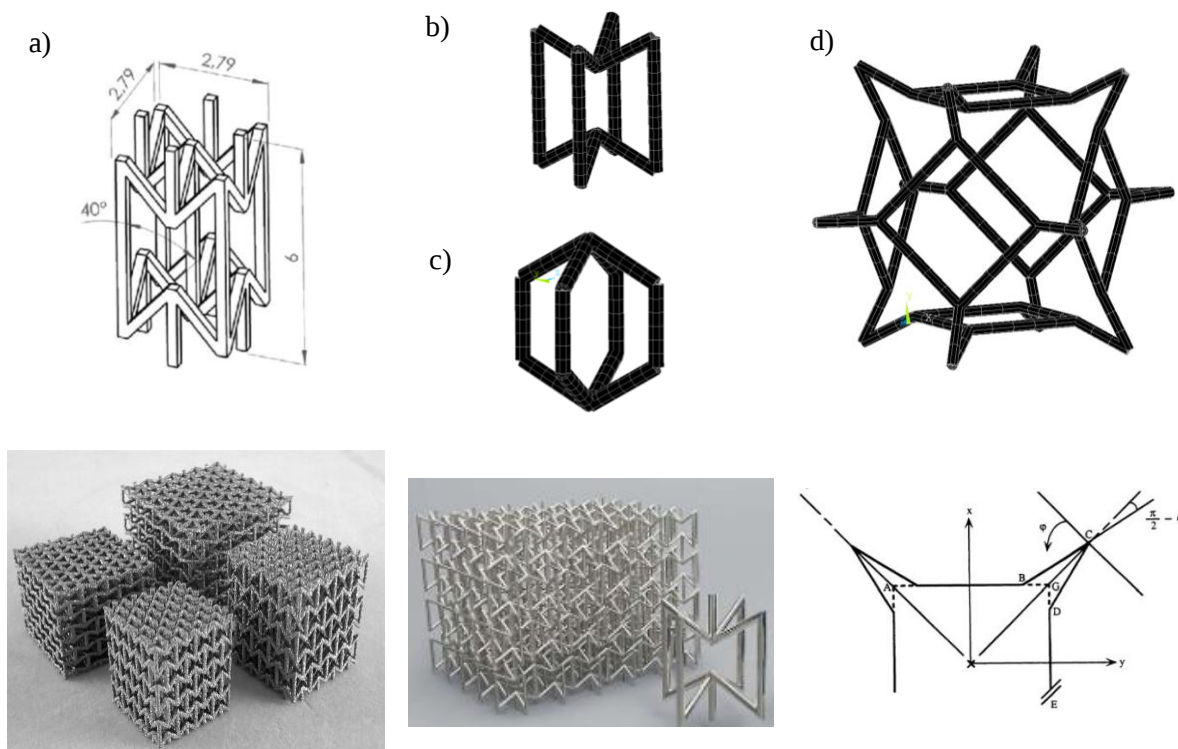


Obrázek 20: Geometrie jedné buňky auxetické struktury Chiral [23].

3.1.2 3D Auxetické struktury

Trojrozměrné nebo 3D auxetické struktury jsou tvořeny prostorovými buňkami, které se již neskládají ze stěn, ale z prutů (nosníků). Lze je nazvat také jako auxetické mikroprutové struktury.

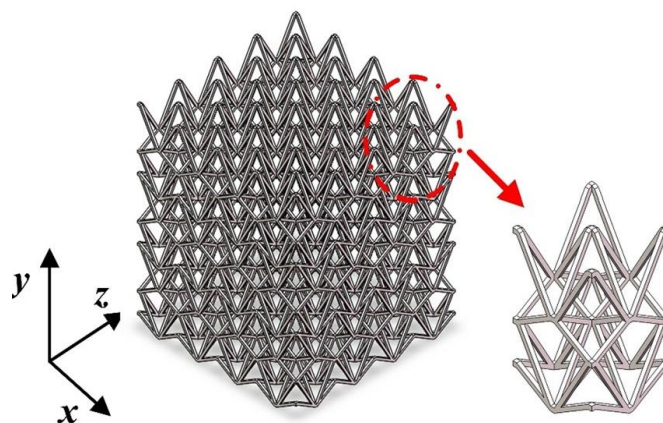
Velké množství 3D auxetických struktur má základ v těch dvojrozměrných z předchozí kapitoly. Existuje řada variant, která je založena na strukturách **Re-entrant**, potažmo i na konvenčních voštinových strukturách. Dvě různé varianty jsou ukázány na následujících ilustracích (Obrázek 21a, b).



Obrázek 21: Auxetické 3D struktury Re-entrant a) varianta 1 [28, 29], b) varianta 2 – auxetická c) varianta 2 – konvenční, d) Idealized [23].

Speciálním případem je pak auxetická struktura **Idealized Re-entrant**, která je zajímavá tím, že má na rozdíl od předchozích auxetických materiálů ve všech třech kolmých směrech stejné mechanické vlastnosti (Obrázek 21c).

Další mikroprutovou strukturu lze vytvořit z geometrie buňky typu **Double arrowhead** (Obrázek 22).



Obrázek 22: Auxetická 3D struktura Double arrowhead [30].

Obdobně jako u 2D struktur, i zde existuje větší množství geometrických variant auxetických mikroprutových konstrukcí. Za zmínku stojí například **Generalized 3D tethered-nodule** model nebo struktura **Tetrahedral Framework** [23].

3.2 Absorpce energie

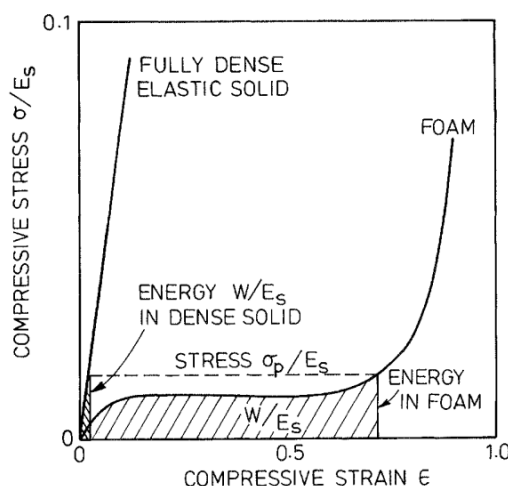
Jednou z důležitých vlastností auxetických struktur je dobrá schopnost absorbovat energii nárazu [1].

Mechanismem absorpce energie při nárazu je přeměna kinetické energie na jiné formy energie, především na teplo [31]. K této přeměně dochází hlavně prostřednictvím plastické deformace, kdy je cílem udržet špičkové velikosti sil (a tudíž i zrychlení) na co nejmenších hodnotách. Vhodný absorbér by měl být lehký, levný a měl by být schopen zamezit poškození objektu, který do něj narazil.

Na grafu závislosti napětí v tlaku a přetvoření lze pozorovat porovnání křivek pro pevný materiál a pěnový materiál s otevřenou buněčnou strukturou (Obrázek 23). Oba testované vzorky jsou vyrobené ze stejného materiálu. Pro určitou hodnotu špičkového napětí σ_p má pěna vyšší hodnotu absorbované energie (deformační práce W), která je rovna obsahu plochy pod křivkou:

$$W = \int_0^{\varepsilon} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (38)$$

Jinými slovy lze konstatovat, že pro stejnou hodnotu absorbované energie pěna generuje menší napěťové (silové) špičky, než by tomu bylo u materiálů pevných [31]. Auxetické materiály pak vykazují podobné chování při tlakovém zatížení jaké můžeme pozorovat u pěnových materiálů.



Obrázek 23: Závislost napětí na přetvoření pro pevný a pěnový materiál. Hodnoty jsou normalizovány modulem pružnosti v tahu E_s [31].

Další důležitou vlastností je schopnost absorbovat energii nezávisle na směru nárazu. V tomto ohledu mají auxetické materiály nevýhodu, jelikož většina z nich vykazuje anizotropní chování [15].

3.3 Odolnost proti nárazu

Odolnost proti nárazu je pojem, známý především z oblasti bezpečnosti automobilů. Je však využíván v různých oblastech inženýrství a má širokou škálu využitelnosti, například při návrhu vozidel, letadel nebo třeba vojenské balistiky. Dále je odolnost proti nárazu důležitá v oblastech bioinženýrství, sportovního vybavení nebo třeba tváření kovů [32].

Odolnost proti nárazu lze definovat jako schopnost konstrukce chránit objekty, či subjekty před nárazem [33]. Odolnost proti nárazu sama o sobě není charakteristikou, kterou by bylo možné přímo měřit, či kvantifikovat [34]. Lze ji však popsat veličinami, které jsou v této kapitole uvedeny [35].

Princípem rázové zkoušky na padostroji je dopad tělesa (impaktor) o určité hmotnosti a počáteční rychlosti na jiné těleso (vzorek), kterým v této práci jsou různé struktury (auxetické i konvenční). V průběhu této zkoušky se přeměňuje kinetická energie impaktoru na deformační práci vzorku W_c , která má svoji elastickou složku W_e a plastickou složku W_p :

$$W_c = W_e + W_p. \quad (39)$$

Výstupem rázových zkoušek bývá závislost síly F (působící na impaktor) na posuvu impaktoru u (Obrázek 24). Druhý graf popisuje časový průběh vnitřní energie vzorku (Obrázek 25). Obě tyto závislosti dobře charakterizují průběh rázové zkoušky [36, 37]. Při dopadu má impaktor určitou hodnotu kinetické energie E_k , která se při zatěžování přeměňuje na vnitřní energii vzorku prostřednictvím jeho deformace. V bodě, kdy je dosaženo maximálního posuvu u_{max} , má impaktor nulovou rychlost, a tudíž i nulovou kinetickou energii. V tomto okamžiku je vnitřní energie vzorku rovna kinetické energii impaktoru na počátku zatěžování E_k a zároveň je dána celkovou deformační prací vzorku W_c , která je rovna ploše pod křivkou zatěžování $F - u$:

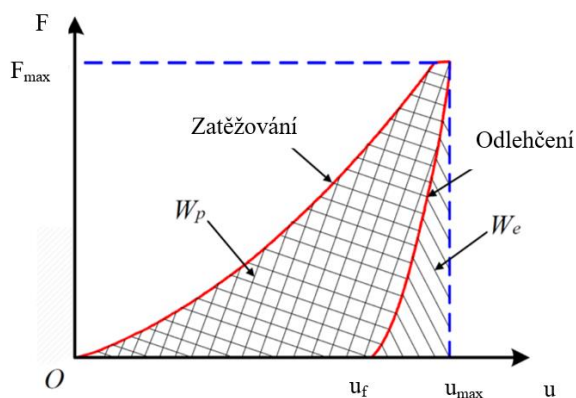
$$E_k \approx W_c = \int_0^{u_{max}} F du. \quad (40)$$

Rovnice (40) platí v případě, pokud je zanedbáno tření, prostřednictvím kterého se malá část kinetické energie přemění v teplo.

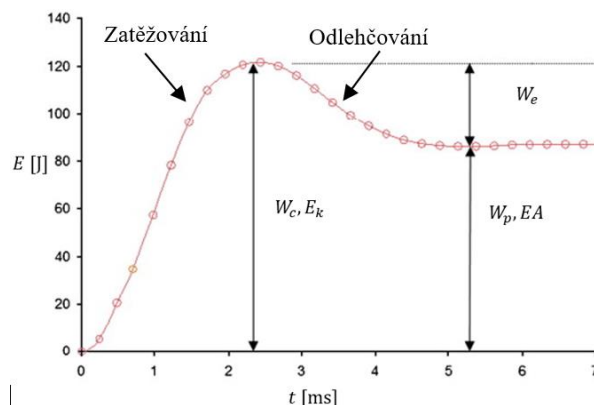
V bodě dosažení maximálního posuvu začíná fáze odlehčování a dochází k odrazu impaktoru. Elastická složka deformační práce W_e se přeměňuje zpátky na kinetickou energii impaktoru. Plastická složka deformační práce W_p , která ve vzorku po odrazu přetrvává, se nazývá absorbovaná energie EA a lze ji vypočítat tímto vztahem:

$$EA = W_p = \int_0^{u_f} F du, \quad (41)$$

kde u_f je posuv impaktoru, při kterém již na impaktor nepůsobí žádná reakční síla od vzorku.



Obrázek 24: Schematické znázornění deformační práce v grafu závislosti síly na posuvu [37].



Obrázek 25: Časový průběh vnitřní energie vzorku při rázové zkoušce na padostroj [36].

Dalším důležitým indikátorem odolnosti proti nárazu je měrná absorbovaná energie SEA , která vztahuje absorbovanou energii EA k hmotnosti vzorku m [35]:

$$SEA = \frac{EA}{m}. \quad (42)$$

Kromě špičkové síly F_{max} se zavádí i střední nárazová síla F_m :

$$F_m = \frac{EA}{u_{max}}. \quad (43)$$

Procentuální poměr těchto dvou silových charakteristik se označuje jako CFE :

$$CFE = \frac{F_m}{F_{max}} \cdot 100\%, \quad (44)$$

a vyjadřuje míru uniformovanosti síly v závislosti na posuvu.

U absorberu nárazu je požadováno, aby špičková síla F_{max} byla co nejmenší, naopak veličiny EA , SEA a CFE by měly nabývat co největších hodnot.

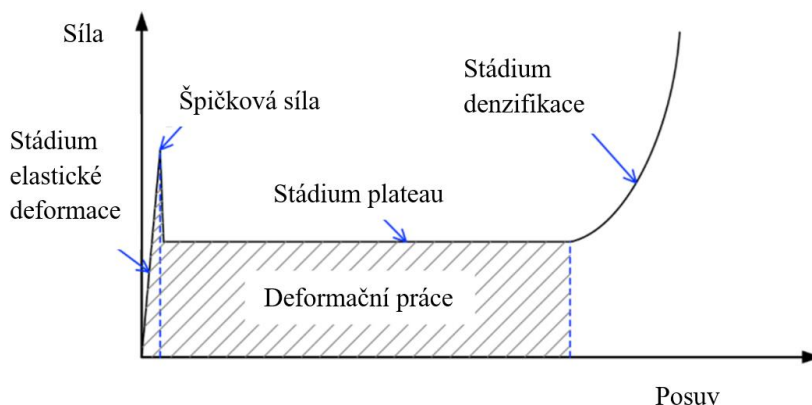
3.4 Dynamické namáhání auxetických struktur

3.4.1 Dynamické tlakové zatížení

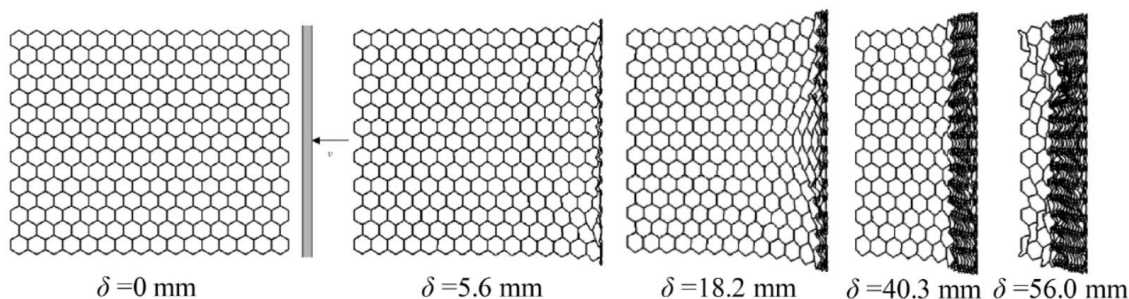
Dynamicky tlakově zatížené 2D a 3D struktury s bunčnou strukturou (auxetické i konvenční) vykazují závislost síly na posuvu dle obrázku (Obrázek 26) [38]. Zde je závislost konkrétně ilustrována pro konvenční voštinovou strukturu při nárazu o rychlosti 70 m/s (Obrázek 27).

Průběh deformace se dělí na tři stádia. Prvním stádiem je elastická deformace, která přetrvává do bodu dosažení špičkové síly. Pokud by v této fázi došlo k odlehčení, struktura by se vrátila do svého původního stavu. Druhé stádium je tzv. plateau, kde již dochází k plastické deformaci a síla zde nabývá ustálené hodnoty. Tato fáze je z hlediska absorpce energie klíčová.

Poslední stádium je denzifikace, která je charakteristická prudkým nárůstem síly z důvodu dosednutí jednotlivých stěn nebo prutů na sebe, čímž se vytrácí buněčná struktura materiálu.



Obrázek 26: Závislost reakční síly na posuvu zatěžujícího tělesa při dynamickém tlakovém zatížení [38].



Obrázek 27: Deformace konvenční voštinové struktury při dynamickém tlakovém zatížení o rychlosti nárazu 70 m/s [38].

3.4.2 Vliv rychlosti zatěžování (nárazu)

Rychlost nárazu v je možné rozdělit do tří skupin podle její velikosti [39]:

- Nízká rychlost nárazu $v \leq 10$ m/s
- Střední rychlost nárazu $10 < v \leq 50$ m/s
- Vysoká rychlost nárazu $v > 50$ m/s

Rychlost zatěžování má zásadní vliv na deformaci a napětí struktur s buněčnou strukturou. Řada autorů se touto problematikou zabývala u konkrétní auxetické struktury typu Re-entrant [40, 41] nebo například u auxetické struktury typu Double arrowhead [6].

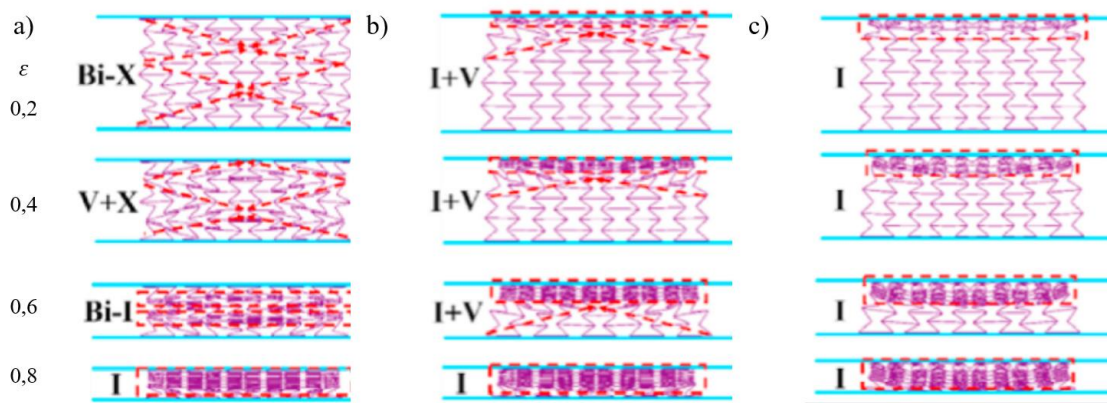
Dynamické tlakové namáhání je prezentováno nejdříve na struktuře Re-entrant [41]. Na obrázku lze pozorovat průběh deformace struktury při třech různých rychlostech zatěžování (Obrázek 28).

Při nízké rychlosti ($v=10$ m/s) je možné sledovat, že k deformaci dochází v celém objemu struktury. Při nárazu si vrchní vrstva určitou dobu zachovává stále svůj tvar, dochází k ohybu a posuvu jednotlivých buněk, což má za následek zužování celé konstrukce. Celková deformace struktury pak připomíná písmeno X. Pro velká přetvoření pak v poslední fázi dojde k seskládání jednotlivých vrstev na sebe (označeno písmenem I), zde tedy nastává denzifikace.

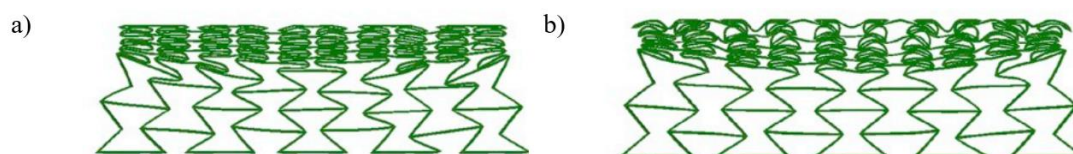
Při střední rychlosti ($v=50$ m/s) se průběh deformace značně odlišuje od předchozího případu. Při nárazu téměř okamžitě nastává ve vrchní vrstvě seskládání stěn na sebe (tvar I). Část vrstev pod vrchní vrstvou se deformuje do tvaru V a zbytek struktury zůstává

nedeformován. S narůstajícím přetvořením se zvyšuje počet vrstev s deformací tvaru **I** až do poslední fáze denzifikace.

Při vysoké rychlosti ($v=100$ m/s) již dochází pouze k postupnému seskládání jednotlivých vrstev. Deformace těchto vrstev se však odlišuje od předchozího případu, jak je možné pozorovat na detailu deformované struktury (Obrázek 29). Je patrné, že stěny jsou vlivem velké rychlosti nárazu více vyboulené oproti případu se střední rychlostí nárazu [40].

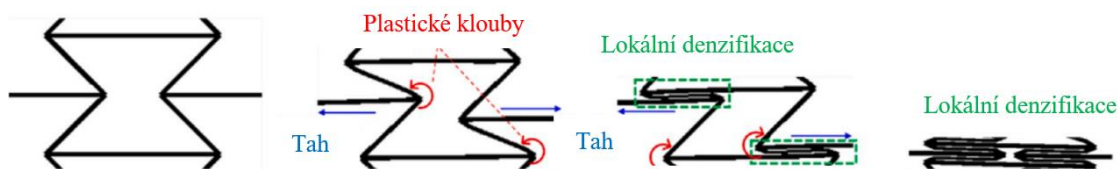


Obrázek 28: Průběh deformace auxetické struktury Re-entrant při tlakovém namáhání pro rychlost zatížení a) $v=10$ m/s, b) $v=50$ m/s, c) $v=100$ m/s [41].



Obrázek 29: Detail deformované auxetické struktury při dynamickém tlakovém namáhání a) $v=50$ m/s, b) $v=100$ m/s [40].

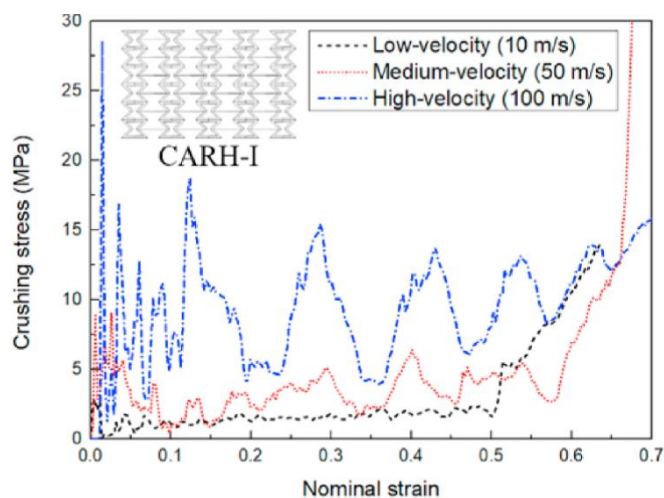
Na obrázku je ukázána deformace na jedné buňce typu Re-entrant (Obrázek 30). Toto schéma velmi dobře ilustruje princip auxetického chování těchto struktur [41]. V okolí míst spojení stěn dochází vlivem zatížení ke vzniku plastických kloubů. Takové místo se pak chová jako rotační vazba. Vlivem stlačování struktury dochází v plastických kloubech k rotaci zkosených stěn a nastává lokální denzifikace. Po tomto ději vznikají další plastické klouby a zbylé zkosené stěny rotují, tentokrát v opačném směru. Celý proces končí denzifikací celé buňky. Tento popsáný děj zároveň probíhá za přítomnosti tahových napětí v horizontálních stěnách, což v kombinaci s rotací zkosených stěn má za následek zúžení celé struktury.



Obrázek 30: Typická deformace Re-entrantní buňky při tlakovém namáhání struktury [41].

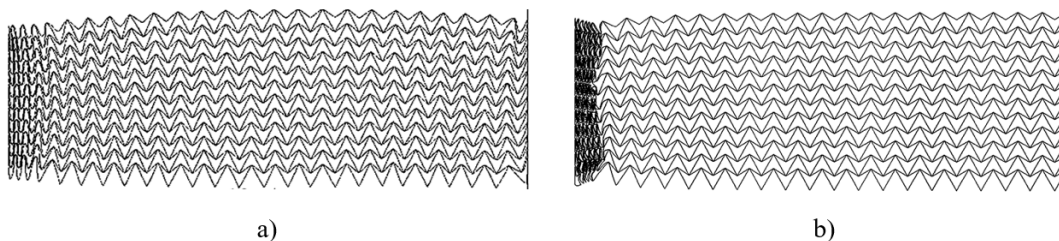
Rychlost zatěžování má výrazný vliv i na velikost a průběh síly, působící při tlakovém namáhání na impaktor [41]. Autor ve své práci přepočítal sílu a posuv na smluvní napětí a smluvní přetvoření (Obrázek 31). Špičkové napětí a napětí v oblasti plateau roste se zvyšující se rychlostí zatěžování. Ze zvyšující se rychlostí roste také fluktuace napětí kolem ustálené

hodnoty v plateau stádiu, což je důsledek setrvačných účinků a šíření napěťových vln v konstrukci [42].

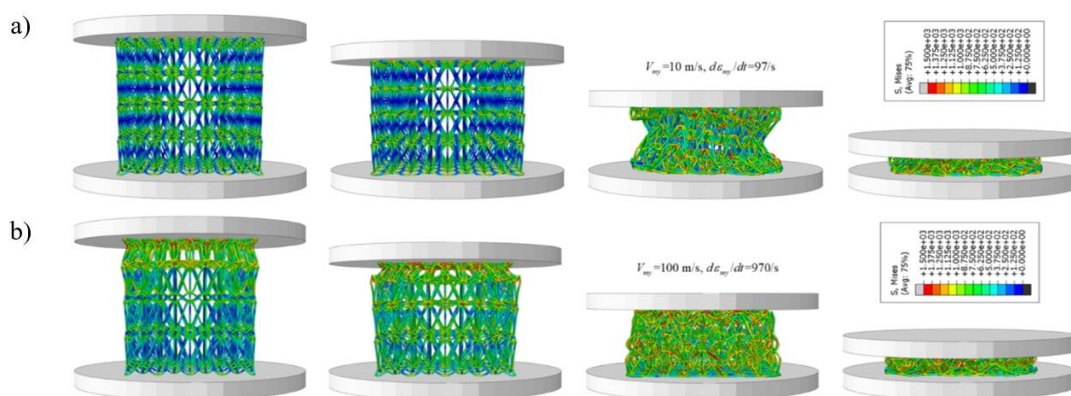


Obrázek 31: Křivka smluvní napětí – smluvní přetvoření pro různé rychlosti tlakového zatížení [41].

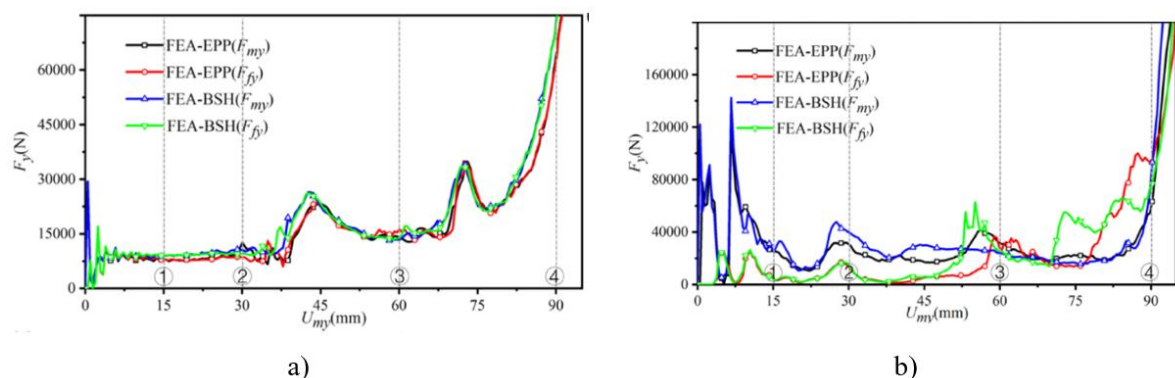
Napěťově – deformační odezva při tlakovém zatěžování v závislosti na rychlosti namáhání, ilustrována na případě struktury Re-entrant, má podobný charakter i pro další typy auxetických materiálů. Pro případ struktury typu Double arrowhead je deformace ukázána na obrázku (Obrázek 32) [6]. Pro případ 3D mikroprutové struktury typu Double U je deformace a silová závislost na posuvu zobrazena na obrázku (Obrázek 33, Obrázek 34) [43].



Obrázek 32: Deformace struktury typu Double arrowhead namáhané na tlak při rychlostech zatěžování a) $v=10$ m/s, b) $v=100$ m/s [6].

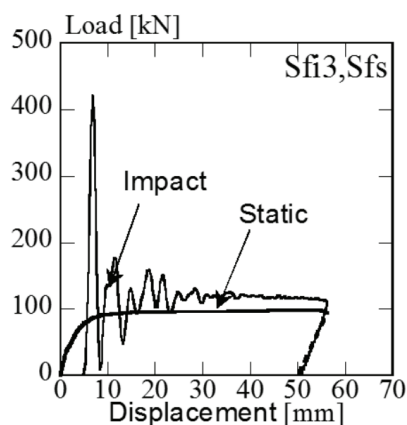


Obrázek 33: Deformace 3D mikroprutové struktury typu Double U namáhané na tlak při rychlostech zatěžování a) $v=10$ m/s, b) $v=100$ m/s [43].



Obrázek 34: Závislost síly na posuvu pro 3D mikroprutovou strukturu typu Double U, namáhané na tlak při rychlostech zatěžování a) $v=10$ m/s, b) $v=100$ m/s [43].

Všechny prezentované výsledky v této kapitole byly získány ze simulací tlakového zatížení za konstantní rychlosti. V praktické části této diplomové práce jsou modely podrobeny rázovým zkouškám, kdy impaktor o počáteční rychlosti bude s narůstající deformací zpomalovat. Výsledný graf síly na posuvu pak bude spíše připomínat závislost dle obrázku (Obrázek 35). Tento graf ukazuje rozdíl mezi silovou odezvou statického zatěžování a rázové zkoušky vláknového kompozitu [44]. U statického zatěžování je křivka hladká, kdežto u rázové zkoušky můžeme pozorovat vzrůst síly na špičkovou hodnotu, následovaný tlumeným kmitáním až na ustálenou hodnotu síly. Poslední fází je pak pokles síly na nulovou hodnotu, který reprezentuje odraz impaktoru. Za fluktuaci síly jsou zodpovědné setrvačné účinky, které logicky u statického zatěžování nefigurují. Útlum kmitů je způsobený vlivem vnitřního, případně strukturálního tlumení. Lze také pozorovat, že při rázové zkoušce se hodnota síly ustálí na vyšší hodnotě oproti statickému zatěžování. Tento jev souvisí s rychlostí deformace a bude podrobněji popsán v kapitole o materiálových modelech 4.4.1.

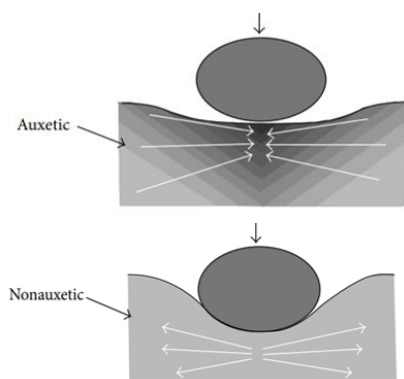


Obrázek 35: Závislost síly na posuvu při statickém zatěžování a rázové zkoušce pro vláknový kompozit [44].

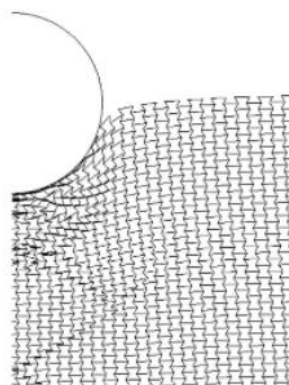
3.4.3 Rázové zkoušky kulovým impaktorem

Odolnost proti vniknutí indentoru (indentation resistance) nebo také tvrdost je vlastnost, vyjadřující odpor materiálu proti vniknutí tělesa do povrchu.

Uvádí se, že dobrá odolnost proti vniknutí je vlastnost, kterou disponují právě auxetické struktury, což se může zdát v rozporu s tím, že auxetická struktura je dobrý absorbér nárazu. Je to způsobeno tím, že na rozdíl od zatěžování auxetických struktur plochým impaktorem je deformace jednotlivých buněk odlišná při zatěžování impaktorem kulovým [42].



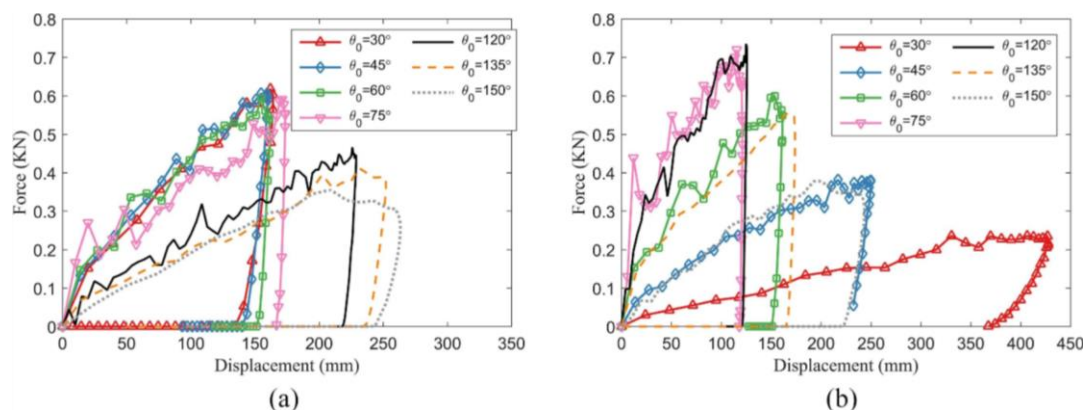
Obrázek 36: Schématické znázornění deformace struktury při zatížení kulovým impaktorem [45].



Obrázek 37: Deformace jedné varianty auxetické struktury při zatížení kulovým impaktorem [42].

Na obrázku (Obrázek 36) lze vidět, že u auxetické struktury se materiál vlivem záporného Poissonova poměru koncentruje pod oblast zatěžování (dochází k lokální denzifikaci), čímž se zlepšuje odolnost struktury proti vniknutí indentoru. Tento předpoklad byl ale spíše testován na polymerních pěnách, a to pouze v oblasti elastické deformace [46, 47].

V případě velkých plastických deformací nemusí vždy být auxetická struktura výhodnější z hlediska odolnosti proti vniknutí, což potvrzuje i článek, kde se autor zabýval velkou deformací auxetických i konvenčních voštinových struktur [42]. Zde bylo numericky modelováno několik geometrických modifikací sktruktur typu Re-entrant a Honeycomb. V případě, kdy autor předepsal všem strukturám stejnou tloušťku stěn, zaznamenal nižší posuv kulového impaktoru, a tedy vyšší maximální hodnotu reakční síly u auxetických struktur (Obrázek 38a). V případě, kdy byla zachována stejná relativní hustota $\bar{\rho}^1$, se schopnost odolnosti proti vniknutí dost výrazně mění s vnitřním úhlem buňky a neplatí vždy, že by auxetická struktura byla z tohoto hlediska výhodnější (Obrázek 38b).



Obrázek 38: Závislost síly na posuvu pro auxetické ($\theta < 90^\circ$) i konvenční ($\theta > 90^\circ$) voštinové struktury při a) stejné tloušťce stěny b) stejné relativní hustotě [42].

¹ $\bar{\rho} = \frac{\rho^*}{\rho_s}$, kde ρ^* je hustota buňky a ρ_s je hustota materiálu struktury.

4 Výpočtový model pro simulaci rázové zkoušky

4.1 LS-DYNA

LS-DYNA je multifyzikální řešič založený na metodě konečných prvků. Využívá se k analýze velkých deformací těles při statické a dynamické odezvě. Hlavní metoda řešení je založena na explicitní časové integraci. S jistými omezeními lze využít k řešení úloh i implicitní řešič [48].

4.1.1 Řešení nestacionární úlohy dynamiky s využitím explicitního algoritmu

Diplomová práce se zaměřuje na simulace rázových zkoušek, což jsou nestacionární úlohy dynamiky. Základním přístupem pro řešení těchto typů úloh je časová integrace dynamického děje v postupných časových krocích o velikosti Δt od počátečních podmínek v čase t_0 až po konec děje nebo po poslední okamžik našeho zájmu [20].

Základní rovnice MKP pro dynamickou úlohu má tvar:

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = F(t), \quad (45)$$

kde M , C , K a F jsou matice hmotnosti, tlumení, tuhosti a zatížení. Veličiny $\ddot{U}$, $\dot{U}$ a U jsou matice zrychlení, rychlostí a posuvů.

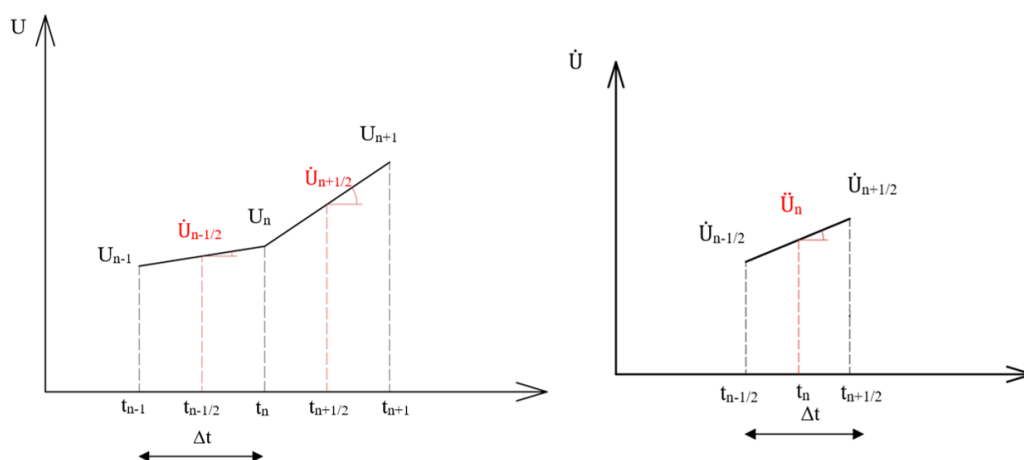
Princip řešení dynamické úlohy s využitím explicitního algoritmu je vysvětlen na pohybové rovnici bez členu s maticí tlumení:

$$M\ddot{U}_n + KU_n = F_n. \quad (46)$$

Rovnice je psaná ve tvaru pro čas t_n .

K aproximaci rychlosti a zrychlení se používá metoda centrálních diferencí (Obrázek 39). Tato metoda spočívá v lineární interpolaci posuvů, jejichž vzájemná vzdálenost je na časové přímce rovna časovému kroku Δt . Po interpolaci následuje výpočet směrnic jednotlivých přímků přesně v polovině časového kroku. Tyto směrnice reprezentují rychlosti. Obdobné kroky jsou provedeny i pro zrychlení. Tento postup je pospán rovnicemi pro aktuální (t_n), předchozí (t_{n-1}) a následující (t_{n+1}) časový okamžik:

$$\dot{U}_{n+\frac{1}{2}} = \frac{U_{n+1} - U_n}{\Delta t}, \quad \dot{U}_{n-\frac{1}{2}} = \frac{U_n - U_{n-1}}{\Delta t}, \quad \ddot{U}_n = \frac{U_{n+1} - 2U_n + U_{n-1}}{\Delta t^2}. \quad (47)$$



Obrázek 39: Znárodnění metody centrálních diferencí na časové závislosti posuvu a rychlosti.

Dosazením rovnice pro zrychlení (47) do pohybové rovnice (46) vznikne vztah:

$$\frac{M}{\Delta t^2} U_{n+1} = F_n - K U_n + \frac{M}{\Delta t^2} (2U_n - U_{n-1}). \quad (48)$$

Z této rovnice vyplývá, že posuvy v čase t_{n+1} jsou získány z aktuálních hodnot v čase t_n .

Největší výhodou explicitního algoritmu je nezávislé řešení rovnic, ze kterých lze přímo vyjádřit neznámé parametry, a to už na úrovni prvků [20]. Úlohu lze tedy řešit po jednotlivých uzlech stanovením příslušné složky zrychlení a následně je možno dopočítat rychlosti a posuvy v následujících časových krocích. Takovéto řešení je možné při použití diagonální matice hmotnosti M . Výpočet jednoho časového kroku je tedy oproti implicitní metodě mnohonásobně rychlejší, jelikož při ní dochází k řešení soustav vzájemně závislých rovnic.

Nevýhodou této metody je podmíněná stabilita algoritmu, což znamená, že stabilních výsledků bude dosaženo pouze při dodržení malé délky časového kroku. Musí tedy platit, že

$$\Delta t < \Delta t_{cr}, \quad (49)$$

kde Δt_{cr} je kritická délka časového kroku a závisí na charakteristickém rozměru L_{min} nejmenšího prvku sítě a na rychlosti c_{zvuk} šíření zvuku (napětových vln) daným prostředím, či materiálem.

$$\Delta t_{cr} = \frac{L_{min}}{c_{zvuk}}. \quad (50)$$

Tato kritická délka kroku bývá zpravidla velmi malá (řádově $10^{-5} \div 10^{-7}$), proto je explicitní algoritmus nejpoužitelnější na rychlé děje, mezi které se řadí i rázové zkoušky, které v rámci této práce budou s využitím tohoto algoritmu simulovány.

V prostředí LS-DYNA se v průběhu řešení v každém kroku přepočítává nový časový krok, který je vždy roven nejmenší kritické délce časového kroku prvku, násobené koeficientem *TSSFAC* [49]:

$$\Delta t^{n+1} = TSSFAC \cdot \min\{\Delta t_{cr,1}, \Delta t_{cr,2}, \dots, \Delta t_{cr,N}\}, \quad (51)$$

kde N je počet prvků sítě a *TSSFAC* je, který je ve výchozím stavu roven 0,9. Pro zajištění větší stability simulace bude tento faktor snižován na hodnotu 0,7.

Je vhodné podotknout, že je možné výpočtovou náročnost dané úlohy snížit, a to buď zkrácením délky simulace za zvýšení rychlosti deformace (time scaling) nebo zvýšením hustoty materiálu (mass scaling), čímž dojde ke snížení rychlosti napětové vlny c_{zvuk} a zároveň dojde ke zvýšení kritické délky časového kroku Δt_{cr} . Obě tyto metody však do nějaké míry mění dynamické charakteristiky řešené úlohy. Ani jedna z těchto metod pro zkrácení výpočtového času nebude v rámci této práce využita.

4.1.2 Hourglassing

Numerická integrace matic tuhosti může mít signifikantní vliv na výpočetní čas. Pro snížení výpočetní náročnosti je využíváno Gaussovo kvadraturální pravidlo, jehož principem je nahrazení určitého integrálu součtem jeho funkčních hodnot v integračních bodech. Tyto hodnoty se pro zvýšení přesnosti výpočtu násobí váhovými koeficienty [50].

LS-DYNA nabízí k výpočtu prvky, které obsahují pouze jeden integrační bod [48]. Ty jsou z hlediska výpočetní náročnosti výhodné, mají však jedno zásadní negativum. Problémem je tzv. hourglassing, což je deformační mód s nulovou energií, který neprodukuje žádná přetvoření a napětí. Tento deformační mód je symetrický kolem integračního bodu a kmitá s vyšší frekvencí, než je celková odezva tělesa (Obrázek 40). Hourglassing nemá žádný vliv na vnitřní energii, jedná se pouze o numerický problém, který v některých případech může vést i ke

zhroucení výpočtu. Proto je nutné energii hourglassingu kontrolovat (udává se, že by tato energie neměla překročit 10% vnitřní energie).



Obrázek 40: Hourglassing deformační módy 8-uzlového prostorového prvku s jedním integračním bodem [48].

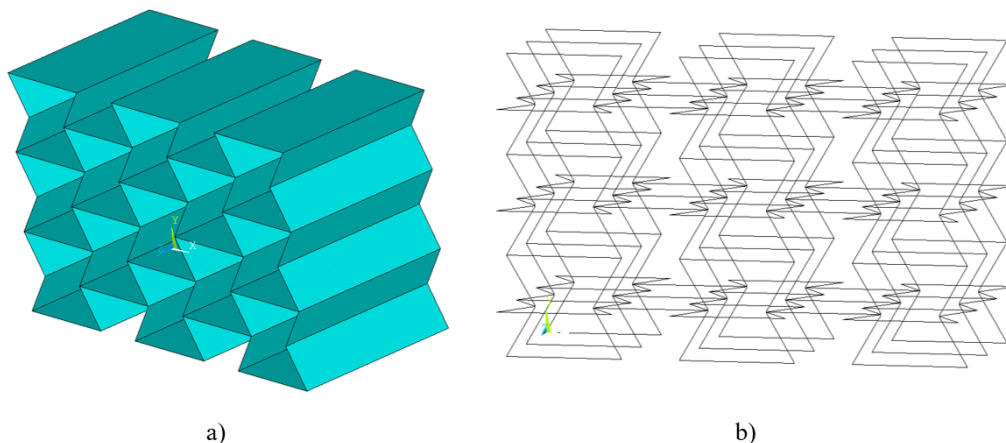
Vliv hourglassingu lze zmírnit nebo i odstranit zjemněním konečnoprvkové sítě, použitím prvků s více integračními body, zvýšením tuhosti nebo viskozity modelu a nepoužíváním bodových zatížení.

4.2 Model geometrie

Pro tvorbu geometrie modelu bylo vytvořeno několik parametrických modelů auxetických a konvenčních struktur.

Celý proces začíná v programu MATLAB, v jehož prostředí dochází k nastavení příslušných geometrických vstupních veličin. Software poté vygeneruje textový soubor, který obsahuje kód v jazyce APDL. Vygenerovaný makro soubor je spuštěn v programu ANSYS Mechanical APDL, kde je vytvořena finální podoba geometrie.

Geometrie modelu se skládá z rovin (AREAS) v případě 2D struktur a z přímek (LINES) v případě 3D struktur (Obrázek 41).

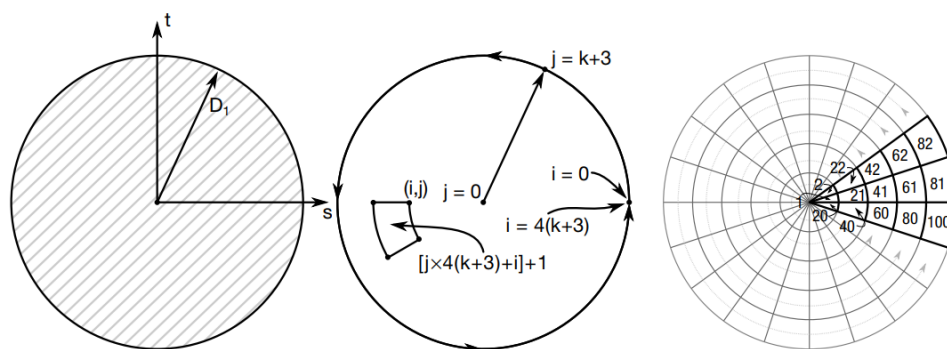


Obrázek 41: Geometrie struktury a) Re-entrant 2D, b) Re-entrant 3D.

4.3 Diskretizace modelu

Konečnoprvková síť je vytvářena v prostředí ANSYS Mechanical APDL. Přestože k diskretizaci geometrického modelu dochází v tomto programu, celý model je dále zpracováván v SW LS-PREPOST, ve kterém probíhá preprocessing a tvorba vstupního souboru (Keyword file) pro řešič LS-DYNA. Proto je v této kapitole pojednáno o prvcích tak, jak jsou popsány v manuálech k programu LS-DYNA [48].

Konečnoprvková síť u 2D struktur je složena ze skořepinových prvků (SHELL). Konkrétně se jedná o 8-uzlový kvadratický skořepinový prvek, který má v každém uzlu 6 stupňů volnosti (Obrázek 42) [51]. Tento prvek je vhodný pro nelineární úlohy s výskytem velkých přetvoření. Počet integračních bodů podél tloušťky prvku je nastaven na hodnotu 5. V rovině prvku je pro numerickou integraci nastaveno 3×3 Gaussovo kvadraturální pravidlo (Obrázek 43).



Obrázek 45: Kruhový průřez prutového prvku a jeho rozdělení integračními body pro parametr $k = 2$ [48].

4.4 Model materiálu

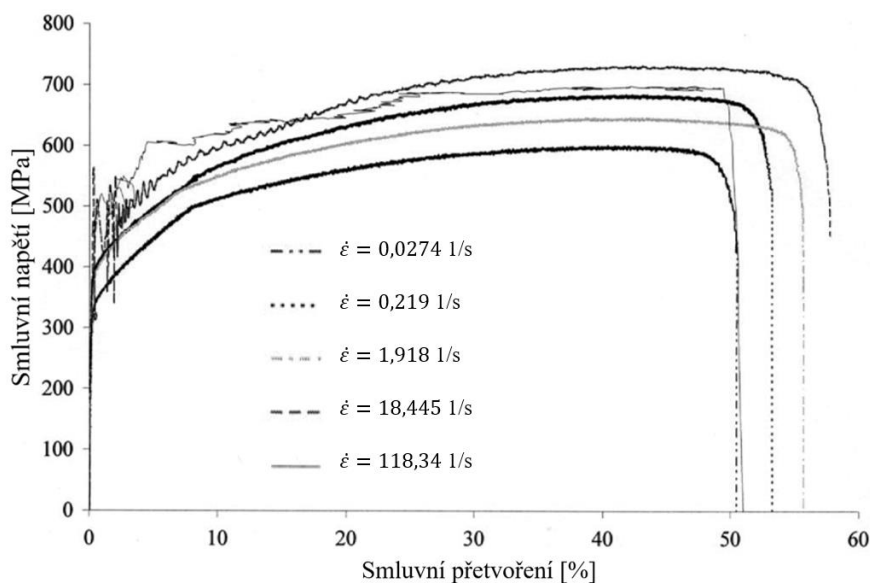
V úvodu již bylo zmíněno, že rozvoj aditivních metod umožnil výrobu geometricky komplexnějších struktur, jakými jsou například auxetické materiály. Pro účely prováděných experimentů je využita technologie SLM, při níž se pro výrobu využívají zejména slitiny na bázi železa a hliníku. Podrobněji je o technologii pojednáno v kapitole 6.1. Zde je prostor věnován dvěma nejvyužívanějším materiálům pro AM, a to austenitická nerezová ocel 316L a hliníková ocel AlSi10Mg. Dále jsou v této kapitole popsány konstitutivní modely, které jsou při numerickém modelování použity.

4.4.1 Ocel 316L

Austenitická ocel 316L je nerezová ocel s dobrou tažností, pevností a biokompatibilitou. Další výhodou je vysoká odolnost proti korozi, únavě a teplotě. Mechanické vlastnosti oceli jsou ovlivněny procesními parametry, zahrnující velikost a kvalitu prášku, ze kterého se struktura vyrábí [55]. Z tohoto důvodu mají ocelové části, vyrobené metodou SLM odlišné vlastnosti oproti těm, které jsou vyrobené konvenční metodou. Samotné mechanické vlastnosti se mohou lišit i mezi vzorky, vyrobené pomocí aditivní metody (AM), protože jednotlivé vzorky mohou vykazovat různou porozitu. Zároveň jsou finální vlastnosti závislé i na orientaci vzorku při výrobě. Konstitutivní model pro tuto ocel bude primárně využit pro simulace rázových zkoušek a experimenty v této práci.

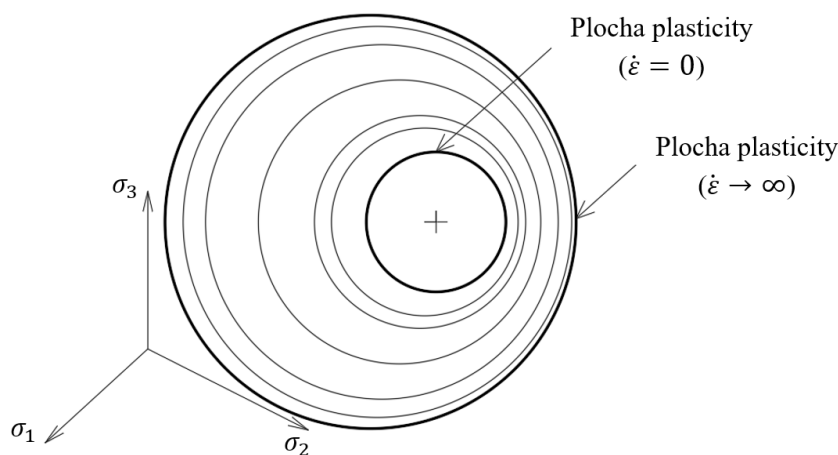
Ve velkém množství článků se autoři zabývali vlivem rychlosti deformace na křivku smluvního napětí a smluvního přetvoření u oceli 316L [56, 57, 58]. S využitím tradiční tahové zkoušky a různých dynamických zkoušek (SHPB, SRJT, ESH)² dostali tahové křivky, které se od sebe vzájemně liší v závislosti na rychlosti deformace $\dot{\epsilon}$. Na obrázku je pro ukázkou zobrazena sada tahových křivek z jednoho z těchto článků (Obrázek 46) [56].

² SHPB – Split Hopkinson pressure bar, SRJT – Strain rate jump test, ESH – Electro/servo hydraulic tensile/compression test



Obrázek 46: Závislost smluvního napětí na smluvním přetvoření pro různé rychlosti deformace $\dot{\epsilon}$ [56].

Na této závislosti lze pozorovat, že se zvyšující se rychlostí deformace dochází k posuvu tahové křivky ve směru osy y , zvětšuje se tedy mez kluzu i mez pevnosti. To lze dobře ilustrovat na schematické závislosti plochy plasticity dle podmínky HMH (Obrázek 47). Příčinou tohoto viskoplastického chování je složitý mechanismus plastické deformace na úrovni krystalografických mřížek, kdy s rychlostí deformace narůstá i hustota dislokací [59].



Obrázek 47: Schématické znázornění plochy plasticity pro obecný viskoplastický model materiálu [60].

Pro popis plochy plasticity při různých rychlostech zatěžování se využívají viskoplastické modely, přičemž v této práci je aplikován konstitutivní model Johnson-Cook, jehož rovnice pro redukované napětí dle podmínky HMH vypadá následovně [61]:

$$\bar{\sigma} = (\sigma_y + K \bar{\epsilon}_p^n) (1 + C \ln \dot{\epsilon}^*) (1 - T^{*m}), \quad (52)$$

kde $\bar{\epsilon}_p$ je redukované plastické přetvoření, $\dot{\epsilon}^*$ je bezrozměrná rychlost redukovaného plastického přetvoření:

$$\dot{\epsilon}^* = \frac{\dot{\bar{\epsilon}}_p}{\dot{\bar{\epsilon}}_0}, \quad (53)$$

kde $\dot{\bar{\epsilon}}_p$ je rychlost redukovaného plastického přetvoření, $\dot{\bar{\epsilon}}_0$ je referenční rychlost přetvoření, obvykle při standardní tahové zkoušce.

Veličina T^* je homologická teplota:

$$T^* = \frac{T - T_0}{T_m - T_0}, \quad (54)$$

kde T, T_m, T_0 značí aktuální teplotu, teplotu tavení a pokojovou teplotu.

Veličina σ_y je mez kluzu a K, n, C, m jsou další materiálové parametry modelu.

Jak je patrné z rovnice (52), model je citlivý i na teplotu. Tato závislost v diplomové práci není uvažována, tudíž se vztah zredukuje do této podoby:

$$\bar{\sigma} = (\sigma_y + K \bar{\epsilon}_p^n)(1 + C \ln \dot{\epsilon}^*). \quad (55)$$

Parametry σ_y, K, n bývají určovány z kvazistatické zkoušky (standartní tahová zkouška) a parametr C se stanovuje ze zkoušek dynamických.

Výše popsany konstitutivní model definuje pouze oblast plastického zpevnění, elastická část modelu je tradičně definována modulem pružnosti v tahu E a Poissonovým poměrem μ .

V SW LS-DYNA je tento konstitutivní model pojmenován jako SIMPLIFIED_JOHNSON_COOK.

Materiálové parametry jsou převzaty z literatury [58]. Zde autor provedl kvazistatické a dynamické zkoušky na více vzorcích, vyrobené technologií SLM. Z výsledků těchto zkoušek pak nakalibroval zjednodušený konstitutivní model Johnson-Cook s parametry dle tabulky (Tabulka 1).

Tabulka 1: Materiálové parametry modelu Johnson-Cook pro ocel 316L [58].

ρ [kg/m ³]	E [GPa]	μ [-]	σ_y [MPa]	K [MPa]	n [-]	C [-]	$\dot{\epsilon}_0$ [1/s]
7850	200	0,3	301	1472	0,807	0,09	0,001

Existuje i model tvárného porušení Johnson-Cook, definující lomové přetvoření $\bar{\epsilon}_f$, které je také funkcí rychlosti deformace a teploty [61]. Navíc závisí na triaxialitě napětí η , tedy na stavu napjatosti v bodě tělesa:

$$\bar{\epsilon}_f = (D_1 + D_2 e^{D_3 \eta})(1 + D_4 \ln \dot{\epsilon}^*)(1 - D_5 T^*), \quad (56)$$

kde D_1, D_2, D_3, D_4, D_5 jsou materiálové parametry, určené z kalibračních zkoušek.

Pro popis kumulace poškození se zavádí parametr poškození D :

$$D = \sum \frac{\Delta \bar{\epsilon}_p}{\bar{\epsilon}_f(\eta, \dot{\epsilon}^*, T^*)}. \quad (57)$$

Pokud parametr D dosáhne kritické hodnoty D_c (obvykle 1), pak dojde k porušení materiálu.

V programu LS-DYNA se projeví porušení materiálu odstraněním prvku z výpočtu (tzv. eroze elementu). Tento jev může být doprovázen numerickou nestabilitou nebo i zhroucením výpočtu. Z tohoto důvodu je zapotřebí získat hlubší porozumění o problematice modelování tvárného porušování materiálu. Bylo tedy rozhodnuto, že tento model nebude využit v diplomové práci a porušení materiálu nebude uvažováno.

4.4.2 Slitina AlSi₁₀Mg

Druhým materiálem, využívaným pro výrobu pomocí SLM, je hliníková ocel AlSi₁₀Mg. Tato slitina disponuje nízkou hmotností, dobrou pevností a tepelnou vodivostí. Výhodou je také vysoká odolnost vůči korozi. Na rozdíl od oceli 316L není hliníková slitina tak tažná, na druhou stranu je poddajnější.

Konstitutivní model je převzat z disertační práce, psané pod Ústavem konstruování na FSI VUT [62]. Zde autor provedl několik kvazistatických tahových i tlakových zkoušek pro různé typy vzorků, vyrobených technologií SLM. Z výsledných závislostí skutečných napětí a přetvoření vytvořil bilineární model izotropního zpevnění s parametry dle tabulky (Tabulka 2). Tento model sice nezahrnuje vliv rychlosti zatěžování, i přesto však výsledky ze simulací rázové zkoušky při nízkých rychlostech, provedené v rámci disertační práce, byly přibližně srovnatelné s výsledky z experimentu.

Tabulka 2: Materiálové parametry bilineárního modelu izotropního zpevnění pro slitinu $AlSi_{10}Mg$ [62].

ρ [kg/m ³]	E [GPa]	μ [-]	σ_y [MPa]	E_T [MPa]
2680	96,1	0,334	227	4858

V rámci této práce bylo v plánu vyrobit i vzorky z této slitiny, bohužel z časových důvodů k tomu nedošlo. Výroba těchto vzorků je stále v přípravě, pravděpodobně tedy budou s nimi provedeny experimenty až po termínu odevzdání práce. Výsledky budou prezentovány při obhajobě závěrečné práce.

4.5 Okrajové podmínky, kontakty a další nastavení

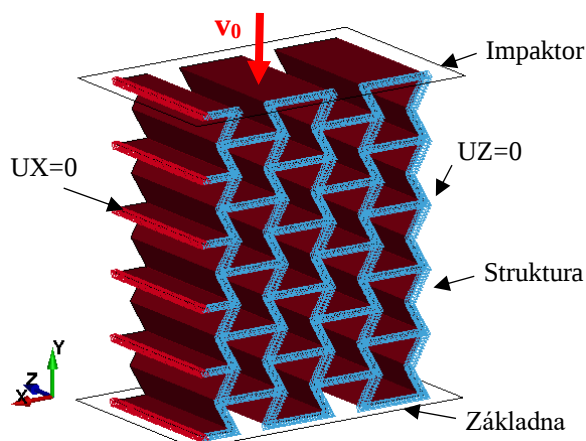
Pro simulace rázových zkoušek budou rozlišovány tři tělesa – impaktor, struktura a základna (Obrázek 48, Obrázek 49).

Při použití plochého nárazového tělesa jsou impaktor a základna modelovány jako tuhé stěny (rigidwall). U tohoto typu těles, který je k dispozici v SW LS-DYNA, není nutné generovat MKP síť. Stačí pouze nastavit hmotnost a počáteční rychlost v případě impaktoru a v případě základny zamezit tuhé stěně v pohybu ve všech třech směrech.

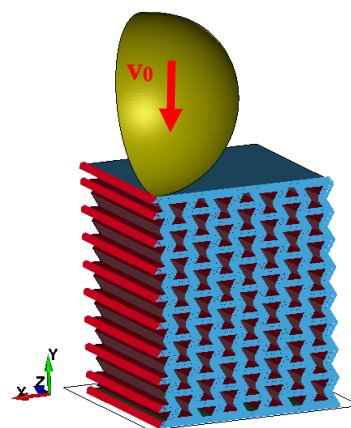
Při použití kulového impaktoru je již impaktor modelován jako tuhé těleso (kulová skořepina), kterému je předepsán materiálový model typu RIGID. Počáteční rychlost je tuhému impaktoru přidělena pomocí záložky INITIAL. Základna je modelována stejně jako v modelu s plochým impaktorem, tedy jako rigidwall. V tomto modelu je struktura modelována jako sandwichová konstrukce s horní a dolní deskou, pevně spojenou se strukturou za pomoci kontaktů.

U 2D struktur je využito symetrie a je tedy vytvářen $\frac{1}{4}$ model. Na uzly, ležící v rovinách symetrie jsou předepsány příslušné nulové posuvy. Při velkých deformacích může u podobných struktur v některých případech dojít k nesymetrické deformaci, vlivem například smykových napětí [63]. Bylo tedy otestováno pár struktur bez využití symetrie a ukázalo se, že u 2D struktur docházelo vždy při dynamickém zatěžování k symetrické deformaci, u 3D prutových struktur se však objevila nesymetrická deformace. 3D struktury jsou tedy modelovány jako celek.

Gravitace není ve výpočtovém modelu uvažována.



Obrázek 48: Numerický model pro simulaci rázové zkoušky (plochý impaktor).



Obrázek 49: Numerický model pro simulaci rázové zkoušky (kulový impaktor).

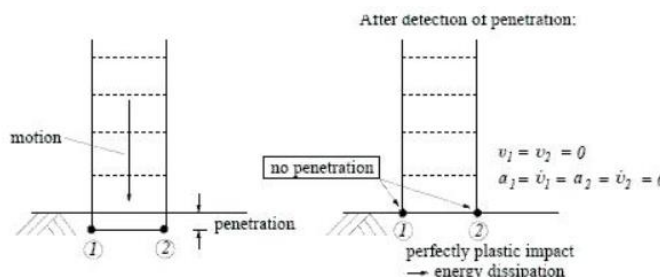
Před samotnou simulací je samozřejmě nutné nastavit kontakty v numerickém modelu. Základem definování kontaktů v SW LS-DYNA je nastavení míst (skupina uzlů, segmentů nebo celých částí), které mají být kontrolovány na potenciální penetrace slave uzlů skrze master segment. K tomu SW LS-DYNA nabízí několik algoritmů řešení kontaktních úloh [48].

Základním algoritmem, který lze nalézt v nabídce programu, je **Standart Penalty Formulation** (SOFT=0), fungující na principu přidání matic tuhosti v diskretních bodech kontaktu (viz 2.3.1). Tento algoritmus byl využit na začátku vytváření numerického modelu, avšak bylo zjištěno, že v některých částech materiálu docházelo k výraznějším penetracím uzlů mezi jednotlivými vrstvami struktury. Z tohoto důvodu je ve finální podobě modelu nastaven algoritmus **Soft Constraint Penalty Formulation** (SOFT=1). Tento přístup řešení kontaktních úloh spočívá ve výpočtu kontaktní tuhosti $k_{SOFT=0}$ dle předchozího algoritmu a ve výpočtu dodatečné tuhosti k_{cs} , která je založena na stabilitě lokálního systému, skládajícího se ze dvou hmot spojené pružinou. Výsledná kontaktní tuhost je pak dána rovnicí:

$$k_{SOFT=1} = \max\{k_{cs}, k_{SOFT=0}\} \quad (58)$$

Při simulaci nelineárních dějů s velkou deformací může být obtížné předpovídat místa, kde dojde ke kontaktu. Proto se doporučuje využít automatických kontaktů, které dokážou detekovat penetraci z jakéhokoli příchozího směru.

U rigidwall těles se kontakty samostatně nenastavují. Pokud se setká uzel deformovatelného tělesa s tělesem rigidwall, jeho rychlost se automaticky nastaví na nulovou hodnotu a tento uzel je přesunut na povrch tuhé stěny (Obrázek 50) [48].



Obrázek 50: Schématické znázornění kontaktu mezi deformovatelným tělesem a tuhou stěnou (rigidwall) [48].

Všechny další kontakty již musí být předem nastaveny uživatelem. Kontakt mezi kulovým impaktorem a horní stěnou sandwichové struktury je předepsán pomocí AUTOMATIC_SURFACE_TO_SURFACE. Tento kontakt je řazen do skupiny two-way treatment, což znamená, že jsou slave uzly kontrolovány na penetraci skrze master uzly a ve

druhém kroku jsou master uzly kontrolovány na penetraci skrze slave uzly. Díky tomuto principu není nutné hlídat, které prvky nastavit jako slave nebo master.

Při deformaci může dojít ke kontaktu jednotlivých stěn nebo prutů struktury mezi sebou. Proto se do modelu přidává kontakt typu single surface. U této skupiny kontaktů se nastavují pouze slave uzly. Pro struktury typu 2D je využit kontakt `AUTOMATIC_SINGLE_SURFACE` a pro struktury typu 3D je nastaven `AUTOMATIC_GENERAL`, který je vhodnější pro vzájemný kontakt prutů. U toho typu kontaktů navíc ve výchozím nastavení platí, že při kontaktu dvou skořepinových prvků v rámci jednoho tělesa, není kontaktní vzdálenost mezi těmito prvky rovna jejich skutečné tloušťce, ale 40 % nejmenší délky hrany prvku. To ve výsledku znamená, že střednicové roviny prvků při kontaktu budou k sobě blíže, než by tomu bylo ve skutečnosti.

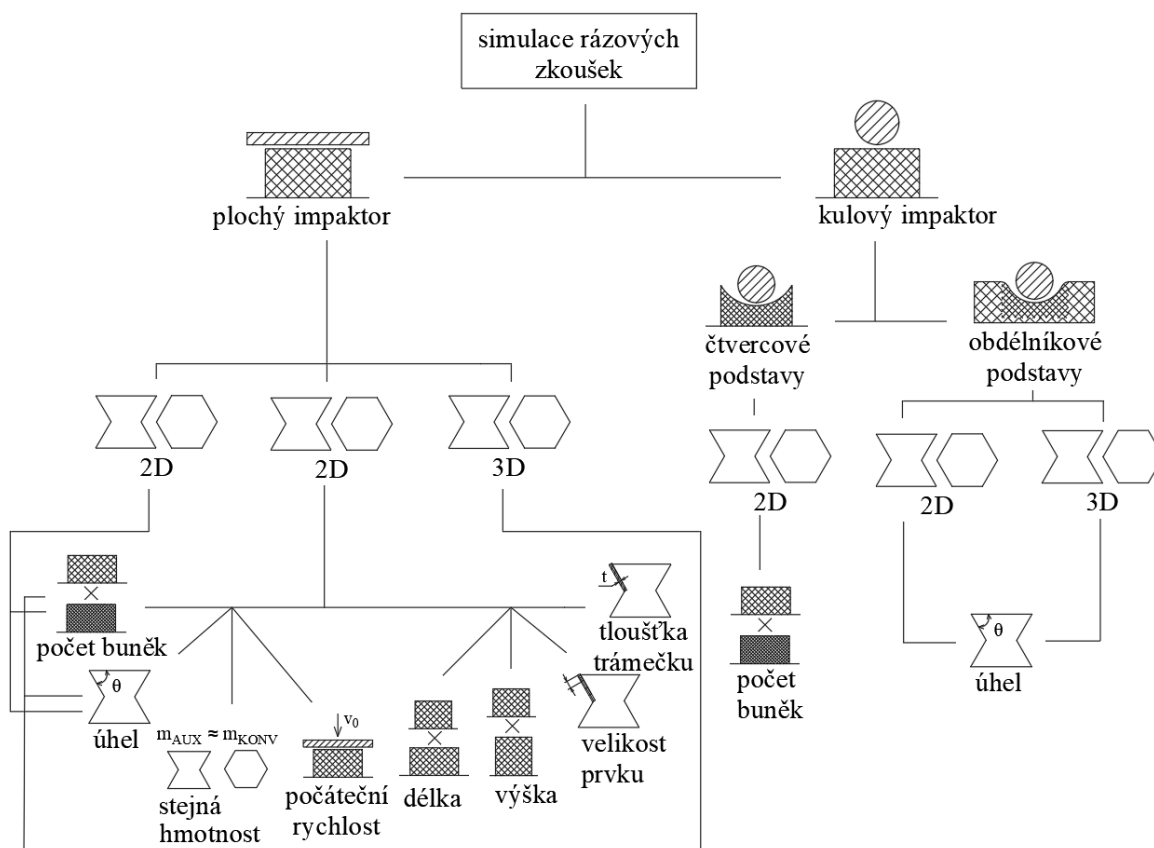
Sandwichové konstrukce mají horní i dolní stěnu pevně spojenou se strukturou. Za tímto účelem je vhodné použít kontakty typu tied, které spojí slave uzly s master uzly, konkrétně `AUTOMATIC_SURFACE_TO_SURFACE_TIEBREAK` pro 2D struktury a `TIED_NODE_TO_SURFACE` pro 3D struktury.

Tření v kontaktech se řídí podle Coulumbovského tření a nastavuje se statický μ_s a dynamický μ_d koeficient tření. V rámci této práce platí $\mu_s = 0,6$ a $\mu_d = 0,4$.

V preprocessingu se nastavuje čas simulace t , časový krok pro vykreslování jednotlivých deformovaných tvarů při simulaci Δt_{D3PLOT} a časový krok pro vypisování výsledků reakčních sil a posuvů Δt_{ASCII} . Bylo zavedeno, že $\Delta t_{D3PLOT} = 10^{-2}t$ a $\Delta t_{ASCII} = 10^{-5}t$. Takto jemný časový krok Δt_{ASCII} zaručí přesné vykreslení výsledků. Časový krok pro explicitní řešič si software určuje sám podle výše zmíněné rovnice (51).

5 Simulace rázových zkoušek

Tato kapitola je zaměřena na prezentaci výsledků ze simulací rázových zkoušek a je rozdělena do dvou částí podle použitého impaktoru. Tyto podkapitoly jsou dále členěny na další segmenty podle provedených citlivostních analýz. Pro přehlednost bylo vytvořeno schéma, které toto rozčlenění znázorňuje (Obrázek 51).

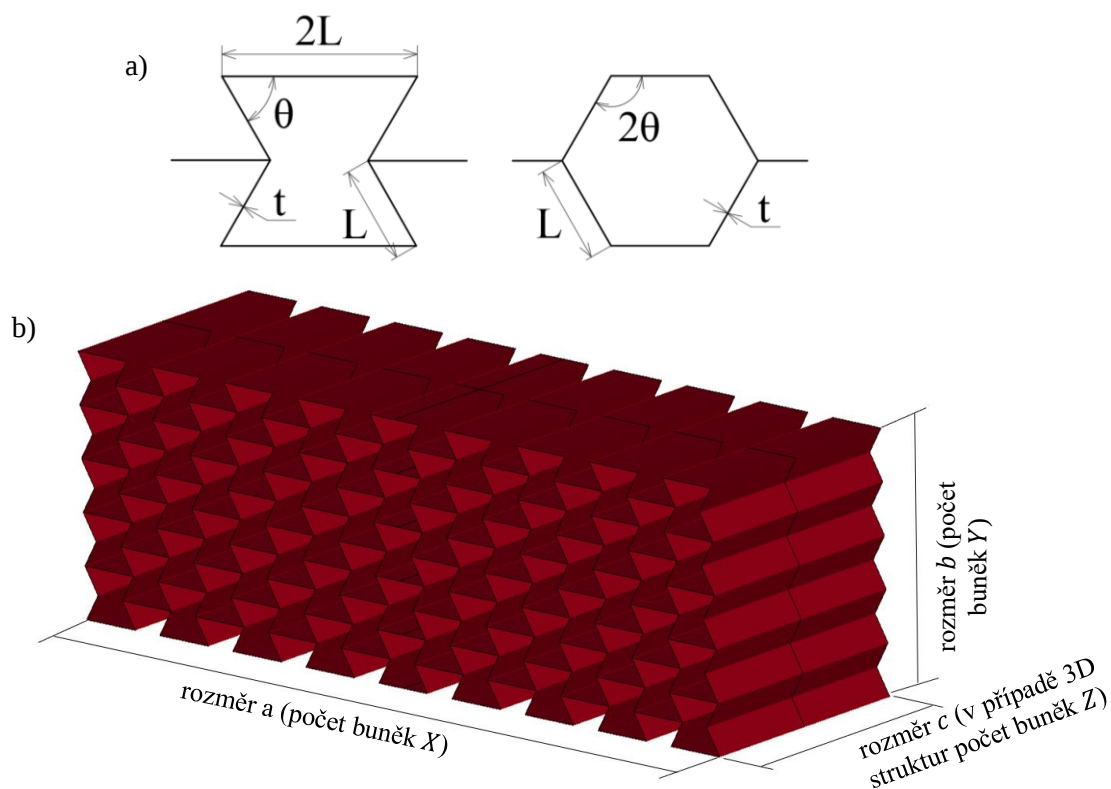


Obrázek 51: Schéma rozdělení provedených analýz.

Simulace rázových zkoušek budou realizovány na auxetické 2D struktuře typu Re-entrant a konvenční 2D struktuře typu Honeycomb (voštinová)³ – Obrázek 13. Ty budou odtěd označovány pouze jako **AUX-2D** a **KONV-2D**. Dále budou dynamicky zatěžovány auxetické a konvenční 3D struktury (varianta 2 - Obrázek 21b, c). Ty budou označovány zkratkou **AUX-3D** a **KONV-3D**.

Při analýzách je vždy porovnávána auxetická a konvenční struktura, přičemž dochází ke změně určitých parametrů. Sleduje se tedy vliv těchto změn na chování samotných struktur, ale i vliv na rozdíly mezi auxetickou a konvenční strukturou. Vstupní parametry jsou zobrazeny v tabulce (Tabulka 3). Grafické znázornění jednotlivých parametrů lze vidět na obrázku (Obrázek 52).

³ Označení 2D referuje k typu struktury, nikoliv k samotnému výpočtovému modelu (ten je prostorový).



Obrázek 52: Geometrické parametry a) jedné buňky (auxetické i konvenční), b) celé struktury.

Tabulka 3: Vstupní veličiny do výpočtového modelu rázové zkoušky.

Název	Symbol	Jednotka
Délka stěny/prutu	L	[mm]
Tloušťka stěny/průměr prutu	t	[mm]
Vnitřní úhel buňky	θ	[°]
Počet buněk po délce	X	[–]
Počet buněk po výšce	Y	[–]
Počet buněk po šířce (v případě 3D struktury)	Z	[–]
Délka struktury	a	[mm]
Výška struktury	b	[mm]
Šířka struktury	c	[mm]
Hmotnost struktury	m_{str}	[kg]
Hmotnost impaktoru	m_{imp}	[kg]
Počáteční rychlost impaktoru	v_0	[m/s]

Pro většinu analýz bude platit, že počáteční kinetická energie impaktoru, dána rovnicí:

$$E_{k0} = \frac{1}{2} m_{imp} v_0^2, \quad (59)$$

bude u zkoumaných modelů stejná. Je účelem sledovat, jakým způsobem je tato energie absorbována u různých typů struktur, a to nehledě na jejich hmotnost. Hmotnost struktury pak

je zohledněna pomocí měrné absorbované energie *SEA*. Výjimku tvoří analýzy, u kterých se mění celkový rozměr struktur (provádí se zvýšení hmotnosti impaktoru) nebo se mění počáteční rychlost impaktoru. Podrobněji jsou analýzy popsány v jednotlivých segmentech této kapitoly.

Veličiny, popsány v kapitole 3.3, figurují jako výstupy ze simulací rázových zkoušek. Pro přehlednost jsou sepsány také v tabulce (Tabulka 4).

Tabulka 4: Výstupní veličiny ze simulací rázové zkoušky.

Název	Symbol	Jednotka	Rovnice
Posuv impaktoru	u	[mm]	—
Maximální posuv impaktoru	u_{max}	[mm]	—
Maximální posuv impaktoru, při kterém nepůsobí žádné reakční síly na impaktor	u_f	[mm]	—
Reakční síla, působící na impaktor	F	[N]	—
Špičková reakční síla	F_{max}	[N]	—
Střední nárazová síla	F_m	[N]	EA/u_f
Absorbovaná energie	EA	[J]	$\int_0^{u_f} F du$
Měrná absorbovaná energie	SEA	[J/kg]	EA/m
Poměr špičkové a střední síly	CFE	[%]	$F_m/F_{max} \cdot 100\%$

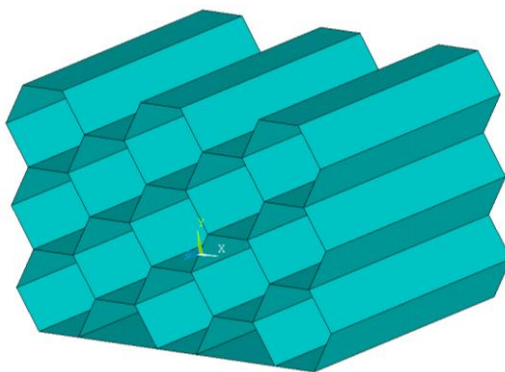
Výsledky z analýz budou prezentovány pomocí obrázků s nedeformovanými a maximálně deformovanými tvary. Dále bude výstup tvořit závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$, přičemž tento graf bude doplněn o čárkovanou křivku, která reprezentuje konstantní funkci s hodnotou střední nárazové síly F_m . Všechny důležité výsledky budou sepsány v tabulce, případně budou klíčové veličiny vykresleny do grafu z důvodu ukázání nějakého trendu.

5.1 Odezva analyzovaných struktur na ráz plochým impaktorem

Tato kapitola se zabývá rázovými zkouškami struktur s použitím plochého impaktoru. Pro většinu provedených analýz platí, že hmotnost a rychlost impaktoru je volena tak, aby nedošlo k úplné deformaci struktury. Výsledná výstupní závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ ze simulací rázových zkoušek je tedy definována pouze stádiem elastické deformace (vzrůst reakční síly na špičkovou hodnotu) a stádiem plateau (ustálení na konstantní hodnotě reakční síly). Ještě před dosažením stádia denzifikace dojde k odrazu impaktoru, doprovázené poklesem reakční síly na nulovou hodnotu.

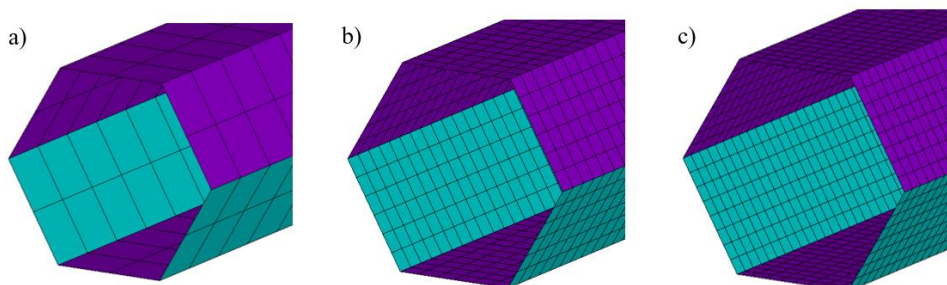
5.1.1 Analýza vlivu velikosti prvku struktury na konvergenci řešení

Za účelem výběru vhodné velikosti prvku byla provedena citlivostní analýza, a to konkrétně na modelu struktury KONV-2D, jejíž geometrie je vstupem do experimentální analýzy (Obrázek 53).

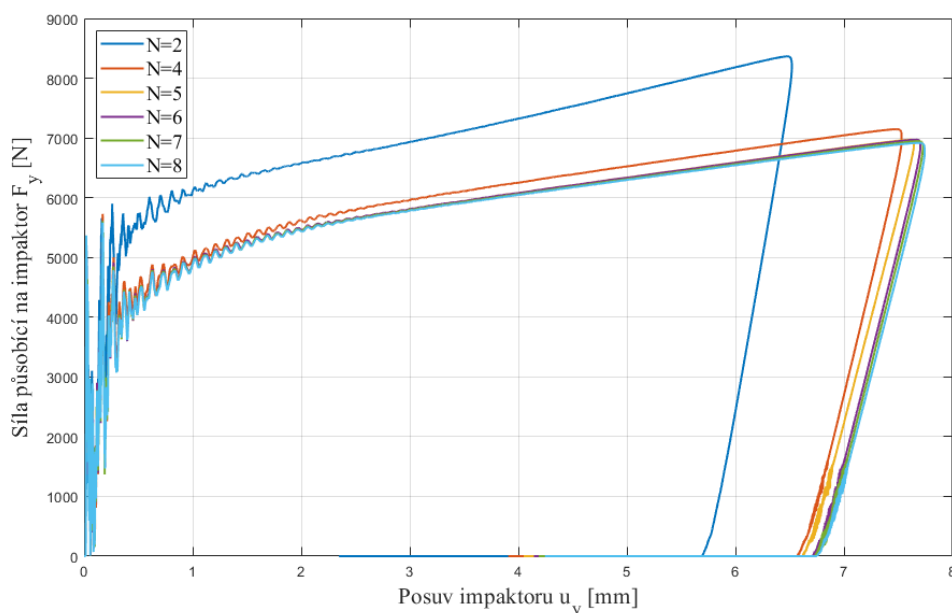


Obrázek 53: Geometrie 2D voštinové struktury pro citlivostní analýzu vlivu velikosti prvku.

Principem této citlivostní analýzy vlivu velikosti prvku sítě MKP je zvyšování počtu elementů N po délce jedné strany pravidelného šestiúhelníku (Obrázek 54) a sledování změn v závislosti síly na posuvu impaktoru (Obrázek 55). Cílem analýzy je definice největší použitelné velikosti prvku při zachování požadované přesnosti výstupů.



Obrázek 54: Diskretizace jedné buňky modelu pro počet prvků N podél hrany buňky a) $N = 2$, b) $N = 6$, c) $N = 8$.



Obrázek 55: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro různou diskretizaci modelu danou parametrem N .

Je patrné, že při počtu prvků po délce hrany $N = 6$ již závislost konverguje ke stejné křivce a při zvyšování tohoto počtu se již řešení výrazně nezpřesňuje. Tudíž je v následujících analýzách použit pro voštinové struktury počet $N = 6$. Pro auxetické 2D re-entrantní struktury

počet $N = 6$ platí pro kratší strany buňky (pro delší strany to je dvojnásobek). Sít' prutových prvků u 3D struktur je vytvořena obdobnou diskretizací.

5.1.2 Analýza vlivu délky (2D) struktury na její deformaci.

Simulace, provedené v rámci této části, slouží k analýze vlivu celkové délky struktury na výslednou deformaci a silovou závislost. Geometrické parametry jednotlivých buněk pro struktury AUX-2D a KONV-2D jsou vzájemně stejné (Obrázek 52a).

Délka struktury je modifikována pomocí změny počtu buněk po délce X , zatímco počet buněk po výšce Y zůstává neměnný. Jelikož se pracuje s 2D strukturami, šířkový rozměr c není tvořen buňkami. V této analýze se tedy mění pouze délka struktury a (Obrázek 52b).

Dalším parametrem, který je upravován, je hmotnost impaktoru m_{imp} , a to tak, aby pro všechny varianty struktur platilo:

$$\frac{m_{imp}}{m_{str_AUX}} = konst. \quad (60)$$

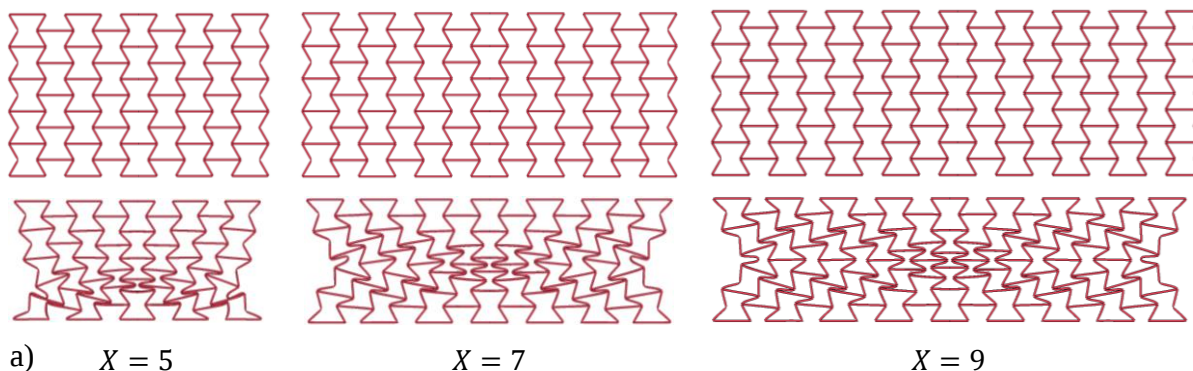
Hmotnost impaktoru m_{imp} je přepočtena z hmotnosti auxetické struktury m_{str_AUX} . Konvenční a auxetická struktura **totožné délky** je zatížena impaktorem o identické hmotnosti tak, aby na konci simulace bylo absorbováno přibližně stejné množství energie EA .

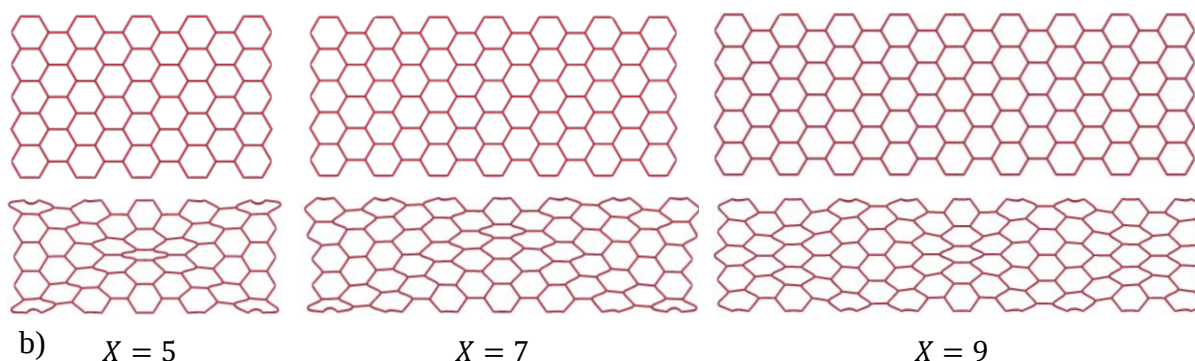
Počáteční rychlost impaktoru v_0 je 4 m/s. Počáteční kinetická energie impaktoru, a tedy i výsledná absorbovaná energie EA se pro **různé délky** liší. Díky rovnici (60) by však mělo platit, že měrná absorbovaná energie SEA (absorbovaná energie vztažená k hmotnosti struktury) bude pro všechny případy na konci zatěžovacího procesu stejná.

Tabulka 5: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu celkové délky struktury.

X [–]	Y [–]	a [mm]	b [mm]	c [mm]	L [mm]	t [mm]	θ [°]	m_{str_AUX} [g]	m_{str_KONV} [g]	m_{imp} [kg]	v_0 [m/s]
5	5	70	43,3	40	5	0,5	60	157	117,75	20	4
6		85						190	142,5	24,2	
7		100						223	167,25	28,4	
8		115						256	192	32,6	
9		130						289	216,75	36,8	

Jak je patrné z tabulky (Tabulka 5), bylo provedeno 5 simulací pro struktury AUX-2D a KONV-2D, dohromady tedy 10 simulací. Nedeformované a plně deformované tvary struktur pro vybrané 3 typy délkových rozměrů jsou zobrazeny na následujícím obrázku (Obrázek 56):

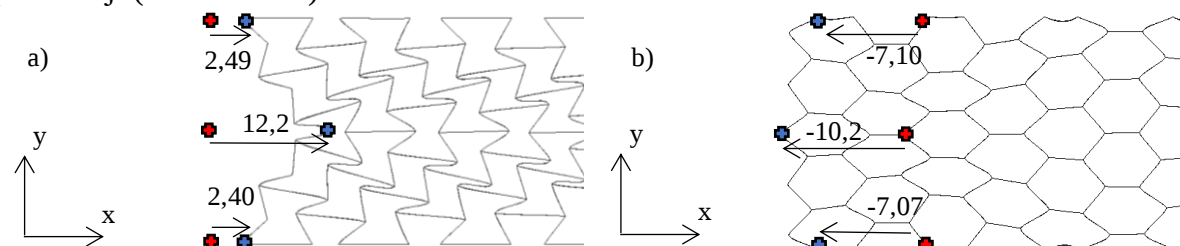




Obrázek 56: Původní a deformovaný tvar struktur v závislosti na velikosti délky struktury dané počtem buněk X – a) AUX-2D, b) KONV-2D.

Na deformovaných tvarech auxetických struktur lze pozorovat, že s rostoucím počtem buněk po délce dochází ke změnám v samotném mechanismu deformace. Při malém délkovém rozměru ($X = 5$) se tvoří plastické klouby v dolní polovině struktury, struktura se tedy deformuje do tvaru V. S rostoucí délkou se začínají ohýbat i buňky v horní polovině, deformace pak připomíná písmeno X. Ve všech případech se také projevuje chování, typické pro auxetické materiály, tedy stlačování v příčném směru. Na obrázku (Obrázek 57a) je pak zobrazen posuv tří vybraných krajních bodů v příčném směru.

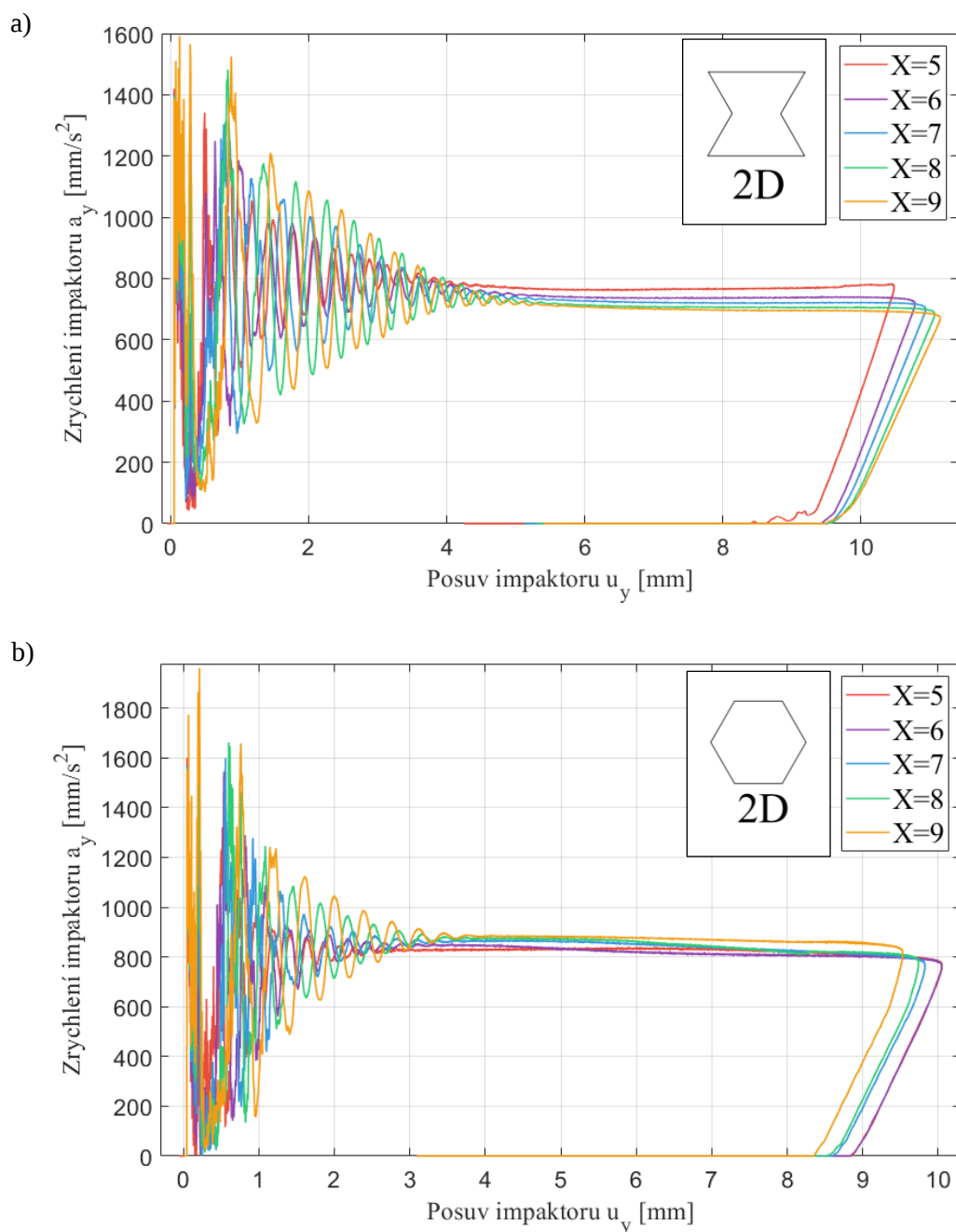
Voštinové konvenční struktury vykazují u nízké délky ($X = 5$) výraznou deformaci buněk, připomínající v celkovém pohledu písmeno X. S rostoucí délkou se deformovaný tvar buněk blíží spíše původní podobě. Konvenční struktury se oproti auxetickým v příčném směru prodlužují (Obrázek 57b).



Obrázek 57: Hodnoty posuvů (v milimetrech) tří vybraných bodů v příčném směru pro strukturu s parametrem $X=9$ (červený bod – původní poloha, modrý bod – maximální posuv) pro a) AUX-2D, b) KONV-2D.

Dalším krokem by mělo být vykreslení závislosti reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$. V této analýze má však impaktor různou hmotnost v závislosti na délce struktury, proto je vhodnější využít 2. Newtonův zákon a vykreslovat závislost zrychlení/zpomalení impaktoru na posuvu $a - u$ (Obrázek 58). Zrychlení a je tedy přepočítáno podle rovnice:

$$a = \frac{F}{m_{imp}}. \quad (61)$$

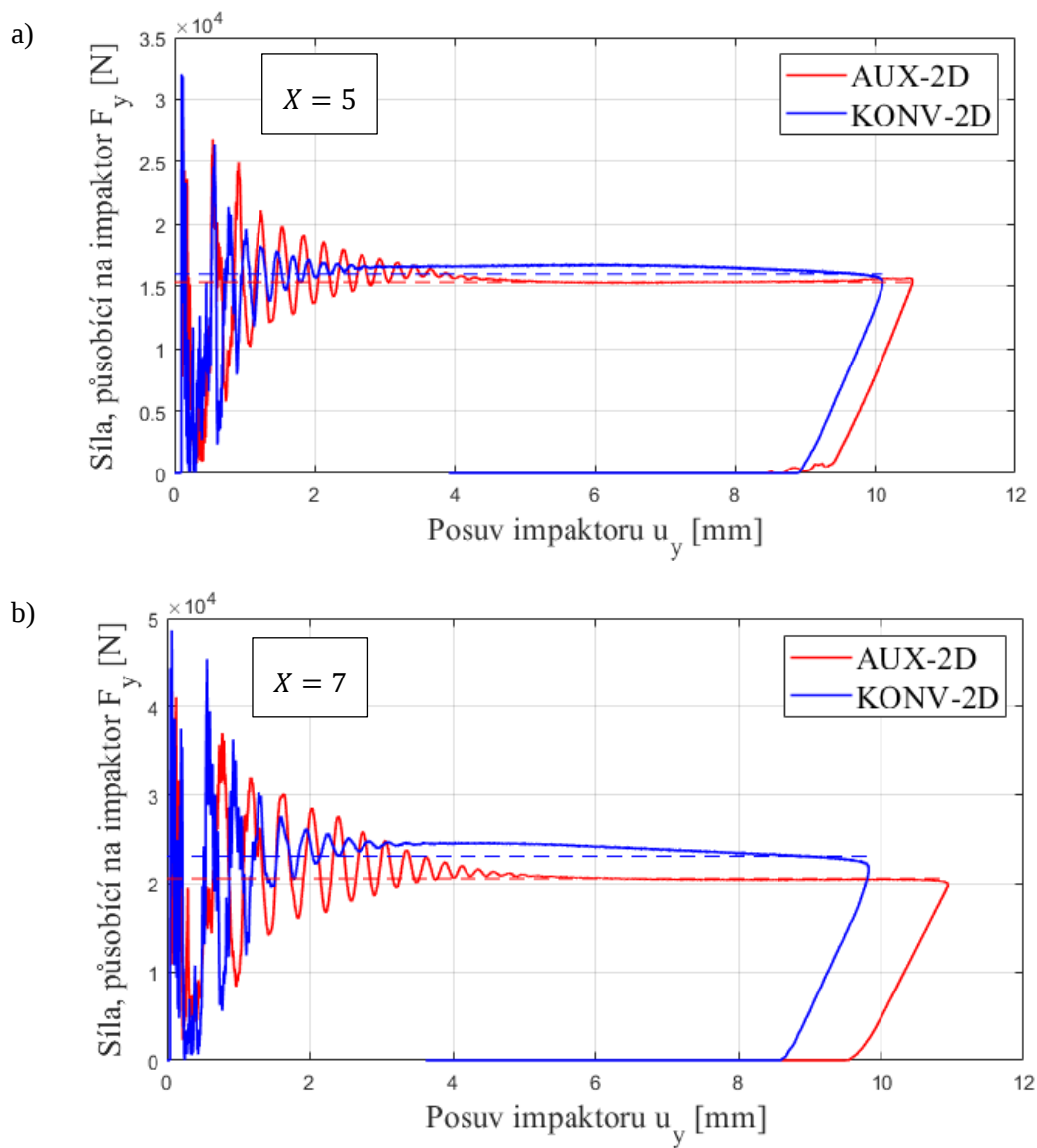


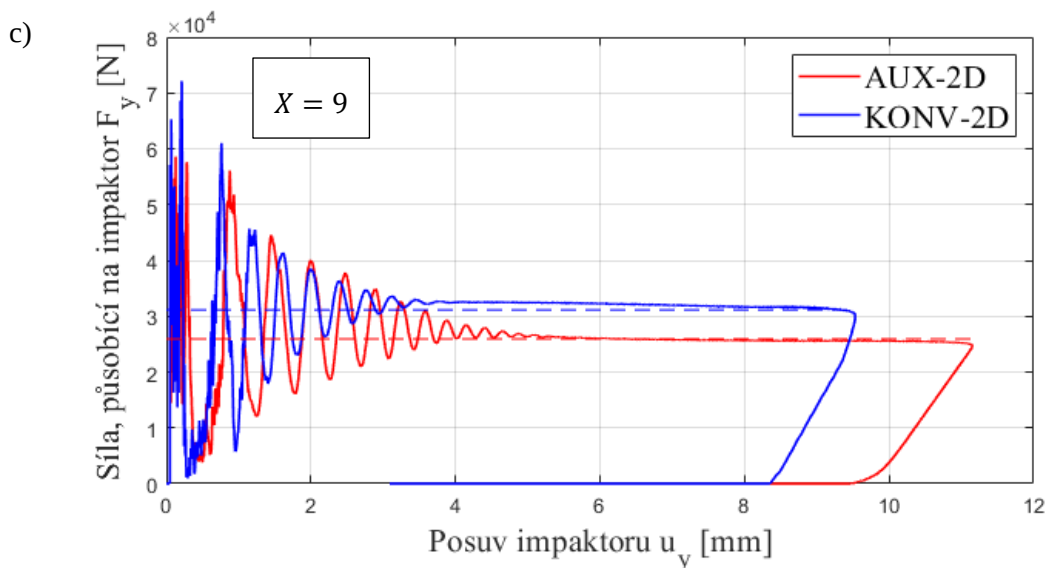
Obrázek 58: Závislost absolutní hodnoty zrychlení/zpomalení impaktoru na jeho posuvu $a - u$ pro a) AUX-2D, b) KONV-2D.

Všechny závislosti $a - u$ mají u obou typů struktur stejný charakter. Křivka se vyznačuje prudkým nárůstem zrychlení, které vlivem setrvačných účinků kmitá s tlumením až po dobu, kdy se zrychlení ustálí přibližně na jedné hodnotě. V okamžik, kdy impaktor dosáhne nulové rychlosti, dochází vlivem vratné deformace k odrazu impaktoru a zrychlení klesá. Při dosažení nulové hodnoty zrychlení již není přítomen kontakt mezi impaktorem a strukturou.

Na grafech lze pozorovat, že auxetické struktury s rostoucím počtem buněk po délce X dosahují větší hodnoty deformace u_{max} ve směru zatěžování a zároveň se zrychlení ustaluje na čím dál menších hodnotách. Toto chování je z hlediska absorpce energie pozitivní. Na druhou stranu s rostoucí délkou (a tedy i hmotností) struktury vzrůstá i amplituda kmitů, což znamená, že se zvyšuje maximální špička zrychlení, a to má poté v praxi negativní dopad na impaktor.

U konvenčních struktur nelze na první pohled pozorovat tak pravidelný růst nebo pokles veličin v závislosti na parametru X . Nicméně platí, že se rostoucí délkou struktury se snižuje posuv u_{max} a zvyšuje se ustálená hodnota zrychlení, což je přesně opačné chování než lze pozorovat u struktur auxetických. Amplituda zrychlení při vyšších délkách struktury též stoupá.





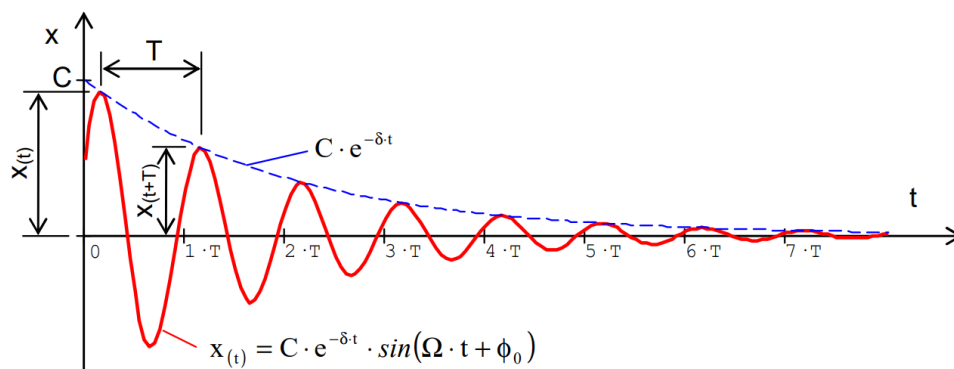
Obrázek 59: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro počet buněk po délce a) $X = 5$, b) $X = 7$, c) $X = 9$.

Pro lepší ilustraci rozdílů mezi AUX-2D a KONV-2D je vykreslena závislost $F - u$ pro 3 případy (Obrázek 59). Na nich již dobře vyniknou hlavní výhody auxetických struktur v oblasti absorpce energie, tedy nižší špička síly F_{max} a střední síla F_m , a vyšší maximální posuv u_{max} . Tyto veličiny jsou pak ještě zobrazeny v samostatných grafech. Podle grafů $F_{max} - X$ (Obrázek 61a) a $F_m - X$ (Obrázek 61b) platí, že obě tyto veličiny se přibližně lineárně zvyšují s rostoucím počtem buněk X , což je díky větším hmotnostem struktury očekávatelné. Tyto silové charakteristiky však u konvenčních struktur rostou strměji oproti auxetickým, čímž se zvyšuje rozdíl mezi těmito veličinami v rámci auxetické a konvenční struktury. U grafu $u_{max} - X$ (Obrázek 61c) je také vidět lineární závislost, u auxetických struktur rostoucí, u konvenčních struktur klesající.

Lze obecně říct, že s rostoucím počtem buněk X po délce struktury, se zvyšují rozdíly mezi strukturami AUX-2D a KONV-2D z hlediska reakčních sil a maximálních posuvů. Z provedených analýz vychází auxetická struktura jako lepší absorbér nárazu.

Z pohledu kmitání je pozorovatelné, že u konvenční struktury dochází k dřívějšímu ustálení na konstantní hodnotě síly ve stádiu plateau. Tento charakter kmitání by bylo možné popsat součinitelem dozínávání δ , což je parametr, kterým se definuje obálka kmitavého pohybu (Obrázek 60) a je závislý na hmotnosti m a součiniteli tlumení b :

$$\delta = \frac{b}{2m}. \quad (62)$$



Obrázek 60: Časový průběh výchylky (pouze schéma, nesouvisí přímo s provedenou analýzou) [64].

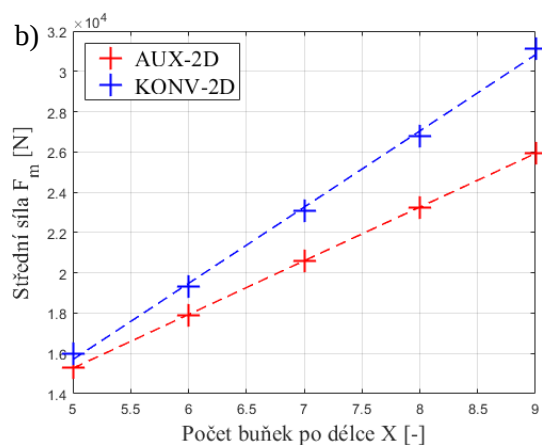
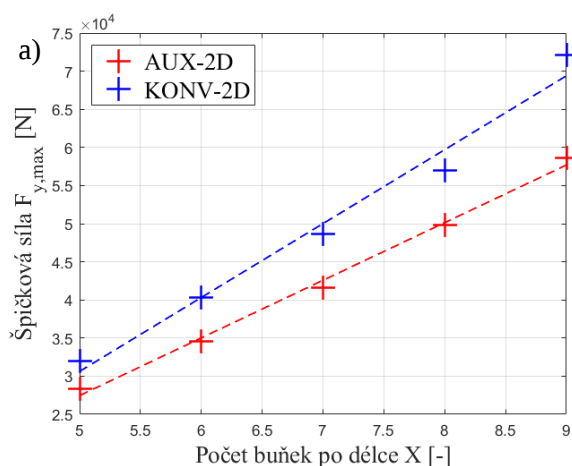
Součinitel tlumení b by u takto složité úlohy bylo obtížné určit, avšak hmotnost je známá veličina. Jelikož je konvenční struktura lehčí než auxetická, pak je součinitel dozívání vyšší právě u struktury KONV-2D a tudíž kmitání u ní ustane dříve.

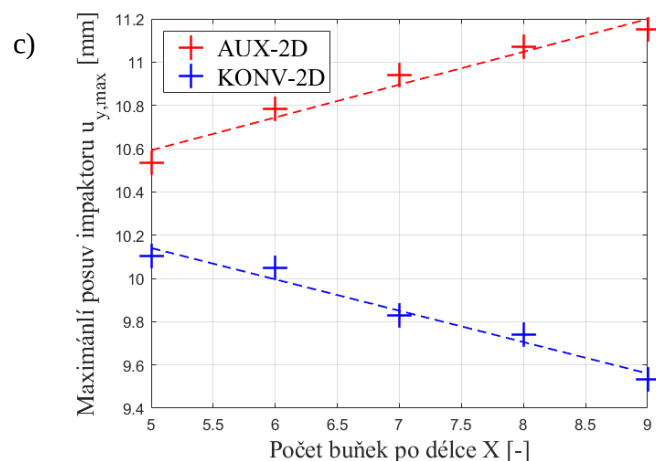
Všechny výstupní veličiny jsou zapsány v tabulce (Tabulka 6). Za zmínku stojí, že měrná absorbovaná energie SEA je vyšší u struktur KONV-2D (konvenční struktura má tříčtvrtinovou hmotnost oproti auxetické). To je samozřejmě výhodné z hlediska tlumení nárazu, protože je mnohdy požadováno, aby konstrukce měla nízkou hmotnost.

Nízká hmotnost a rychlejší ustálení kmitání jsou výhodou u konvenčních struktur. V jedné z následujících analýz (5.1.5) bude auxetická struktura navržena tak, aby se hmotnosti konstrukcí rovnaly a výstupní parametr SEA byl u obou struktur přibližně stejný.

Tabulka 6: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu celkové délky struktury.

AUX-2D						KONV-2D					
X [—]	F_{max} [kN]	F_m [kN]	u_{max} [mm]	EA [J]	SEA [J/g]	X [—]	F_{max} [kN]	F_m [kN]	u_{max} [mm]	EA [J]	SEA [J/g]
5	28,4	15,3	10,53	150,5	0,958	5	32,0	16,0	10,10	151,5	1,287
6	34,6	17,9	10,79	182,8	0,962	6	40,3	19,3	10,05	183,5	1,288
7	41,6	20,6	10,94	214,2	0,961	7	48,6	23,1	9,83	215,4	1,288
8	49,8	23,3	11,07	245,6	0,960	8	57,0	26,8	9,74	247,9	1,292
9	58,6	25,9	11,15	276,7	0,958	9	72,2	31,2	9,53	279,0	1,288





Obrázek 61: Závislost sledovaných veličin na počtu buněk po délce X a a) špičkové síly F_{max} , b) střední nárazové síly F_m , c) maximálního posuvu impaktoru u_{max} .

5.1.3 Analýza vlivu výšky (2D) struktury na její deformaci

V této části je zkoumán vliv výšky struktury na výsledné deformační a silové veličiny. Podmínky jsou podobné jako v předchozí analýze s tím rozdílem, že se tentokrát modifikuje parametr Y (počet buněk po výšce) a délka struktury a zůstává neměnná.

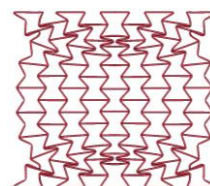
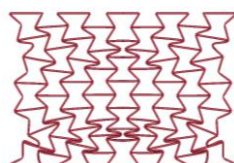
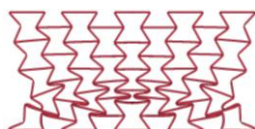
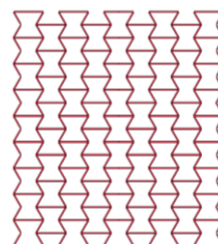
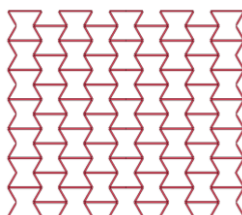
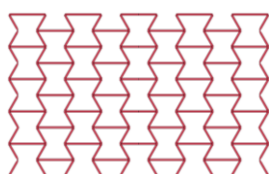
Hmotnost impaktoru se zde také přepočítává tak, aby byl zachován poměr:

$$\frac{m_{imp}}{m_{str_AUX}} = konst. \quad (63)$$

Impaktor má počáteční rychlost $v_0 = 4$ m/s.

Tabulka 7: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu celkové výšky struktury.

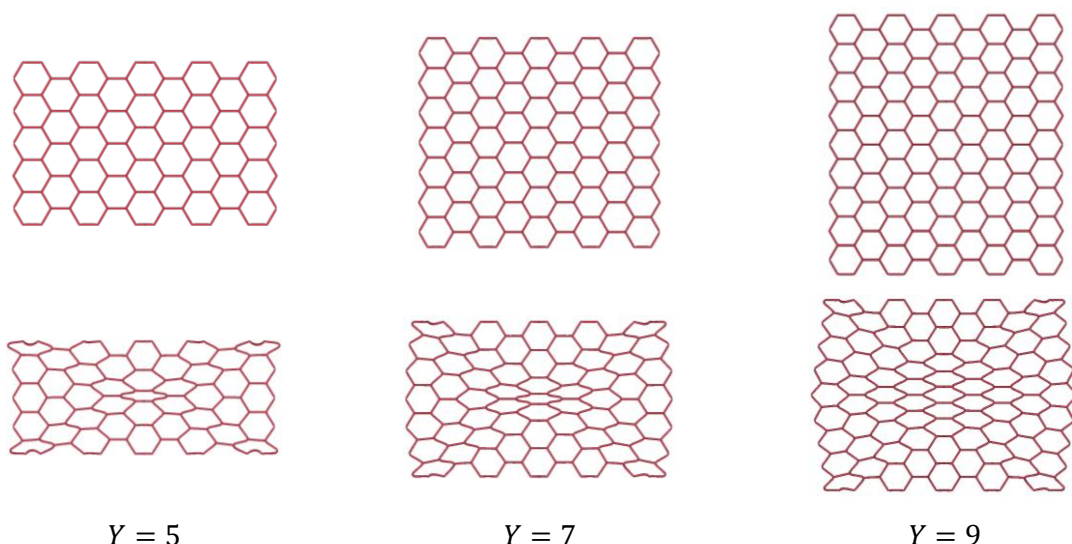
X [-]	Y [-]	a [mm]	b [mm]	c [mm]	L [mm]	t [mm]	θ [°]	m_{str_AUX} [g]	m_{str_KONV} [g]	m_{imp} [kg]	v_0 [m/s]
5	5	70	43,3	40	5	0,5	60	157	117,75	20	4
	7		60,6					216,7	162,5	27,6	
	9		77,9					276,3	207,2	35,2	



a) $Y = 5$

$Y = 7$

$Y = 9$



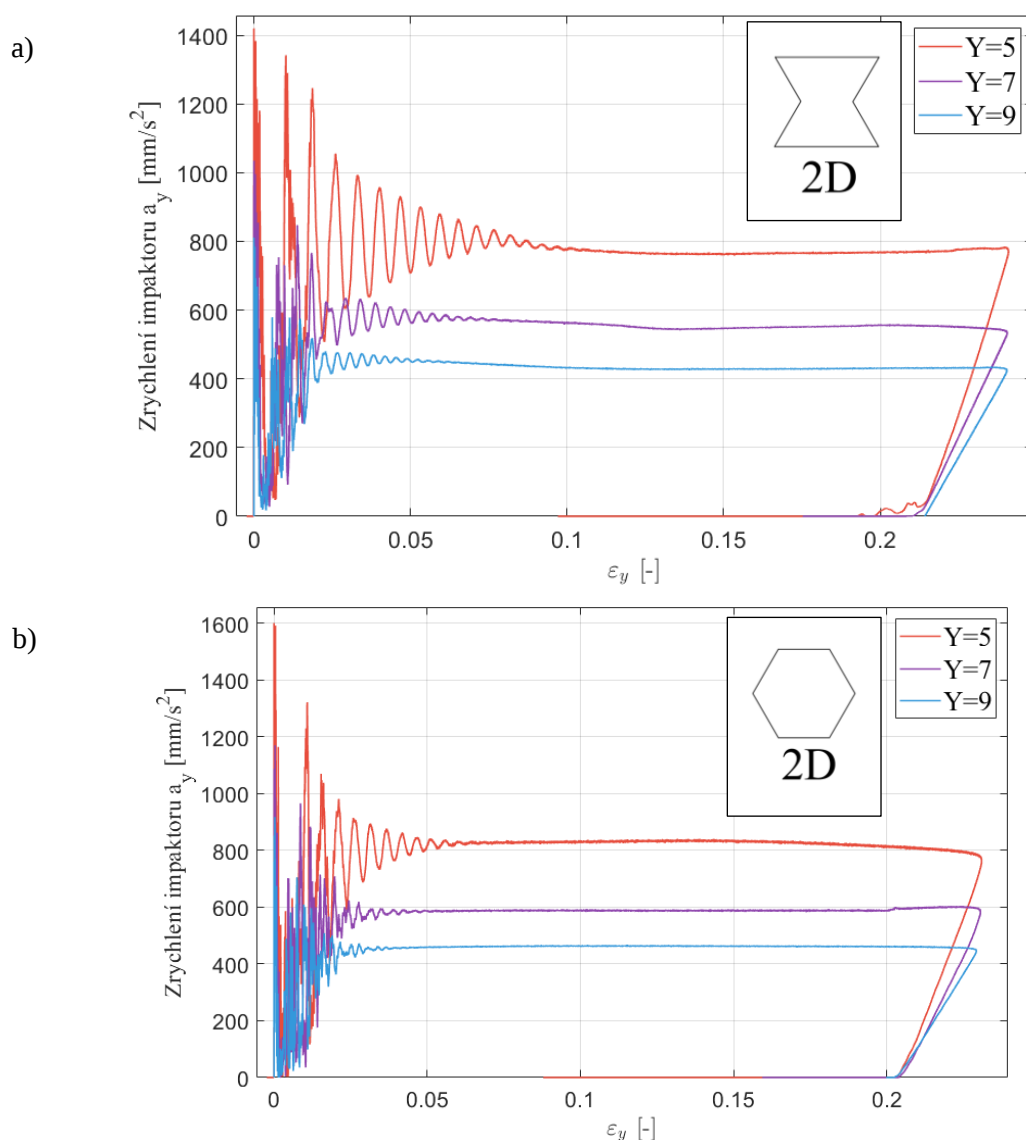
Obrázek 62: Původní a deformovaný tvar struktur v závislosti na velikosti výšky struktury dané počtem buněk Y
– a) AUX-2D, b) KONV-2D.

Struktura AUX-2D se při nízké výšce deformuje pouze v dolní polovině do tvaru písmene V (Obrázek 62), což už bylo možné pozorovat v předchozí analýze. Se zvětšujícím se parametrem Y dochází k deformaci i horní poloviny struktury, a to do podobného tvaru V.

Struktura KONV-2D vykazuje z pohledu deformace podobné chování, jako u předchozí analýzy. V tomto případě se také s narůstajícím rozměrem začínají jednotlivé buňky méně deformovat.

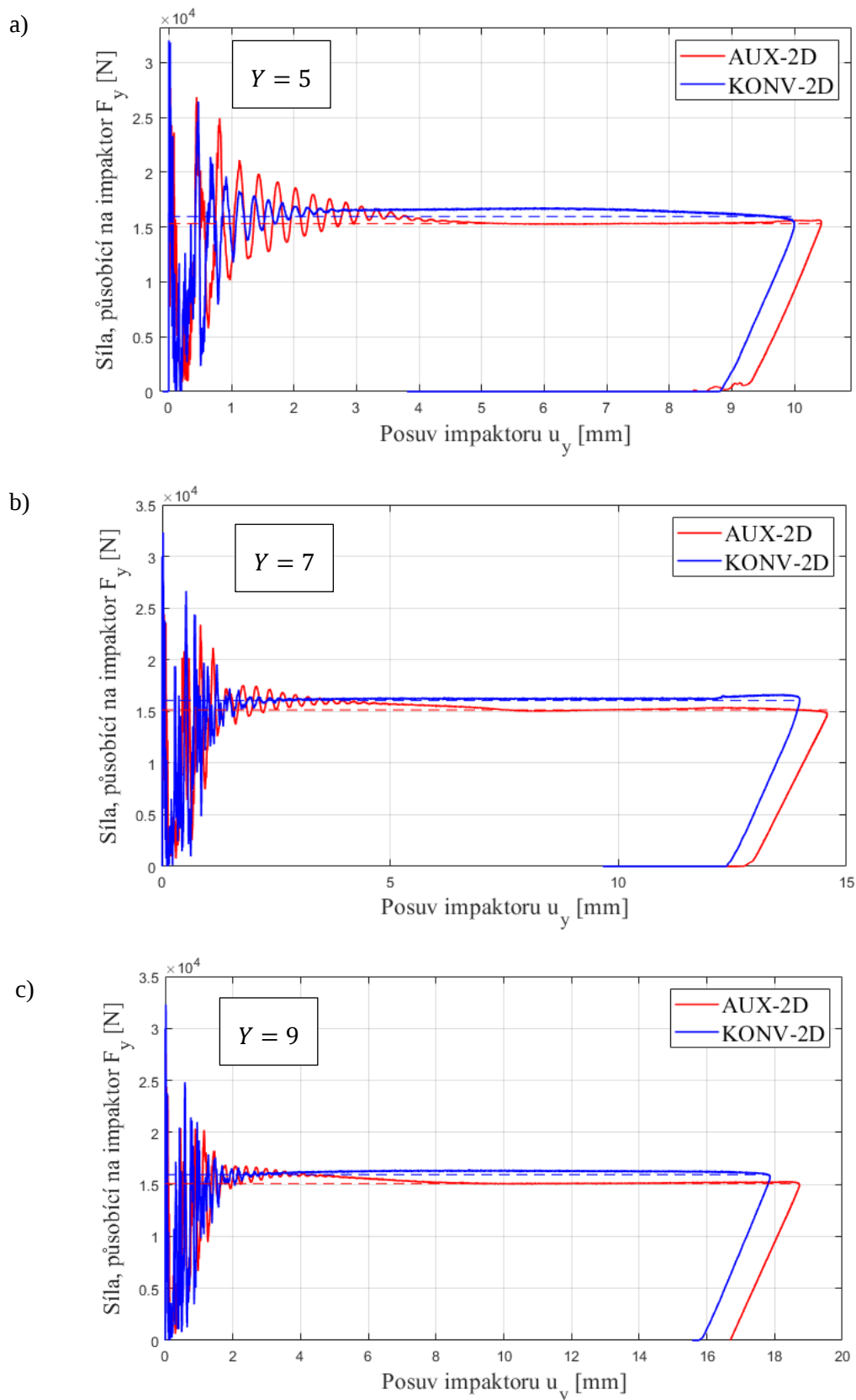
Stejně jako v analýze na vliv délky struktury je zde nejprve reakční síla F přepočtena na zrychlení impaktoru a , z důvodu zahrnutí hmotnosti impaktoru m_{imp} . Jelikož mají struktury různou výšku b , je vhodnější zrychlení a vykreslovat v závislosti na přetvoření ε , které je přepočteno z posuvu impaktoru u tímto vztahem:

$$\varepsilon = \frac{u}{b}. \quad (64)$$



Obrázek 63: Závislost absolutní hodnoty zrychlení/zpomalení impaktoru na přetvoření $a - \varepsilon$ pro a) AUX-2D, b) KONV-2D.

Závislost absolutní hodnoty zrychlení/zpomalení impaktoru na poměrné deformaci struktury $a - \varepsilon$ v případě obou typů struktur ukazuje, že s rostoucím počtem buněk po výšce Y klesá jak maximální zrychlení, tak ustálená hodnota zrychlení v oblasti plateau (Obrázek 63). Zachovává se přitom stejné maximální přetvoření. Dále je vidět, že spolu s rostoucím parametrem Y zakmitaná část křivky doznívá rychleji.



Obrázek 64: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro počet buněk po délce a) $Y = 5$, b) $Y = 7$, c) $Y = 9$ - (čárkovaná křivka značí střední sílu F_m).

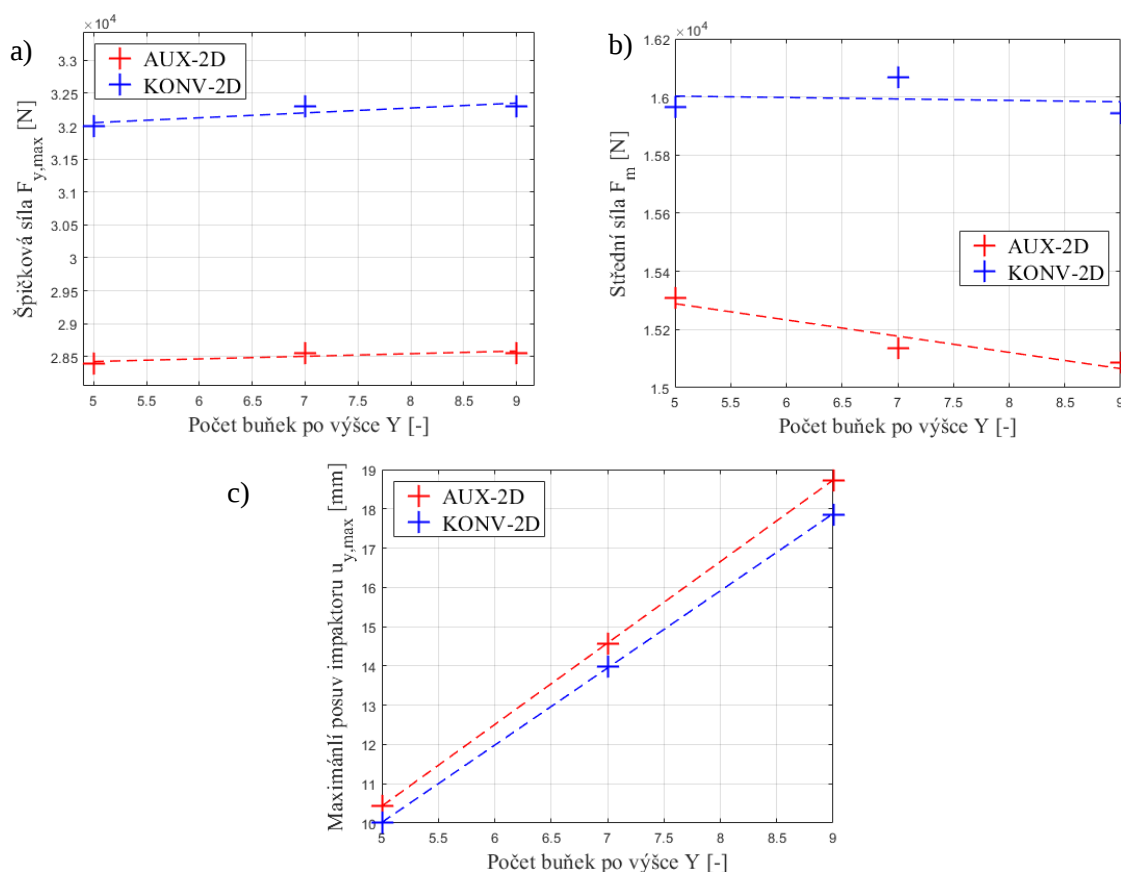
Při pozorování závislosti reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ (Obrázek 64) a závislosti důležitých veličin na parametru Y (Obrázek 65) si lze povšimnout, že auxetická struktura

vykazuje lepší hodnoty z hlediska absorpce energie. U této analýzy však neplatí, že by se s rostoucím výškovým rozměrem výrazně zvětšovaly rozdíly hodnot F_{max} , F_m , u_{max} mezi jednotlivými strukturami. Pokles, či nárůst veličin F_{max} , F_m navíc není tak výrazný, jako u předchozí analýzy (Obrázek 65a, b). Jak již bylo zmíněno u závislosti $a - \varepsilon$, tak maximální přetvoření je pro všechny parametry Y stejné (samozřejmě pouze v rámci daného typu struktury). Z toho vyplývá, že maximální posuv u_{max} roste spolu s výškou struktury (Obrázek 65c).

Znovu je dobré zmínit, že nevýhodou struktury AUX-2D je vyšší hmotnost (menší SEA) a pomalejší doznívání kmitavého pohybu v počáteční fázi zatěžování.

Tabulka 8: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu celkové výšky struktury.

AUX-2D						KONV-2D					
Y [–]	F_{max} [kN]	F_m [kN]	u_{max} [mm]	EA [J]	SEA [J/g]	Y [–]	F_{max} [kN]	F_m [kN]	u_{max} [mm]	EA [J]	SEA [J/g]
5	28,4	15,3	10,43	150,5	0,958	5	32,0	16,0	10,00	151,5	1,287
7	28,6	15,1	14,58	207,9	0,960	7	32,3	16,1	13,98	209,0	1,286
9	28,6	15,1	18,73	265,9	0,962	9	32,3	15,9	17,86	266,1	1,284



Obrázek 65: Závislost sledovaných veličin na počtu buněk po výšce Y a) špičkové síly F_{max} , b) střední nárazové síly F_m , c) maximálního posuvu impaktoru u_{max} .

5.1.4 Analýza vlivu tloušťky stěny (2D) struktury na její deformaci

V této analýze je zkoumán vliv tloušťky stěny t na dynamickou odezvu materiálu. Změna tohoto parametru znamená i změnu hmotnosti struktury m_{str} . Tentokrát se však nemění celkové

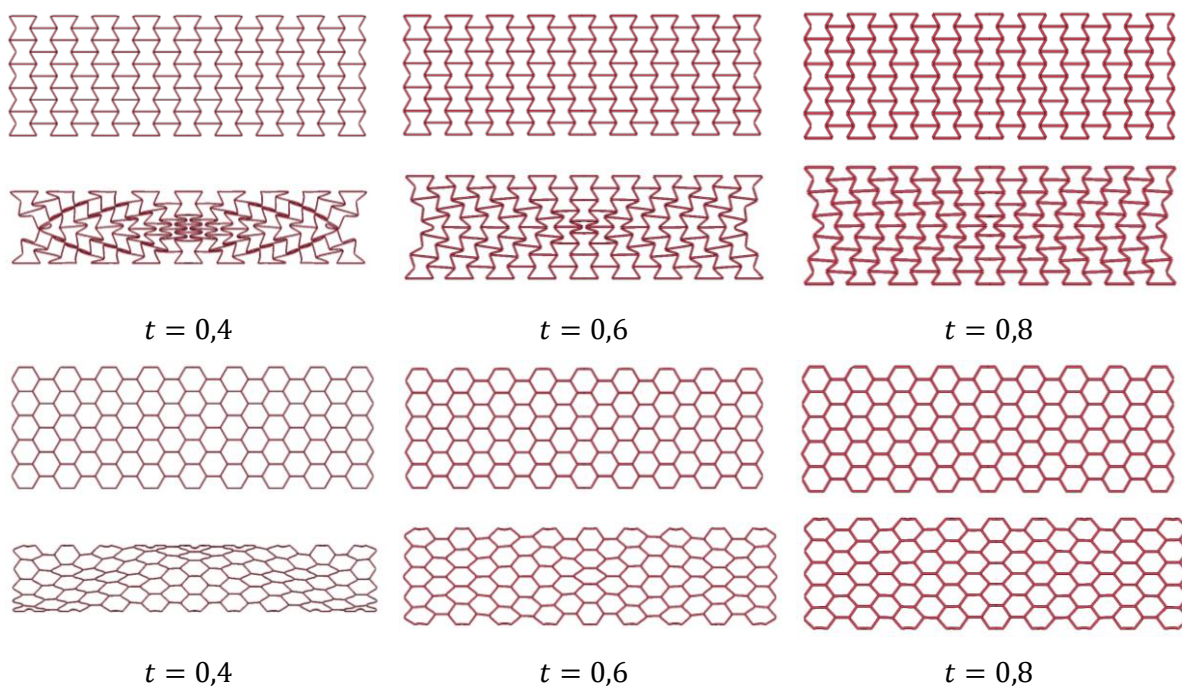
rozměry struktury, proto je pro všechny simulace předepsána stejná hmotnost a počáteční rychlost impaktoru:

$$m_{imp} = 36,8 \text{ kg}, \quad v_0 = 4 \text{ m/s}$$

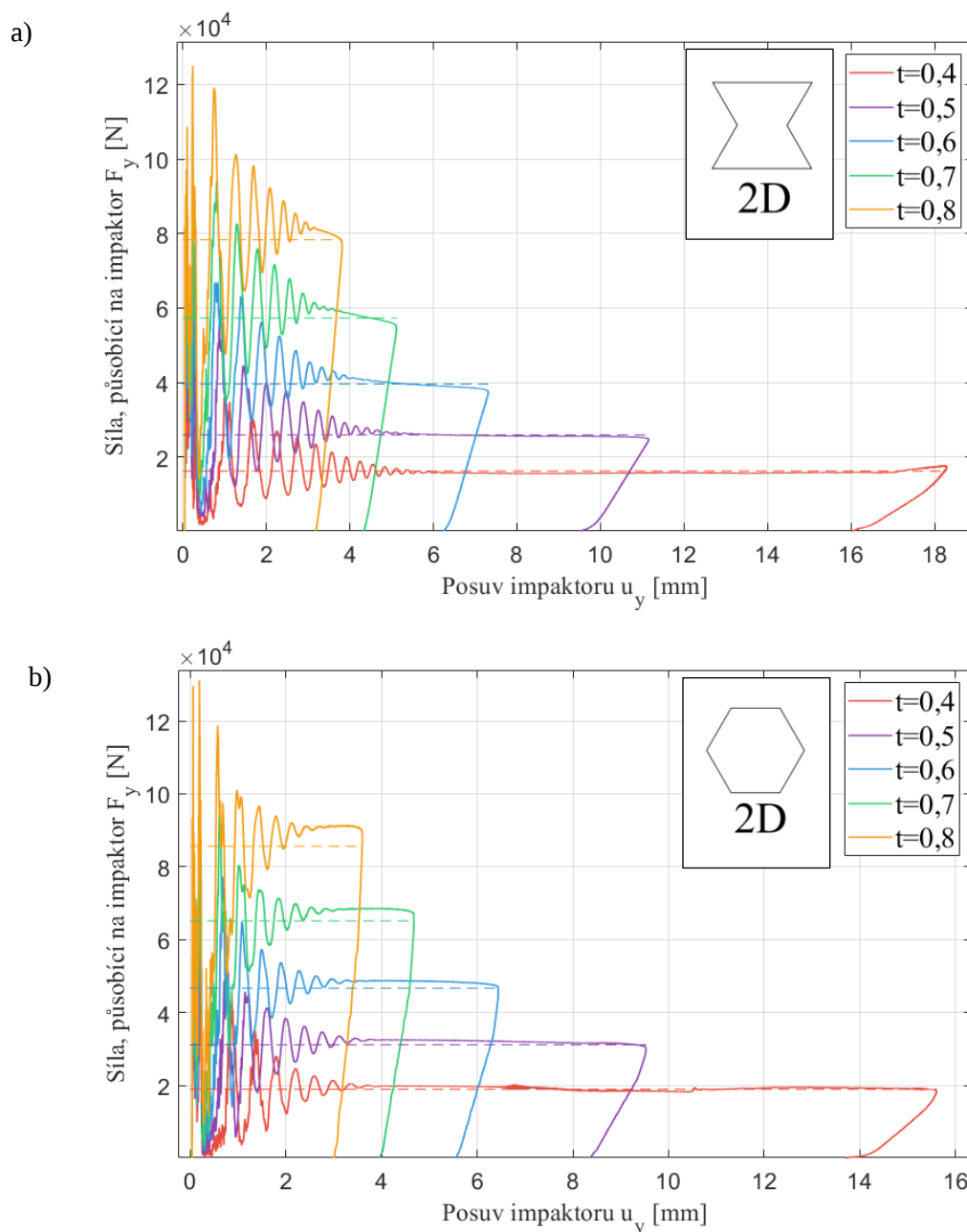
Tabulka 9: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu tloušťky stěn.

X [–]	Y [–]	a [mm]	b [mm]	c [mm]	L [mm]	t [mm]	θ [°]	m_{str_AUX} [g]	m_{str_KONV} [g]	m_{imp} [kg]	v_0 [m/s]
9	5	130	43,3	40	5	0,4	60	231,1	173,3	36,8	4
						0,5		289,0	216,8		
						0,6		346,7	260,0		
						0,7		404,5	303,4		
						0,8		462,3	346,7		

Na obrázku (Obrázek 66) jsou ukázány tři případy struktur, lišící se tloušťkou t . Jak již bylo zmíněno, zatížení je tentokrát ve všech případech stejné. Deformace struktur na první pohled klesá, což je logický výsledek, jelikož se dá očekávat, že s rostoucí tloušťkou stěn klesá tuhost konstrukce. Jelikož byla pro analýzu použita struktura s delším rozměrem, tak výsledný deformovaný tvar auxetické struktury připomíná písmeno X. U konvenční struktury v případě nejtenčí stěny lze pozorovat zborcení buněk v dolních okrajích a ve středu horní podstavky. S rostoucí tloušťkou se pak deformace buněk zmenšuje.



Obrázek 66: Původní a deformovaný tvar struktur v závislosti na tloušťce stěny t – a) AUX-2D, b) KONV-2D.



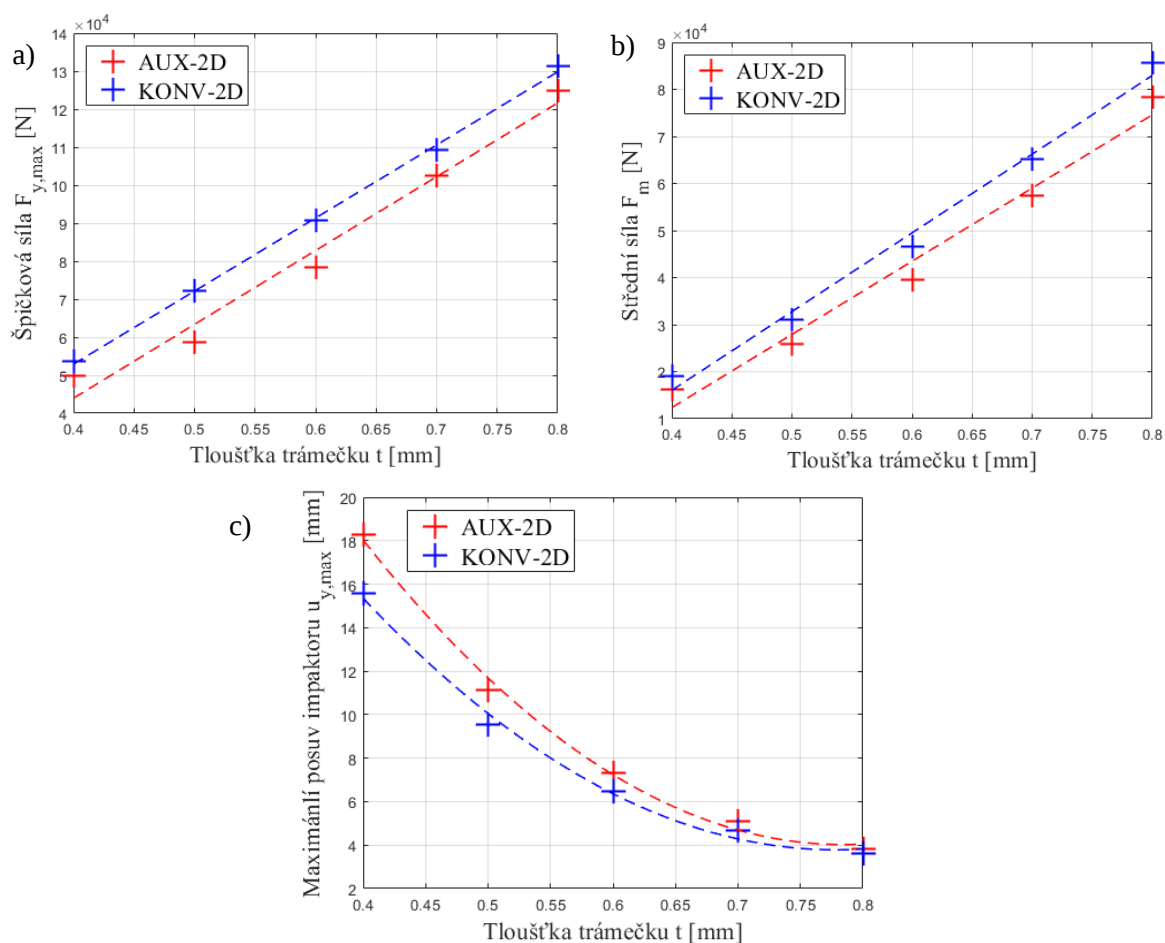
Obrázek 67: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu tloušťky stěny t – a) AUX-2D, b) KONV-2D - (čárkovaná křivka značí střední sílu F_m).

Závislost $F - u$ ukazuje, jakým způsobem je absorbována kinetická energie impaktoru (Obrázek 67). Platí, že plocha pod jednotlivými křivkami v případě této analýzy nabývá pro všechny případy stejné hodnoty absorbované energie EA . Na základě provedených výpočtů lze konstatovat, že s rostoucí tloušťkou stěny t se zhoršují vlastnosti, související s absorpcí energie. Stoupají tedy oba silové parametry a zároveň klesá maximální posuv impaktoru. Na dalších grafech (Obrázek 68) lze pozorovat, že maximální síla F_{max} a střední síla F_m v závislosti na tloušťce t roste spíše lineárně, kdežto průběh maximálního posuvu lze popsat rovnicí vyššího řádu. Pokud by však struktura byla zatěžována po delší dobu, pak by došlo k ustálení síly na jedné hodnotě i v případech vyšší tloušťky stěn, což by mělo za následek nelineární nárůst střední síly. Tato závislost má příčinu v tuhosti struktur, která opravdu s rostoucí tloušťkou stoupá nelineárně [65]. Dále si lze vzpomenout na teorii tenkostěnných těles, kdy ohybová tuhost desek souvisí se třetí mocninou tloušťky stěny.

V případě ustálené křivky síly v oblasti plateau si lze povšimnout, že při vyšší tloušťce t má tato křivka klesající charakter u struktur AUX-2D a lehce stoupající charakter v případě struktury KONV-2D (Obrázek 67). To nejspíš souvisí se obecným tvarem křivky ve stadiu plateau, který, jak již bylo vidět i v předchozích analýzách, je konvexní u auxetických struktur a lehce konkávní u struktur konvenčních. Proto mají auxetické struktury klesající náběh síly na ustálenou hodnotu a konvenční struktury naopak rostoucí. Výrazný vliv to však na výslednou absorpci energie nemá.

Tabulka 10: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu celkové délky struktury.

AUX-2D						KONV-2D					
t [mm]	F_{max} [kN]	F_m [kN]	u_{max} [mm]	EA [J]	SEA [J/g]	t [mm]	F_{max} [kN]	F_m [kN]	u_{max} [mm]	EA [J]	SEA [J/g]
0,4	49,7	16,2	18,29	277,9	1,202	0,4	53,6	19,0	15,6	281,8	1,626
0,5	58,6	25,9	11,15	276,7	0,958	0,5	72,2	31,2	9,53	279,0	1,287
0,6	78,3	36,9	7,32	275,2	0,794	0,6	90,7	46,7	6,45	277,1	1,066
0,7	102,4	57,3	5,12	273,3	0,676	0,7	109,2	65,1	4,68	275,0	0,907
0,8	125,0	78,3	3,82	270,9	0,586	0,8	131,1	85,6	3,60	273,0	0,787



Obrázek 68: Závislost sledovaných veličin na tloušťce stěny t a) špičkové síly F_{max} , b) střední nárazové síly F_m , c) maximálního posuvu impaktoru u_{max} .

V předchozích dvou segmentech byla zmíněna výhoda struktury KONV-2D, tedy nižší hmotnost oproti struktuře AUX-2D. V této analýze nárůst rozměru t implikuje zvýšení hmotnosti vzorku. Stalo se v jednom případě tedy, že při různých tloušťkách stěny bylo dosaženo stejné hmotnosti struktur AUX-2D a KONV-2D, a tedy i přibližně stejného výsledného parametru SEA :

$$m_{AUX}(t = 0,6) = m_{KONV}(t = 0,8) \quad (65)$$

Jak je z prezentovaných výsledků zřejmé, zvyšování tloušťky stěny výrazně zhoršuje absorpční schopnost struktury. Jelikož při stejné tloušťce je auxetická struktura oproti konvenční lepší tlumič nárazu, pak je logické, že i s nižším parametrem t bude pořád z tohoto hlediska výhodnější struktura AUX-2D.

V další analýze jsou také řešeny struktury se stejnou hmotností, tentokrát však tloušťka stěny zůstane zachována u obou typů struktur a budou se modifikovat jiné parametry.

5.1.5 Analýza vlivu hmotnosti (2D) struktury na její deformaci

V této části je navržena auxetická struktura (dále označená jako **AUX – stejné m**) tak, aby se její hmotnost přibližně rovnala hmotnosti struktury konvenční (dále označená jako **KONV**) a zároveň, aby byl zachován i stejný poměr tloušťky vůči délce stěny:

$$t/L = 0,1. \quad (66)$$

Tím bude vliv změny tloušťky na výsledné řešení nulový.

Parametry, které se tedy primárně mění jsou počty buněk X, Y a délka stěny L . Aby rozdíl mezi jednotlivými hmotnostmi struktur byl co nejmenší, musí se sekundárně i lehce změnit celkové rozměry vzorku a, b . To samozřejmě není příliš pozitivní, jelikož by bylo žádoucí, aby rozměry vzorku u obou typů struktur byly totožné. Nepodařilo se však nalézt takovou kombinaci parametrů, aby rovnost celkových rozměrů byla zachována.

Pro vytvoření širšího obrazu o vlivu hmotnosti bude konvenční struktura porovnána i s auxetickou strukturou (dále označena jako **AUX – vyšší m**) o stejných parametrech, ale vyšší hmotnosti.

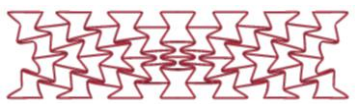
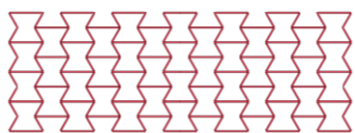
Pro všechny simulace je předepsána stejná hmotnost a počáteční rychlost impaktoru:

$$m_{imp} = 36,8 \text{ kg}, \quad v_0 = 4 \text{ m/s}$$

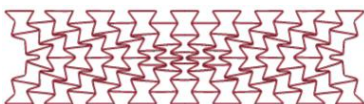
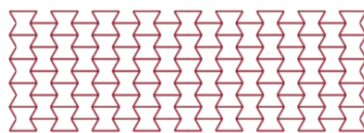
Tabulka 11: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu rovnosti hmotností struktur.

Typ struktury	X [—]	Y [—]	a [mm]	b [mm]	c [mm]	L [mm]	t [mm]	θ [°]	m_{str} [g]	m_{imp} [kg]	v_0 [m/s]
AUX-stejné m	7	4	114	39,4	40	5,7	0,57	60	224,6	36,8	4
AUX-vyšší m	9	5	130	43,3		5	0,5		289		
KONV									216,8		

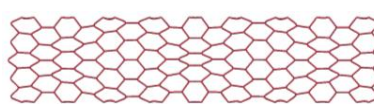
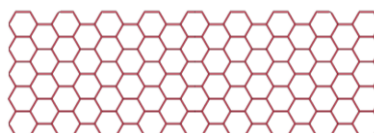
Charakter deformace je opět velmi podobný předchozím analýzám (Obrázek 69).



a) AUX – stejné m



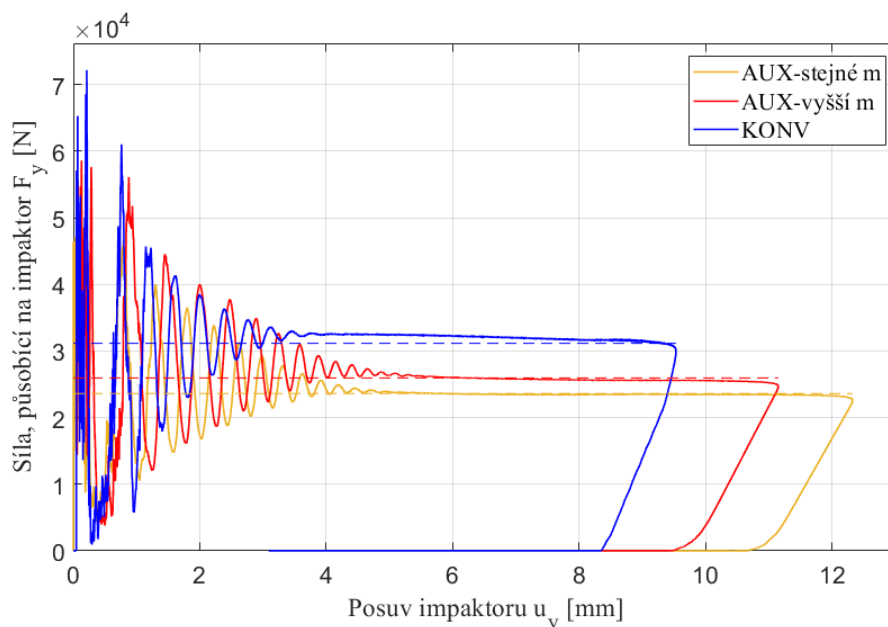
b) AUX – vyšší m



c) KONV

Obrázek 69: Původní a deformovaný tvar struktur v závislosti na typu struktury – a) AUX – stejné m , b) AUX – vyšší m , c) KONV.

Na závislosti $F - u$ lze vidět, že nejlepší vlastnosti z hlediska absorpce energie má struktura AUX-2D s přibližně stejnou hmotností, jako má struktura KONV-2D (Obrázek 70). Snížená hmotnost také způsobila, že dochází k utlumení kmitání rychleji, než je tomu u těžší varianty této struktury. Lze tedy konstatovat, že nižší hmotnost, která není způsobena změnou poměru t/L , ale modifikací konstrukce, má pozitivní vliv na tlumení nárazu.



Obrázek 70: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ v závislosti na typu struktury - (čárkovaná křivka značí střední sílu F_m).

Tabulka 12: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu rovnosti hmotností struktur.

Typ struktury	F_{max} [kN]	F_m [kN]	u_{max} [mm]	EA [J]	SEA [J/g]
AUX-vyšší m	58,5	25,9	11,15	276,7	0,958
AUX-stejně m	56,6	23,6	12,33	278,4	1,240
KONV	72,2	31,2	9,53	279,0	1,287

5.1.6 Analýza vlivu počtu buněk (2D) struktury při zachování celkových rozměrů a hmotností na její deformaci

Tato část se soustředí na vliv počtu buněk, ze kterých je struktura vytvořena. Parametry jsou voleny tak, aby při změnách počtu buněk X, Y nedocházelo ke změnám v celkových rozměrech a hmotnosti struktury a zároveň aby platil vztah $t/L = 0,1$ z předchozí analýzy:

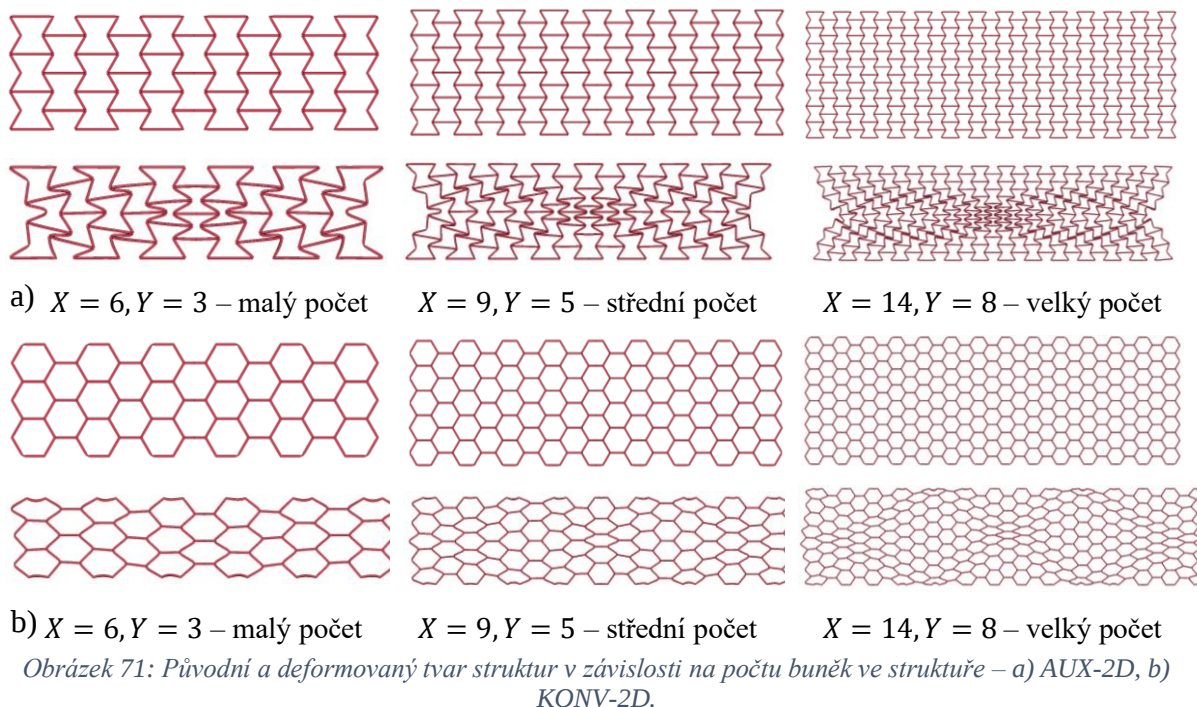
Pro všechny simulace je předepsána stejná hmotnost a počáteční rychlost impaktoru:

$$m_{imp} = 36,8 \text{ kg}, \quad v_0 = 4 \text{ m/s}$$

Tabulka 13: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu počtu buněk struktury.

X [–]	Y [–]	a [mm]	b [mm]	c [mm]	L [mm]	t [mm]	θ [°]	m_{str_AUX} [g]	m_{str_KONV} [g]	m_{imp} [kg]	v_0 [m/s]
6	3	133,6	40,8	40	7,86	0,79	60	291,0	218,3	36,8	4
9	5	130	43,3		5	0,5		289,0	216,8		
14	8	130,4	44,1		3,18	0,32		288,3	216,2		

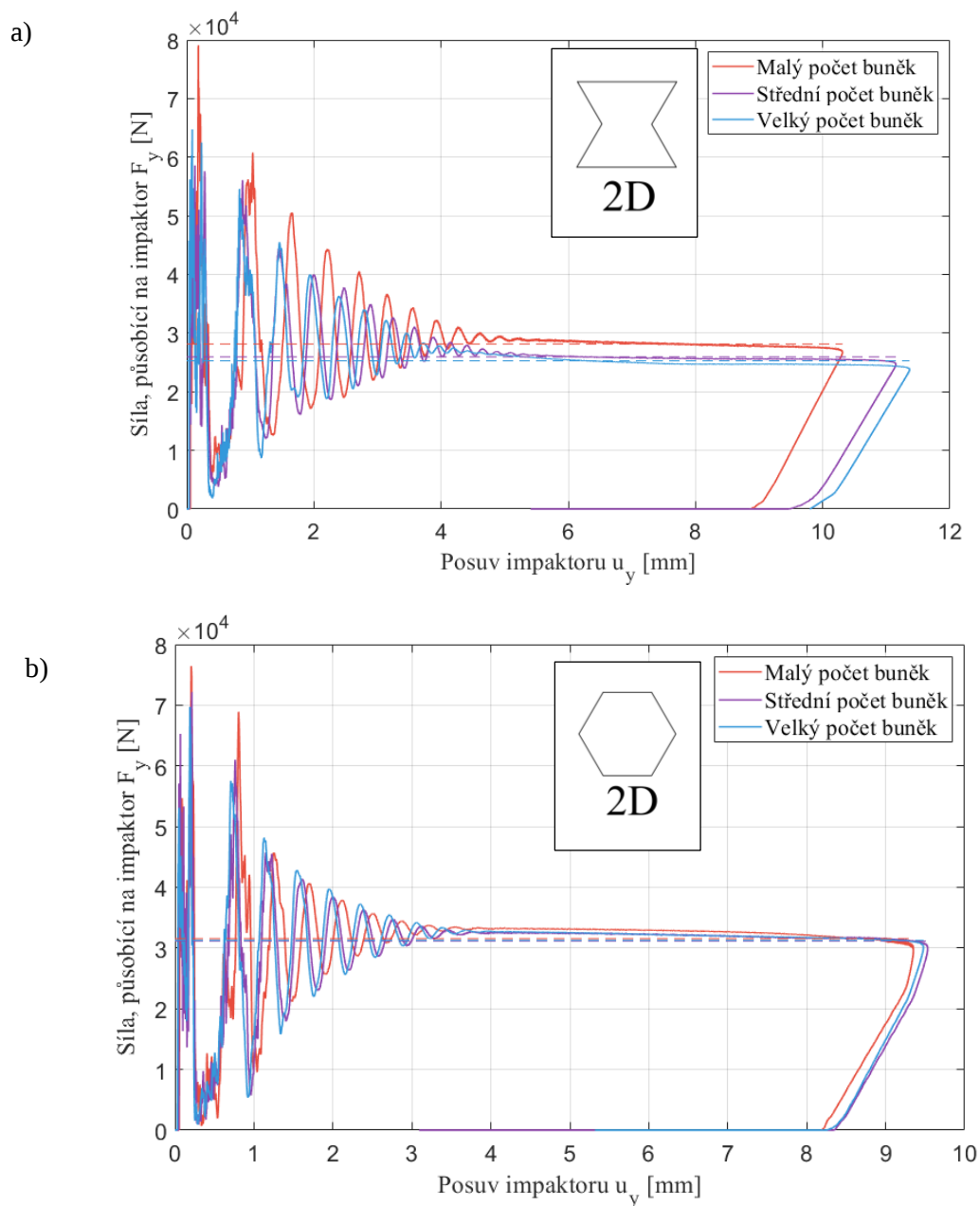
Prvním prezentovaným výsledkem je opět deformovaný tvar těles (Obrázek 71). Nehledě na počet buněk ve struktuře, deformace struktur má v rámci daných typů velmi podobný charakter.



Silová závislost u auxetických struktur na první pohled ukazuje nejlepší absorpční schopnost u nejhustěji zaplněné struktury (Obrázek 72). O něco málo horší vlastnosti má struktura se středním počtem buněk. Při detailnějším pohledu na graf špičkové síly F_{max} (Obrázek 73) lze vidět, že struktura AUX-2D se středním počtem buněk vykazuje nejmenší hodnotu maximální síly ze všech struktur, což je její výhoda oproti hustěji zaplněné struktuře. Nejméně zaplněná struktura pak vykazuje výrazně horší schopnost tlumení nárazu.

U konvenčních struktur jsou výsledné charakteristiky podobné, pozvolna se ale s rostoucím počtem buněk zlepšují.

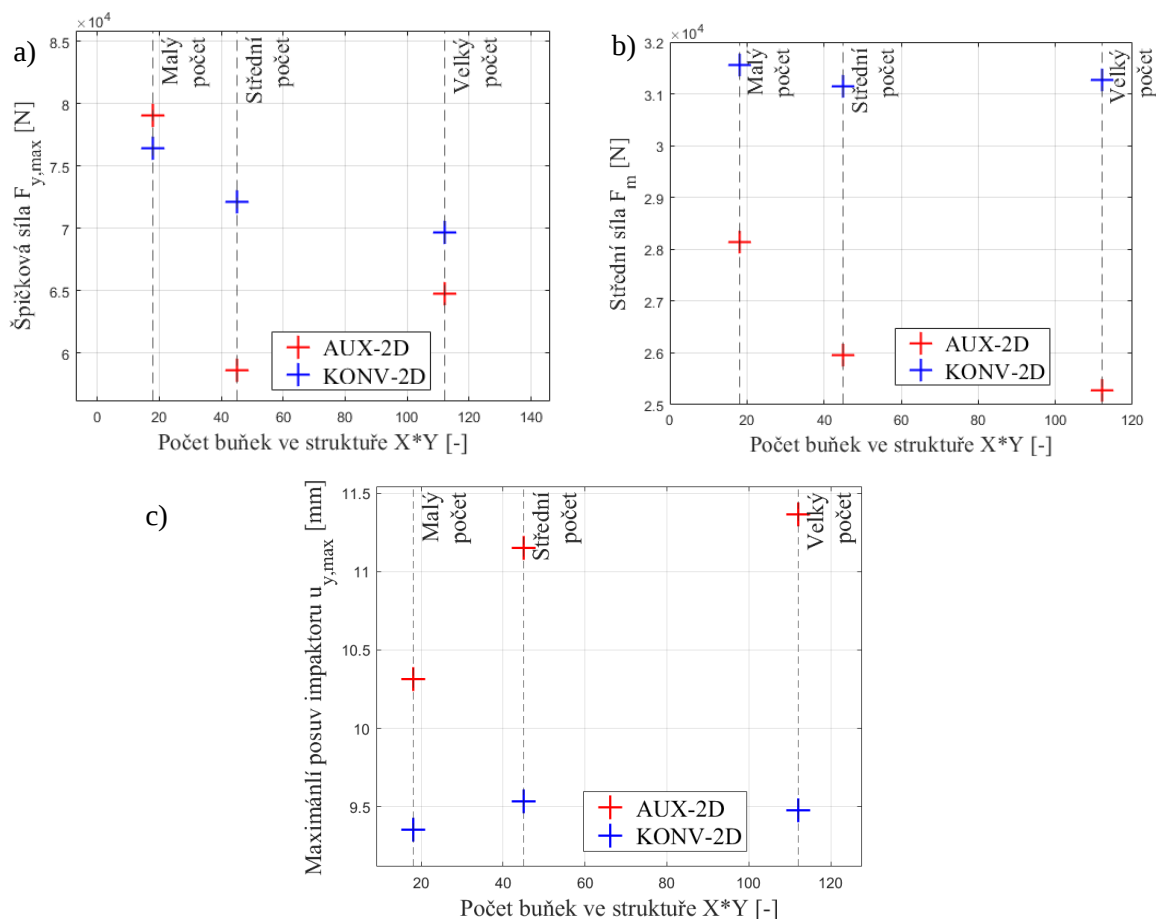
Souhrnně tedy z analýzy vyplývá, že s narůstajícím počtem buněk se zlepšuje vlastnost efektivně absorbovat energii nárazu. Nutno však podotknout, že s parametry X, Y narůstá i výpočetní náročnost a v praxi je poté také náročnější takhle hustě zaplněnou strukturu vyrobit.



Obrázek 72: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu počtu buněk ve struktuře – a) AUX-2D, b) KONV-2D - (čárkovaná křivka značí střední sílu F_m).

Tabulka 14: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu počtu buněk ve struktuře.

AUX-2D						KONV-2D					
Počet buněk	F_{max} [kN]	F_m [kN]	u_{max} [mm]	EA [J]	SEA [J/g]	Počet buněk	F_{max} [kN]	F_m [kN]	u_{max} [mm]	EA [J]	SEA [J/g]
Malý	79,1	28,1	10,31	276,2	0,949	Malý	76,4	31,6	9,35	279,3	1,292
Střední	58,6	25,9	11,15	276,7	0,958	Střední	72,2	31,2	9,53	279,0	1,287
Velký	64,8	25,3	11,37	277,8	0,964	Velký	69,7	31,3	9,48	279,4	1,280



Obrázek 73: Závislost sledovaných veličin na počtu buněk ve struktuře $X \cdot Y$ a) špičkové síly F_{max} , b) střední nárazové síly F_m , c) maximálního posuvu impaktoru u_{max} .

5.1.7 Analýza vlivu vnitřního úhlu buňky (2D) struktury na její deformaci

V této analýze jsou řešeny modely auxetických struktur s různým úhlovým parametrem buňky θ . Aby platilo, že počet buněk a celkové rozměry struktury zůstaly přibližně stejné, musí být modifikována délka stěny L , tudíž je opět zachován totožný poměr $t/L = 0,1$. Konvenční struktura je zde zastoupena pro porovnání pouze jednou variantou.

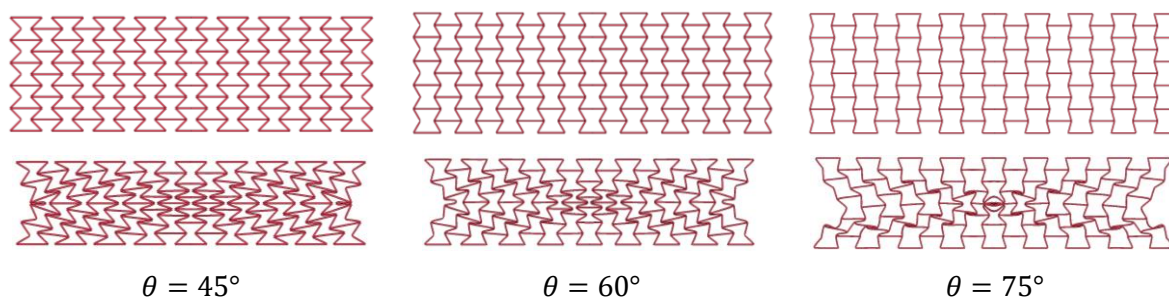
Pro všechny simulace je předepsána stejná hmotnost a počáteční rychlost impaktoru:

$$m_{imp} = 36,8 \text{ kg}, \quad v_0 = 4 \text{ m/s}$$

Tabulka 15: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu vnitřního úhlu buňky struktury.

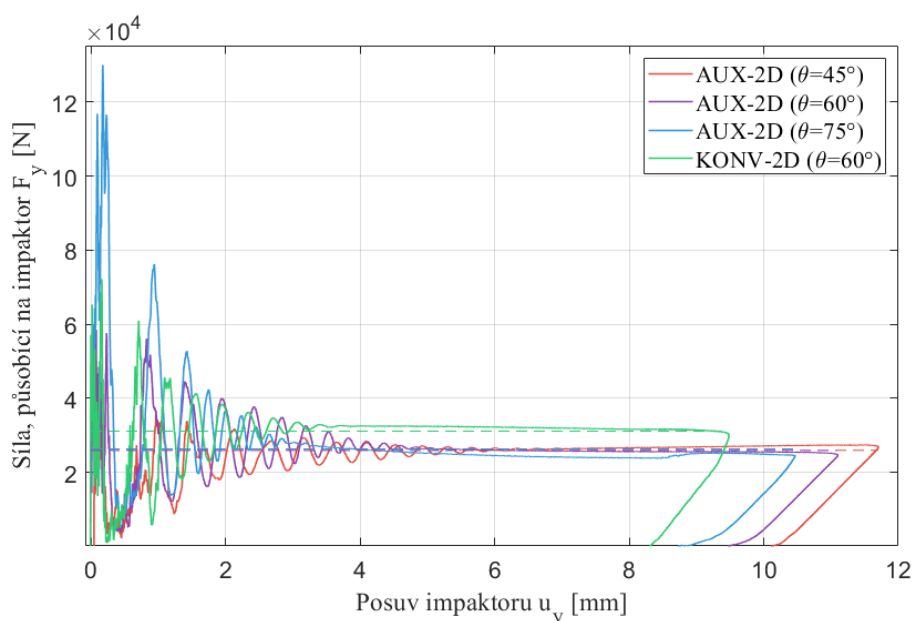
X [-]	Y [-]	a [mm]	b [mm]	c [mm]	L [mm]	t [mm]	θ [°]	m_{str_AUX} [g]	m_{str_KONV} [g]	m_{imp} [kg]	v_0 [m/s]
9	5	130	40,5	40	5,73	0,57	45	379,4	-	36,8	4
			43,3		5	0,5	60	289,0	216,8		
			42,0		4,35	0,44	75	218,7	-		

Z deformovaných tvarů auxetických struktur lze na první pohled odvodit, že k největšímu stlačení došlo u auxetické struktury s vnitřním úhlem $\theta = 45^\circ$ (Obrázek 74). Je patrné, že jsou zde stěny více nahuštěny na sebe oproti variantě s úhlem $\theta = 60^\circ$, která je již známá z předchozích analýz. Varianta struktury s úhlem $\theta = 75^\circ$ byla oproti zbylým dvou typům deformována nesymetricky, kdy k vytvoření většího množství plastických kloubů došlo v dolní polovině vzorku.



Obrázek 74: Původní a deformovaný tvar struktury AUX-2D v závislosti na vnitřním úhlu buňky struktury θ .

Graf závislosti $F - u$ ukazuje, že nejlepší tlumicí vlastnosti má struktura AUX-2D s nejnižším vnitřním úhlem a s rostoucím úhlem se tato vlastnost zhoršuje (Obrázek 75). Například největší špičkovou sílu vykazuje právě struktura s úhlem $\theta = 75^\circ$ (Obrázek 76a). Silová závislost není nijak překvapující, jelikož již v předchozích letech bylo v některých pracích, zabývajících se statickou analýzou auxetických struktur, dokázáno, že s rostoucím parametrem θ roste poměrný modul pružnosti v tahu E/E_s a zvyšuje se tuhost struktury [66].

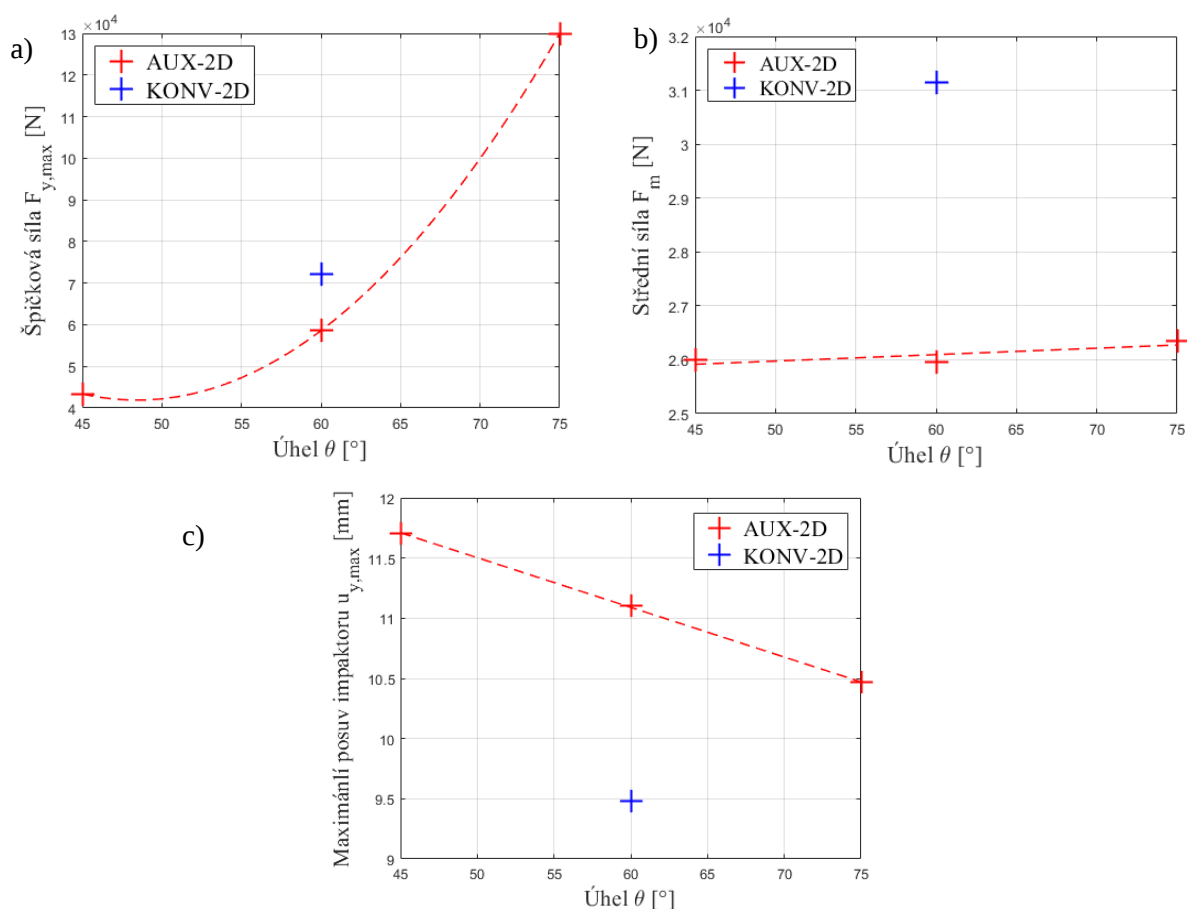


Obrázek 75: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu velikosti vnitřního úhlu buňky θ - (čárkovaná křivka značí střední sílu F_m).

Z detailnějšího pohledu na veličinu u_{max} lze pozorovat lineární změnu na veličině θ (Obrázek 76c). Průběh špičkové síly F_{max} je možné popsat nelineární rostoucí závislostí (Obrázek 76a). Střední síla F_m se takřka s rostoucím úhlem nemění (Obrázek 76b).

Tabulka 16: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu vnitřního úhlu buňky struktury.

AUX-2D						KONV-2D					
θ [°]	F_{max} [kN]	F_m [kN]	u_{max} [mm]	EA [J]	SEA [J/g]	θ [°]	F_{max} [kN]	F_m [kN]	u_{max} [mm]	EA [J]	SEA [J/g]
45	43,4	26,0	11,70	273,7	0,722	-	-	-	-	-	-
60	58,6	25,9	11,10	276,7	0,958	60	72,2	31,2	9,48	279,0	1,287
75	129,9	26,3	10,47	278,8	1,275	-	-	-	-	-	-

Obrázek 76: Závislost sledovaných veličin na vnitřním úhlu buňky θ a) špičkové síly F_{max} , b) střední nárazové síly F_m , c) maximálního posuvu impaktoru u_{max} .

Co se týče parametru měrné absorbované energie SEA , tak ten roste s veličinou θ . Je to způsobeno hmotností struktury, protože pokud by bylo cílem při návrhu struktury dosáhnout stejných geometrických parametrů za podmínky, že se poměr t/L musí rovnat vždy stejné hodnotě, pak by hmotnost konstrukce musela růst se snižujícím se úhlem θ . To se tedy přesně děje i v této analýze, proto má struktura s $\theta = 45^\circ$ největší hmotnost, ale z hlediska absorpce energie nejlepší vlastnosti.

5.1.8 Analýza vlivu počtu buněk (3D) struktury při zachování celkových rozměrů a hmotností na její deformaci

První provedená analýza s mikroprutovými strukturami se věnuje vlivu počtu buněk ve vzorku na jeho výslednou deformaci (Obrázek 77). Stejně jako v analýze 5.1.6, i zde je měněn počet buněk X, Y a v případě 3D struktur k těmto parametrům přibývá i počet buněk Z ve směru

osy z . Zároveň jsou přibližně zachovány celkové rozměry, hmotnost a poměr $t/L = 0,1$ (veličina t v případě mikroprutových struktur značí průměr prutu). Hmotnost a počáteční rychlost je volena tak, aby došlo pouze k částečnému stažení struktury.



Obrázek 77: Jedna buňka analyzované mikroprutové struktury typu a) AUX-3D, b) KONV-3D.

Tabulka 17: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu počtu buněk struktury.

X [–]	Y [–]	Z [–]	a [mm]	b [mm]	c [mm]	L [mm]	t [mm]	θ [°]	m_{AUX} [g]	m_{KONV} [g]	m_{imp} [kg]	v_0 [m/s]
5	5	8	70	43,3	69,3	5	0,5	60	23,35	17,15	1,25	4
8	8	13		42,1	68,5	3,04	0,30		22,01	16,77		
11	10	18		41,7	68,3	2,19	0,22		21,61	16,45		

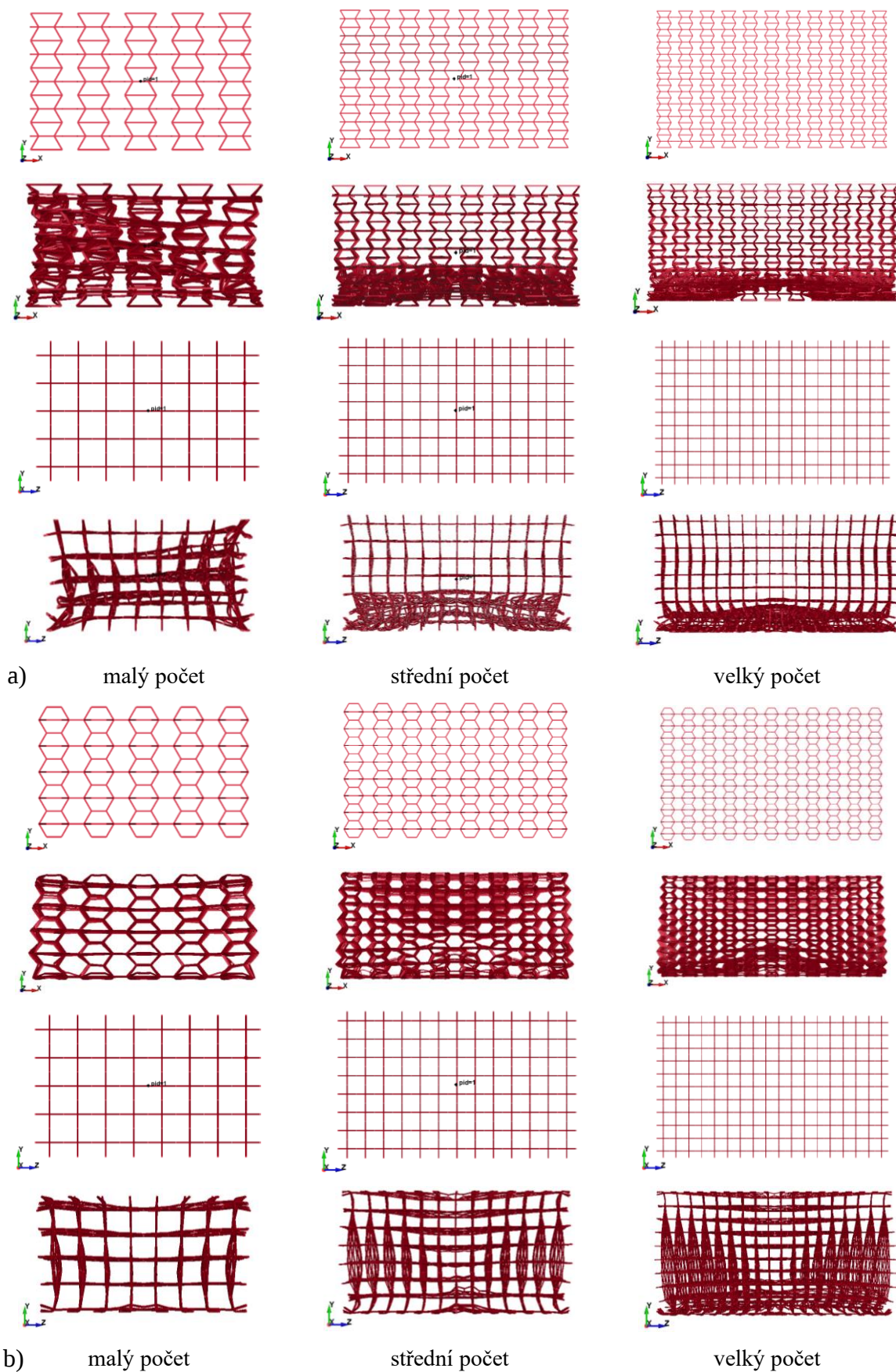
Nedefinované a deformované tvary jsou ukázány na obrázku (Obrázek 78), v tomto případě přibyla i ukázka deformace v rovině $y - z$. Auxetická struktura s malým počtem buněk se odlišuje od ostatních variant svým nesymetrickým průběhem deformace. Příčina pravděpodobně leží v nízké tuhosti této konstrukce, či v nějaké numerické nestabilitě výpočtu. Ostatní auxetické typy vykazují zborcení konstrukce v dolní části struktury, což odpovídá deformaci rozměrově totožné 2D struktury z analýzy 5.1.2 (konkrétně případ struktury AUX-2D, varianta $X = 5$ - Obrázek 56a). Konvenční mikroprutové struktury pak vykazují stlačování jednotlivých buněk v celém objemu konstrukce.

Závislost reakční síly na posuvu impaktoru má i v případě 3D struktur stále přibližně stejný charakter (Obrázek 79). U struktur AUX-3D i KONV-3D s nízkým počtem buněk je reakční síla v oblasti plateau nestálá, kdy v případě auxetické struktury síla klesá až do bodu dosažení maximálního posuvu a u konvenční struktury klesne a pak opět vzroste. U struktur s vyšším počtem buněk dochází k oscilaci kolem určité ustálené hodnoty síly, přičemž v případě auxetických struktur tato závislost připomíná periodický kmitavý pohyb.

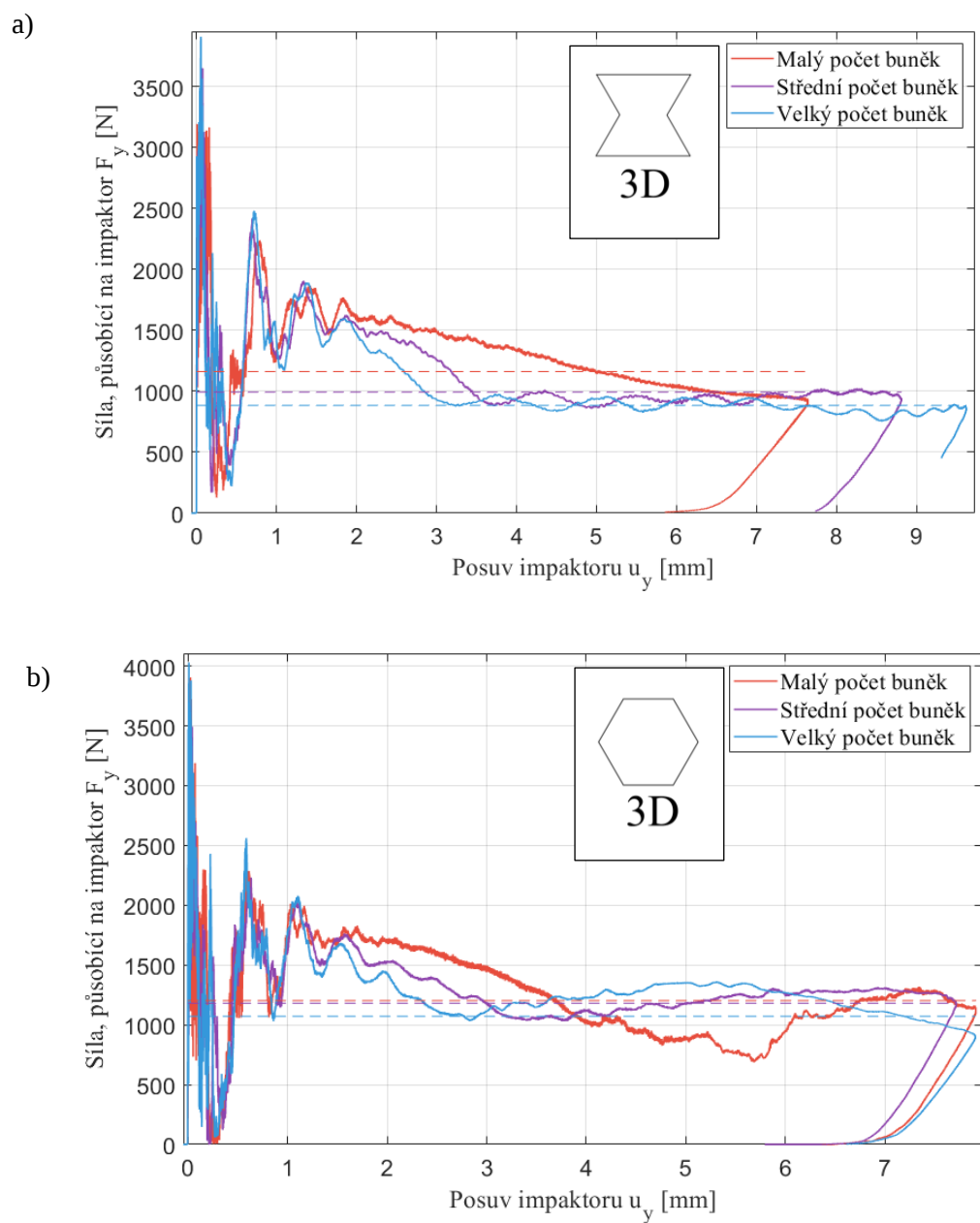
Auxetické struktury se i v případě 3D struktur jeví jako lepší tlumiče nárazu, což potvrzují i výsledky klíčových veličin (Obrázek 80). Klesající střední síla a vzrůstající maximální posuv v závislosti na rostoucím počtu buněk ve struktuře znamená zlepšující se schopnost efektivně absorbovat energii (stejně chování jako v případě analýzy 5.1.6 - Obrázek 73). Vyšší počet buněk znamená v případě struktur AUX-3D i vyšší špičkovou sílu, což je naopak nevýhoda (Obrázek 80a).

Tabulka 18: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu počtu buněk ve struktuře.

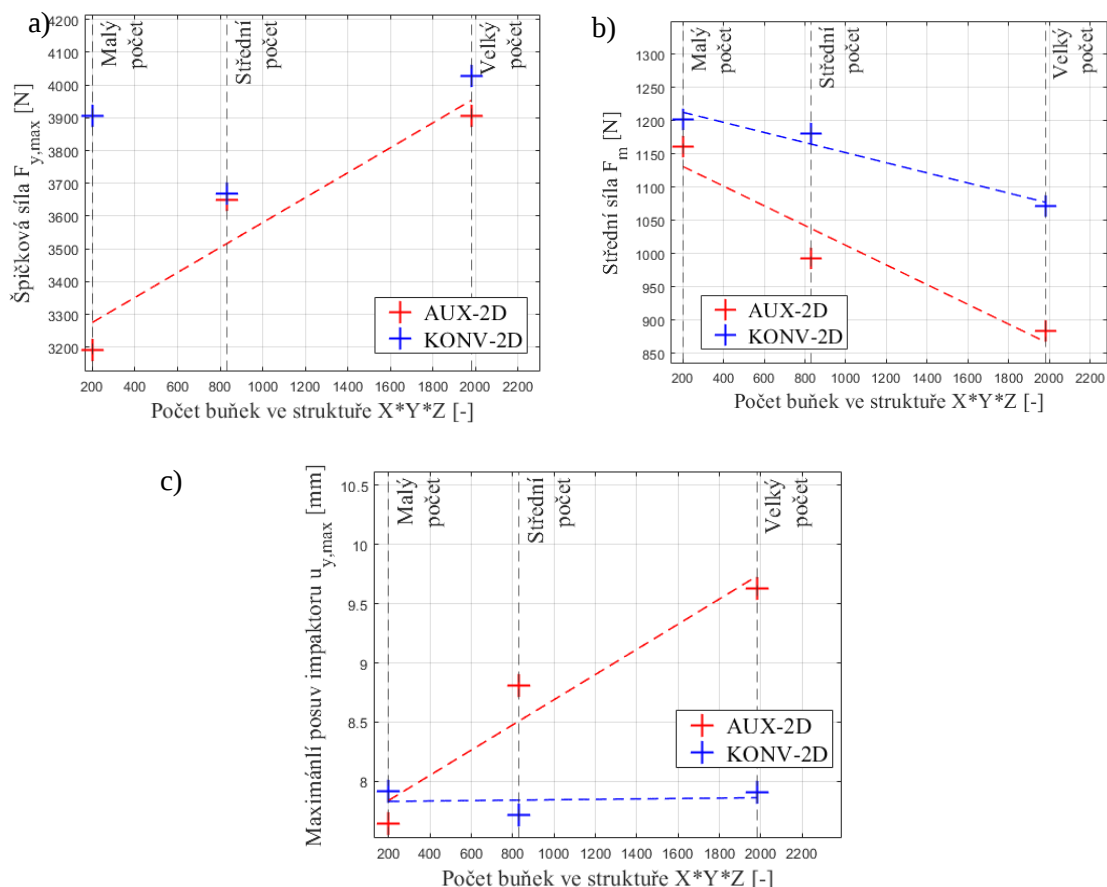
AUX-2D						KONV-2D					
Počet buněk	F_{max} [kN]	F_m [kN]	u_{max} [mm]	EA [J]	SEA [J/g]	Počet buněk	F_{max} [kN]	F_m [kN]	u_{max} [mm]	EA [J]	SEA [J/g]
Malý	3,19	1,16	7,64	9,45	0,405	Malý	3,90	1,20	7,91	9,53	0,556
Střední	3,65	0,99	8,81	9,56	0,434	Střední	3,67	1,18	7,71	9,52	0,568
Velký	3,91	0,88	9,62	9,33	0,432	Velký	4,03	1,07	7,91	9,63	0,586



Obrázek 78: Původní a deformovaný tvar struktur v závislosti na počtu buněk ve struktuře – a) AUX-3D, b) KONV-3D.



Obrázek 79: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu počtu buněk ve struktuře – a) AUX-3D, b) KONV-3D - (čárkovaná křivka značí střední sílu F_m).



Obrázek 80: Závislost sledovaných veličin na počtu buněk ve struktuře $X \cdot Y \cdot Z$ a a) špičkové síly F_{max} , b) střední nárazové síly F_m , c) maximálního posuvu impaktoru u_{max} .

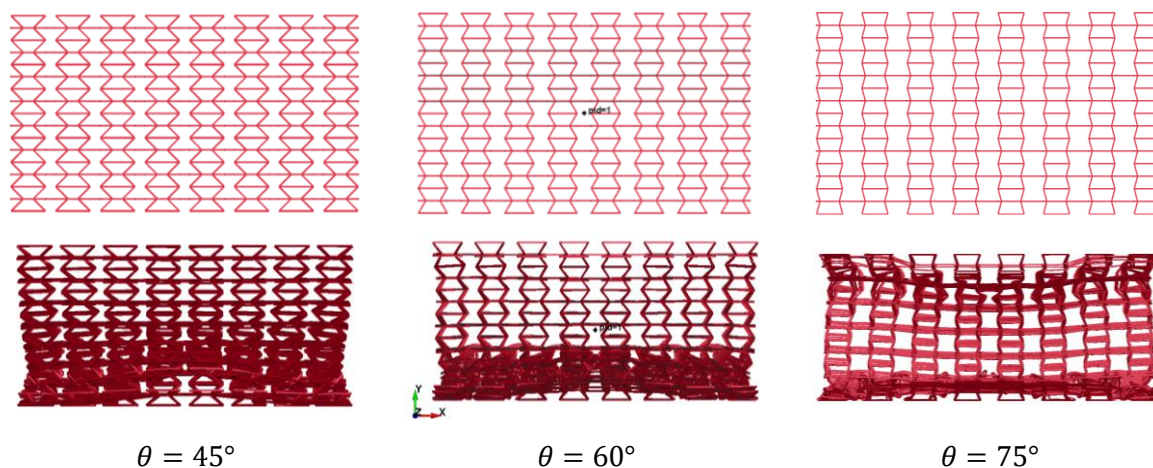
5.1.9 Analýza vlivu vnitřního úhlu buňky (3D) struktury na její deformaci

Tato část se věnuje výzkumu vlivu vnitřního úhlu buňky auxetické struktury na řešení výpočtové simulace rázové zkoušky. Charakter počátečních podmínek je totožný s podmínkami v analýze 5.1.7, mění se pouze samotné hodnoty hmotností a geometrických veličin (Tabulka 19).

Tabulka 19: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu vnitřního úhlu buňky struktury.

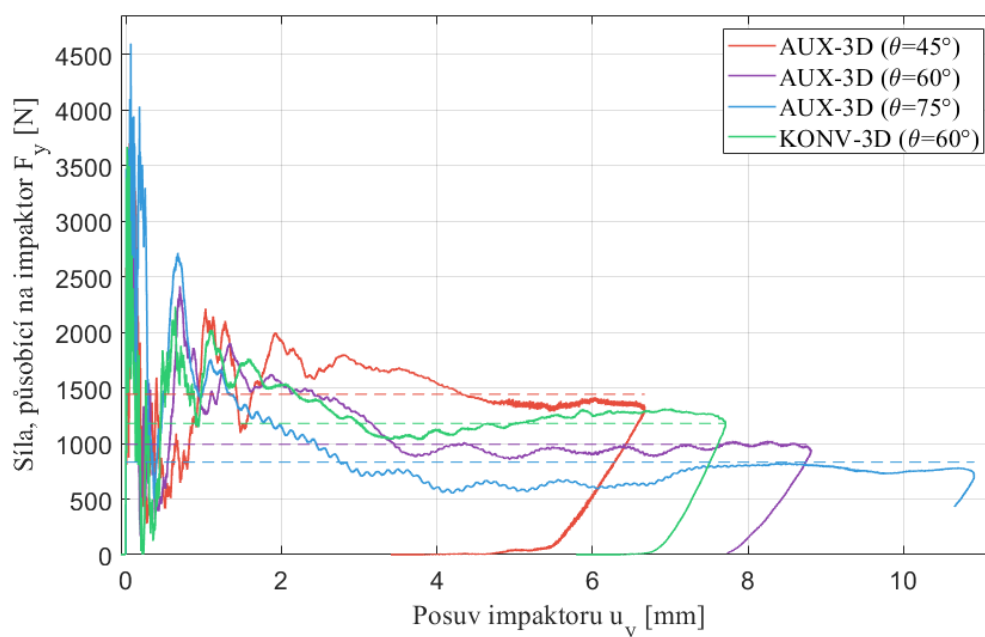
X [-]	Y [-]	Z [-]	a [mm]	b [mm]	c [mm]	L [mm]	t [mm]	θ [°]	m_{AUX} [g]	m_{KONV} [g]	m_{imp} [kg]	v_0 [m/s]
8	8	13	70	41,0	71,7	2,65	0,27	45	15,64	-	1,25	4
				42,1	68,5	3,04	0,30	60	22,01	16,77		
				39,4	68,9	3,48	0,35	75	35,42	-		

Deformované tvary daných variant struktur AUX-3D ukazují různý charakter stlačení (Obrázek 81). Struktura s $\theta = 45^\circ$ má při tlakovém namáhání deformovaný tvar ve spodní polovině prutové konstrukce a připomíná oblouk nebo písmeno U. Struktura s $\theta = 60^\circ$ je na tom podobně s tím rozdílem, že deformace je spíše koncentrována do spodního pásu a obloukový tvar se mírně vytrácí. Struktura s $\theta = 75^\circ$ pak vykazuje deformaci i v horní oblasti konstrukce.



Obrázek 81: Původní a deformovaný tvar struktur AUX-3D v závislosti na vnitřním úhlu buňky struktury θ .

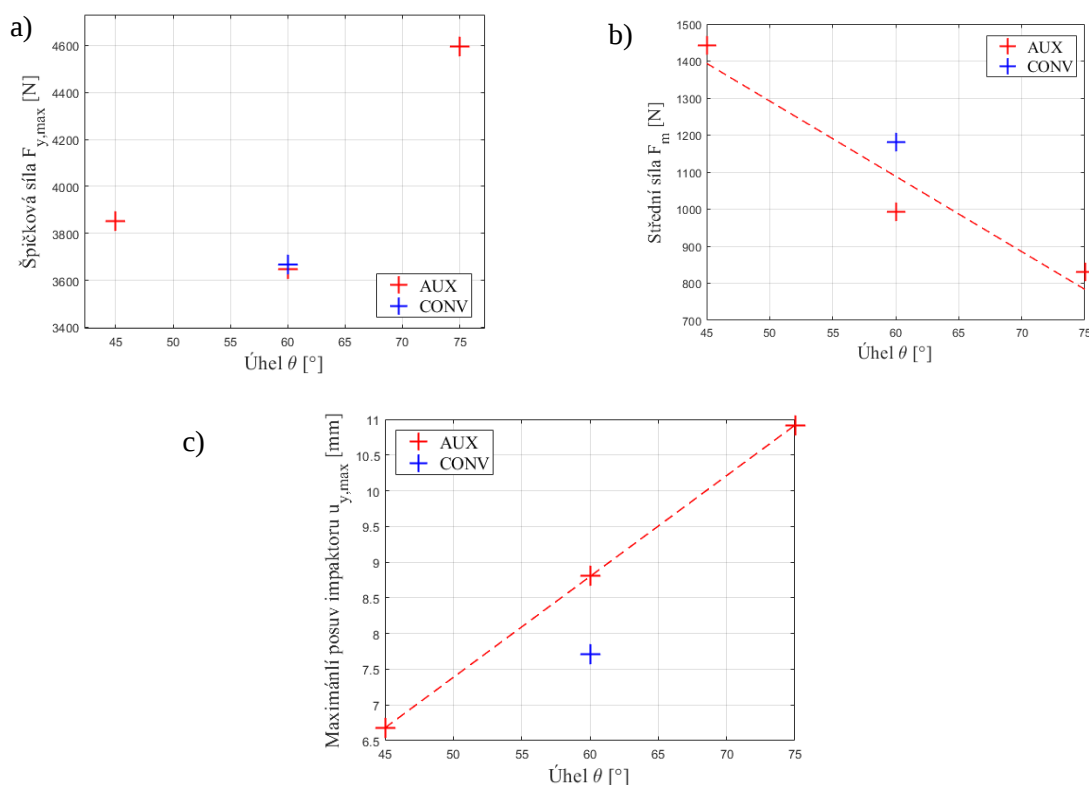
U analýzy vlivu vnitřního úhlu buňky 5.1.7 u extrudovaných 2D struktur ukazovala silová závislost vyšší posuvy a nižší silové veličiny u struktury s nejnižším parametrem θ (Obrázek 75). Zde je chování opačné a nejlepší absorbér nárazu se z hlediska dosaženého maximálního posuvu impaktoru a střední síly jeví jako struktura s $\theta = 75^\circ$. Vykazuje však stále nejvyšší špičkovou sílu (Obrázek 83a). Nejnižší špičkovou sílu má závislost $F - u$ pro auxetickou strukturu s $\theta = 60^\circ$. Nutno si uvědomit, že v analýze vlivu vnitřního úhlu buňky pro 2D struktury (kapitola 5.1.7) byla konstrukce delší a měla obdélníkové podstavy, kdežto v aktuálním případě mají 3D struktury podstavy čtvercové, což může částečně hrát roli v tomto rozdílném charakteru z pohledu deformací a reakčních sil.



Obrázek 82: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu velikosti vnitřního úhlu buňky θ - (čárkovaná křivka značí střední sílu F_m).

Tabulka 20: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu vnitřního úhlu buňky struktury.

AUX-2D						KONV-2D					
θ [°]	F_{max} [kN]	F_m [kN]	u_{max} [mm]	EA [J]	SEA [J/g]	θ [°]	F_{max} [kN]	F_m [kN]	u_{max} [mm]	EA [J]	SEA [J/g]
45	3,85	1,44	6,67	9,17	0,259	-	-	-	-	-	-
60	3,65	0,99	8,81	9,56	0,434	60	3,67	1,18	7,71	9,52	0,568
75	4,60	0,83	10,91	9,85	0,630	-	-	-	-	-	-

Obrázek 83: Závislost sledovaných veličin na vnitřním úhlu buňky θ a) špičkové síly F_{max} , b) střední nárazové síly F_m , c) maximálního posuvu impaktoru u_{max} .

5.1.10 Analýza vlivu počáteční rychlosti impaktoru na deformaci (2D) struktury

Rychlost dopadu impaktoru při nárazu má znatelný vliv na deformaci a napětí ve struktuře, jak již bylo uvedeno v kapitolách 4.4.1 a 3.4.2. Jedním z důvodů jsou setrvačné účinky, které při dynamickém zatěžování vyvolají šíření a odrazy napěťových vln, což má za následek fluktuaci silové závislosti v grafech $F - u$. Čím vyšší je rychlost nárazu, tím výraznější fluktuace je možné pozorovat. Druhým důvodem je vliv samotného materiálu, ze kterého je struktura vyrobena. V této práci je totiž využit k modelování model materiálu, který zahrnuje vliv rychlosti deformace⁴.

Je otázkou, zda je závislost $F - u$ při různých počátečních rychlostech nárazu, ovlivněna spíše setrvačnými účinky nebo použitým materiálovým modelem. Proto se v této analýze nejprve pracuje s původním materiálovým modelem Johnson-Cook a posléze je tento model

⁴ Vliv rychlosti deformace $\dot{\epsilon}$ je v modelu materiálu Johnson-Cook zahrnut pomocí parametru C .

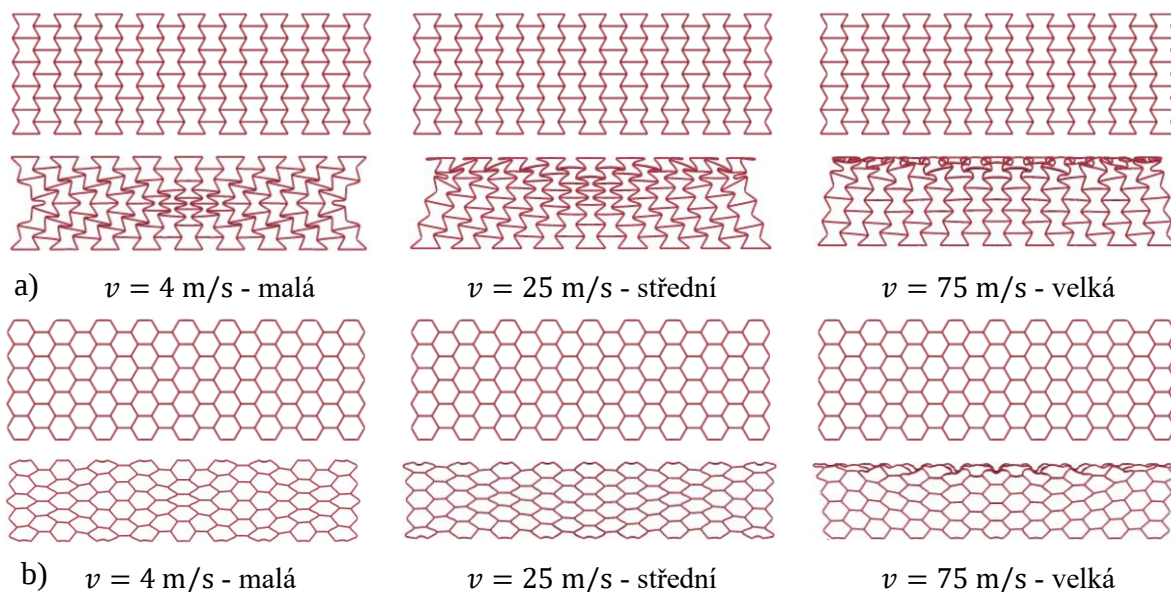
upraven tak, aby vstupní tahová křivka redukovaného napětí a plastického přetvoření byla nezávislá na rychlosti deformace $\dot{\epsilon}$, čímž se ve výpočtu projeví pouze vliv setrvačných účinků.

Geometrie a hmotnost impaktoru je v simulacích pro všechny případy stejná, mění se pouze počáteční rychlost impaktoru. Je sledována pouze část silové závislosti před denzifikací, takže pouze počáteční oblast zatěžování a oblast plateau (přibližně do přetvoření $\epsilon = 0,7$).

Tabulka 21: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu dopadové rychlosti.

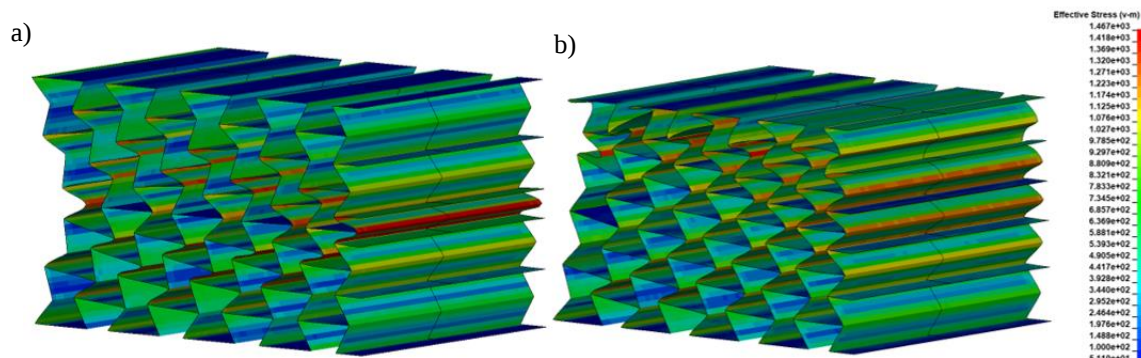
X [–]	Y [–]	a [mm]	b [mm]	c [mm]	L [mm]	t [mm]	θ [°]	m_{str_AUX} [g]	m_{str_KONV} [g]	m_{imp} [kg]	v_0 [m/s]
9	5	130	43,3	40	5	0,5	60	289	216,8	36,8	4
											10
											25
											50
											75

Deformace je ukázána přibližně do přetvoření $\epsilon = 0,25$ (Obrázek 84). Lze u auxetické struktury pozorovat velmi podobný charakter deformace, jaký byl ukázán již v kapitole 3.4.2. Při nízké nárazové rychlosti je struktura deformována symetricky přes celý její objem. Při střední nárazové rychlosti se výrazněji deformují buňky, které jsou blíže ploše zatížení. Poslední případ s vysokou nárazovou rychlostí ukazuje výrazné boulení stěn v horní podstavě struktury. Konvenční struktura vykazuje z hlediska deformace podobný charakter s tím rozdílem, že mezi deformovanými tvary při nízké a střední nárazové rychlosti není tak znatelný rozdíl.

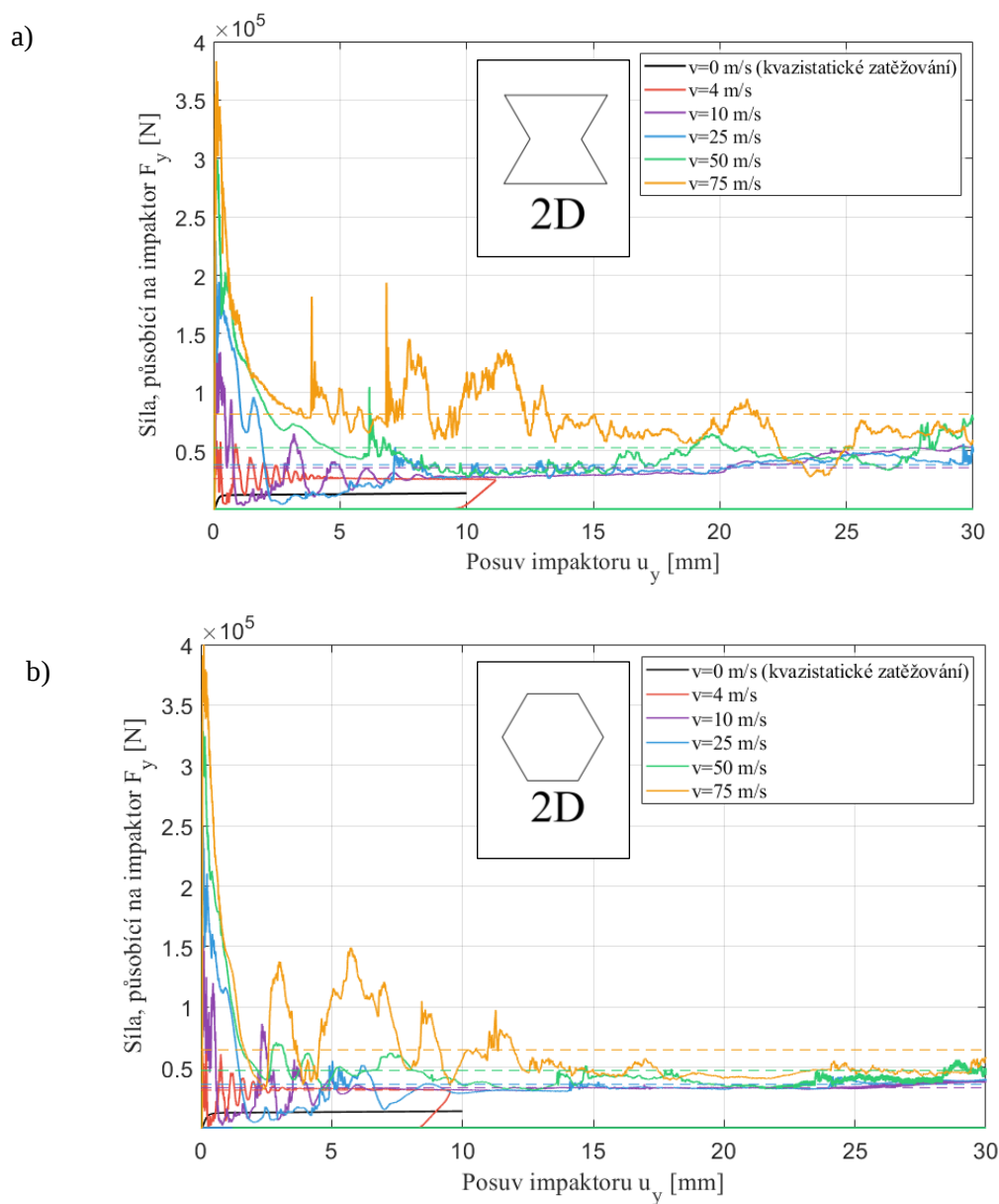


Obrázek 84: Původní a deformovaný tvar struktur v závislosti na počáteční rychlosti impaktoru v_0 – a) AUX-2D, b) KONV-2D.

Ještě před vykreslením silové závislosti je zde zobrazen pohled na deformované struktury s barevně vyznačeným redukovaným napětím podle HMM v jednotlivých prvcích (Obrázek 85). Lze opravdu vidět, že maximální napětí vznikají v blízkosti rohů, kde dochází k plastizaci této oblasti po celé tloušťce a vytváří se tak plastické klouby. U nízké rychlosti zatěžování vznikají od začátku tyto klouby i ve spodní části struktury, kdežto při vyšších rychlostech se tak děje primárně v blízkosti oblasti zatížení, s rostoucím posuvem impaktoru dochází k vytváření plastických kloubů i v ostatních buňkách.



Obrázek 85: Redukované napětí podle HMM, vykreslené na struktuře AUX-2D pro počáteční nárazovou rychlost a) $v_0 = 4$ m/s, b) $v_0 = 25$ m/s.



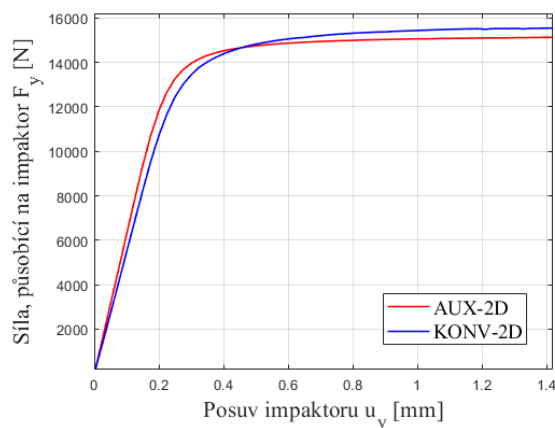
Obrázek 86: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu počáteční rychlosti impaktoru v_0 pro struktury s modelem materiálu, zahrnující vliv rychlosti deformace $\dot{\epsilon}$ – a) AUX-2D, b) KONV-2D - (čárkovaná křivka značí střední sílu F_m).

Závislosti $F - u$ mají také očekávatelný tvar (Obrázek 86). Projevují se zde setrvačné účinky, tudíž dochází k výraznější fluktuaci síly v závislosti na posuvu.

Podobně jako v předchozích analýzách, i zde u konvenční struktury dojde k rychlejšímu ustálení síly na přibližně konstantní hodnotě. U auxetické struktury při rychlostech $v_0 = 50$ m/s a $v_0 = 75$ m/s dojde k denzifikaci dřive, než se reakční síla ustálí na jednom výsledku v oblasti plateau. Tato výrazná fluktuace v oblasti plateau má za následek prudší nárůst střední nárazové síly, než je tomu u konvenční struktury (Obrázek 89b). Pokud by struktura byla navržena s více buňkami po výšce, pak by struktura měla čas utlumit kmitání a pravděpodobně by i pro vyšší rychlosti platilo, že by auxetická struktura vykazovala nižší hodnotu střední síly. U závislosti při $v_0 = 4$ m/s je pozorovatelný pokles na nulovou hodnotu, zde totiž byla zvolena příliš nízká hmotnost impaktoru k dosažení vyšších deformací.

Se zvyšující se nárazovou rychlostí roste i špičková síla, a to spíše nelineárně s postupnou zpomalující tendencí a platí, že u struktury KONV-2D pozorujeme ve všech případech vyšší maxima oproti struktuře AUX-2D (Obrázek 89a).

Spolu s výsledky ze simulací rázových zkoušek, řešených s využitím explicitní metody, je na v grafech $F - u$ vykreslena i závislost ze simulace kvazistatické tlakové zkoušky. K simulaci této stacionární úlohy byl využit implicitní řešič, který je k dispozici v SW LS-DYNA. Lze na první pohled vidět, že elastická část není zakončena vzrůstem na špičkovou hodnotu síly, ale pouze plynule přejde do oblasti plateau, kde se ustálí na konstantní hodnotě. Tato hodnota je výrazně nižší, než je tomu u silových závislostí pro různé dopadové rychlosti. Pro porovnání jsou výsledné křivky pro pomalé zatěžování pro struktury AUX-2D a KONV-2D vykresleny v jednom grafu (Obrázek 87). Ukazuje se, že má auxetická struktura vyšší tuhost, na druhou stranu se ale ustálí na nižší hodnotě síly v oblasti plastické deformace, což koresponduje s výsledky rázových zkoušek.

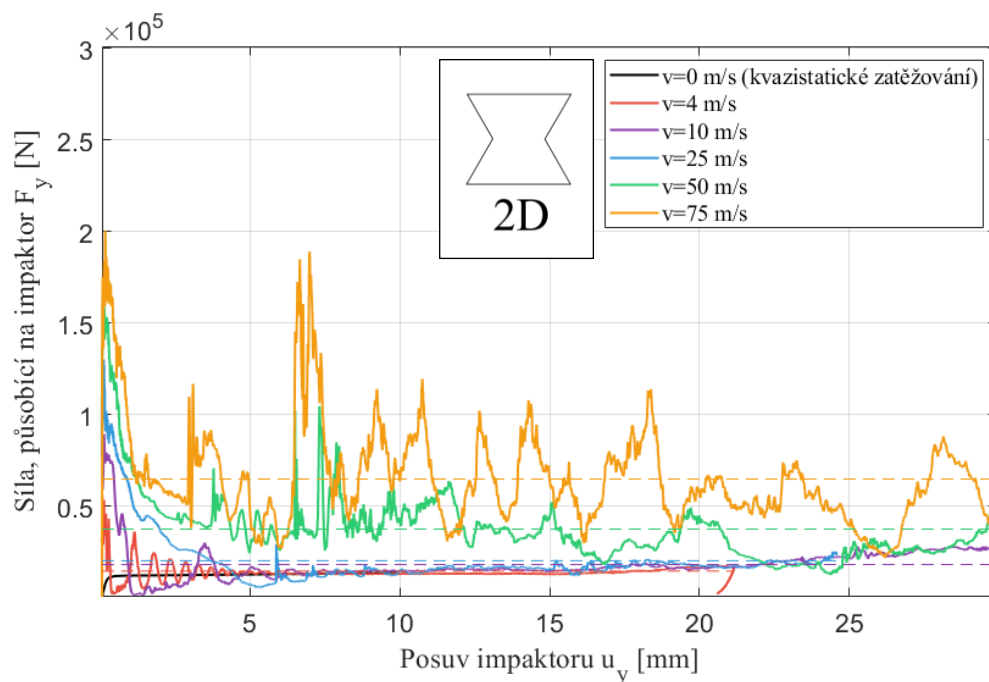


Obrázek 87: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ ze simulace kvazistatické tlakové zkoušky.

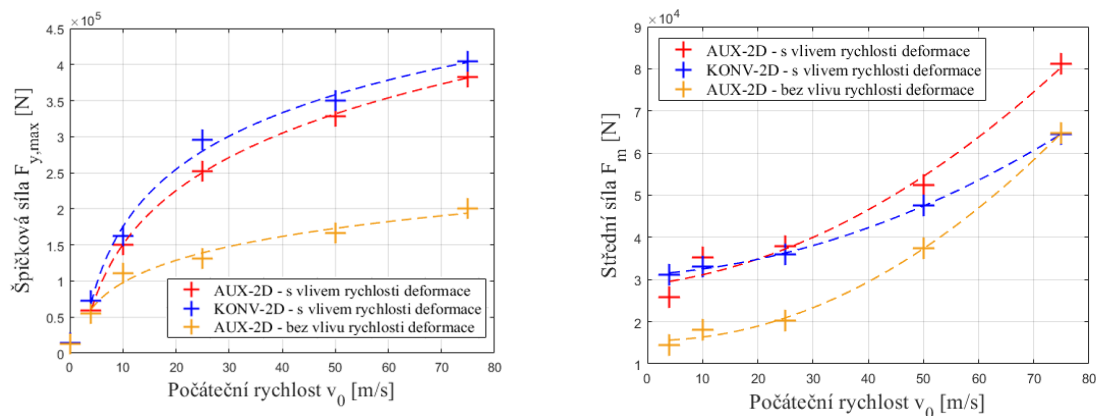
Jak bylo zmíněno v úvodu tohoto segmentu, zvyšování reakčních sil v závislosti na parametru v_0 , je způsobeno setrvačnými účinky i použitým modelem materiálu a nelze jednoznačně říct, jakou měrou se tyto vlivy podílí na tomto nárůstu. Proto byly provedeny ještě další simulace, při kterých byl z materiálového modelu odstraněn vliv rychlosti deformace na tvar vstupní tahové křivky.

Výsledné závislosti $F - u$ pro auxetickou strukturu ukazují, že při nižších dopadových rychlostech se síla ustálí na stejné hodnotě síly ze simulace kvazistatické zkoušky (Obrázek 88). Při vyšších rychlostech se křivka opět nestihne ustálit na jedné hodnotě, dalo by se však předpokládat, že by se při použití vyššího vzorku struktury křivka také ustálila na stejné

hodnotě, jelikož model materiálu nezávisí na rychlosti deformace. Špičková síla stále narůstá s parametrem v_0 , tentokrát však pozvolněji (Obrázek 89a).



Obrázek 88: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu počáteční rychlosti impaktoru v_0 pro struktury s modelem materiálu, zanedávající vliv rychlosti deformace $\dot{\epsilon}$ – a) AUX-2D, b) KONV-2D - (čárkovaná křivka značí střední sílu F_m).



Obrázek 89: Závislost počáteční rychlosti impaktoru v_0 a a) špičkové síly F_{max} , b) střední nárazové síly F_m , c) maximálního posuvu impaktoru u_{max} .

Tabulka 22: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu dopadové rychlosti.

AUX-2D – zahrnut vliv ε			KONV-2D – zahrnut vliv ε			AUX-2D – zanedbán vliv ε		
v [m/s]	F_{max} [kN]	F_m [kN]	v [m/s]	F_{max} [kN]	F_m [kN]	v [m/s]	F_{max} [kN]	F_m [kN]
0	13,5	10,9	0	13,7	11,2	0	13,5	10,9
4	58,6	26,1	4	72,2	31,2	4	55,3	13,4
10	151	35,3	10	163	33,2	10	111	18,9
25	252	38,2	25	295	36,0	25	131	20,2
50	328	52,5	50	350	47,1	50	167	37,4
75	383	81,2	75	404	64,8	75	200	65,1

5.2 Odezva analyzovaných struktur na ráz kulovým impaktorem

Tato kapitola se zabývá odezvou analyzovaných struktur na dynamické zatěžování kulovým impaktorem. Namáhané vzorky jsou tentokrát sestaveny jako sandwichové konstrukce, přičemž jádro vzorku tvoří auxetická nebo konvenční struktura, která je v oblasti podstav pevně spojena se dvěma deskami (více o kontaktech v kapitole 4.5). Tyto desky mají nastavený stejný model materiálu jako samotné struktury a jejich tloušťka vždy činí 0,5 mm. Rychlost a hmotnost impaktoru je volena vždy tak, aby nedošlo k úplné deformaci struktury a impaktor tak nedosáhl úrovně tuhé stěny (rigidwall), která podepírá dolní desku konstrukce. Průměr kulové plochy zatěžujícího tělesa je 35 mm.

Na úvod je ještě zmíněn problém, který v průběhu simulací nastal. Kulový impaktor je modelován jako tuhé těleso (nikoliv rigidwall jako v kapitole 5.1), což má za následek jistý efekt, související s kontakty mezi impaktorem a konstrukcí. Objevuje se tzv. negative sliding energy [48]. Části, které jsou ve vzájemném kontaktu, tak v určitých případech relativně vůči sobě klouzají. Pokud uzel sklouzne ze svého původního master segmentu do sousedního (i když nepropojeného), je detekována penetrace a následkem je pak tato záporná energie. Tento nepříznivý efekt se projeví vysokofrekvenčním šumem v závislosti reakční síly na posuvu impaktoru. Proto byly provedeny úpravy, týkající se hlavně koeficientů tření v nastavení kontaktu. Je doporučeno, aby statický a dynamický koeficient nabývaly stejných hodnot a zároveň by měl být předepsán tzv. decay coefficient DC , který zahrnuje vliv relativní rychlosti mezi „klouzajícími“ uzly a příslušnými master segmenty. Tyto úpravy opravdu snížily hodnoty sliding energy a zmenšily amplitudu vysokofrekvenčního šumu. I přesto se však nepodařilo tento problém úplně odstranit a je třeba počítat s tím, že jsou výsledky na základě tohoto nepříznivého efektu do jisté míry zkresleny. Pro odstranění šumu byl použit filtr.

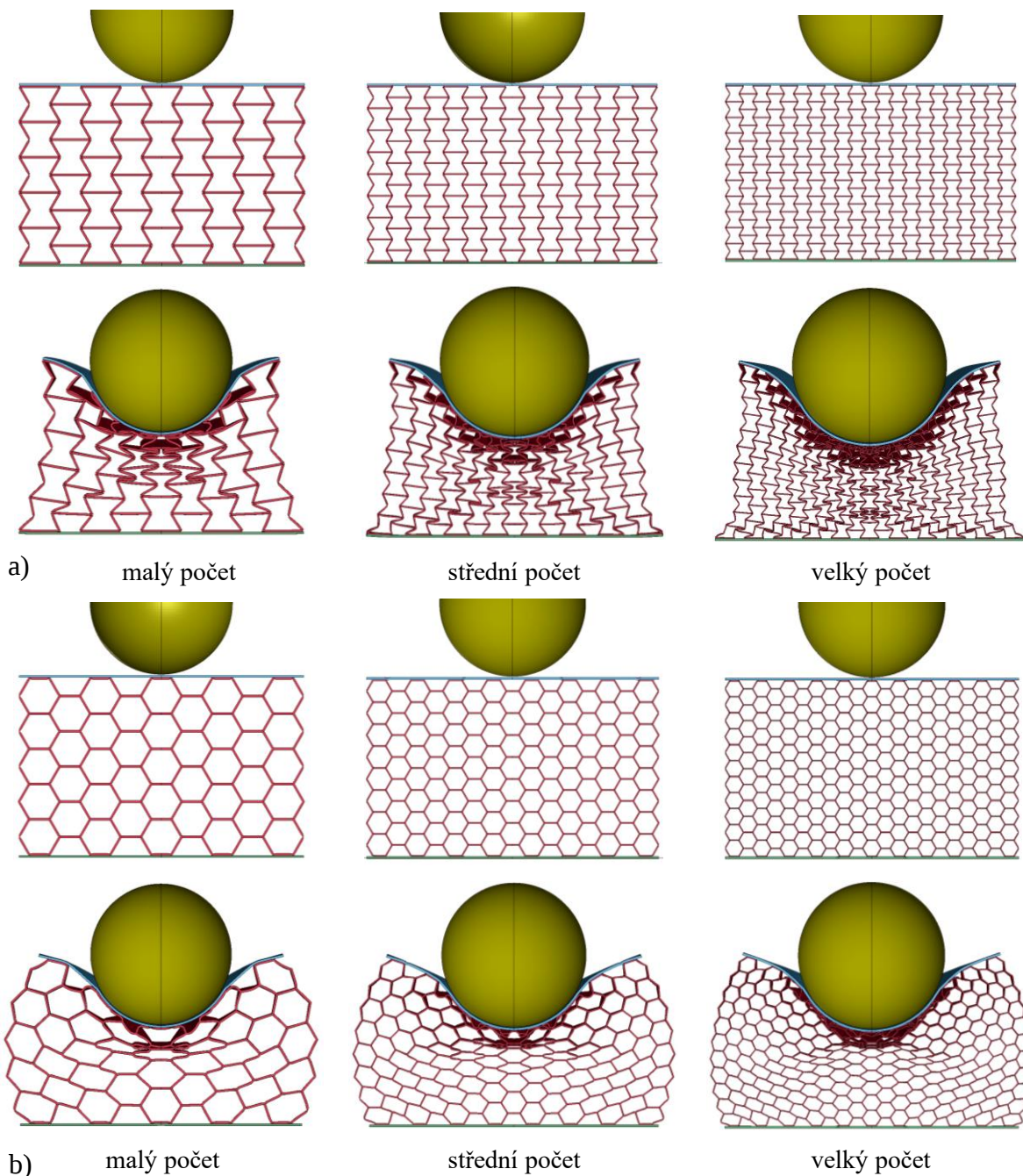
5.2.1 Analýza vlivu počtu buněk (2D) struktury při zachování celkových rozměrů a hmotností na její deformaci

První simulace rázových zkoušek s kulovým impaktorem jsou realizovány na sandwichových konstrukcích se strukturami typu AUX-2D a KONV-2D. Konstrukce mají čtvercové podstavy a je opět sledován vliv počtu buněk ve struktuře na řešení úlohy. Vstupní parametry jsou tradičně zobrazeny v tabulce (Tabulka 23) a jsou opět nastaveny tak, aby hmotnost, rozměr a poměr t/L byly konstantní v rámci daného typu struktury.

Tabulka 23: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu počtu buněk struktury.

X [–]	Y [–]	a [mm]	b [mm]	c [mm]	L [mm]	t [mm]	θ [°]	m_{AUX} [g]	m_{KONV} [g]	m_{imp} [kg]	v_0 [m/s]
5	5	70	43,1	70	5	0,5	60	313,2	229,8	7,5	10
8	8		42,1		3,04	0,30		298,4	233,4		
11	11		42,1		2,19	0,22		293,6	229,8		

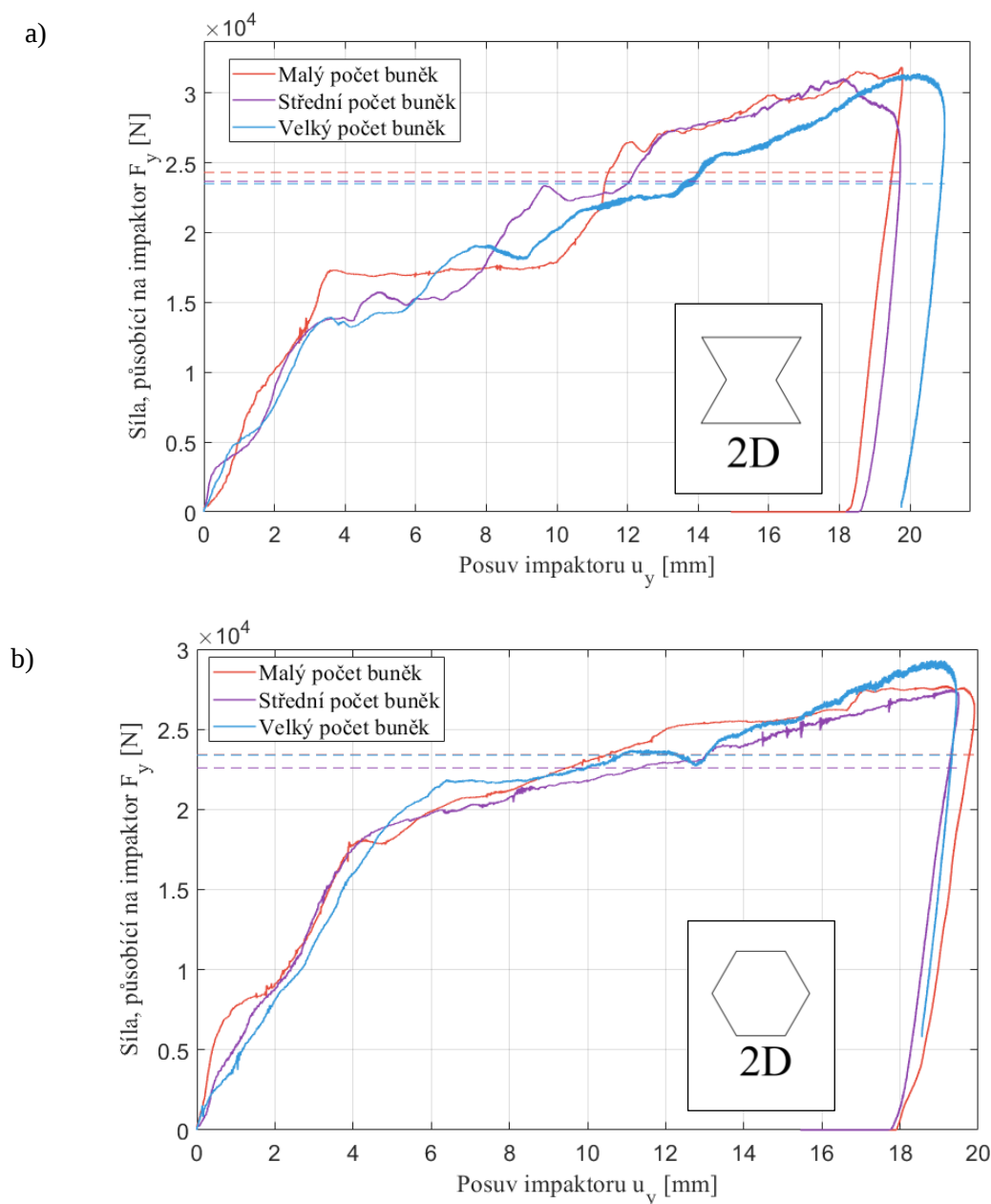
Nedeformované a deformované (dosažení u_{max}) tvary lze vidět přehledně obrázcích, které reprezentují řez rovinou symetrie modelu (Obrázek 90).



Obrázek 90: Původní a deformovaný tvar struktur v závislosti na počtu buněk ve struktuře – a) AUX-2D, b) KONV-2D.

Všechny tři varianty auxetické struktury prochází stejným charakterem deformace, který se již značně odlišuje od deformace v analýzách s plochým impaktorem (kapitola 5.1). Buňky se postupně vlivem tvorby plastických kloubů bortí v oblasti zatížení, přičemž vlivem záporného Poissonova poměru dochází k příčné kontrakci struktury. Dochází k lokální denzifikaci buněk i mimo oblast zatížení, a to v dolní polovině struktury, přičemž tato deformace připomíná písmeno V.

V případě konvenčních struktur dochází také k lokální denzifikaci buněk v oblasti zatížení. Naopak je zde pozorovatelné zvětšení rozměru v příčném směru, projevující se vyboulením okrajů konstrukce.



Obrázek 91: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu počtu buněk ve struktuře – a) AUX-2D, b) KONV-2D - (čárkovaná křivka značí střední sílu F_m).

Odlíšná deformace při zatížení kulovým impaktorem oproti strukturám zatěžovaným plochým impaktorem logicky znamená i odlíšnou závislost reakční síly na posuvu impaktoru (Obrázek 91).

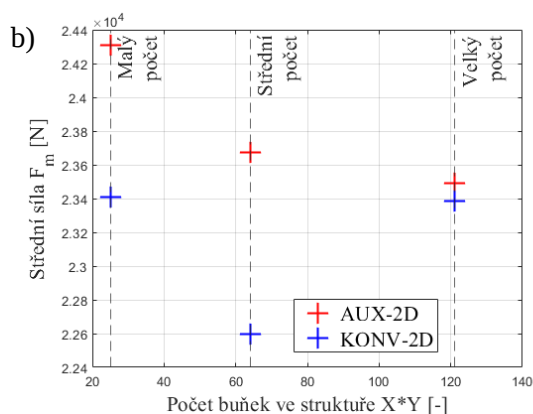
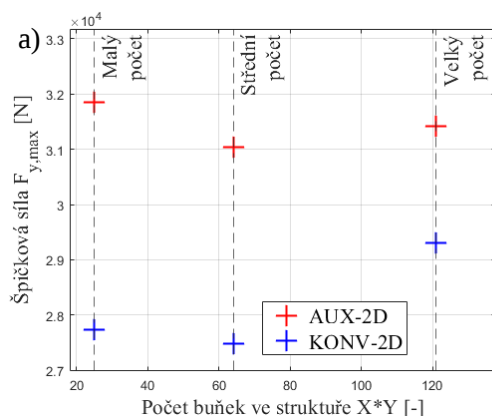
První fázi je prudší nárůst síly, který však není způsoben elastickou deformací, ale tím, že vlivem kulového tvaru impaktoru je nejdříve zatěžován malý počet buněk v oblasti působení kulové plochy. U těchto buněk se projeví výrazná deformace (boulení stěn, lokální denzifikace). Při dalším zatěžování již impaktor působí na strukturu větší plochou a zároveň zpomaluje, přičemž v některých stěnách se tvoří plastické klouby a současně se konstrukce celkově stlačuje. To má za následek vznik druhé fáze silové závislosti, tedy pozvolnější nárůst síly až do okamžiku dosažení maximálního posuvu (nulové rychlosti) impaktoru. Třetí fáze je odraz impaktoru, způsobený vratnou deformací konstrukce a doprovázený poklesem síly na nulovou hodnotu.

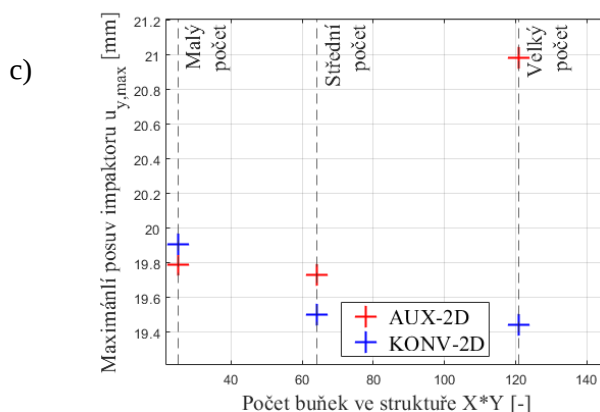
Stejně jako v předchozích analýzách, i zde jsou porovnány auxetické a konvenční struktury z pohledu důležitých veličin jako je špičková síla, střední síla a maximální posuv impaktoru (Obrázek 92). Řešení ukazuje, že i přes dosažení vyšších hodnot u_{max} u auxetických struktur (konkrétně u variant se středním a velkým počtem buněk), jsou špičkové a střední síly menší u struktur typu KONV-2D a tyto konstrukce se pak jeví jako lepší absorbery nárazu pro kulový impaktor. Může za to druhá fáze v grafu $F - u$, která má u konvenčních struktur pozvolnější rostoucí průběh oproti strukturám auxetickým.

Z hlediska závislosti na počtu buněk struktury není pozorovatelný žádný výrazný pravidelný trend, ze kterého by se dalo vyčíst, že jedna z těchto variant je ve všech ohledech lepší než ostatní. Nejnížší špičkovou sílu vykazuje auxetická i konvenční struktura se **středním počtem** buněk. U auxetické struktury s **velkým počtem** buněk lze pozorovat nejvyšší posuv a nejnižší střední sílu. U konvenční struktury má nejmenší střední sílu ta se **středním počtem** buněk a největší deformace pak dosáhla varianta s **malým počtem** buněk.

Tabulka 24: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu počtu buněk ve struktuře.

AUX-2D						KONV-2D					
Počet buněk	F_{max} [kN]	F_m [kN]	u_{max} [mm]	EA [J]	SEA [J/g]	Počet buněk	F_{max} [kN]	F_m [kN]	u_{max} [mm]	EA [J]	SEA [J/g]
Malý	31,9	24,3	19,79	370,2	1,261	Malý	27,7	23,4	19,91	370,9	1,614
Střední	31,0	23,7	19,73	371,8	1,246	Střední	27,5	22,6	19,50	373,8	1,602
Velký	31,4	23,5	20,98	375,1	1,278	Velký	29,3	23,4	19,44	377,4	1,642





Obrázek 92: Závislost sledovaných veličin na počtu buněk ve struktuře $X \cdot Y$ a) špičkové síly F_{max} , b) střední nárazové síly F_m , c) maximálního posuvu impaktoru u_{max} .

5.2.2 Analýza vlivu vnitřního úhlu buňky (2D) struktury na její deformaci

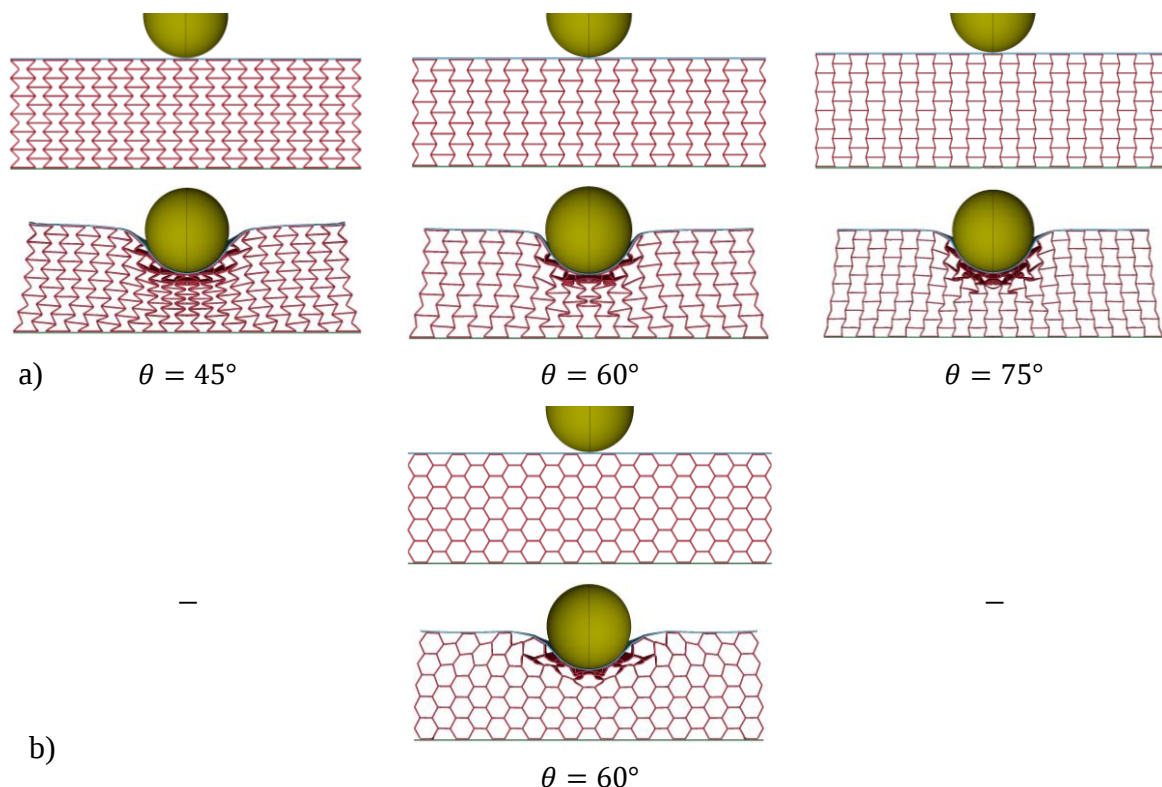
Předchozí analýza byla věnována strukturám se čtvercovou podstavou. Pro ty se jevila konvenční struktura z hlediska reakčních sil, působících na impaktor, jako lepší absorbér nárazu. Otázkou tedy je, jaká bude deformace a silová závislost v případě, kdy bude kulový impaktor působit na dlouhou strukturu s obdélníkovými podstavami a zatížení bude tedy koncentrováno jen do jednoho místa sandwichové konstrukce. Za účelem odpovězení na tuto otázku vznikla analýza, která zároveň zkoumá vliv vnitřního úhlu buňky na výsledné řešení.

Aby bylo dosaženo stejných rozměrových parametrů konstrukce, musela přibýt u struktur s parametrem $\theta = 45^\circ$ a $\theta = 75^\circ$ jedna buňka v podélném i příčném směru (Tabulka 25). Opět je zachován poměr $t/L = 0,1$. Aby nedocházelo k ohybu celé struktury, dolní deska konstrukce má předepsaný nulový posuv i rotaci ve všech třech směrech.

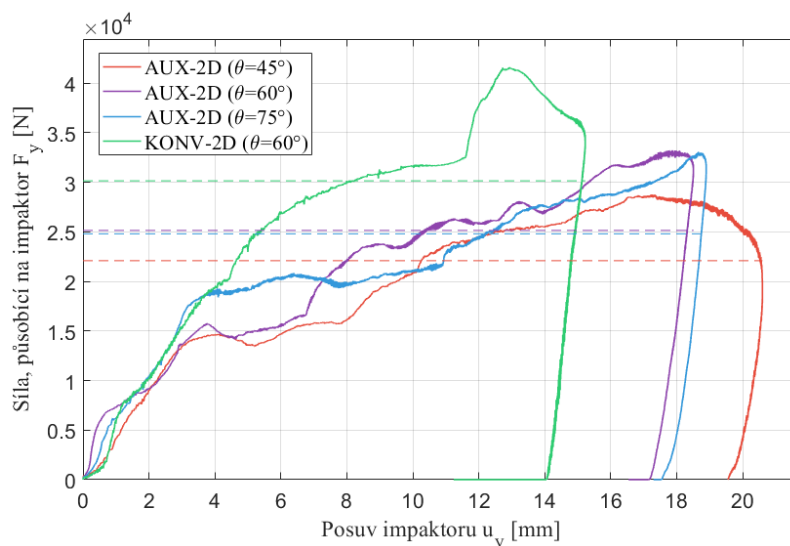
Tabulka 25: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu vnitřního úhlu buňky struktury.

X [-]	Y [-]	a [mm]	b [mm]	c [mm]	L [mm]	t [mm]	θ [°]	m_{AUX} [g]	m_{KONV} [g]	m_{imp} [kg]	v_0 [m/s]
11	6	145	45,1	70	5,2	0,52	45	879,0	-	7,5	10
10	5		44,1		5	0,5	60	642,9	538,6		
11	6		46,4		3,94	0,39	75	498,7	-		

Deformace struktur je ukázána na obrázku (Obrázek 93). Stejně jako v předchozí analýze 5.2.1, i zde dochází k deformaci jednotlivých stěn buněk v oblasti zatížení. U struktur AUX-2D opět dochází ke kontrakci struktury v příčném směru. Naopak konvenční struktura při zatěžování příliš nemění okrajové rozměry, tak jako tomu bylo v předchozí analýze, kde se struktura výrazně boudila (Obrázek 90).



Obrázek 93: Původní a deformovaný tvar struktur v závislosti na vnitřním úhlu buňky struktury θ – a) AUX-2D, b) KONV-2D.



Obrázek 94: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu velikosti vnitřního úhlu buňky θ – (čárkovaná křivka značí střední sílu F_m).

Závislost reakční síly na posuvu impaktoru ukazuje, že struktura KONV-2D má o poznání horší schopnost absorbovat energii nárazu, vykazuje vyšší silovou špičku i střední sílu a zároveň menší maximální posuv (Obrázek 94). To je tedy přesně opačný charakter, než tomu bylo v předchozí analýze (Obrázek 91). Nejlépe z této analýzy pak vychází auxetická struktura s parametrem $\theta = 45^\circ$, poté s parametrem $\theta = 75^\circ$ a nejhorší vlastnosti z hlediska dosažených reakčních sil a posuvů má auxetická struktura s parametrem $\theta = 60^\circ$. Nutno si uvědomit, že tato struktura má ale i nejnižší počet buněk po výšce, což také potenciálně mohlo ovlivnit řešení.

Tabulka 26: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu vnitřního úhlu buňky struktury.

AUX-2D						KONV-2D					
θ [°]	F_{max} [kN]	F_m [kN]	u_{max} [mm]	EA [J]	SEA [J/g]	θ [°]	F_{max} [kN]	F_m [kN]	u_{max} [mm]	EA [J]	SEA [J/g]
45	28,8	22,1	20,6	376,8	0,429	-	-	-	-	-	-
60	33,2	25,1	18,5	368,2	0,573	60	41,6	30,1	15,2	370,0	0,742
75	33,1	24,8	18,9	371,2	0,689	-	-	-	-	-	-

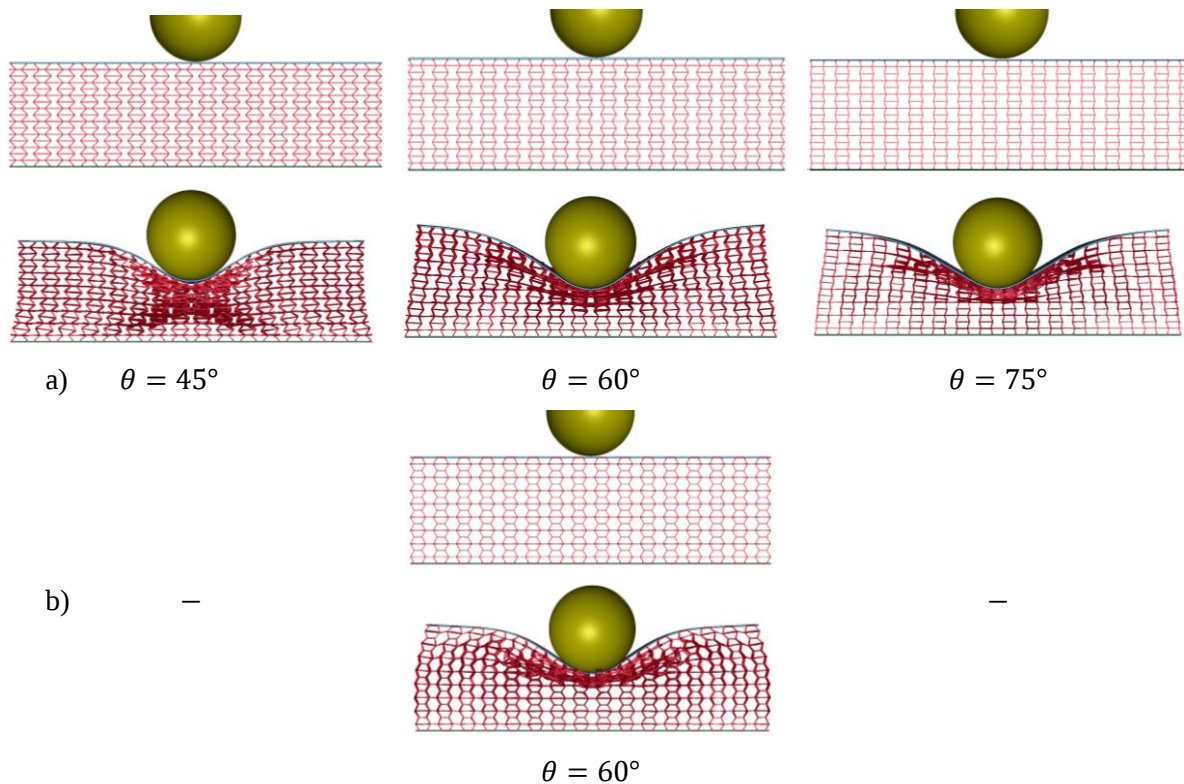
5.2.3 Analýza vlivu vnitřního úhlu buňky (3D) struktury na její deformaci

Tato analýza je parametrově velmi podobná té předchozí, v tomto případě jsou však použity 3D mikropřutové struktury.

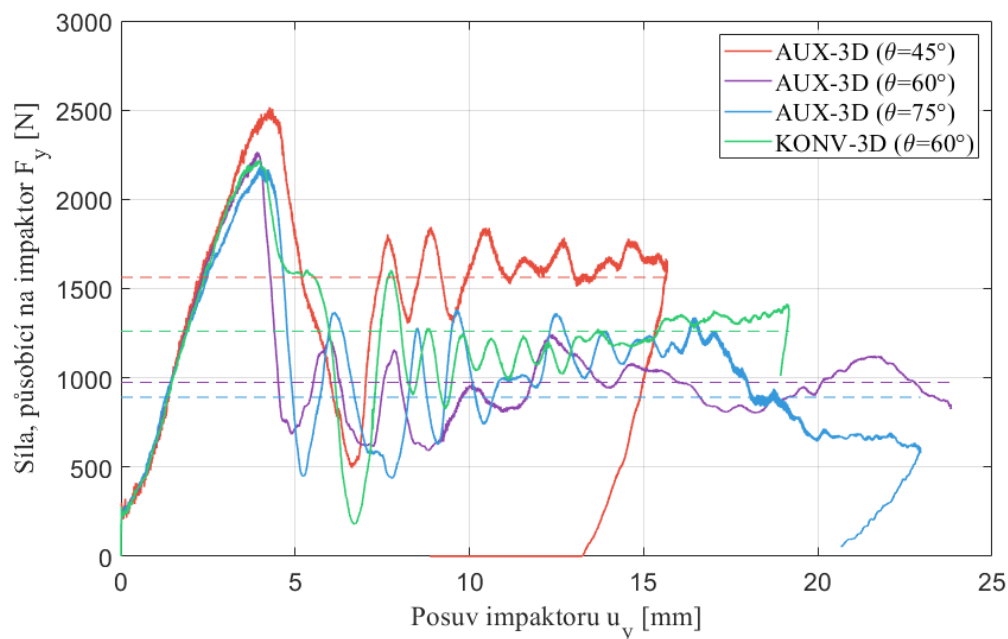
Tabulka 27: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu vnitřního úhlu buňky struktury.

X [—]	Y [—]	Z [—]	a [mm]	b [mm]	c [mm]	L [mm]	t [mm]	θ [°]	m_{AUX} [g]	m_{KONV} [g]	m_{imp} [kg]	v_0 [m/s]
16	8	13	145	41,0	71,7	3,48	0,35	45	148,6	-	0,47	10
				42,1	68,5	3,04	0,30	60	121,3	104,6		
				39,4	68,9	2,65	0,27	75	111,7	-		

Deformace struktur je ukázána na obrázku (Obrázek 93). Na první pohled je vidět, že k nejmenší deformaci dojde u struktury s $\theta = 45^\circ$. Toto chování je obdobné analýze s plochým impaktorem 5.1.9.



Obrázek 95: Původní a deformovaný tvar struktur v závislosti na vnitřním úhlu buňky struktury θ – a) AUX-3D, b) KONV-3D.



Obrázek 96: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu velikosti vnitřního úhlu buňky θ - (čárkovaná křivka značí střední sílu F_m).

Závislost $F - u$ ukazuje, že nejhorší absorpční vlastnosti má struktura s $\theta = 45^\circ$ (Obrázek 96), což platilo i u zatížení plochým impaktorem (Obrázek 81). Nejnižší špičku síly a střední nárazovou sílu má struktura s $\theta = 75^\circ$. Stejně jako v minulé analýze, i zde lze pozorovat lepší schopnost absorpce kinetické energie kulového impaktoru u struktury AUX-2D ($\theta = 60^\circ$) oproti struktuře KONV-2D ($\theta = 60^\circ$).

Tabulka 28: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu vnitřního úhlu buňky struktury.

AUX-2D						KONV-2D					
θ [°]	F_{max} [kN]	F_m [kN]	u_{max} [mm]	EA [J]	SEA [J/g]	θ [°]	F_{max} [kN]	F_m [kN]	u_{max} [mm]	EA [J]	SEA [J/g]
45	2,52	1,56	15,66	22,0	0,148	-	-	-	-	-	-
60	2,27	0,98	23,82	23,9	0,197	60	2,22	1,26	19,17	23,3	0,223
75	2,19	0,89	22,94	22,9	0,205	-	-	-	-	-	-

6 Experimentální ověření numerických simulací

K ověření výsledků z numerických simulací slouží experiment, který je popsán podrobněji v této kapitole. Byla provedena kvazi-statická tlaková zkouška na univerzálním zkušebním zařízení INSTRON 8862 a to na dvou vzorcích, vyrobených z nerezové oceli 316L. V plánu také původně byla dynamická tlaková zkouška s využitím pádového zařízení, navrhnutém na Fakultě strojního inženýrství VUT v Brně. Tato zkouška však nebyla z důvodu časové prodlevy při výrobě vzorků realizována před odevzdáním této práce. K experimentu dojde s jistým zpožděním a bude-li to možné, budou jeho výsledky prezentovány v rámci obhajoby diplomové práce. V této kapitole jsou tedy alespoň demonstrovány výsledky simulací rázové zkoušky na numerických modelech zkušebních těles.

Pro numerické simulace obou zkoušek bude využit jiný model materiálu, než v kapitole 5, což byl viskoplastický model Johnson-Cook. Ten dobře ilustroval závislosti reakčních sil na rychlosti deformace. V případě pomalého zatěžování je takový model zbytečný, a v případě rázové zkoušky při malé rychlosti by také neměl velký vliv na výsledek simulace. Proto bude využit jednodušší bilineární model izotropního zpevnění, který byl vytvořen přímo na Fakultě strojního inženýrství VUT v Brně [67]. Tento materiálový model oceli 316L byl navrhnut spíše pro mikroprutové konstrukce, vyrobené metodou SLM, avšak i přesto se dá předpokládat, že by alespoň pro kvazi-statickou tlakovou zkoušku mohl zajistit vyšší podobnost výsledků s experimentem, než by tomu bylo s původním modelem Johnson-Cook. Parametry tohoto modelu jsou znázorněny v tabulce (Tabulka 29).

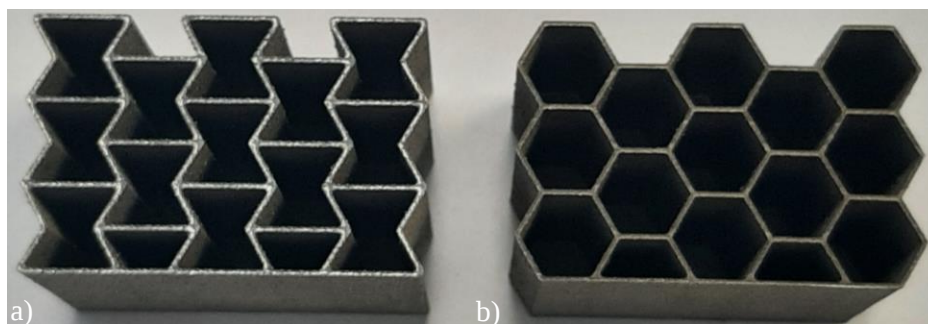
Tabulka 29: Bilineární model izotropního zpevnění pro nerezovou ocel 316L určenou pro výrobu metodou SLM – model určený z tahové zkoušky specifických mikroprutových vzorků [67].

ρ [kg/m ³]	E [GPa]	μ [-]	σ_y [MPa]	E_T [MPa]
7850	94	0,3	338	787

6.1 Výroba struktur aditivní metodou SLM

Selective laser metling (SLM) je proces aditivní výroby tvarově složitých komponent, které je obtížné vytvořit konvenčními metodami. Vstupem do této metody výroby je objemový CAD model, který je rozdělen na určitý počet vrstev, případně je doplněn o podpurné konstrukční prvky. Proces začíná vkládáním kovového prášku na podkladovou stavěcí desku. Kovový prášek je následně roztaven laserovým paprskem v inertní atmosféře (zamezení oxidace). Tento proces probíhá za posuvu pohyblivé platformy, čímž dochází k výrobě součástí po jednotlivých vrstvách. Po dokončení je součást zbavena přebytečného prášku a je oddělena od stavěcí platformy [62]. Finální výrobek je pak možno podrobit dokončovacím operacím (broušení, leštění apod.).

Metodou SLM byly v rámci diplomové práce vyrobeny 2D extrudované struktury typu Re-entrant (auxetická) a typu voštinová Honeycomb (konvenční). Použitým materiálem byla nerezová ocel 316L (Obrázek 97).



Obrázek 97: Vzorek pro kvazistatickou a dynamickou tlakovou zkoušku, vyrobený metodou SLM. a) Auxetická struktura Re-entrant, b) Konvenční struktura Honeycomb.

Výroba metodou SLM je ovlivněna mnoha procesními parametry, které mají signifikantní dopad na konečné materiálové vlastnosti. Těmito parametry jsou výkon a rychlost laseru, tloušťka vrstvy nanášeného prášku, vzdálenost laserových stop, průměr laseru, směr výroby atd. Nevhodné nastavení procesních parametrů má pak za následek zhoršení mechanických vlastností vyrobených součástí, jelikož se v materiálu objeví více geometrických imperfekcí (vyšší porozita, drsnost povrchu atd.) [62].

Kvůli komplexnosti problematiky vlivu procesních parametrů výroby metodou SLM na finální mechanické vlastnosti, není jednoduché vytvořit přesný numerický model pro simulaci kvazistatické a dynamické tlakové zkoušky. Bylo by potřeba tyto procesní parametry odladit, provést několik tahových, případně tlakových zkoušek na různých vzorcích (v závislosti na struktuře, kterou je cílem vyrobit) a nakonec navrhnout vhodný model materiálu. Přesné sladění numerického modelu s experimentem není cílem této práce, účelem je spíše ukázat rozdílné chování v rámci auxetické a konvenční extrudované struktury.

6.2 Kvazi-statická tlaková zkouška

Kvazistatická tlaková zkouška byla provedena na univerzálním zkušebním zařízení INSTRON 8862 (Obrázek 98). Byly zatěžovány dvě struktury, vyrobené z oceli 316L (auxetická i konvenční), a to rychlostí 25 mm/min. Výstup této zkoušky tvoří pracovní diagram, tedy závislost veličin síly a posuvu, získaných z příslušných snímačů.



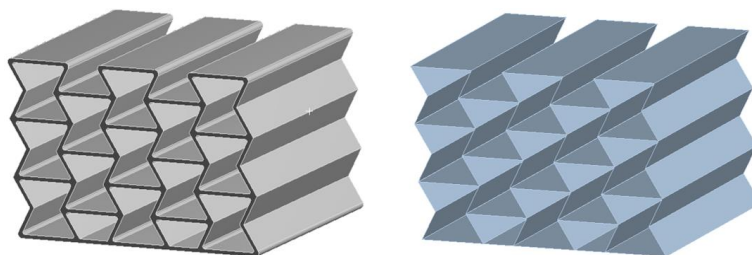
Obrázek 98: Univerzální zkušební zařízení INSTRON 8862.

Experiment je doplněn o numerickou simulaci této zkoušky. K výpočtu byl využit implicitní řešič v SW LS-DYNA, který je vhodnější pro pomalé zatěžování. Pro numerický model

extrudované struktury platí vše, co bylo zmíněno v kapitole 4. Jelikož je konečnoprvková síť tvořena skořepinovými prvky, model geometrie je složen pouze ze stěn, odpovídající střednicovým rovinám jednotlivých stěn a rozměry jsou navrženy tak, aby odpovídaly experimentálním vzorkům (Obrázek 99).

Tabulka 30: Vstupní parametry modelu pro experiment.

Typ úlohy	X [–]	Y [–]	a [mm]	b [mm]	c [mm]	L [mm]	t [mm]	θ [°]	m_{str_AUX} [g]	m_{str_KONV} [g]
Experiment	3	3	40	26	30	5	0,6	60	38,7	30,3
Num. simulace									52,3	41,0



Obrázek 99: Model geometrie pro a) experiment b) numerickou simulaci.

a) Struktura AUX-2D		b) Struktura KONV-2D	
Experiment	Numerická simulace	Experiment	Numerická simulace

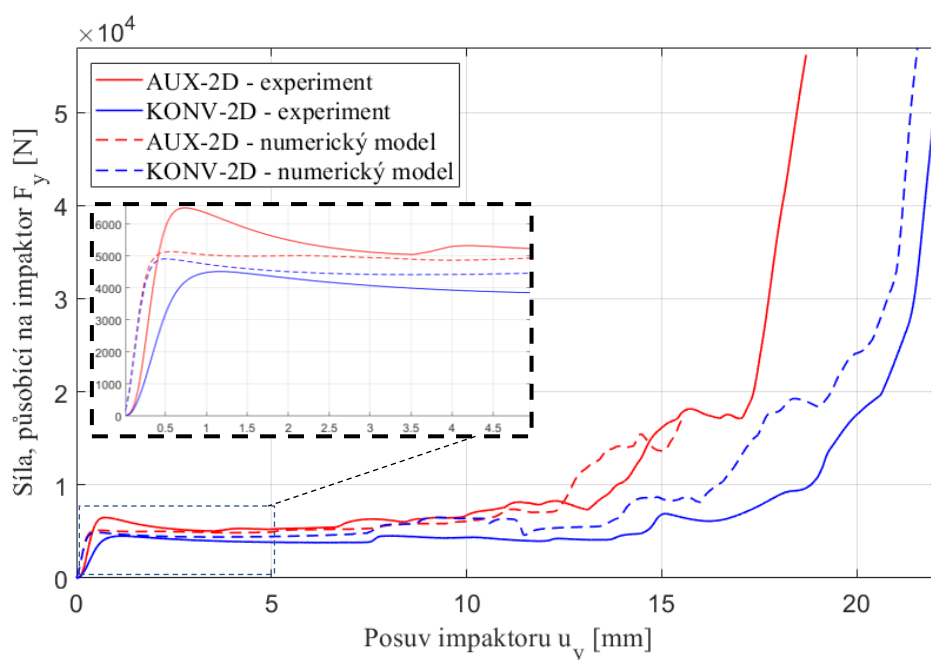
Obrázek 100: Průběh deformace při kvazi-statické tlakové zkoušce pro strukturu typu a) auxetická Re-entrant, b) konvenční Honeycomb.

Deformované tvary v několika krocích zatěžování jsou vidět na obrázku (Obrázek 100). Auxetická struktura vykazuje v případě experimentu i numerické simulace nesymetrický smykový charakter deformace, při které se začnou plastické klouby tvořit po úhlopříčce struktury. I přes tuto podobnost dochází k deformaci jiných buněk v experimentu a jiných buněk v numerické simulaci. Konvenční struktura vykazuje většinu doby zatěžovacího procesu v obou případech stejnou symetrickou deformaci. Při větším posuvu však dojde v numerickém modelu k vyboulení jedné stěny (možná způsobenou numerickou chybou) a další deformace struktury se již začne odlišovat od experimentu, ve kterém si struktura ponechává symetrický průběh deformace i ve stádiu denzifikace.

Výsledný pracovní diagram $F - u$ z experimentu ukazuje všechny tři fáze, které od materiálů s buněčnou strukturou lze očekávat (Obrázek 101). Křivka prochází elastickým stádiem nárůstu síly na určitou špičkovou hodnotu, která není tak výrazná oproti špičkovým silám při dynamických zkouškách. Následuje mírný pokles na ustálenou hodnotu ve stádiu plastické deformace (plateau). Proces je dokončen posupným dosedáváním stěn na sebe, projevující se prudkým nárůstem síly.

Při vzájemném srovnání auxetické a konvenční struktury lze pozorovat u experimentálních dat, že je struktura KONV-2D poddajnější (elastická křivka má nižší směrnici přímky). U konvenční struktury se vyskytuje i menší silová špička a nižší hodnota ustálené síly v oblasti plateau.

Data z numerické simulace se v několika ohledech odlišují od experimentu. Důvody těchto rozdílů, způsobené primárně aditivní metodou výroby vzorků, již byly popsány v předchozí kapitole 6.1. Rozdílný průběh deformací a sil může být způsoben i samotným numerickým modelem, konkrétně použitými prvky. Pokud by byl model diskretizován objemovými prvky namísto použitých skořepinových, mohlo by řešení více odpovídat experimentálnímu řešení.



Obrázek 101: Závislost reakční síly F na posuvu impaktoru u , získaná z výsledků experimentu a numerických simulací kvazistatické tlakové zkoušky.

Obecně však lze vidět velmi podobný charakter pracovního diagramu $F - u$ jak u experimentu, tak u numerického modelu. Řešení numerické simulace pomalého zatěžování akorát vykazuje menší vzájemné rozdíly mezi auxetickou a konvenční strukturou, oproti experimentálnímu řešení.

Tabulka 31: Výstupní parametry z experimentu a z numerické simulace kvazi-statické tlakové zkoušky.

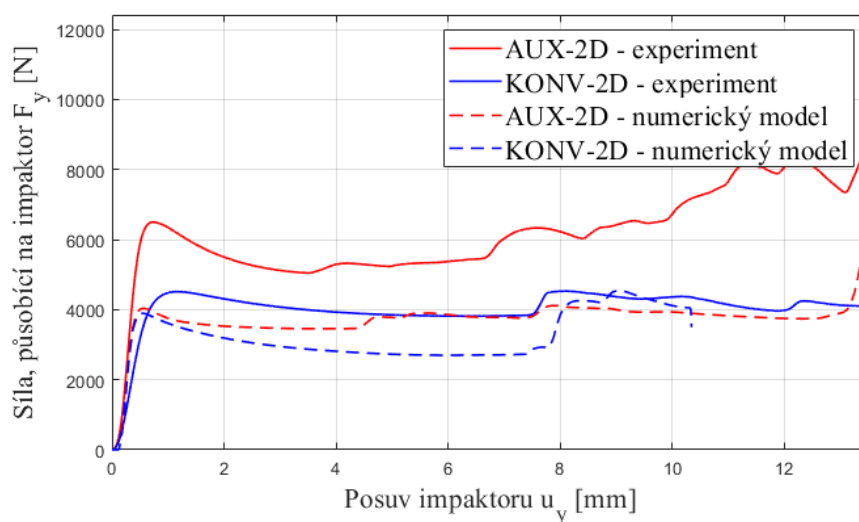
AUX-2D			KONV-2D		
Typ úlohy	F_{max} [kN]	F_m [kN]	Typ úlohy	F_{max} [kN]	F_m [kN]
Experiment	6,50	5,58	Experiment	4,52	4,03
Num. simulace	5,13	5,14	Num. simulace	4,91	5,11

Hodnoty první špičkové síly F_{max} a střední síly F_m (vypočítána z hodnot sil před nástupem denzifikace) lze vidět v tabulce (Tabulka 31). Tyto výsledky zatím odporují všem předchozím výsledkům (auxetická struktura měla většinou menší špičku síly i střední sílu), nutno si však uvědomit, že kvazistatická zkouška je odlišná od rázové zkoušky, na něž se tato práce primárně zaměřuje. Dynamickému zatížení se věnuje následující kapitola.

Důležitým faktorem, který byl zatím v této kapitole opomenut, je nižší hmotnost vyrobených vzorků oproti výpočtovému modelu. Pomocí Archimedovy metody, sloužící k určení relativní hustoty výrobku, bylo zjištěno, že porozita vzorků se pohybuje kolem 1%. Porozita tedy nemá vliv na výslednou hmotnost struktur. Problém spočívá v tloušťce stěn. Maximální tloušťka přes nerovnosti povrchu je přibližně 0,6 mm, což je i původní tloušťka CAD modelu geometrie pro výrobu. Mikroskopickým zkoumáním byla změřena tloušťka hutného profilu bez nerovností 0,45 – 0,48 mm, což je přesně 25% rozdíl v hmotnosti vzorku a modelu. Drsnost povrchu je tedy faktor, který je výrazně ovlivněn procesními parametry výroby.

Tabulka 32: Bilineární model izotropního zpevnění pro nerezovou ocel 316L určenou pro výrobu metodou SLM – model určený z tahové zkoušky tradičních vzorků [67].

ρ [kg/m ³]	E [GPa]	μ [-]	σ_y [MPa]	E_T [MPa]
7850	166	0,3	450	89

Obrázek 102: Závislost reakční síly F na posuvu impaktoru u , získaná z výsledků experimentu a numerických simulací kvazistatické tlakové zkoušky – model materiálu s nižší tuhostí, menší tloušťka stěny modelu.

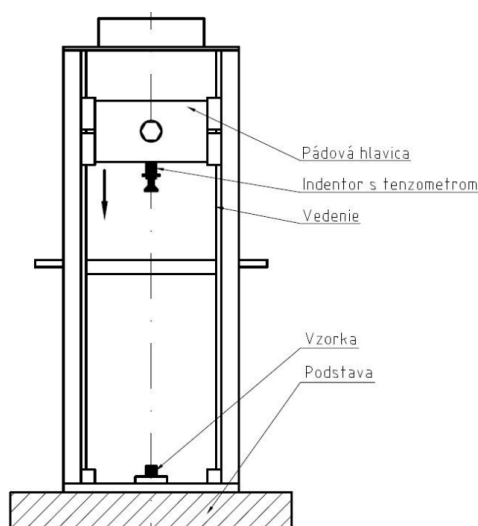
Nižší nominální tloušťka stěny vzorku by měla znamenat, že výpočtový model s větší tloušťkou bude mít výše položené silové závislosti v grafu $F - u$ a zároveň bude tužší. To se ve výsledné silové odezvě nepotvrdilo (Obrázek 101). Je to způsobeno volbou modelu materiálu, který má pro ocel 316L nízký modul pružnosti v tahu a je opravdu spíše vhodný pro mikroprutové konstrukce. Proto byl pro zajímavost nastaven v numerickém modelu model materiálu, vhodnější pro tradiční vzorky, vyrobené metodou SLM (Tabulka 33). Zároveň byla

nastavena ve výpočtovém modelu nižší tloušťka stěny 0,465 mm. Tím bylo dosaženo přibližně stejných hmotností mezi numerickým modelem a vzorky pro experiment. Výsledná závislost $F - u$ pro výpočtové modely pak dobře kopíruje elastickou část křivky, avšak síly v plastické oblasti jsou u něj nižší (Obrázek 102). Zde by bylo potřeba vhodnější navrzení modelu materiálu a detailnější rozbor tlouštěk vyrobených vzorků.

6.3 Dynamická tlaková (rázová) zkouška na pádovém zařízení

Jak již bylo zmíněno v úvodu této kapitoly, dynamická tlaková zkouška nebyla z časových důvodů realizována. Avšak v době psaní této diplomové práce je experiment již naplánovaný a výsledky z něj budou s největší pravděpodobností prezentovány při státních závěrečných zkouškách. Proto je v této kapitole experiment alespoň popsán a jsou zde prezentovány výsledky ze simulace rázové zkoušky na numerických modelech vyrobených vzorků (ocel 316L) z předchozí části (Obrázek 97, Obrázek 99, Tabulka 30).

Experiment bude proveden na pádovém zařízení, navrhnutém na Fakultě strojního inženýrství VUT v Brně (Obrázek 103). Zatěžující podmínky budou nastaveny pro oba vzorky stejně. Hmotnost plochého impaktoru (pádová hlavice) bude nastavena na 10 kg a bude puštěna z určité výšky tak, aby bylo dosaženo nárazové rychlosti přibližně 3 m/s. Výsledky reakční síly a posuvu budou získány ze snímače síly (XY31-3/120) umístěného na pádové hlavici a z vysokorychlostní kamery Phantom V710 [68].

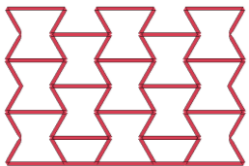
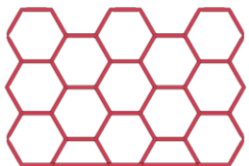
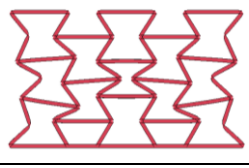
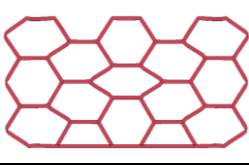
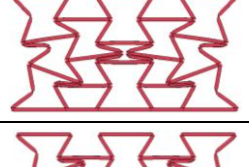
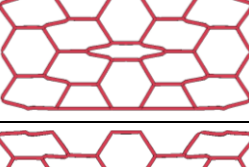
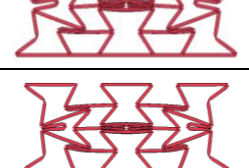
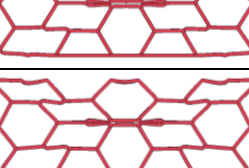
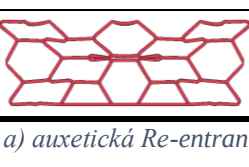
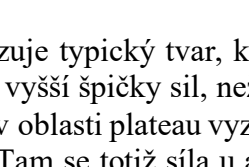
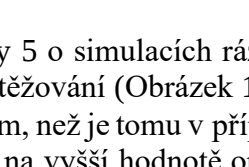


Obrázek 103: Schéma pádového zařízení pro dynamickou tlakovou (rázovou) zkoušku [68].

Tato zkouška je simulována v LS-DYNA s využitím explicitního řešiče s takovými podmínkami, aby co nejpřesněji replikovaly rázovou zkoušku na pádovém zařízení. Výsledné deformace lze vidět na obrázku (Obrázek 104).

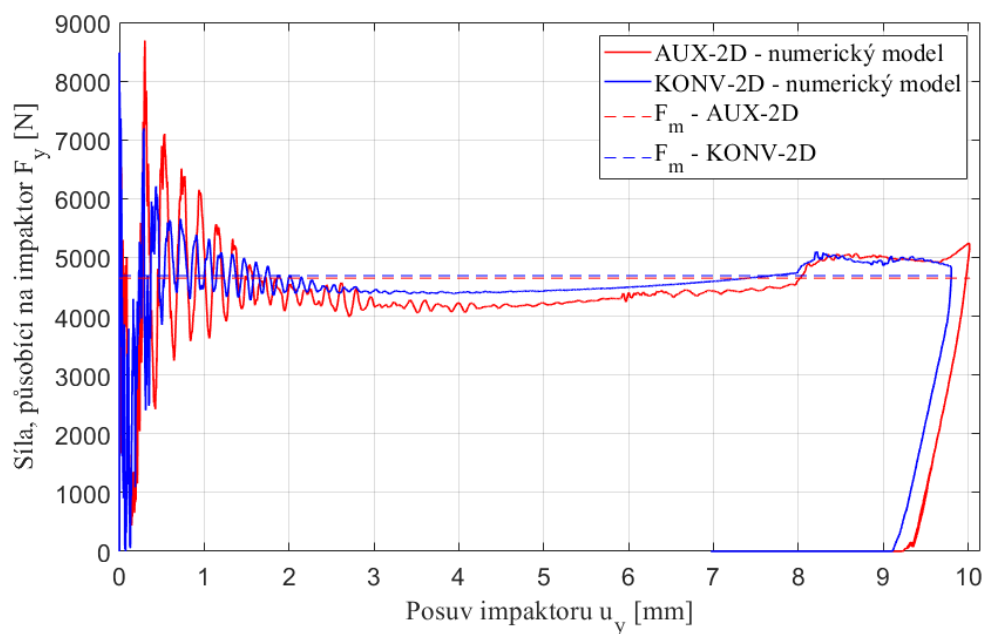
Deformace auxetické struktury je značně odlišná od deformace z kvazi-statické zkoušky (kapitola 6.2), jelikož v případě simulace rázové zkoušky lze pozorovat symetrický průběh deformace, a to až do bodu dosažení maximálního posuvu impaktoru. Dále je patrné, že počáteční kinetická energie impaktoru (dána hmotností a rychlostí pádové hlavice) nestačila na plné dosednutí všech vrstev struktury na sebe. Dalším rozdílem mezi simulací kvazi-statické zkoušky a simulací rázové zkoušky je vzdálenost mezi střednicovými rovinami stěn, u kterých došlo k lokální denzifikaci. V případě pomalého namáhání odpovídala vzdálenost dosednutých stěn jejich reálné tloušťce, kdežto v případě dynamického namáhání je vzdálenost mezi střednicovými rovinami nižší (rovna 40 % minimální délce elementu sítě). Je to způsobeno použitím rozdílného typu kontaktu. V numerickém modelu pro kvazistatické zatěžování byl nastaven kontakt AUTOMATIC_SINGLE_SURFACE_MORTAR, který je vhodný pro úlohy,

řešené implicitním algoritmem. Pro potřeby simulace rázové zkoušky je použit pro strukturu pouze kontakt AUTOMATIC_SINGLE_SURFACE, který je zodpovědný za menší kontaktní vzdálenost mezi stěnami. V explicitním algoritmu je sice také možné použít kontakt typu MORTAR, ten ale pro dynamické úlohy znamená výrazné zvýšení doby výpočtu. Konvenční struktura vykazuje podobné tvary deformace jako v případě předchozí úlohy (kapitola 6.2) s výjimkou zmíněných kontaktních ploch.

a) Struktura AUX-2D		b) Struktura KONV-2D	
Experiment	Numerická simulace	Experiment	Numerická simulace
- Nebyl do odevzdání práce uskutečněn. Výsledky budou doplněny v prezentaci k SZZ.		- Nebyl do odevzdání práce uskutečněn. Výsledky budou doplněny v prezentaci k SZZ.	
			
			
			
			
			

Obrázek 104: Průběh deformace při dynamické tlakové zkoušce pro strukturu typu a) auxetická Re-entrant, b) konvenční Honeycomb.

Závislost $F - u$ ukazuje typický tvar, který je již známý z kapitoly 5 o simulacích rázové zkoušky, tedy vykazuje vyšší špičky sil, než tomu bylo u pomalého zatěžování (Obrázek 105). Ustálené hodnoty sil se v oblasti plateau vyznačují opačným charakterem, než je tomu v případě kvazistatické zkoušky. Tam se totiž síla u auxetické struktury ustálila na vyšší hodnotě oproti konvenční struktuře. To je nejspíše způsobeno různým charakterem deformace auxetické struktury.



Obrázek 105: Závislost reakční síly F na posuvu impaktoru u , získaná z výsledků experimentu a numerických simulací rázové zkoušky na pádovém zařízení.

Klíčové parametry jsou pak vyznačeny v tabulce (Tabulka 33). Tyto veličiny nevykazují výrazné rozdíly mezi auxetickou a konvenční strukturou. Struktura by musela mít větší rozměry nebo více buněk, aby byly rozdíly patrnější (tak, jak je ukázáno v analýzách v kapitole 5).

Tabulka 33: Výstupní parametry z experimentu a z numerické simulace kvazi-statické tlakové zkoušky.

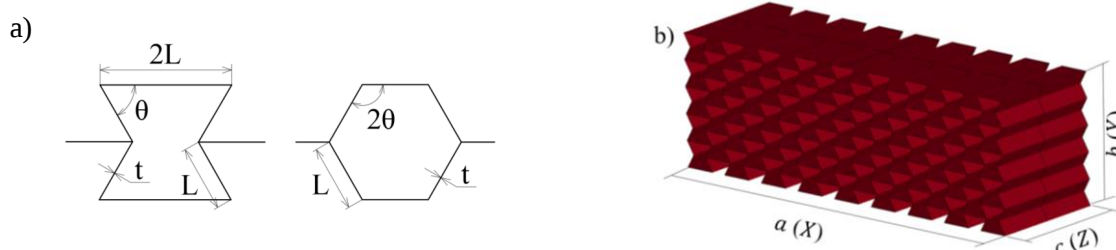
AUX-2D				KONV-2D			
Typ úlohy	F_{max} [kN]	F_m [kN]	u_{max} [mm]	Typ úlohy	F_{max} [kN]	F_m [kN]	u_{max} [mm]
Experiment	- Bude doplněno v prezentaci k SZZ. -			Experiment	- Bude doplněno v prezentaci k SZZ. -		
Num. simulace	8,69	4,65	10,02	Num. simulace	8,49	4,69	9,80

7 Shrnutí výsledků ze simulací rázových zkoušek a diskuse nad aplikačním potenciálem auxetických struktur

7.1 Shrnutí výsledků ze simulací rázových zkoušek

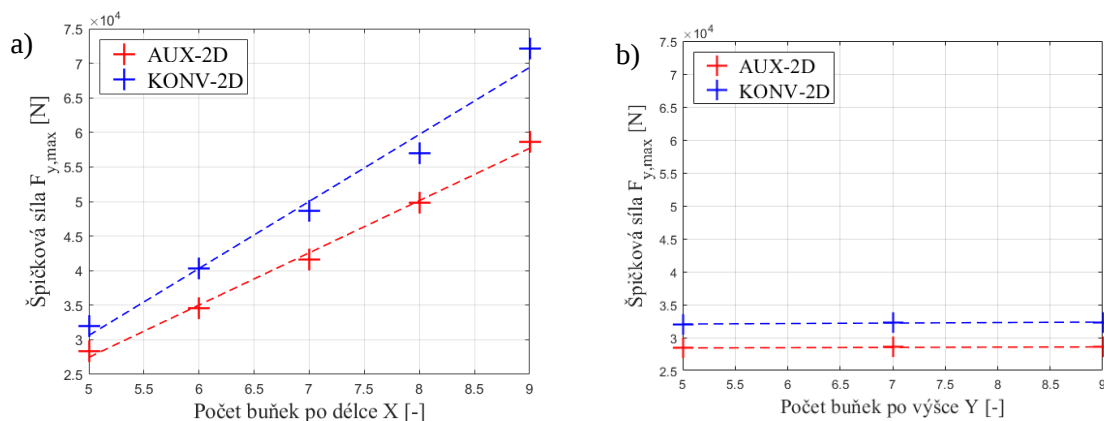
Kapitola 5 o simulacích rázových zkoušek obsahuje velké množství výsledků z provedených analýz. Účelem této kapitoly je shrnutí těchto výsledků a vytvoření ucelenějšího přehledu, který získaná řešení vzájemně porovnává.

V první části byla pozornost věnována simulacím rázových zkoušek s použitím plochého tělesa jako impaktoru o určité dopadové rychlosti a hmotnosti (5.1). Pokud nebude brána v potaz citlivostní analýza vlivu velikosti prvku (5.1.1), která měla za cíl najít ideální konečnoprvkovou síť k diskretizaci modelu, pak počet provedených analýz na vliv určitého geometrického parametru byl v případě 2D extrudovaných struktur (AUX-2D, KONV-2D) roven 6 (5.1.2 – 5.1.7), a v případě 3D mikroprutových struktur (AUX-3D, KONV-3D) byl roven 2 (5.1.8 – 5.1.9). Poslední analýza tohoto segmentu sledovala vliv počáteční dopadové rychlosti impaktoru na výsledné řešení (5.1.10).

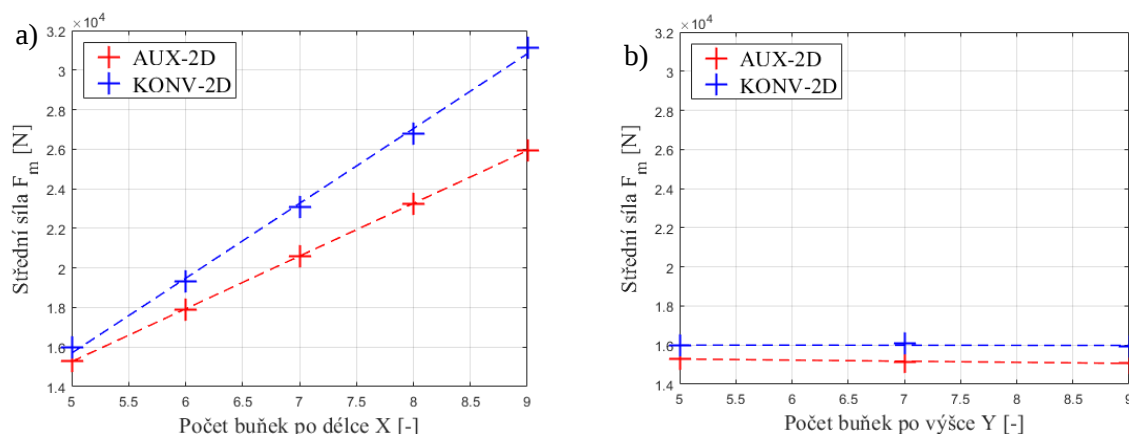


Obrázek 106: Geometrické parametry a) jedné buňky (auxetické i konvenční), b) celé struktury

U prvních dvou analýz byly variabilní **celkové rozměry struktur** ***a*** (5.1.2), ***b*** (5.1.3) a byla obměňována hmotnost impaktoru tak, aby byl ve všech případech zachován stejný poměr hmotnosti impaktoru vůči hmotnosti struktury. Byly sledovány změny zrychlení (zpomalení) impaktoru v závislosti na těchto geometrických parametrech (Obrázek 58, Obrázek 63). Klíčové parametry byly prezentovány ve formě špičkové síly a střední nárazové síly. Analýza ukázala lineární růst silových veličin v závislosti na rostoucím délkovém rozměru daného počtem buněk *X* (ostatní rozměry byly zachovány). Naopak s rostoucí výškou danou počtem buněk *Y* nedocházelo ke změně těchto veličin (Obrázek 107, Obrázek 108). Auxetická 2D struktura se v případě těchto analýz jeví jako lepší absorbér nárazu, přičemž rozdíly mezi auxetickou a konvenční strukturou se s rostoucím počtem buněk po délce *X* zvyšují (Tabulka 34).



Obrázek 107: Závislost špičkové reakční síly F_{max} na a) délce struktury *X*, b) výšce struktury *Y*.



Obrázek 108: Závislost střední nárazové síly F_m na a) délce struktury X , b) výšce struktury Y .

Tabulka 34: Procentuální odchylka výstupních silových parametrů struktury KONV-2D od struktury AUX-2D, v závislosti na počtu buněk po délce X .

X $[-]$	5	6	7	8	9
$\left \frac{F_{max}^{AUX} - F_{max}^{KONV}}{F_{max}^{AUX}} \right \cdot 100\% [\%]$	11,3	14,3	14,5	12,6	18,8
$\left \frac{F_m^{AUX} - F_m^{KONV}}{F_m^{AUX}} \right \cdot 100\% [\%]$	4,3	8,0	12,2	15,1	20,1

V další analýze byl zkoumán **vliv tloušťky stěny t** 2D struktur na výsledné řešení (5.1.4). Z hlediska deformace roste maximální posuv nelineárně s klesající tloušťkou stěny (Obrázek 68c). Zde lze nalézt analogii s teorií tenkostěnných těles, kde ohybová tuhost závisí na třetí mocnině tloušťky stěny. Analogicky lze tento charakter očekávat i u mikroprutových struktur. Špičková i střední síla roste lineárně se zvětšující se tloušťkou stěny (Obrázek 68a, b). Lineární růst střední síly je dán nízkou deformací struktur s vyšším parametrem t . Při větší deformaci by se síla v oblasti plateau ustálila na určité hodnotě, střední síla by vzrostla a výsledkem by byl nelineární nárůst střední síly v závislosti na tloušťce t (podobně jako u maximálního posuvu). Auxetická struktura se opět jeví jako lepší absorbér nárazu, odchylky silových parametrů mezi AUX-2D a KONV-2D jsou ve všech případech podobné. Odchylky maximálního posuvu mezi auxetickou a konvenční strukturou narůstají s klesající tloušťkou t (Tabulka 35).

Tabulka 35: Procentuální odchylka maximálního posuvu struktury KONV-2D od struktury AUX-2D, v závislosti na tloušťce stěny t .

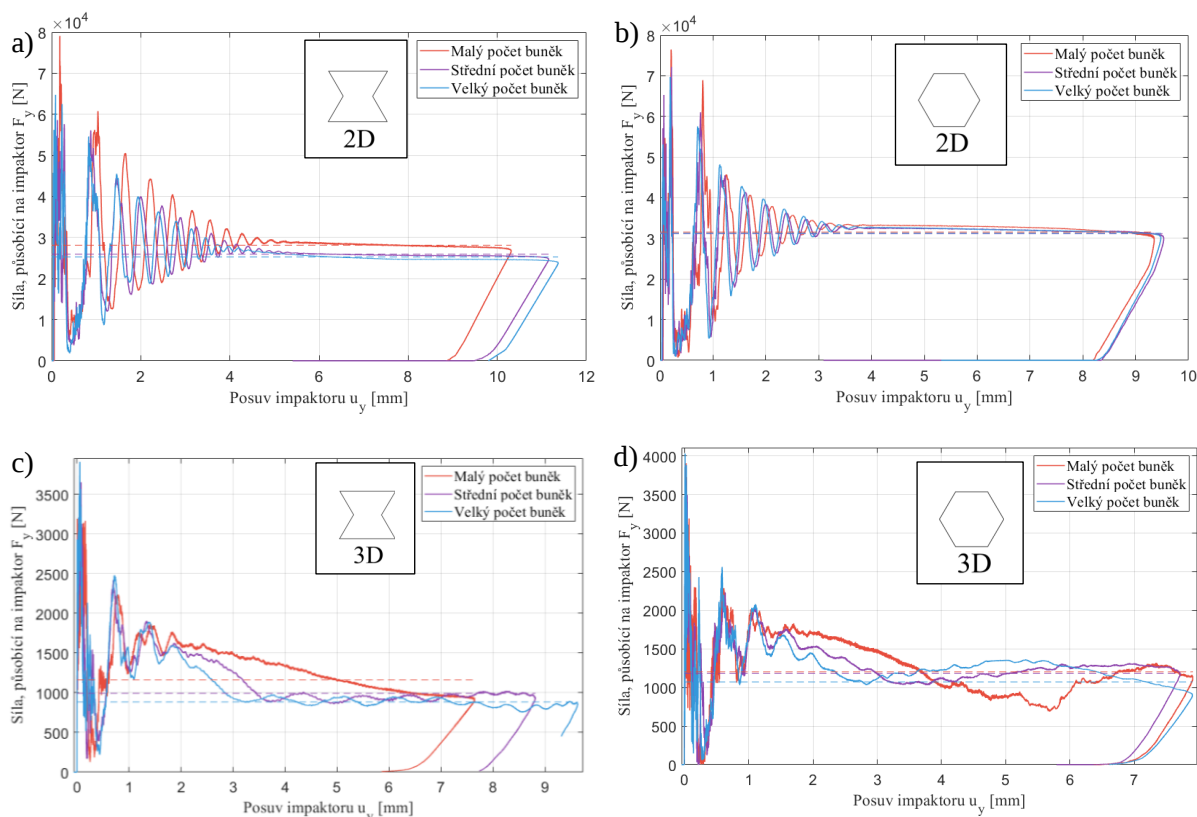
t [mm]	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$\left \frac{u_{max}^{AUX} - u_{max}^{KONV}}{u_{max}^{AUX}} \right \cdot 100\% [\%]$	18,3	11,2	7,3	5,1	3,8

Konvenční 2D voštinová struktura má díky své geometrii třičtvrtinovou hmotnost oproti 2D auxetické struktuře. Proto byla provedena analýza, ve které byla navržena struktura AUX-2D tak, aby měla **stejnou hmotnost** jako KONV-2D (5.1.5), a to za předpokladu zachování stejných rozměrů a stejného poměru tloušťky vůči délce stěny t/L , čímž byl eliminován vliv tloušťky stěny na řešení úlohy. Výsledky odhalili, že snížením hmotnosti auxetické struktury se její schopnost efektivně absorbovat energii nárazu zlepšila (Obrázek 70). Procentuální odchylky klíčových veličin auxetické struktury od konvenční struktury jsou zobrazeny v tabulce (Tabulka 36).

Tabulka 36: Procentuální odchylka maximálního posuvu a výstupních silových parametrů struktury KONV-2D od struktury AUX-2D, v závislosti na typu auxetické struktury.

Typ struktury	AUX-2D se stejnou hmotností jako KONV-2D	AUX-2D s vyšší hmotností jako KONV-2D
$\left \frac{F_{max}^{AUX} - F_{max}^{KONV}}{F_{max}^{AUX}} \right \cdot 100\% [\%]$	27,6	23,2
$\left \frac{F_m^{AUX} - F_m^{KONV}}{F_m^{AUX}} \right \cdot 100\% [\%]$	28,1	14,3
$\left \frac{u_{max}^{AUX} - u_{max}^{KONV}}{u_{max}^{AUX}} \right \cdot 100\% [\%]$	22,7	14,5

Další provedená analýza byla věnována výzkumu vlivu **počtu buněk X, Y**, případně **Z** ve struktuře. Byla zachována stejná hmotnost, rozměry a poměr t/L . Modelovány byly případy s 2D strukturami (5.1.6) i 3D strukturami (5.1.8). U obou typů struktur byla dopadová rychlost impaktoru stejná, u 3D struktur byla jeho hmotnost snížena na takovou úroveň, aby nedošlo ke stlačení struktury více jak 25% jeho výšky. Extrudované a mikroprutové struktury toho mají v rámci této analýzy spoustu společného. Zvyšující počet buněk v auxetických strukturách pozitivně ovlivňuje absorpci energie nárazu, alespoň z pohledu střední nárazové síly a maximálního posuvu (Obrázek 73b, c, Obrázek 80b, c). U maximální síly se žádný výrazný trend neobjevuje, a tak nutně neplatí, že struktura s nejvyšším počtem buněk má i nejmenší špičkovou sílu (Obrázek 73a, Obrázek 80a). Konvenční 2D i 3D struktury mají společný malý vliv počtu buněk na výslednou závislost reakční síly na posuvu impaktoru. 2D struktury jsou oproti 3D strukturám výrazně tužší, proto je i silová odezva na náraz řádově u nich větší. Je nutné si také uvědomit, že s rostoucím počtem buněk ve struktuře roste i náročnost na výrobu, případně se zvyšuje výpočetní doba při numerickém simulování dynamického zatěžování.

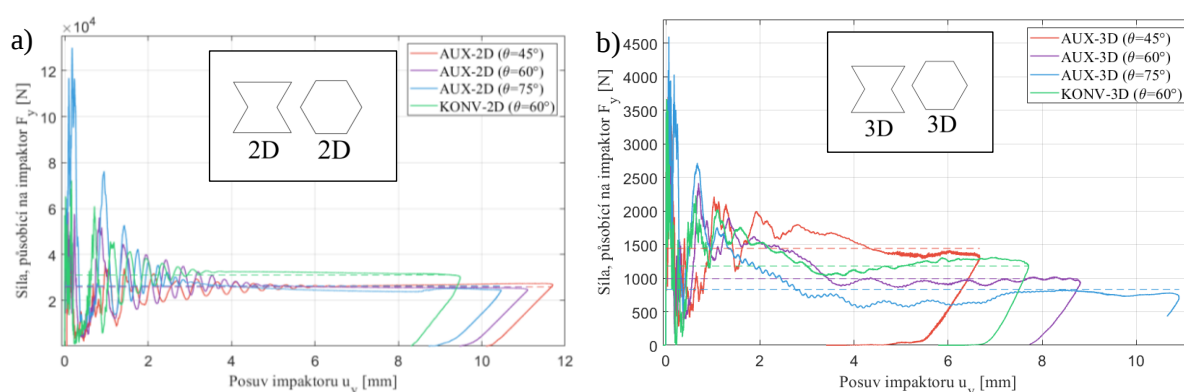


Obrázek 109: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu počtu buněk ve struktuře – a) AUX-2D, b) KONV-2D, c) AUX-3D, d) KONV-3D.

Poslední analýza vlivu určitého geometrického parametru za použití plochého impaktoru, se týkala velikosti **vnitřního úhlu buňky θ** . Analyzovány opět byly 2D i 3D struktury. Jestli se dalo tvrdit u analýzy vlivu počtu buněk, že 2D a 3D mají stejný charakter výsledků, tak zde je tomu v mnoha ohledech přesně naopak. U extrudované stěnové 2D auxetické struktury se všechny klíčové veličiny zlepšují s klesajícím parametrem θ (Obrázek 76). U mikroprutových struktur se kromě vysoké špičkové síly jeví jako nejlepší struktura s nejvyšším θ (Obrázek 83). Struktury jsou vzájemně navrženy tak, aby měly rozměry a počty buněk skoro stejné, což však ve finále znamená, že s klesajícím parametrem θ roste i hmotnost struktury. Tato analýza se dala provést s různými počátečními podmínkami. Například nemusela být dodržena podmínka, že počet buněk X, Y, Z ve struktuře musí být stejný, tím pádem by pro danou úlohu platilo:

$$Y(\theta = 75^\circ) < Y(\theta = 60^\circ) < Y(\theta = 45^\circ), \quad (67)$$

a výsledné závislosti mohly vypadat odlišně. Struktury s různými úhly mohly být také navrženy tak, aby měly stejnou hmotnost. Zde je tedy ještě prostor pro další výzkum.



Obrázek 110: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu velikosti vnitřního úhlu buňky θ pro a) 2D struktury, b) 3D struktury.

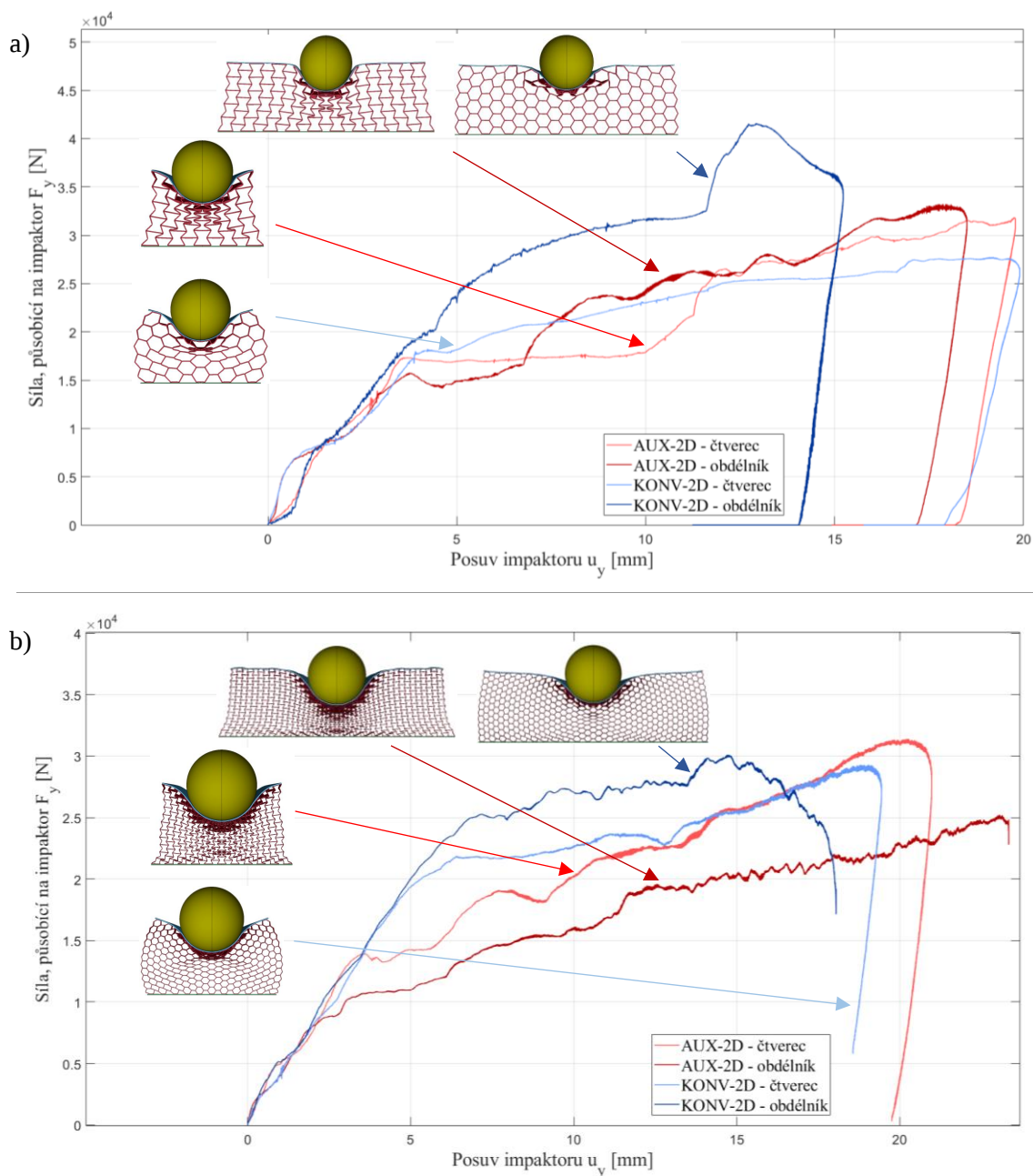
Poslední analýza v této části se věnovala vlivu **počáteční nárazové rychlosti v_0** plochého impaktoru na výslednou deformaci a silovou závislost. Tuto oblast již zkoumalo několik autorů, výsledky tedy nebyly příliš překvapivé. Platí, že s rostoucí nárazovou rychlostí dochází k větší fluktuaci reakční síly, působící na impaktor (Obrázek 86). To má za následek vyšší špičky sil a vyšší střední nárazovou sílu (Obrázek 89). Tato fluktuace je díky konstrukci a vyšší hmotnosti výraznější u struktury auxetické, u které při vyšších rychlostech nedojde k utlumení silové závislosti v oblasti plateau (Obrázek 86a). To má poté za následek vyšší střední nárazovou sílu oproti struktuře KONV-2D, u které k ustálení na konstantní hodnotě došlo i v případě vysoké nárazové rychlosti (Obrázek 86b). Pokud by však struktury byly navrženy s větším výškovým rozměrem b , pak by bylo pravděpodobné, že by k ustálení síly došlo i v případě struktury AUX-2D a střední síla by byla i v případě vyšších rychlostech dopadu nižší právě u auxetické struktury. Tato oblast je tedy otevřená dalšímu zkoumání.

Ve druhé části byla pozornost věnována simulacím rázových zkoušek s použitím kulového tělesa jako impaktoru o určité dopadové rychlosti a hmotnosti (5.2). V tomto segmentu byl počet provedených analýz skromnější, kapitola obsahuje 2 analýzy s 2D strukturami a 1 analýzu s mikroprutovou 3D strukturou.

Předmětem zájmu bylo v první analýze zkoumání vlivu **počtu buněk** na výsledné reakční síly, působící na kulový impaktor. Opět byla zachována stejná hmotnost struktur, rozměr a poměr t/L . Struktura byla navržena ve tvaru kvádrů se **čtvercovými podstavami**. Konkrétní výsledky si lze prohlédnout v kapitole 5.2.1. Tato analýza neukázala žádnou výraznou zlepšující se schopnost absorbovat energii nárazu impaktoru v závislosti na počtu buněk ve struktuře (nejnižší špičku síly vykazovala auxetická i konvenční struktura se středním počtem

buněk - Obrázek 92). Hlavní poznatek z provedené analýzy spočívá v rozdílech mezi strukturami AUX-2D a KONV-2D. Zde se totiž poprvé konvenční struktura jevila jako účinnější absorbér nárazu (vyšší maximální posuv a nižší špičková i střední síla). Proto byla položena otázka, zda bude tato struktura efektivněji tlumit náraz kulového impaktoru, i když dopadne na rozměrově delší strukturu a zatížení bude lokalizováno do jednoho místa.

Na tuto otázku bylo zodpovězeno v analýze v kapitole 5.2.2. Zde byl studován vliv **vnitřního úhlu buňky θ** u dlouhých struktur s **obdélníkovými podstavami**. Bylo ukázáno, že nejlepší absorpční schopnost má auxetická struktura s úhlem $\theta = 45^\circ$. Pokud bude pozornost zaměřena na auxetickou a konvenční strukturu s $\theta = 60^\circ$, lze si z výsledků povšimnout, že struktura AUX-2D má tentokrát nižší silové charakteristiky a vyšší maximální posuv oproti struktuře KONV-2D (Obrázek 94). Tento fakt byl sledován na struktuře s délkou hrany stěn $L = 5$ mm. Proto pro ověření v rámci této kapitoly byla zatížena struktura, s hustším zaplněním buňkami ($L = 2,19$ mm). I zde se jeví auxetická struktura jako lepší tlumič nárazu.



Obrázek 111: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu počtu buněk ve struktuře – a) malý počet buněk, b) velký počet buněk.

Na obrázku je porovnávána silová závislost pro struktury AUX-2D a KONV-2D s vnitřním úhlem buňky $\theta = 60^\circ$ a se čtvercovými i obdélníkovými podstavami (Obrázek 111). V tabulce jsou potom ukázány procentuální odchylky výstupních veličin dlouhých konstrukcí od těch krátkých se čtvercovou podstavou (Tabulka 37). Na těchto datech lze dobře ilustrovat důvod, proč v případě dlouhé struktury má auxetická struktura lepší absorpční schopnost. V případě malého počtu buněk ve struktuře jsou rozdíly mezi dlouhou a krátkou auxetickou strukturou malé, kdežto procentuální odchylky dlouhé struktury KONV-2D od její krátké varianty již zanedbatelné nejsou a konvenční struktura při větší délce zhoršuje schopnost efektivně tlumit nárazy. V případě velkého počtu buněk je pozorovatelný přesně opačný charakter, kdy naopak auxetická struktura s větší délkou výrazně zlepšuje své absorpční schopnosti a konvenční si zachovává přibližně stejnou schopnost tlumit nárazy.

Analýza zatížení mikroprutových struktur kulovým impaktorem ukázala, že i zde se auxetická struktura jevila jako lepší absorbér nárazu (Obrázek 96).

Tabulka 37: Procentuální odchylka maximálního posuvu a výstupních silových parametrů dlouhé struktury s obdélníkovou podstavou od krátké struktury se čtvercovou podstavou, v závislosti na typu struktury a počtu buněk ve struktuře.

Typ struktury	AUX-2D – malý počet buněk	KONV-2D – malý počet buněk	AUX-2D – velký počet buněk	KONV-2D – velký počet buněk
$\left \frac{F_{\max}^{\text{ČTVEREC}} - F_{\max}^{\text{OBDELNÍK}}}{F_{\max}^{\text{ČTVEREC}}} \right \cdot 100\% [\%]$	4,3	50,0	19,7	2,7
$\left \frac{F_m^{\text{ČTVEREC}} - F_m^{\text{OBDELNÍK}}}{F_m^{\text{ČTVEREC}}} \right \cdot 100\% [\%]$	3,5	28,8	22,5	0,3
$\left \frac{u_{\max}^{\text{ČTVEREC}} - u_{\max}^{\text{OBDELNÍK}}}{u_{\max}^{\text{ČTVEREC}}} \right \cdot 100\% [\%]$	6,5	23,5	11,2	7,2

7.2 Diskuse nad aplikačním potenciálem auxetických struktur

Předchozí kapitola shrnula všechny dosažené výsledky z této práce. Lepší schopnost auxetické struktury absorbovat kinetickou energii impaktoru při nárazu oproti konvenční voštinové struktuře, je nepopíratelná. I přesto by bylo žádoucí provést dodatečné analýzy a podrobněji prozkoumat například rozdíly mezi strukturami v případě zatížení plochým i kulovým impaktorem při středních a vysokých nárazových rychlostech.

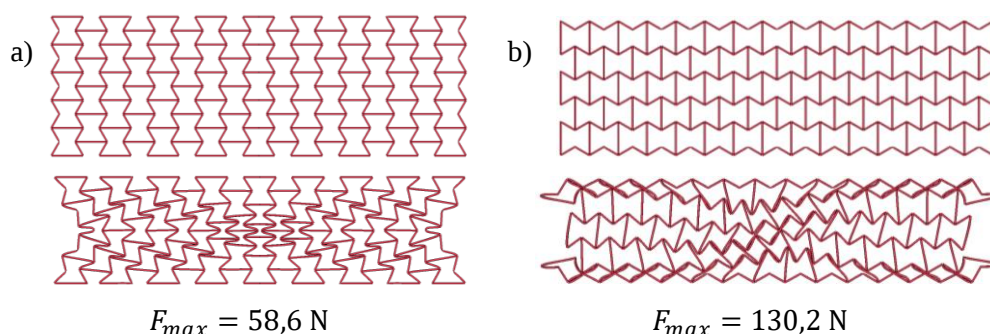
Rázové zkoušky s kulovým impaktorem tvoří oblast, které byla v této práci věnována menší pozornost, na rozdíl od rázových zkoušek plochým impaktorem. Zde je tedy také prostor pro další studium, ať už z hlediska numerických simulací nebo experimentů.

Kapitolou, které by měla být věnována nejlépe celá další práce, je výroba auxetických extrudovaných (stěnových) či mikroprutových struktur. Konkrétně zde použitá metoda aditivní výroby SLM má řadu procesních parametrů, které mají značný vliv na výsledné mechanické vlastnosti výrobku. Následkem toho je obtížné vytvořit přesný výpočtový model pro simulaci příslušných zkoušek, který by byl shodný s reálnou auxetickou strukturou.

Dalším zásadním aspektem výpočtového modelování je volba správného modelu materiálu. Pro dynamické zkoušky je potřeba nastavit takový konstitutivní model, který by bral v potaz vliv rychlosti deformace na výsledné deformačně-napěťové charakteristiky. K tomu je potřeba provést nejen klasickou tahovou zkoušku, ale i různé tlakové zkoušky při různých rychlostech zatěžování, což může být v praxi velmi pracné a komplikované. U prutových struktur často při dynamickém zatížení dochází k porušení materiálu, což je další věc, se kterou je v rámci navrhování modelu materiálu nutné počítat.

Důležitou součástí této práce bylo numerické modelování a následné řešení nestacionární úlohy explicitním algoritmem v SW-LS DYNA. Tento komerční software nabízí velké množství různých nastavení, je ale nutné si pořádně nastudovat problematiku kontaktních úloh a dalších věcí, související s nelineární mechanikou.

Práce se věnovala auxetické struktuře typu Re-entrant, která je díky své konstrukci anizotropním materiálem. Má tedy v různých směrech různé absorpční vlastnosti. Byl tedy dodatečně otestován vliv směru zatížení na výsledné reakční síly, působící na impaktor. Bylo dokázáno, že směr zatížení, použitý v této práci, je z hlediska absorpce energie nejvýhodnější (vykazuje nejmenší špičkovou sílu – Obrázek 112), což dokazuje i analýza v článku, věnující se návrhu konstrukce pro tlumení nárazu [15]. Proto je tento směr doporučen i pro další výzkum.



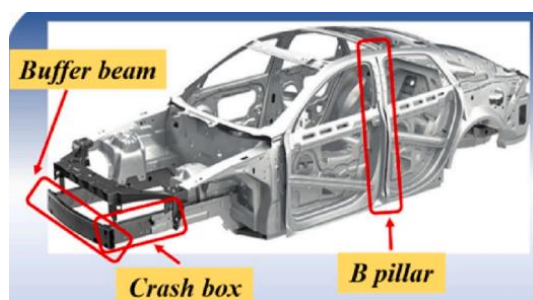
Obrázek 112: Deformace auxetické 2D struktury při zatížení plochým impaktorem v a) podélném směru – použitý v práci, b) příčném směru.

Existuje množství dalších druhů auxetických struktur, které by díky své geometrické konfiguraci mohly dosahovat lepší schopnosti tlumení nárazů. Tato variabilita auxetických materiálů pak představuje další motivaci pro budoucí zkoumání.

Nesporná výhoda auxetických struktur spočívá právě v její deformaci při tlakovém namáhání. V praxi se může stát, že struktura, která bude zatěžována v podélném směru, bude z různých důvodů omezena v posuvu ve směru příčném (bude zde například tuhá stěna). Konvenční struktury by se kvůli tomuto omezení nemohly v příčném směru deformovat a na impaktor by působily vyšší reakční síly. V případě auxetických struktur by k žádnému meznímu stavu deformace v příčném směru nedošlo, jelikož by se materiál při tlakovém namáhání koncentroval směrem ke středu struktury.

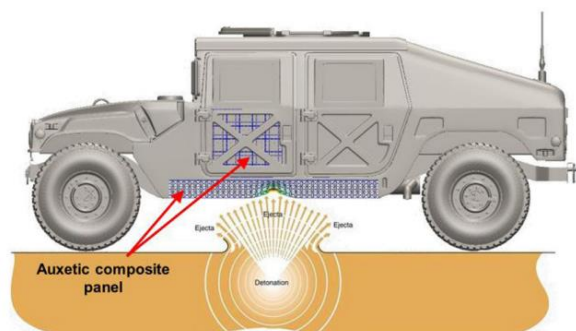
Nelze přesně specifikovat, která kombinace geometrických parametrů auxetické struktury je pro absorpci energie nárazu nejvýhodnější. Záleží vždy na požadovaných rozměrech, hmotnosti a také na očekávaných podmínkách zatížení. Struktura by ale vždy měla být navržena tak, aby nedošlo při jejím zatížení k denzifikaci (dosednutí stěn na sebe), což by mělo za následek prudký nárůst reakčních sil, působících na narážející objekt.

Díky nízké hmotnosti a efektivní schopnosti absorbovat energii nárazu lze auxetické materiály prakticky využít v mnoha inženýrských oblastech. Přímou aplikací jsou tyto speciální struktury v automobilovém průmyslu. Automobil obsahuje konstrukční prvky, jako je nárazník, crash box nebo třeba B-sloupek, ve kterých by jako výplňový materiál figurovaly auxetické struktury (Obrázek 113) [41]. Tato vylepšení by zaručila minimalizaci případného poškození vozidla nebo zranění sraženého chodce.



Obrázek 113: Hlavní konstrukční prvky automobilu pro absorpci energie nárazu [41].

Některé práce se zabývaly odezvou auxetických materiálů na tlakovou vlnu, vyvolanou výbuchem [15, 16]. Auxetická struktura z hliníkové slitiny sloužila v jedné studii jako výplň pro kompozitní panel. Při numerickém simulování působila nárazová vlna na přední část kompozitního panelu, přičemž byly sledovány reakční síly na straně zadní. V případě auxetické výplně byly tyto síly nižší než u výplně konvenční. Praktické uplatnění kompozitních panelů s auxetickou výplní by mohly najít uplatnění v oblasti vojenské techniky, například u obrněných armádních vozidel, kde by docházelo k absorpci energie tlakové vlny od výbuchu pozemní miny (Obrázek 114).

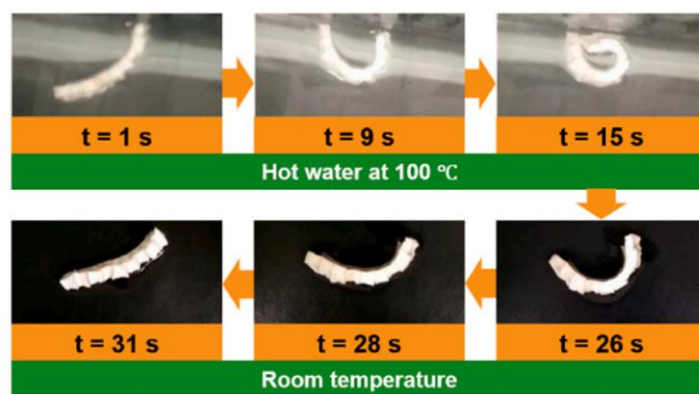


Obrázek 114: Aplikace kompozitního panelu s auxetickou výplní pro zlepšení odolnosti proti výbuchu v obrněném armádním vozidle [16].

Kompozitní panely se již hojně využívají v leteckém průmyslu, kde tvoří významnou část celé konstrukce letadel. Zde lze tedy také vidět potenciál auxetických struktur do budoucích let.

Kromě dopravních prostředků můžou auxetické materiály nalézt uplatnění i v oblasti sportovního vybavení. Jedná se například o matrace, podložky, rukavice, helmy, obuv apod. Tyto ochranné pomůcky pak budou obsahovat spíše lehčí materiály, jako například auxetické polymerní pěny a jiné [69].

Jednou ze zajímavých vlastností auxetických materiálů je jejich tvarová paměť, tedy změna tvaru do původní podoby v závislosti na teplotě (Obrázek 115) [69]. Tato vlastnost je v posledních letech ve středu zájmu řady vědců. V jedné práci se například autor zabýval návrhem, výrobou a testováním vysouvatelné antény pro vesmírné mise, vyrobené z auxetické slitiny s tvarovou pamětí [18].



Obrázek 115: Ukázka tvarové paměti auxetické polyethylenové pěny [69].

8 Závěr

Práce se zabývala auxetickými materiály z hlediska tlumení nárazů. Díky zápornému Poissonovu poměru vynikají schopností efektivně a šetrně absorbovat kinetickou energii při nárazu. Tato jejich vlastnost zde byla předmětem podrobnějšího zkoumání.

V rámci této práce byl vytvořen výpočtový model auxetických struktur dvou variant, a to extrudovaná stěnová struktura typu Re-entrant (2D) a mikroprutová struktura také typu Re-entrant (3D). Dále byly vytvořeny výpočtové modely konvenčních (neauxetických) extrudovaných i mikroprutových struktur, typu voštinová (pravidelný šestiúhelník).

Výpočtový model je založený na metodě konečných prvků a slouží k numerické simulaci rázové zkoušky, což je dynamický děj, při němž tuhé těleso (impaktor) o určité počáteční kinetické energii naráží do vzorku (auxetická nebo konvenční struktura), který se při tomto ději deformuje. Prostřednictvím plastické deformace vzorku se kinetická energie přeměňuje na teplo. Pro simulaci tohoto rychlého děje byl použit explicitní řešič v komerčním softwaru LS-DYNA.

Princip provedených analýz byl vždy velmi podobný. Impaktor měl určitou hmotnost a počáteční rychlost dopadu, přičemž v rámci dané analýzy byly tyto parametry stejné. Díky tomu bylo zajištěno, že struktury absorbují stejné množství nárazové energie. Pozornost pak byla soustředěna především na výsledné reakční síly, působící na impaktor a na deformaci struktury. Cílem dobře navrženého tlumiče nárazu je absorbování kinetické energie nárazu za nízkých špiček reakčních sil a nízké střední nárazové síly, působící na impaktor. Tyto výstupní veličiny jsou kritické pro bezpečnost narážejícího objektu, jelikož je žádoucí, aby na toto těleso působily co nejmenší síly, resp. aby měl objekt nízké zrychlení při kolizi.

Byly provedeny analýzy na vliv několika geometrických parametrů struktury. Jednalo se o vliv celkových rozměrů struktury, tloušťky stěny, počtu buněk struktury a vnitřního úhlu buňky struktury. Dále byl zkoumán vliv hmotnosti struktury a počáteční dopadové rychlosti impaktoru na výslednou odezvu struktury. Pro výpočtový model byl použit viskoplastický materiálový model oceli 316L, který zahrnuje vliv rychlosti deformace. Pro jednu analýzu byl otestován i elastoplastický model materiálu, zanedbávající tento vliv. Struktury byly zatěžovány dvěma typy impaktorů, plochým a kulovým.

Výsledky ukázaly, že ve většině případů má auxetická struktura oproti konvenční struktuře opravdu lepší schopnost tlumit nárazy. Výjimku tvořilo řešení ze simulací rázových zkoušek plochým impaktorem o středních a vysokých rychlostech dopadu, protože menší střední nárazová síla byla pozorovatelná u konvenční struktury. Práce se primárně zabývala dynamickými ději při nízkých nárazových rychlostech. Oblast vyšších rychlostí by si zasloužila v budoucnu rozsáhlejší studii.

Dalším případem, kde konvenční struktura působila na impaktor nižšími reakčními silami, byla simulace rázových zkoušek s kulovým impaktorem. Šlo pouze o případ, kdy struktura měla malý rozměr a měla čtvercovou podstavu. Při robustnější konstrukci absorberu již auxetické struktury tlumily náraz kulovou plochou efektivněji.

Součástí práce bylo i experimentální ověření numerických simulací. Auxetická a konvenční 2D extrudovaná struktura byla vyrobena z nerezové oceli 316L metodou SLM. Metody aditivní výroby mají množství procesních parametrů, ovlivňující výsledné mechanické vlastnosti vzorku. Vytvořit výpočtový model, predikující s velkou přesností výsledky z experimentů je komplexní problém, kterému je potřeba věnovat rozsáhlejší studii. V této práci byla provedena kvazistatická tlaková zkouška, jejíž výsledky se kvůli zmíněným procesním parametrům, kvalitě vyrobených vzorků, či nepřesnému modelu materiálu znatelně lišily od výsledků numerických simulací. Charakter deformace a silové odezvy u obou struktur byl ale mezi

experimentem a numerickou simulací podobný (auxetická struktura je tužší a síla se ustálí se na vyšších hodnotách v oblasti plastické deformace).

Díky nízké hmotnosti a dobré schopnosti tlumení nárazů má auxetická struktura slibný aplikační potenciál do dalších let. Články a další studie, věnující se těmto speciálním strukturám, každým rokem přibývají a v budoucnu by již mohly být prakticky aplikovatelné například v automobilovém, leteckém nebo třeba vojenském průmyslu.

Bibliografie

- [1] M. Shokri Rad, H. Hatami, R. Alipouri, A. Farokhi Nejad and F. Omidinasab, "Determination of energy absorption in different cellular auxetic structures," *Mechanics & Industry*, vol. vol. 20, no. issue 3, p. 12, 2019.
- [2] M. Ulbin, M. Borovinšek, M. Vesenjak and S. Glodež, "Computational Fatigue Analysis of Auxetic Cellular Structures Made of SLM AlSi10Mg Alloy," *Metals*, vol. vol. 10, no. issue 7, 2020.
- [3] S. Mohsenizadeh, R. Alipour, M. Shokri Rad, A. Farokhi Nejad and Z. Ahmad, "Crashworthiness assessment of auxetic foam-filled tube under quasi-static axial loading," *Materials & Design*, vol. vol. 88, pp. 258-268, 2015.
- [4] M. Najafi, H. Ahmadi and G. Liaghat, "Experimental investigation on energy absorption of auxetic structures," *Materials Today: Proceedings*, vol. vol. 34, pp. 350-355, 2021.
- [5] K. L. Alderson and V. L. Coenen, "The low velocity impact response of auxetic carbon fibre laminates," *physica status solidi (b)*, vol. vol. 245, no. issue 3, pp. 489-496, 2008.
- [6] Q. Gao, W.-H. Liao and L. Wang, "On the low-velocity impact responses of auxetic double arrowed honeycomb," *Aerospace Science and Technology*, vol. vol. 98, 2020.
- [7] A. Mauko, T. Fila, J. Falta, P. Koudelka, V. Rada, M. Neuhäuserová, P. Zlámál, M. Vesenjak, O. Jiroušek and Z. Ren, "Dynamic Deformation Behaviour of Chiral Auxetic Lattices at Low and High Strain-Rates," *Metals*, vol. vol. 11, no. issue 1, 2021.
- [8] N. Novak, K. Hokamoto, M. Vesenjak and Z. Ren, "Mechanical behaviour of auxetic cellular structures built from inverted tetrapods at high strain rates," *International Journal of Impact Engineering*, vol. vol. 122, pp. 83-90, 2018.
- [9] T. Fila, P. Zlámál, O. Jiroušek, J. Falta, P. Koudelka, D. Kytýř, T. Doktor and J. Valach, "Impact Testing of Polymer-filled Auxetics Using Split Hopkinson Pressure Bar," *Advanced Engineering Materials*, vol. vol. 19, no. issue 10, 2017.
- [10] Y. Xue, W. Wang and F. Han, "Enhanced compressive mechanical properties of aluminum based auxetic lattice structures filled with polymers," *Composites Part B: Engineering*, vol. vol. 171, pp. 183-191, 2019.
- [11] R. Hasan, R. A. Mines, E. Shen, S. Tsopanos, W. J. Cantwell, W. Brooks and C. Sutcliffe, "Comparison of the Drop Weight Impact Performance of Sandwich Panels with Aluminium Honeycomb and Titanium Alloy Micro Lattice Cores," *Applied Mechanics and Materials*, Vols. 24-25, pp. 413-418, 2010.
- [12] P. Tan, S. Reid, J. Harrigan, Z. Zou and S. Li, "Dynamic compressive strength properties of aluminium foams. Part I—experimental data and observations," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. vol. 53, no. issue 10, pp. 2174-2205, 2005.
- [13] S. Cui, B. Gong, Q. Ding, Y. Sun, F. Ren, X. Liu, Q. Yan, H. Yang, X. Wang and B. Song, "Mechanical Metamaterials Foams with Tunable Negative Poisson's Ratio for Enhanced Energy Absorption and Damage Resistance," *Materials*, vol. vol. 11, no. issue 10, 2018.

- [14] Z. Zhou, J. Zhou and H. Fan, "Plastic analyses of thin-walled steel honeycombs with re-entrant deformation style," *Materials Science and Engineering: A*, vol. vol. 688, pp. 123-133, 2017.
- [15] H. Al-Rifaie and W. Sumelka, "The Development of a New Shock Absorbing Uniaxial Graded Auxetic Damper (UGAD)," *Materials*, vol. vol. 12, no. issue 16, p. 25, 2019.
- [16] G. Imbalzano, P. Tran, T. D. Ngo and P. V. Lee, "Three-dimensional modelling of auxetic sandwich panels for localised impact resistance," *Journal of Sandwich Structures & Materials*, vol. vol. 19, no. issue 3, pp. 291-316, 2017.
- [17] O. Duncan, T. Shepherd, C. Moroney, L. Foster, P. Venkatraman, K. Winwood, T. Allen and A. Alderson, "Review of Auxetic Materials for Sports Applications: Expanding Options in Comfort and Protection," *Applied Sciences*, vol. vol. 8, no. issue 6, 2018.
- [18] S. Jacobs, C. Coconnier, D. DiMaio, F. Scarpa, M. Toso and J. Martinez, "Deployable auxetic shape memory alloy cellular antenna demonstrator: design, manufacturing and modal testing," *Smart Materials and Structures*, vol. vol. 21, no. issue 7, 2012.
- [19] Q. Liu, "Literature Review: Materials with Negative Poisson's Ratios and Potential Applications to Aerospace and Defence," p. 47.
- [20] J. Petruška, *MKP v inženýrských výpočtech*, Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky, 2011.
- [21] I. Němec, M. Trcala and V. Rek, *Nelineární mechanika*, Brno: Vysoké učení technické v Brně, nakladatelství VUTIUM, 2018.
- [22] J. Horníková, J. Burša and P. Šandera, *Pružnost a pevnost: Interaktivní učební text*, 1. vyd ed., Brno: CERM, 2003.
- [23] T.-C. Lim, *Auxetic Materials and Structures*, 2015 ed., Singapore: Springer Singapore, 2015.
- [24] X.-T. Wang, B. Wang, X.-W. Li and L. Ma, "Mechanical properties of 3D re-entrant auxetic cellular structures," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vols. 131-132, pp. 396-407, 2017.
- [25] M. Rodrigues and M. Luersen, "Crashworthiness optimization of honeycomb structures under out-of-plane impact using radial basis functions," *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik*, vol. vol. 51, no. issue 5, pp. 654-664, 2020.
- [26] X. Li, Q. Wang, Z. Yang and Z. Lu, "Novel auxetic structures with enhanced mechanical properties," *Extreme Mechanics Letters*, vol. vol. 27, pp. 59-65, 2019.
- [27] J. Falta, P. Zlámál and M. Adorna, "INSTRUMENTATION OF SPLIT HOPKINSON PRESSURE BAR FOR TESTING OF CELLULAR METALLIC MATERIALS," *Acta Polytechnica CTU Proceedings*, vol. vol. 18, pp. 10-14, 2018.
- [28] P. Koudelka, O. Jiroušek, T. Fíla and T. Doktor, "Compressive properties of auxetic structures produced with direct 3D printing," *Materiali in tehnologije*, vol. vol. 50, no. issue 3, pp. 311-317, 2016.
- [29] H. Yang and L. Ma, "Impact resistance of additively manufactured 3D double-U auxetic

- structures," *Thin-Walled Structures*, vol. vol. 169, 2021.
- [30] M.-F. Guo, H. Yang, Y.-M. Zhou and L. Ma, "Mechanical properties of 3D hybrid double arrow-head structure with tunable Poisson's ratio," *Aerospace Science and Technology*, vol. vol. 119, 2021.
- [31] "Energy absorption in cellular materials," in *Cellular Solids*, 1997 ed., Cambridge, Cambridge University Press, 2014, pp. 309-344.
- [32] M. Nurul Fazita, H. Abdul Khalil, A. Nor Amira Izzati and S. Rizal, "Effects of strain rate on failure mechanisms and energy absorption in polymer composites," in *Failure Analysis in Biocomposites, Fibre-Reinforced Composites and Hybrid Composites*, 2019 ed., Malaysia, Elsevier, 2019, pp. 51-78.
- [33] "Crashworthiness," in *Wikipedia: the free encyclopedia*, San Francisco (CA), 2001.
- [34] V. Mucino, "CRASH," in *Encyclopedia of Vibration*, Morgantown, WV, USA, Elsevier, 2001, pp. 302-314.
- [35] S. Mohsenizadeh, R. Alipour, M. Shokri Rad, A. Farokhi Nejad and Z. Ahmad, "Crashworthiness assessment of auxetic foam-filled tube under quasi-static axial loading," *Materials & Design*, vol. vol. 88, pp. 258-268, 2015.
- [36] E. Sevkat, B. Liaw, F. Delale and B. B. Raju, "Drop-weight impact of plain-woven hybrid glass-graphite/toughened epoxy composites," *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, vol. vol. 40, no. issue 8, pp. 1090-1110, 2009.
- [37] X. Sun, L. Li, Y. Guo, H. Zhao, S. Zhang, Y. Yu, D. Wu, H. Liu, M. Yu, D. Shi, Z. Liu, M. Zhou, L. Ren and L. Fu, "Influences of organic component on mechanical property of cortical bone with different water content by nanoindentation," *AIP Advances*, vol. vol. 8, no. issue 3, 2018.
- [38] J. Zhang, G. Lu and Z. You, "Large deformation and energy absorption of additively manufactured auxetic materials and structures: A review," *Composites Part B: Engineering*, vol. vol. 201, 2020.
- [39] M. Y. Alisawi, "Effect of Indenter Size on Damage of Carbon Fibre-Reinforced Polymer Composites under Impact Loads," Leicester, UK, 2017.
- [40] D. Xiao, X. Kang, Y. Li, W. Wu, J. Lu, G. Zhao and D. Fang, "Insight into the negative Poisson's ratio effect of metallic auxetic reentrant honeycomb under dynamic compression," *Materials Science and Engineering: A*, vol. vol. 763, 2019.
- [41] H. Jiang, Y. Ren, Q. Jin, G. Zhu, Y. Hu and F. Cheng, "Crashworthiness of novel concentric auxetic reentrant honeycomb with negative Poisson's ratio biologically inspired by coconut palm," *Thin-Walled Structures*, vol. vol. 154, 2020.
- [42] L. Hu, M. Zhou and H. Deng, "Dynamic indentation of auxetic and non-auxetic honeycombs under large deformation," *Composite Structures*, vol. vol. 207, pp. 323-330, 2019.
- [43] H. Yang and L. Ma, "Impact resistance of additively manufactured 3D double-U auxetic structures," *Thin-Walled Structures*, vol. vol. 169, 2021.
- [44] M. K. Effendi and A. Kawano, "A study on the static and impact structural behavior of

- concrete filled steel tubular members under Tsunami flotsam collision," 2017.
- [45] M. Mir, M. N. Ali, J. Sami and U. Ansari, "Review of Mechanics and Applications of Auxetic Structures," *Advances in Materials Science and Engineering*, vol. vol. 2014, pp. 1-17, 2014.
- [46] K. Alderson, A. Pickles, P. Neale and K. Evans, "Auxetic polyethylene: The effect of a negative poisson's ratio on hardness," *Acta Metallurgica et Materialia*, vol. vol. 42, no. issue 7, pp. 2261-2266, 1994.
- [47] K. L. Alderson, R. S. Webber and K. E. Evans, "Novel variations in the microstructure of auxetic ultra-high molecular weight polyethylene. Part 2: Mechanical properties," *Polymer Engineering & Science*, vol. vol. 40, no. issue 8, pp. 1906-1914, 2000.
- [48] LS-DYNA Theory Manual, Livermore, CA, USA: Livermore Software Technology Corporation, 2006.
- [49] LS-DYNA® Keyword User's Manual: Volume 1, 13. ed., Livermore, CA, USA: Livermore Software Technology Corporation, 2013.
- [50] O.-P. Jacquotte, J. T. Oden and E. B. Becker, "Numerical control of the hourglass instability," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. vol. 22, no. issue 1, pp. 219-228, 1986.
- [51] "ANSYS Help," [Online]. Available: <https://ansyshelp.ansys.com/>. [Accessed 2022-05-04].
- [52] W.-Y. Jung and S.-C. Han, "An 8-Node Shell Element for Nonlinear Analysis of Shells Using the Refined Combination of Membrane and Shear Interpolation Functions," *Mathematical Problems in Engineering*, vol. vol. 2013, pp. 1-16, 2013.
- [53] Basic Finite Element Method as Applied to Injury Biomechanics, Elsevier, 2018.
- [54] Z. Li, B. Zhong and Y. Shi, "An effective model for analysis of reinforced concrete members and structures under blast loading," *Advances in Structural Engineering*, vol. vol. 19, no. issue 12, pp. 1815-1831, 2016.
- [55] R. Groarke, C. Danilenkoff, S. Karam, E. McCarthy, B. Michel, A. Mussatto, J. Sloane, A. O' Neill, R. Raghavendra and D. Brabazon, "316L Stainless Steel Powders for Additive Manufacturing: Relationships of Powder Rheology, Size, Size Distribution to Part Properties," *Materials*, vol. vol. 13, no. issue 23, 2020.
- [56] G. S. Langdon and G. K. Schleyer, "Unusual strain rate sensitive behaviour of AISI 316L austenitic stainless steel," *The Journal of Strain Analysis for Engineering Design*, vol. vol. 39, no. issue 1, pp. 71-86, 2004.
- [57] J. Peng, J. Peng, K.-S. Li, J.-F. Pei and C.-Y. Zhou, "Temperature-Dependent SRS Behavior of 316L and Its Constitutive Model," *Acta Metallurgica Sinica (English Letters)*, vol. vol. 31, no. issue 3, pp. 234-244, 2018.
- [58] M. A. Bevan, A. A. H. Ameri, D. East, D. C. Austin, A. D. Brown, P. J. Hazell and J. P. Escobedo-Diaz, "Mechanical Properties and Behavior of Additive Manufactured Stainless Steel 316L," in *Characterization of Minerals, Metals, and Materials 2017*, Cham, Springer International Publishing, 2017, pp. 577-583.

- [59] S. M. R. KUMAR, E. SCHMIDOVÁ, B. CULEK and P. HOJKA, "DYNAMIC STRENGTH AND FRACTURE BEHAVIOUR OF DUAL-PHASE HIGH STRENGTH STEEL UNDER HIGH STRAIN RATE".
- [60] J. Lemaitre and J.-L. Chaboche, *Mechanics of Solid Materials*, Cambridge University Press, 2012.
- [61] G. R. Johnson and W. H. Cook, "Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. vol. 21, no. issue 1, pp. 31-48, 1985.
- [62] R. Vrána, O. Červinek, P. Mañas, D. Koutný and D. Paloušek, "Dynamic Loading of Lattice Structure Made by Selective Laser Melting-Numerical Model with Substitution of Geometrical Imperfections," *Materials*, vol. vol. 11, no. issue 11, 2018.
- [63] K. Tantikom, T. Aizawa and T. Mukai, "Symmetric and asymmetric deformation transition in the regularly cell-structured materials. Part II: Theoretical study," *International Journal of Solids and Structures*, vol. vol. 42, no. issue 8, pp. 2211-2224, 2005.
- [64] J. Ondrouch and J. Podešva, *Aplikovaný mechanik jako součást týmů konstruktérů a vývojářů: teorie a příklady k předmětu "Technické kmitání"*, Vyd. 1 ed., Ostrava: Vysoká škola báňská - Technická univerzita Ostrava, 2012.
- [65] H. Kolken, A. F. Garcia, A. Du Plessis, C. Rans, M. Mirzaali and A. Zadpoor, "Fatigue performance of auxetic meta-biomaterials," *Acta Biomaterialia*, vol. vol. 126, pp. 511-523, 2021.
- [66] T. Vítek, "Modelování a analýza odezvy auxetických materiálů na mechanické zatížení," Brno, 2021.
- [67] O. Červinek, B. Werner, D. Koutný, O. Vaverka, L. Pantělejev and D. Paloušek, "Computational Approaches of Quasi-Static Compression Loading of SS316L Lattice Structures Made by Selective Laser Melting," *Materials*, vol. vol. 14, no. issue 9, 2021.
- [68] T. Koban, "POROVNÁNÍ MIKRO-PRUTOVÝCH STRUKTUR PRO ABSORPCI ENERGIE," Brno, 2020.
- [69] W. Jiang, X. Ren, S. L. Wang, X. G. Zhang, X. Y. Zhang, C. Luo, Y. M. Xie, F. Scarpa, A. Alderson and K. E. Evans, "Manufacturing, characteristics and applications of auxetic foams: A state-of-the-art review," *Composites Part B: Engineering*, vol. vol. 235, 2022.

Seznam obrázků

Obrázek 1: Deformace auxetické struktury při tlakovém a tahovém zatěžování [2].	1
Obrázek 2: Pracovní diagram $F - U$ pro úlohu a) lineární, b) nelineární.	4
Obrázek 3: Prodloužení nosníku při jednoosém tahovém namáhání.	5
Obrázek 4: Schéma tahového diagramu.	5
Obrázek 5: Plocha plasticity podle podmínky HMM v prostoru hlavních napětí.	6
Obrázek 6: Schématické znázornění zákona tečení v prostoru hlavních napětí.	7
Obrázek 7: Schématické znázornění zpevnění materiálu v tahové křivce.	7
Obrázek 8: Plocha plasticity při zpevnění a) izotropním, b) kinematickým.	8
Obrázek 9: Pohyb tělesa jako tuhého celku v rovině x-y.	8
Obrázek 10: Deformace bodů tělesa a znázornění příslušných přetvoření.	9
Obrázek 11: Penetrace tělesa při kontaktu.	12
Obrázek 12: Schématické 2D znázornění deformace při tahovém, resp. tlakovém zatížení pro materiály s Poissonovým poměrem a) $\mu > 0$ - konvenční, b) $\mu < 0$ - auxetické [23].	14
Obrázek 13: Struktura a) auxetická Re-entrant [24] b) konvenční Honeycomb [25].	15
Obrázek 14: Geometrie jedné buňky auxetické struktury Re-entrant [23]	15
Obrázek 15: Auxetická struktura Double arrowhead [4].	15
Obrázek 16: Geometrie jedné buňky auxetické struktury Double-Arrowhead [26].	15
Obrázek 17: Auxetická struktura Missing rib [27].	15
Obrázek 18: Geometrie jedné buňky auxetické struktury Missing Rib [23].	15
Obrázek 19: Auxetická struktura Chiral [7].	16
Obrázek 20: Geometrie jedné buňky auxetické struktury Chiral [23].	16
Obrázek 21: Auxetické 3D struktury Re-entrant a) varianta 1 [28, 29], b) varianta 2 – auxetická c) varianta 2 – konvenční, d) Idealized [23].	16
Obrázek 22: Auxetická 3D struktura Double arrowhead [30].	17
Obrázek 23: Závislost napětí na přetvoření pro pevný a pěnový materiál. Hodnoty jsou normalizovány modulem pružnosti v tahu E_s [31].	18
Obrázek 24: Schematické znázornění deformační práce v grafu závislosti síly na posuvu [37].	19
Obrázek 25: Časový průběh vnitřní energie vzorku při rázové zkoušce na padostroji [36].	19
Obrázek 26: Závislost reakční síly na posuvu zatěžujícího tělesa při dynamickém tlakovém zatížení [38].	20
Obrázek 27: Deformace konvenční voštinové struktury při dynamickém tlakovém zatížení o rychlosti nárazu 70 m/s [38].	20
Obrázek 28: Průběh deformace auxetické struktury Re-entrant při tlakovém namáhání pro rychlost zatížení a) $v=10$ m/s, b) $v=50$ m/s, c) $v=100$ m/s [41].	21
Obrázek 29: Detail deformované auxetické struktury při dynamickém tlakovém namáhání a) $v=50$ m/s, b) $v=100$ m/s [40].	21
Obrázek 30: Typická deformace Re-entrantní buňky při tlakovém namáhání struktury [41].	21
Obrázek 31: Křivka smluvní napětí – smluvní přetvoření pro různé rychlosti tlakového zatížení [41].	22
Obrázek 32: Deformace struktury typu Double arrowhead namáhané na tlak při rychlostech zatěžování a) $v=10$ m/s, b) $v=100$ m/s [6].	22
Obrázek 33: Deformace 3D mikroprutové struktury typu Double U namáhané na tlak při rychlostech zatěžování a) $v=10$ m/s, b) $v=100$ m/s [43].	22

Obrázek 34: Závislost síly na posuvu pro 3D mikroprutovou strukturu typu Double U, namáhané na tlak při rychlostech zatěžování a) $v=10$ m/s, b) $v=100$ m/s [43].	23
Obrázek 35: Závislost síly na posuvu při statickém zatěžování a rázové zkoušce pro vláknový kompozit [44].	23
Obrázek 36: Schématické znázornění deformace struktury při zatížení kulovým impaktorem [45].	24
Obrázek 37: Deformace jedné varianty auxetické struktury při zatížení kulovým impaktorem [42].	24
Obrázek 38: Závislost síly na posuvu pro auxetické ($\theta < 90^\circ$) i konvenční ($\theta > 90^\circ$) voštinové struktury při a) stejné tloušťce stěny b) stejné relativní hustotě [42].	24
Obrázek 39: Znázornění metody centrálních diferencí na časové závislosti posuvu a rychlosti.	25
Obrázek 40: Hourglassing deformační módy 8-uzlového prostorového prvku s jedním integračním bodem [48].	27
Obrázek 41: Geometrie struktury a) Re-entrant 2D, b) Re-entrant 3D.	27
Obrázek 42: 8-uzlový kvadratický skořepinový prvek [52].	28
Obrázek 43: 3×3 Gaussovo kvadraturální pravidlo pro skořepinový prvek [53].	28
Obrázek 44: Schématické znázornění Hughes-Liu prutového prvku [54].	28
Obrázek 45: Kruhový průřez prutového prvku a jeho rozdělení integračními body pro parametr $k = 2$ [48].	29
Obrázek 46: Závislost smluvního napětí na smluvním přetvoření pro různé rychlosti deformace ε [56].	30
Obrázek 47: Schématické znázornění plochy plasticity pro obecný viskoplastický model materiálu [60].	30
Obrázek 48: Numerický model pro simulaci rázové zkoušky (plochý impaktor).	33
Obrázek 49: Numerický model pro simulaci rázové zkoušky (kulový impaktor).	33
Obrázek 50: Schématické znázornění kontaktu mezi deformovatelným tělesem a tuhou stěnou (rigidwall) [48].	33
Obrázek 51: Schéma rozdělení provedených analýz.	35
Obrázek 52: Geometrické parametry a) jedné buňky (auxetické i konvenční), b) celé struktury.	36
Obrázek 53: Geometrie 2D voštinové struktury pro citlivostní analýzu vlivu velikosti prvku.	38
Obrázek 54: Diskretizace jedné buňky modelu pro počet prvků N podél hrany buňky a) $N = 2$, b) $N = 6$, c) $N = 8$.	38
Obrázek 55: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro různou diskretizaci modelu danou parametrem N .	38
Obrázek 56: Původní a deformovaný tvar struktur v závislosti na velikosti délky struktury dané počtem buněk X – a) AUX-2D, b) KONV-2D.	40
Obrázek 57: Hodnoty posuvů (v milimetrech) tři vybraných bodů v příčném směru pro strukturu s parametrem $X=9$ (červený bod – původní poloha, modrý bod – maximální posuv) pro a) AUX-2D, b) KONV-2D.	40
Obrázek 58: Závislost absolutní hodnoty zrychlení/zpomalení impaktoru na jeho posuvu $a - u$ pro a) AUX-2D, b) KONV-2D.	41
Obrázek 59: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro počet buněk po délce a) $X = 5$, b) $X = 7$, c) $X = 9$.	43
Obrázek 60: Časový průběh výchylky (pouze schéma, nesouvisí přímo s provedenou analýzou) [64].	44
Obrázek 61: Závislost sledovaných veličin na počtu buněk po délce X a a) špičkové síly F_{max} , b) střední nárazové síly F_m , c) maximálního posuvu impaktoru u_{max} .	45

Obrázek 62: Původní a deformovaný tvar struktur v závislosti na velikosti výšky struktury dané počtem buněk Y – a) AUX-2D, b) KONV-2D.	46
Obrázek 63: Závislost absolutní hodnoty zrychlení/zpomalení impaktoru na přetvoření $\alpha - \varepsilon$ pro a) AUX-2D, b) KONV-2D.	47
Obrázek 64: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro počet buněk po délce a) $Y = 5$, b) $Y = 7$, c) $Y = 9$ - (čárkovaná křivka značí střední sílu Fm).	48
Obrázek 65: Závislost sledovaných veličin na počtu buněk po výšce Y a a) špičkové síly $Fmax$, b) střední nárazové síly Fm , c) maximálního posuvu impaktoru $umax$	49
Obrázek 66: Původní a deformovaný tvar struktur v závislosti na tloušťce stěny t – a) AUX-2D, b) KONV-2D.	50
Obrázek 67: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu tloušťky stěny t – a) AUX-2D, b) KONV-2D - (čárkovaná křivka značí střední sílu Fm).	51
Obrázek 68: Závislost sledovaných veličin na tloušťce stěny t a a) špičkové síly $Fmax$, b) střední nárazové síly Fm , c) maximálního posuvu impaktoru $umax$	52
Obrázek 69: Původní a deformovaný tvar struktur v závislosti na typu struktury – a) AUX – stejné m , b) AUX – vyšší m , c) KONV.	54
Obrázek 70: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ v závislosti na typu struktury - (čárkovaná křivka značí střední sílu Fm).	54
Obrázek 71: Původní a deformovaný tvar struktur v závislosti na počtu buněk ve struktuře – a) AUX-2D, b) KONV-2D.	55
Obrázek 72: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu počtu buněk ve struktuře – a) AUX-2D, b) KONV-2D - (čárkovaná křivka značí střední sílu Fm).	56
Obrázek 73: Závislost sledovaných veličin na počtu buněk ve struktuře $X \cdot Y$ a a) špičkové síly $Fmax$, b) střední nárazové síly Fm , c) maximálního posuvu impaktoru $umax$	57
Obrázek 74: Původní a deformovaný tvar struktury AUX-2D v závislosti na vnitřním úhlu buňky struktury θ	58
Obrázek 75: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu velikosti vnitřního úhlu buňky θ - (čárkovaná křivka značí střední sílu Fm).	58
Obrázek 76: Závislost sledovaných veličin na vnitřním úhlu buňky θ a a) špičkové síly $Fmax$, b) střední nárazové síly Fm , c) maximálního posuvu impaktoru $umax$	59
Obrázek 77: Jedna buňka analyzované mikroprutové struktury typu a) AUX-3D, b) KONV-3D.	60
Obrázek 78: Původní a deformovaný tvar struktur v závislosti na počtu buněk ve struktuře – a) AUX-3D, b) KONV-3D.	61
Obrázek 79: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu počtu buněk ve struktuře – a) AUX-3D, b) KONV-3D - (čárkovaná křivka značí střední sílu Fm).	62
Obrázek 80: Závislost sledovaných veličin na počtu buněk ve struktuře $X \cdot Y \cdot Z$ a a) špičkové síly $Fmax$, b) střední nárazové síly Fm , c) maximálního posuvu impaktoru $umax$	63
Obrázek 81: Původní a deformovaný tvar struktur AUX-3D v závislosti na vnitřním úhlu buňky struktury θ	64
Obrázek 82: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu velikosti vnitřního úhlu buňky θ - (čárkovaná křivka značí střední sílu Fm).	64
Obrázek 83: Závislost sledovaných veličin na vnitřním úhlu buňky θ a a) špičkové síly $Fmax$, b) střední nárazové síly Fm , c) maximálního posuvu impaktoru $umax$	65
Obrázek 84: Původní a deformovaný tvar struktur v závislosti na počáteční rychlosti impaktoru v_0 – a) AUX-2D, b) KONV-2D.	66

Obrázek 85: Redukované napětí podle HMM, vykreslené na struktuře AUX-2D pro počáteční nárazovou rychlost a) $v_0 = 4 \text{ m/s}$, b) $v_0 = 25 \text{ m/s}$	67
Obrázek 86: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu počáteční rychlosti impaktoru v_0 pro struktury s modelem materiálu, zahrnující vliv rychlosti deformace ε – a) AUX-2D, b) KONV-2D - (čárkovaná křivka značí střední sílu Fm).	67
Obrázek 87: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ ze simulace kvazistatické tlakové zkoušky.....	68
Obrázek 88: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu počáteční rychlosti impaktoru v_0 pro struktury s modelem materiálu, zanedbávající vliv rychlosti deformace ε – a) AUX-2D, b) KONV-2D - (čárkovaná křivka značí střední sílu Fm).	69
Obrázek 89: Závislost počáteční rychlosti impaktoru v_0 a) špičkové síly F_{max} , b) střední nárazové síly Fm , c) maximálního posuvu impaktoru u_{max}	69
Obrázek 90: Původní a deformovaný tvar struktur v závislosti na počtu buněk ve struktuře – a) AUX-2D, b) KONV-2D.	71
Obrázek 91: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu počtu buněk ve struktuře – a) AUX-2D, b) KONV-2D - (čárkovaná křivka značí střední sílu Fm).	72
Obrázek 92: Závislost sledovaných veličin na počtu buněk ve struktuře $X \cdot Y$ a) špičkové síly F_{max} , b) střední nárazové síly Fm , c) maximálního posuvu impaktoru u_{max}	74
Obrázek 93: Původní a deformovaný tvar struktur v závislosti na vnitřním úhlu buňky struktury θ – a) AUX-2D, b) KONV-2D.	75
Obrázek 94: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu velikosti vnitřního úhlu buňky θ - (čárkovaná křivka značí střední sílu Fm).	75
Obrázek 95: Původní a deformovaný tvar struktur v závislosti na vnitřním úhlu buňky struktury θ – a) AUX-3D, b) KONV-3D.	76
Obrázek 96: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu velikosti vnitřního úhlu buňky θ - (čárkovaná křivka značí střední sílu Fm).	77
Obrázek 97: Vzorek pro kvazistatickou a dynamickou tlakovou zkoušku, vyrobený metodou SLM. a) Auxetická struktura Re-entrant, b) Konvenční struktura Honeycomb.	79
Obrázek 98: Univerzální zkušební zařízení INSTRON 8862.	79
Obrázek 99: Model geometrie pro a) experiment b) numerickou simulaci.	80
Obrázek 100: Průběh deformace při kvazi-statické tlakové zkoušce pro strukturu typu a) auxetická Re-entrant, b) konvenční Honeycomb.	80
Obrázek 101: Závislost reakční síly F na posuvu impaktoru u , získaná z výsledků experimentu a numerických simulací kvazistatické tlakové zkoušky.	81
Obrázek 102: Závislost reakční síly F na posuvu impaktoru u , získaná z výsledků experimentu a numerických simulací kvazistatické tlakové zkoušky – model materiálu s nižší tuhostí, menší tloušťka stěny modelu.	82
Obrázek 103: Schéma pádového zařízení pro dynamickou tlakovou (rázovou) zkoušku [68].	83
Obrázek 104: Průběh deformace při dynamické tlakové zkoušce pro strukturu typu a) auxetická Re-entrant, b) konvenční Honeycomb.	84
Obrázek 105: Závislost reakční síly F na posuvu impaktoru u , získaná z výsledků experimentu a numerických simulací rázové zkoušky na pádovém zařízení.	85
Obrázek 106: Geometrické parametry a) jedné buňky (auxetické i konvenční), b) celé struktury86	86
Obrázek 107: Závislost špičkové reakční síly F_{max} na a) délce struktury X , b) výšce struktury Y86	86
Obrázek 108: Závislost střední nárazové síly Fm na a) délce struktury X , b) výšce struktury Y87	87

Obrázek 109: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu počtu buněk ve struktuře – a) AUX-2D, b) KONV-2D, c) AUX-3D, d) KONV-3D.....	88
Obrázek 110: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu velikosti vnitřního úhlu buňky θ pro a) 2D struktury, b) 3D struktury.	89
Obrázek 111: Závislost reakční síly na posuvu impaktoru $F - u$ pro analýzu vlivu počtu buněk ve struktuře – a) malý počet buněk, b) velký počet buněk.	90
Obrázek 112: Deformace auxetické 2D struktury při zatížení plochým impaktorem v a) podélném směru – použitý v práci, b) příčném směru.....	92
Obrázek 113: Hlavní konstrukční prvky automobilu pro absorpci energie nárazu [41].	93
Obrázek 114: Aplikace kompozitního panelu s auxetickou výplní pro zlepšení odolnosti proti výbuchu v obrněném armádním vozidle [16].....	93
Obrázek 115: Ukázka tvarové paměti auxetické polyethylenové pěny [69].....	94

Seznam tabulek

Tabulka 1: Materiálové parametry modelu Johnson-Cook pro ocel 316L [58].	31
Tabulka 2: Materiálové parametry bilineárního modelu izotropního zpevnění pro slitinu AlSi ₁₀ Mg [62].	32
Tabulka 3: Vstupní veličiny do výpočtového modelu rázové zkoušky.	36
Tabulka 4: Výstupní veličiny ze simulací rázové zkoušky.	37
Tabulka 5: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu celkové délky struktury.	39
Tabulka 6: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu celkové délky struktury.	44
Tabulka 7: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu celkové výšky struktury.	45
<i>Tabulka 8: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu celkové výšky struktury.</i>	49
Tabulka 9: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu tloušťky stěn.	50
Tabulka 10: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu celkové délky struktury.	52
Tabulka 11: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu rovnosti hmotností struktur.	53
Tabulka 12: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu rovnosti hmotností struktur.	54
Tabulka 13: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu počtu buněk struktury.	55
Tabulka 14: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu počtu buněk ve struktuře.	56
Tabulka 15: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu vnitřního úhlu buňky struktury.	57
Tabulka 16: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu vnitřního úhlu buňky struktury.	59
Tabulka 17: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu počtu buněk struktury.	60
Tabulka 18: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu počtu buněk ve struktuře.	60
Tabulka 19: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu vnitřního úhlu buňky struktury.	63
Tabulka 20: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu vnitřního úhlu buňky struktury.	65
Tabulka 21: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu dopadové rychlosti.	66
Tabulka 22: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu dopadové rychlosti.	70
Tabulka 23: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu počtu buněk struktury.	71
Tabulka 24: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu počtu buněk ve struktuře.	73
Tabulka 25: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu vnitřního úhlu buňky struktury.	74
Tabulka 26: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu vnitřního úhlu buňky struktury.	76
Tabulka 27: Vstupní parametry modelu pro analýzu vlivu vnitřního úhlu buňky struktury.	76
Tabulka 28: Výstupní parametry ze simulace pro analýzu vlivu vnitřního úhlu buňky struktury.	77
Tabulka 29: Bilineární model izotropního zpevnění pro nerezovou ocel 316L určenou pro výrobu metodou SLM – model určený z tahové zkoušky specifických mikroprutových vzorků [67].	78
Tabulka 30: Vstupní parametry modelu pro experiment.	80
Tabulka 31: Výstupní parametry z experimentu a z numerické simulace kvazi-statické tlakové zkoušky.	82
Tabulka 32: Bilineární model izotropního zpevnění pro nerezovou ocel 316L určenou pro výrobu metodou SLM – model určený z tahové zkoušky tradičních vzorků [67].	82
Tabulka 33: Výstupní parametry z experimentu a z numerické simulace kvazi-statické tlakové zkoušky.	85
Tabulka 34: Procentuální odchylka výstupních silových parametrů struktury KONV-2D od struktury AUX-2D, v závislosti na počtu buněk po délce X .	87
Tabulka 35: Procentuální odchylka maximálního posuvu struktury KONV-2D od struktury AUX-2D, v závislosti na tloušťce stěny t .	87

Tabulka 36: Procentuální odchylka maximálního posuvu a výstupních silových parametrů struktury KONV-2D od struktury AUX-2D, v závislosti na typu auxetické struktury.	88
Tabulka 37: Procentuální odchylka maximálního posuvu a výstupních silových parametrů dlouhé struktury s obdélníkovou podstavou od krátké struktury se čtvercovou podstavou, v závislosti na typu struktury a počtu buněk ve struktuře.	91

Seznam použitých symbolů, veličin a zkratek

K		Celková matice tuhosti
U		Globální matice deformačních parametrů
F		Celková matice zatížení
M		Matice hmotnosti
C		Matice tlumení
B		Matice, získaná derivací báзовých funkcí
D		Matice materiálových parametrů
σ		Matice napětí
ε		Matice přetvoření
ε^{pl}		Tenzor plastického přetvoření
U		Pravý tenzor protažení
k		Matice normálových a tečných tuhostí
G		Matice, deformačních parametrů v kontaktech
g_0		Počáteční kontaktní mezera
Π		Funkcionál Lagrangeova variačního principu
V_0		Počáteční objem tělesa
V		Konečný objem tělesa
E_{ij}^L		Green – Lagrangeův tenzor přetvoření
E_{ij}^A		Almansi – Hamelův tenzor přetvoření
E_i^C		Cauchyho tenzor přetvoření
F_{ij}		Deformační gradient
λ_{ij}		Poměrné protažení
σ_{ij}		Cauchyho tenzor napětí
τ_{ij}		1. Piola – Kirchhoffův tenzor napětí
S_{ij}		2. Piola – Kirchhoffův tenzor napětí
Q		Plastický potenciál
F		Plocha plasticity
λ		Multiplikátor plastického přetvoření
l_0	[m]	Původní délka nosníku
l	[m]	Konečná délka nosníku
Δl	[m]	Prodloužení nosníku
Δl_{el}	[m]	Elastická složka prodloužení nosníku
Δl_{pl}	[m]	Plastická složka prodloužení nosníku
ε	[–]	Přetvoření
ε_{el}	[–]	Elastická složka přetvoření
ε_{pl}	[–]	Plastická složka přetvoření
F	[N]	Síla
W_c, W	[J]	Celková deformační práce
W_{el}	[J]	Elastická složka deformační práce
W_{pl}	[J]	Plastická složka deformační práce
σ_K, σ_y	[Pa]	Mez kluzu
$\bar{\sigma}$	[Pa]	Redukované (ekvivalentní) napětí
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	[Pa]	Hlavní napětí
u	[m]	Posuv bodu
S	[m ²]	Průřez
μ	[–]	Poissonův poměr
E	[Pa]	Modul pružnosti v tahu
E_k	[J]	Kinetická energie
t	[s]	Čas
Δt	[s]	Časový krok

Δt_{cr}	[s]	Kritická délka časového kroku
L_{min}	[m]	Rozměr nejmenšího prvku sítě
c_{zvuk}	[m/s ²]	Rychlost šíření zvuku
$TSSFAC$	[–]	Time step scale factor
$\dot{\epsilon}$	[s ^{–1}]	Rychlost deformace
$\bar{\epsilon}_p$	[–]	Redukované plastické přetvoření
ϵ^*	[–]	Bezrozměrná rychlost redukovaného plastického přetvoření
$\dot{\bar{\epsilon}}_p$	[s ^{–1}]	Rychlost redukovaného plastického přetvoření
$\dot{\bar{\epsilon}}_0$	[s ^{–1}]	Referenční rychlost přetvoření
T^*	[K]	Homologická teplota
T	[K]	Aktuální teplota
T_m	[K]	Teplota tavení
T_0	[K]	Pokojová teplota
K, n, C, m	[–]	Materiálové parametry modelu materiálu Johnson-Cook
D_1, D_2, D_3, D_4, D_5	[–]	Materiálové parametry modelu porušení Johnson-Cook
η	[–]	Triaxialita napětí
$\bar{\epsilon}_f$	[–]	Lomové přetvoření
D	[–]	Parametr poškození
E_T	[Pa]	Tečná modul pružnosti
μ_s, μ_d	[–]	Koeficient statického, dynamického tření
L	[m]	Délka tramečku/prutu
t	[m]	Tloušťka tramečku/průměr prutu
θ	[°]	Vnitřní úhel buňky
X	[–]	Počet buněk po délce
Y	[–]	Počet buněk po výšce
Z	[–]	Počet buněk po šířce (v případě 3D struktur)
a	[m]	Délka struktury
b	[m]	Výška struktury
c	[m]	Šířka struktury
m_{imp}	[kg]	Hmotnost impaktoru
u_{max}	[m]	Maximální posuv impaktoru
u_f	[m]	Konečný posuv impaktoru
EA	[J]	Absorbovaná energie
SEA	[J/kg]	Měrná absorbovaná energie
m, m_{str}	[kg]	Hmotnost vzorku, struktury
F_m	[N]	Střední nárazová síla
F_{max}	[N]	Špičková síla
CFE	[%]	Poměr vyjadřující míru uniformovanost síly
v_0, v	[m/s]	(Počáteční) nárazová rychlost
a	[m/s ²]	Zrychlení, zpomalení
δ	[s ^{–1}]	Součinitel dozívání
b	[Nsm ^{–1}]	Součinitel tlumení
ρ	[kg/m ³]	Hustota
MKP		Metoda konečných prvků
HMH		Huber-von Mises-Hencky (energetická hypotéza)
AM		Aditivní metoda
SLM		Selective laser melting