



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

ÚSTAV MECHANIKY TĚLES, MECHATRONIKY A BIOMECHANIKY

INSTITUTE OF SOLID MECHANICS, MECHATRONICS AND BIOMECHANICS

**STANOVENÍ ZBYTKOVÉ ÚNAVOVÉ ŽIVOTNOSTI
POVRCHOVĚ UPRAVENÉ VLAKOVÉ NÁPRAVY**

DETERMINATION OF RESIDUAL FATIGUE LIFETIME OF RAILWAY AXLE AFTER SURFACE TREATMENT

DIPLOMOVÁ PRÁCE

MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Bc. Ondřej Pánek

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

doc. Ing. Luboš Náhlík, Ph.D.

BRNO 2022

Zadání diplomové práce

Ústav: Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky
Student: **Bc. Ondřej Pánek**
Studijní program: Inženýrská mechanika a biomechanika
Studijní obor: Inženýrská mechanika
Vedoucí práce: **doc. Ing. Luboš Náhlík, Ph.D.**
Akademický rok: 2021/22

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č.111/1998 o vysokých školách a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně určuje následující téma diplomové práce:

Stanovení zbytkové únavové životnosti povrchově upravené vlakové nápravy

Stručná charakteristika problematiky úkolu:

Cílem diplomové práce je stanovení zbytkové únavové životnosti vlakové nápravy. Speciální pozornost bude věnována stanovení zbytkové únavové životnosti vlakové nápravy za reálných zatěžujících podmínek a s uvažováním vlivu povrchové úpravy nápravy (např. válečkováním) na místo a způsob iniciace únavových trhlin. Diplomant přispěje k bližšímu porozumění únavovému porušování povrchově upravených vlakových náprav. K nezbytným numerickým výpočtům bude využit MKP systém Ansys a vhodný matematický software (např. Matlab). Práce bude realizována ve spolupráci s Ústavem fyziky materiálů AV ČR a BONATRANS GROUP, a. s. (výrobce vlakových náprav a dvojkolí). Diplomová práce navazuje na dlouhodobou spolupráci ÚFM AV ČR a Bonatrans v oblasti vývoje vlakových náprav a po jejím úspěšném obhájení je možno pokračovat ve studované problematice např. formou doktorského studia.

Cíle diplomové práce:

- pochopení procesu únavového porušování kovových materiálů a metod predikce únavového chování konstrukcí, základů lomové mechaniky a numerického modelování těles s trhlinou,
- tvorba numerických modelů reálných 3D těles s trhlinou v prostředí Ansys,
- vytvoření numerického modelu reálné vlakové nápravy s rostoucí trhlinou ovlivněnou povrchovým zpracováním nápravy,
- stanovení místa/míst možné iniciace únavových trhlin,
- stanovení zbytkové únavové životnosti modelované nápravy za pomoci metodiky vyvinuté na ÚFM AV ČR a poskytnutých experimentálních dat,
- spolupráce s výzkumnými pracovníky ÚFM AV ČR, v. v. i. a Bonatrans Group, a. s.

Seznam doporučené literatury:

ANDERSON, T. L.: Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications, Second Edition, CRC Press, 1994.

SURESH, S.: Fatigue of Materials, Second Edition, Cambridge University Press, 1998.

SCHIJVE, J.: Fatigue of structures and materials, New York: Springer, 2008.

NASGRO, Fracture Mechanics and Fatigue Crack Growth Analysis Software, Reference manual, 2002.

ANSYS Documentation

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2021/22

V Brně, dne

L. S.

prof. Ing. Jindřich Petruška, CSc.

ředitel ústavu

doc. Ing. Jiří Hlinka, Ph.D.

děkan fakulty

ABSTRAKT

Tato diplomová práce se zabývá predikcí zbytkové únavové životnosti vlakové nápravy. V první části této práce je na základě dostupné literatury zpracován teoretický úvod do problematiky. Druhá část je již věnována numerickému modelování reálné vlakové nápravy s trhlinou, kterým jsou získány potřebné parametry vstupující do samotného výpočtu zbytkové únavové životnosti. V prvním kroku byl vytvořen konečno-prvkový model válcového tělesa s trhlinou zatíženého ohybovým momentem, který byl srovnán s analytickým řešením za účelem verifikace tohoto modelu. Druhým krokem bylo vytvoření modelů vlakové nápravy s trhlinou pro tři typy zatížení – ohybový moment, nalisování kola a zbytková napětí. Dále byl dle metodiky vyvinuté na ÚFM AVČR stanoven tvar trhliny, jakým se dle uvažovaných předpokladů bude trhlina šířit a pro takto stanovený tvar byly vypočteny součinitele intenzity napětí zvlášť od jednotlivých složek zatížení pro různé hloubky trhliny, které byly použity pro závěrečný výpočet zbytkové únavové životnosti pro reálné zátěžné spektrum.

KLÍČOVÁ SLOVA

zbytková únavová životnost, vlaková náprava, šíření trhliny, zbytková napětí

ABSTRACT

This master thesis deals with prediction of residual fatigue lifetime of railway axle. In the first part of this thesis, theoretical introduction to the issue based on research of available literature is elaborated. The second part is dedicated to numerical modelling of actual railway axle with crack, which serves to obtain the necessary parameters entering estimation of the residual fatigue lifetime. At first, a finite element model of cylindrical body with crack loaded by bending moment was created and compared with analytical solution for verification purposes. The second step was the creation of separate models of railway axle with crack for three types of loading – bending moment, press fit of wheel and residual stresses, respectively. Furthermore, the shape of various crack propagation stages was determined, according to the methodology developed at IPM CAS. Using the determined crack shape, stress intensity factors were calculated separately from all types of loads for various crack depths. Dependence of stress intensity factor on the crack length was then used to calculate residual fatigue life for real loading spectrum.

KEYWORDS

residual fatigue lifetime, railway axle, crack propagation, residual stresses

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE

PÁNEK, Ondřej. *Stanovení zbytkové únavové životnosti povrchově upravené vlakové nápravy*. Brno, 2022. Dostupné také z: <https://www.vutbr.cz/studenti/zav-prace/detail/142839>. Diplomová práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta strojního inženýrství, Ústav mechaniky těles, mechatroniky a biomechaniky. Vedoucí práce doc. Ing. Luboš Náhlík, Ph.D.

PODĚKOVÁNÍ

Tímto bych chtěl poděkovat doc. Ing. Luboši Náhlíkovi, Ph.D. za vedení této diplomové práce, odborné rady a cenné připomínky. Dále bych chtěl poděkovat výzkumným pracovníkům UFM, obzvláště Ing. Pavolovi Dlhému za konzultace a pomoc s výpočetní částí této práce. Poděkování patří také mé rodině, přítelkyni a kamarádům za podporu během celého studia.

ČESTNÉ PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že tato práce je mým původním dílem, zpracoval jsem ji samostatně pod vedením doc. Ing. Luboše Náhlíka, Ph.D. a s použitím literatury uvedené v seznamu literatury.

V Brně dne 20.5. 2022

.....

Bc. Ondřej Pánek

OBSAH

1	ÚVOD.....	17
2	PROBLÉMOVÁ SITUACE.....	19
2.1	Formulace problému.....	19
2.2	Cíle řešení problému.....	19
3	TEORETICKÝ ÚVOD DO PROBLEMATIKY	21
3.1	Historický vývoj	21
3.2	Únava materiálu.....	22
3.2.1	Iniciace trhliny	23
3.2.2	Idealizace cyklického zatěžování	24
3.2.3	Odhad životnosti součásti pomocí S-N křivky	25
3.3	Lomová mechanika.....	26
3.3.1	Lineární elastická lomová mechanika	26
3.3.2	Lomová houževnatost a vymezení platnosti LELM.....	28
3.3.3	Šíření trhliny	30
3.3.4	Výpočet parametrů lomové mechaniky metodou konečných prvků	32
3.3.5	Možnosti detekce trhlin u vlakových náprav.....	35
3.4	Zbytková napětí a jejich vliv na únavu materiálu.....	35
3.4.1	Příčiny vzniku zbytkových napětí	36
3.4.2	Měření zbytkových napětí	38
4	VÝPOČETNÍ ČÁST.....	39
4.1	Válcové těleso s trhlinou	39
4.1.1	Nezávislost řešení na síti	40
4.1.2	Výsledky a porovnání s analytickým řešením.....	43
4.2	Numerický model vlakové nápravy.....	44
4.2.1	Model pro zatížení nápravy ohybovým momentem	45
4.2.2	Model pro zatížení nápravy kombinací nalisování a ohybového momentu	50
4.2.3	Model pro zatížení nápravy zbytkovým napětím	53
4.3	Stanovení tvaru čela poloeliptické trhliny	56
4.3.1	Zatížení ohybem	59
4.3.2	Kombinace zatížení ohybem a nalisování kola	60
4.3.3	Shrnutí	61
4.3.4	Polynomy optimalizovaných tvarů trhliny	62
4.4	Vypočtené hodnoty součinitele intenzity napětí.....	63
4.5	Výpočet zbytkové únavové životnosti.....	64
4.5.1	Paris-Erdogan	65
4.5.2	NASGRO vztah	65
4.5.3	Zátěžná spektra	67
4.5.4	Vyhodnocení minimální počáteční délky trhliny	68
4.5.5	Počet zatěžných bloků	68
4.6	Materiálové vlastnosti.....	69
5	ZHODNOCENÍ A DISKUZE.....	73
6	ZÁVĚR	75

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY	81
SEZNAM OBRÁZKŮ.....	85
SEZNAM TABULEK	89

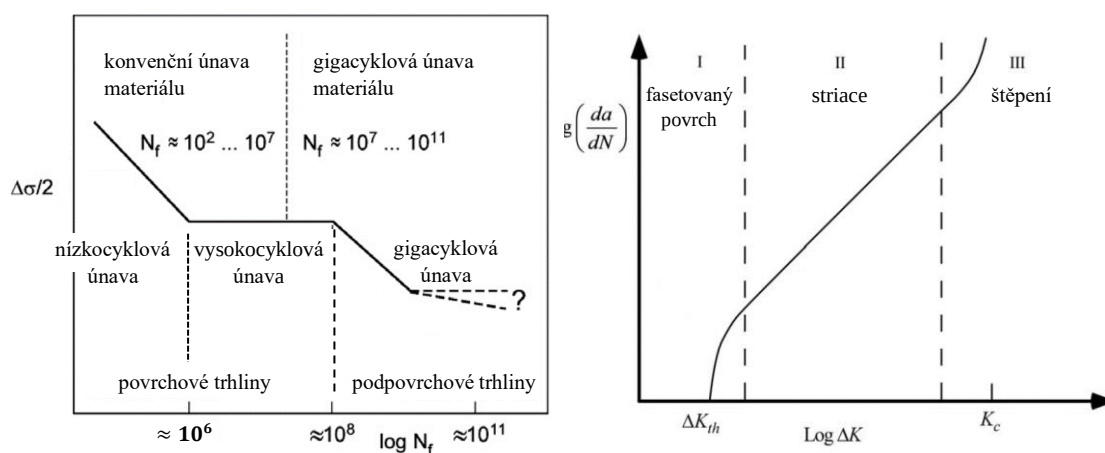
1 ÚVOD

Součásti strojů, vozidel a konstrukcí bývají často vystaveny cyklickému zatěžování, které může vést k jejich selhání, i přestože maximální napětí způsobené zátěžným cyklem nepřekročí mez pevnosti materiálu. V takovém případě se může jednat o únavu materiálu, která je obecně definována jako změna jeho vlastností způsobená opakovaným namáháním, vede ke tvorbě trhliny a jejímu růstu až na kritickou hodnotu.

Při návrhu součásti vystavené cyklickému zatížení je možné využít jeden ze dvou standardních přístupů, a to koncepci bezpečného života nebo koncepci přípustného poškození.

U koncepce bezpečného života je uvažována v počátku zatěžování součást bez defektu a při stanovení životnosti se vychází z tzv. S-N křivky (závislost počtu zátěžných cyklů do porušení na amplitudě nominálního napětí viz obr. 1 vlevo). V případě, že tato amplituda nepřekročí určitou mez (tzv. mez únavy materiálu), životnost součásti je považována za neomezenou na úrovni vysoko-cyklové únavy (řádově $10^6 - 10^8$ zátěžných cyklů).

V druhém případě je uvažována součást s defektem (s určitou počáteční délkou a tvarem trhliny) a je sledován jeho přírůstek po určitém počtu zátěžných cyklů, zpravidla v závislosti na rozkmitu součinitele intenzity napětí, viz obr. 1 vpravo. Při návrhu součásti se tedy uvažuje počáteční defekt (typicky povrchová trhlina) a životnost je posouzena na základě jeho růstu na kritickou hodnotu.



Obr. 1: Koncepce bezpečného života (vlevo, převzato z [1] a upraveno) a koncepcí přípustného poškození (vpravo, převzato z [2] a upraveno)

2 PROBLÉMOVÁ SITUACE

Selhání vlakové nápravy může být spojeno se ztrátami na lidských životech, ublížení na zdraví nebo velkými škodami na majetku. Jedním z možných důvodů jejího selhání je únavové porušení nápravy, ke kterému dojde šířením povrchové trhliny až do mezního stavu lomu.

K iniciaci povrchové trhliny může dojít například vlivem koroze nebo interakcí s kamenivem z kolejového lože. Proto nemusí být návrh vlakové nápravy s využitím koncepce nominálního napětí pro neomezenou životnost dostatečně konzervativní a pro zabránění dosažení mezního stavu lomu se po určitém počtu ujetých kilometrů provádí inspekční kontrola ve formě defektoskopické zkoušky, která má za cíl odhalit případné defekty a posoudit, zda je náprava způsobilá k dalšímu provozu.

Interval mezi jednotlivými inspekčními kontrolami je možné stanovit na základě stanovení zbytkové životnosti pro počáteční defekt, který lze při defektoskopické zkoušce odhalit s dostatečnou pravděpodobností. Inspekční kontrola znamená odstávku vlaku, a proto je žádoucí co nejpřesnější odhad zbytkové životnosti.

2.1 Formulace problému

Stanovení zbytkové únavové životnosti vlakové nápravy s využitím koncepce přípustného poškození pro skutečné zátěžné spektrum a se zohledněním vlivu nalisování kola a povrchové úpravy za předpokladu platnosti lineárně elastické lomové mechaniky, principu úměrnosti u zatížení ohybem, superpozice jednotlivých zátěžných stavů a poloeliptického tvaru trhliny.

2.2 Cíle řešení problému

- 1) Vytvoření modelu vlakové nápravy s využitím metody konečných prvků.
- 2) Stanovení kritického místa nápravy z hlediska nejrychlejšího šíření únavové trhliny.
- 3) Stanovení tvaru čela poloeliptické trhliny.
- 4) Výpočet součinitele intenzity napětí samostatně od ohybu, nalisování kola a zbytkových napětí pro různé délky trhliny.
- 5) Stanovení zbytkové únavové životnosti.

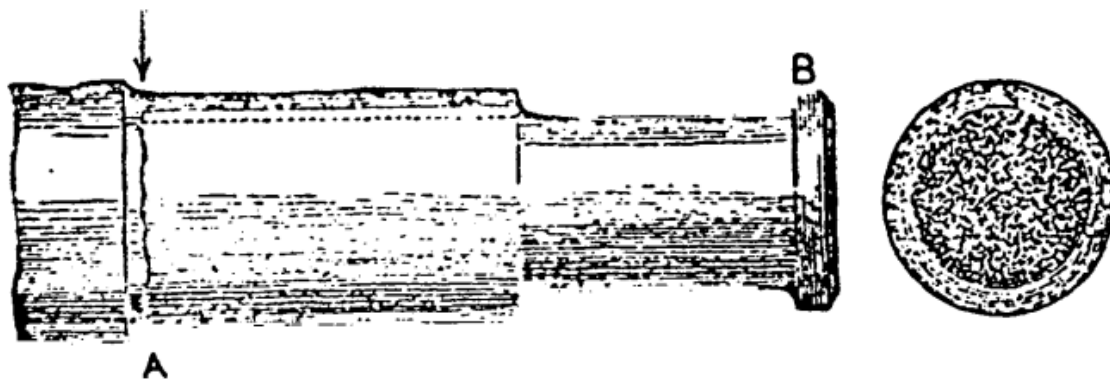
3 TEORETICKÝ ÚVOD DO PROBLEMATIKY

3.1 Historický vývoj

Problematika únavy materiálu byla poprvé zkoumána kolem roku 1830 těžebním inženýrem W. A. J. Albertem v souvislosti s řetězem důlního kladkostroje, který byl na jednom konci zatížen a na druhém připevněn na disk [3]. Zájem o detailnější výzkum únavy materiálu však vzrostl až s rozvojem používání materiálů na bázi železa a vlakovou nehodou blízko francouzského Versailles (1842), která zapříčinila úmrtí 60-100 osob a byla způsobena selháním přední nápravy lokomotivy, viz obr. 2 [3].

První rozsáhlý výzkum únavy materiálu byl veden A. Wöhlerem v letech 1852-1869 na reálných vlakových nápravách. Na jeho základě bylo zjištěno, že zatížení součásti hluboko pod mezí pevnosti materiálu může způsobit její selhání, je-li mnohokrát opakováno a vedl k charakterizaci únavy pomocí tzv. S-N křivky a návrhu strojních součástí na základě meze únavy materiálu neboli amplitudě harmonického zatížení, pod kterou již nedojde k poškození součásti (tzv. koncepce bezpečného života).

Dalším významným milníkem bylo C. Inglisovo řešení pásu s eliptickým otvorem (1912) a A. Griffithův koncept hnací síly trhliny (1921), které s odstupem času vedly k vytvoření konceptu součinitele intenzity napětí G. Irwinem (1957), položení základů lineárně elastické lomové mechaniky a následně popisu tělesa s trhlinou pomocí přírůstku trhliny po určitém počtu zátěžných cyklů v závislosti na rozkmitu součinitele intenzity napětí Parisem a Erdoganem (1963).



Obr. 2: Náčrtek selhání přední nápravy lokomotivy u Versailles z roku 1842 přeživším pasažérem – převzato z [4].

3.2 Únava materiálu

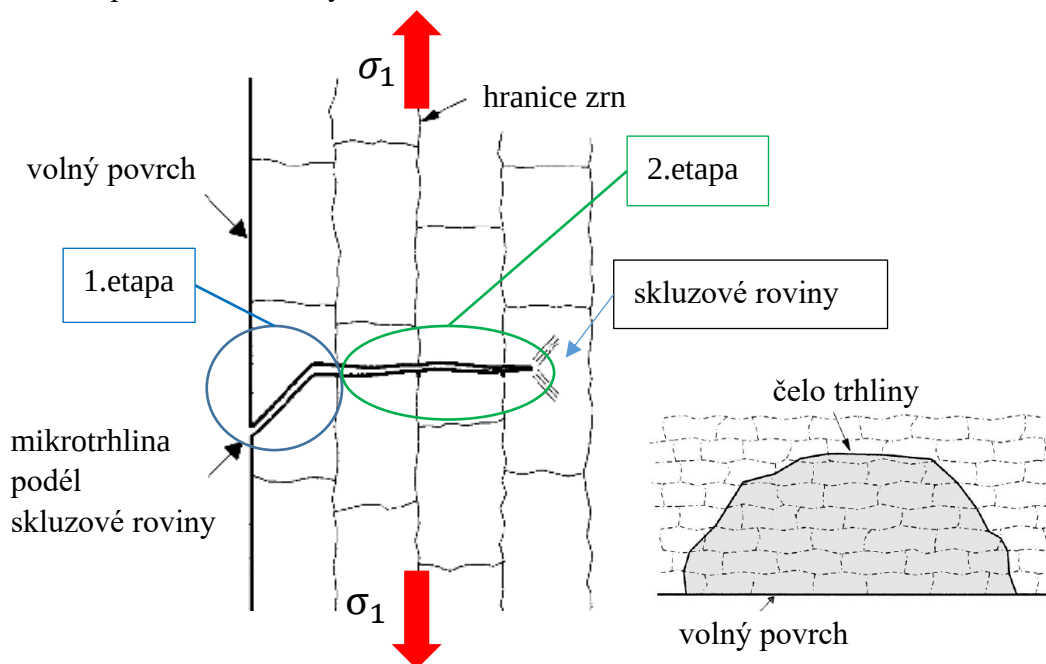
Je-li součást vystavena cyklickému zatěžování, je třeba vzít při jejím návrhu do úvahy únavu materiálu. Životnost cyklicky zatěžované součásti lze dle [5] rozčlenit do dvou etap:

1. krystalografický růst trhliny
2. nekystalografický růst trhliny

Během první etapy (krystalografického růstu) dochází k iniciaci trhlin zpravidla na povrchu součásti podél skluzových rovin a orientovaných ve směrech maximálních smykových napětí [5]. Počet takto vzniklých mikrotrhlin roste se zvyšující se amplitudou napětí cyklického zatížení a horší kvalitou povrchu součásti, což zvyšuje šanci postoupení do druhé etapy. Většina mikrotrhlin se totiž na úrovni zrn materiálu zastaví a nepokračuje v dalším růstu, některé se ale vzájemně ovlivňují, případně spojují a přejdou do etapy druhé.

V druhé etapě již zpravidla pokračuje pouze jedna, tzv. magistrální trhlina, která roste ve směru kolmém k největšímu hlavnímu napětí, viz obr. 3.

Průběh šíření trhlin v první etapě je těžko předvídatelný, neboť délky trhlin dosahují řádově desítky μm a je obtížné je sledovat, rychlost jejich růstu se výrazně mění v závislosti na vzdálenosti od hranice zrn [6] a šíří se ve směru skluzových rovin, které jsou v materiálu různě orientované. V druhé etapě již není možné, aby se trhlina šířila pouze podél skluzových rovin, protože čelo trhliny musí být spojitě [6] a jak již bylo zmíněno, zrna materiálu jsou různě orientovaná. Proroste-li tedy trhlina dostatečným objemem, převládne směr šíření ve směru hlavního napětí, vliv povrchu součásti přestane být výrazný, čelo trhliny lze popsat pomocí spojitě křivky a rychlost šíření odporem materiálu proti šíření trhliny [6].

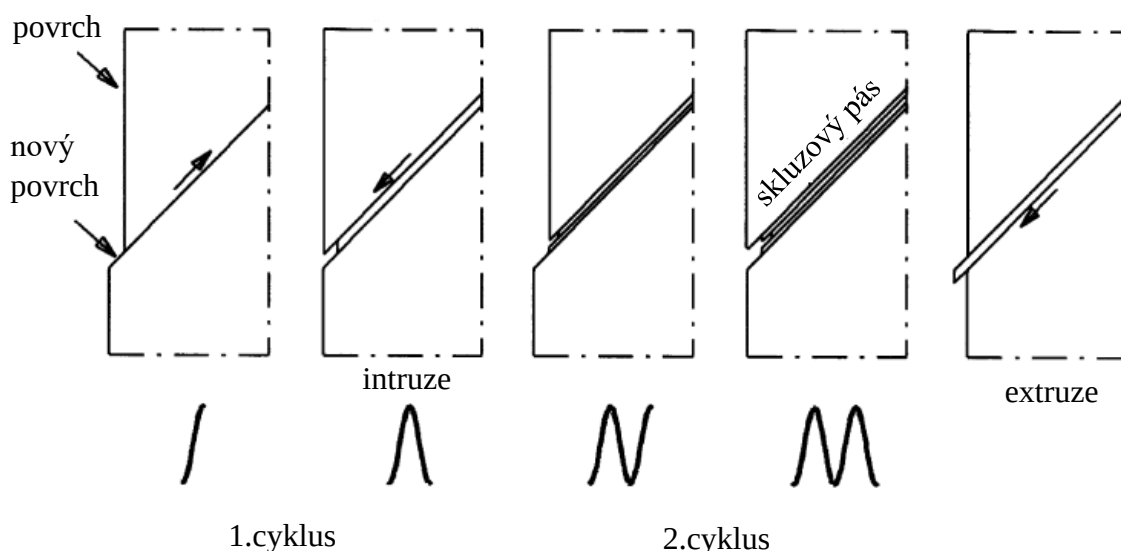


Obr. 3: Krystalografický a nekystalografický růst trhliny (vlevo), pohled na čelo trhliny v řezu (vpravo) - převzato z [6] a upraveno

3.2.1 Iniciační trhliny

Jak již bylo zmíněno, k únavě materiálu dochází i při napětích nižších, než je mez pevnosti nebo dokonce i mez kluzu. V mechanických výpočtech bývá obecně uvažováno, že v součásti zatížené napětím pod mezí kluzu nedochází k plastické deformaci. Tento princip je však platný pouze v makro měřítku.

V mikro měřítku se plastická deformace může podél malého množství zrn objevit i při zatížení pod mezí kluzu a iniciovat povrchovou trhlínu mechanismem podél skluzových pásů, viz obr. 4. V první části půlcyklu zde dochází ke skluzu podél roviny maximálního smykového napětí, což vede k vytvoření nového povrchu a jeho okamžitého pokrytí oxidickou vrstvou [6], která zapříčiní nárůst smykového napětí a materiál se proto v druhé polovině půlcyklu nevrátí do původního stavu a dojde ke vzniku intruze. Tento proces se cyklicky opakuje a dochází ke vzniku skluzového pásu. Teoreticky je možný i proces obrácený (extruze), tento však není z hlediska potenciální energie přetvoření tak pravděpodobný jako první [6]. Důsledkem tohoto mechanismu je, že k vytvoření trhliny dochází primárně na povrchu součásti, neboť skluz zde není omezen jako pod povrchem součásti [6] a je zřejmé, že kvalita povrchu má na tvorbu trhliny výrazný vliv.

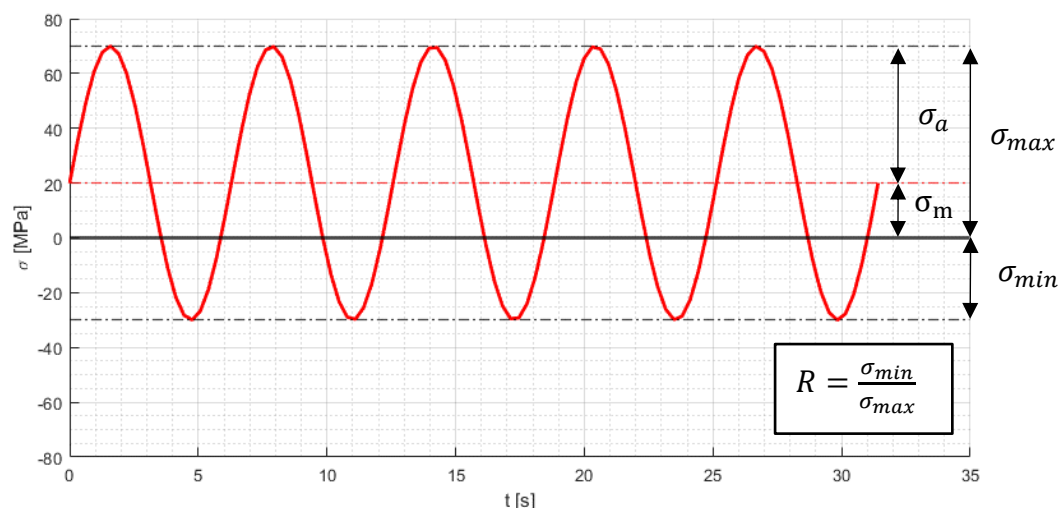


Obr. 4: Mechanismus vzniku povrchové trhliny podél skluzového pásu
(převzato z [6] a upraveno)

K iniciaci trhliny pod povrchem dochází jiným mechanismem, konkrétně kolem vměstků (nečistot) v krystalové mřížce [6]. Tento mechanismus však na úrovni vysokocyklové únavy není běžný a objevuje se spíše u únavy gigacyklové. Je ale vhodné ho zmínit, neboť může dojít k situaci, že se trhlina tímto mechanismem iniciuje těsně pod povrchem, proroste na povrch a dále se chová jako trhlina povrchová. K tomuto jevu jsou náchylnější vysokopevnostní oceli [6].

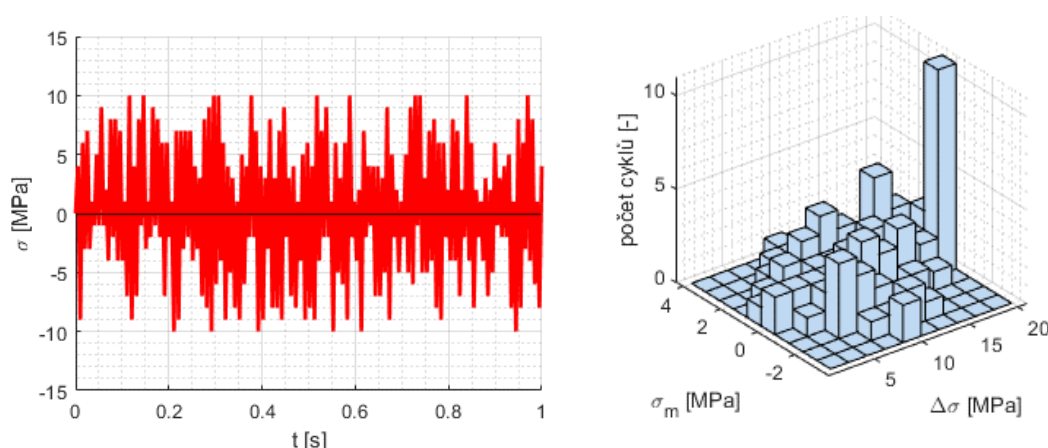
3.2.2 Idealizace cyklického zatěžování

V technické praxi se setkáváme se třemi základními druhy zatížení (statické, monotónní a proměnné), přičemž z hlediska únavy materiálu je zajímavé pouze zatížení proměnné. Speciálním případem proměnného zatížení je zatížení harmonické, které lze popsat např. pomocí středního napětí a amplitudy, v praxi se pro popis často používá tzv. parametr asymetrie cyklu R , viz obr. 5.



Obr. 5: Harmonické zatížení s nenulovým středním napětím

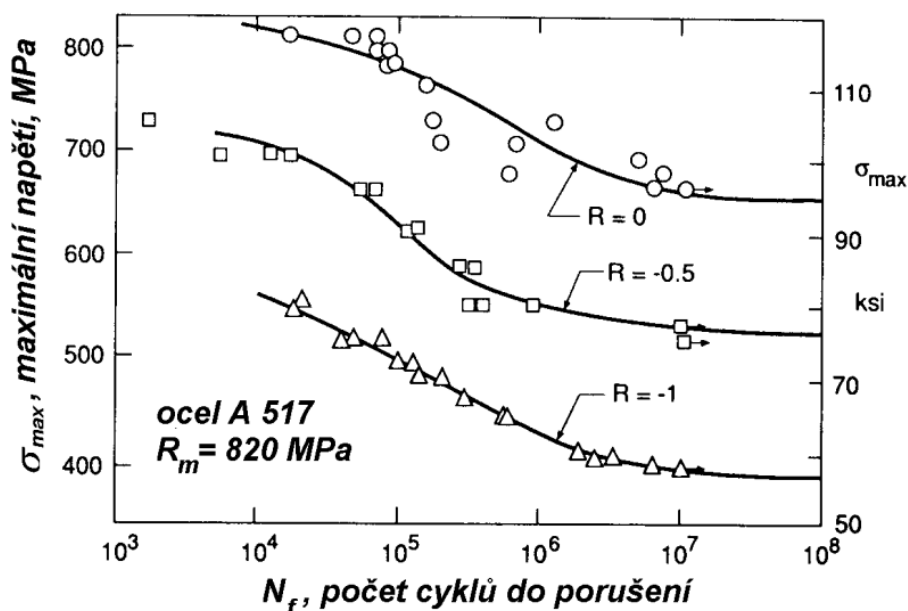
V obecném případě však průběh nebývá harmonický a pro výpočet je třeba jej zjednodušit (není-li možné provádět analýzu v časové oblasti), viz obr. 6. Ke zjednodušení se často používá metoda stékajícího deště, která zanedbává tvar zátěžného spektra, převede jej na vrcholy a údolí a následně zjednoduší na počty cyklů roztržené dle středního napětí a rozkmitu napětí.



Obr. 6: Průběh napětí v čase (vlevo) a zjednodušení metodou stékajícího deště do zátěžných tříd podle středního napětí a rozkmitu napětí (vpravo)

3.2.3 Odhad životnosti součásti pomocí S-N křivky

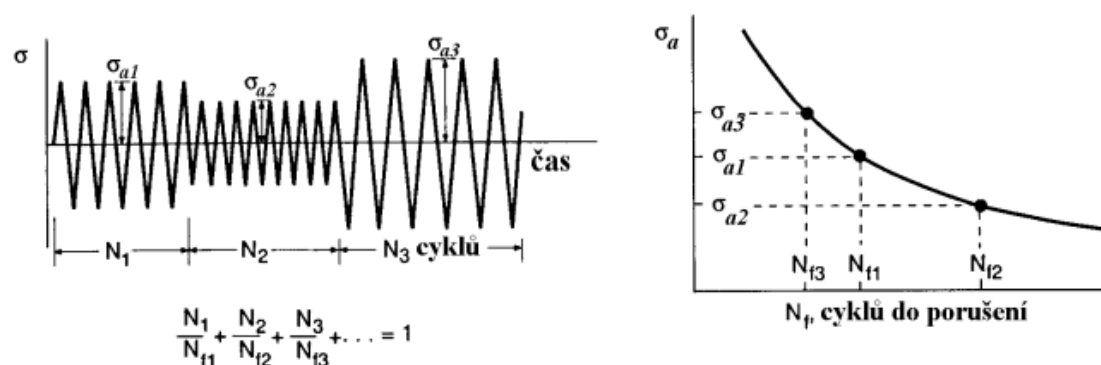
Predikce životnosti součásti bez trhliny může být proveden na základě $S - N$ křivky (koncepte bezpečného života). Příklad takovéto křivky, ze které lze určit počet zátěžných cyklů do porušení na základě maximálního napětí, je zobrazen na obr. 7.



Obr. 7: S-N křivka pro zatěžování s různými parametry asymetrie - převzato z [7]

Přímé určení počtu zátěžných cyklů je ovšem možné pouze pro harmonické zatížení s konstantní amplitudou napětí a stejným parametrem asymetrie. V případě proměnné amplitudy napětí, respektive různého parametru asymetrie, je třeba použít Palmgrenovo-Minerovo pravidlo, které předpokládá, že při N zátěžných cyklech dojde k vyčerpání $\frac{N}{N_f}$ životnosti součásti, přičemž celková životnost součásti je 1.

Obecné cyklické zatížení s proměnnou amplitudou je tedy potřeba roztrždit např. pomocí metody stékajícího deště zmíněné v předchozí kapitole a celková životnost lze pak vyjádřit v násobku naměřeného cyklického zatížení, viz obr. 8.



Obr. 8: Využití Palmgrenova-Minerova pravidla k určení zbytkové životnosti v počtu zátěžných bloků – převzato z [7].

3.3 Lomová mechanika

Lomová mechanika je vědní obor zabývající se popisem tělesa s trhlinou a dělí se na dva hlavní směry:

1. Lineární elastická lomová mechanika (LELM)

V případě lineární elastické mechaniky je předpokládána platnost Hookova zákona v oblasti kořene trhliny a je možné ji použít za předpokladu malé plastické oblasti, která je v porovnání s délkou trhliny a ostatními rozměry zanedbatelná (tzv. „small scale yielding“) [5].

2. Elastoplastická lomová mechanika (EPLM)

Elastoplastická lomová mechanika umožňuje i popis trhliny s zanedbatelnou plastickou oblastí v okolí kořene trhliny, je nutné ji použít nejsou-li splněny podmínky LELM.

3.3.1 Lineární elastická lomová mechanika

Pro popis tělesa s trhlinou s trhlinou s uvažováním LELM můžeme zvolit dva přístupy:

1. Energetický (Griffithův model, hnací síla trhlina, J-integrál, hustota deformační energie)
2. Napětový (součinitel intenzity napětí)

Druhý uvedený přístup s využitím součinitele intenzity napětí je v technické praxi častější díky obecnější možnosti použití. U tohoto popisu je uvažováno, že každé zatížení je možné popsat pomocí třech módů (viz obr. 9), mezi kterými platí princip superpozice. Tyto jednotlivé módy jsou popsány rovnicemi (1) a průběh napětí (respektive součinitele intenzity napětí) v jedné rovině je zobrazen na obr. 10.

$$\begin{aligned}\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(I)} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^I(\theta) \\ \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(II)} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{II}(\theta) \\ \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(III)} &= \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{III}(\theta) \\ \sigma_{ij} &= \sigma_{ij}^{(I)} + \sigma_{ij}^{(II)} + \sigma_{ij}^{(III)}\end{aligned}\tag{1}$$

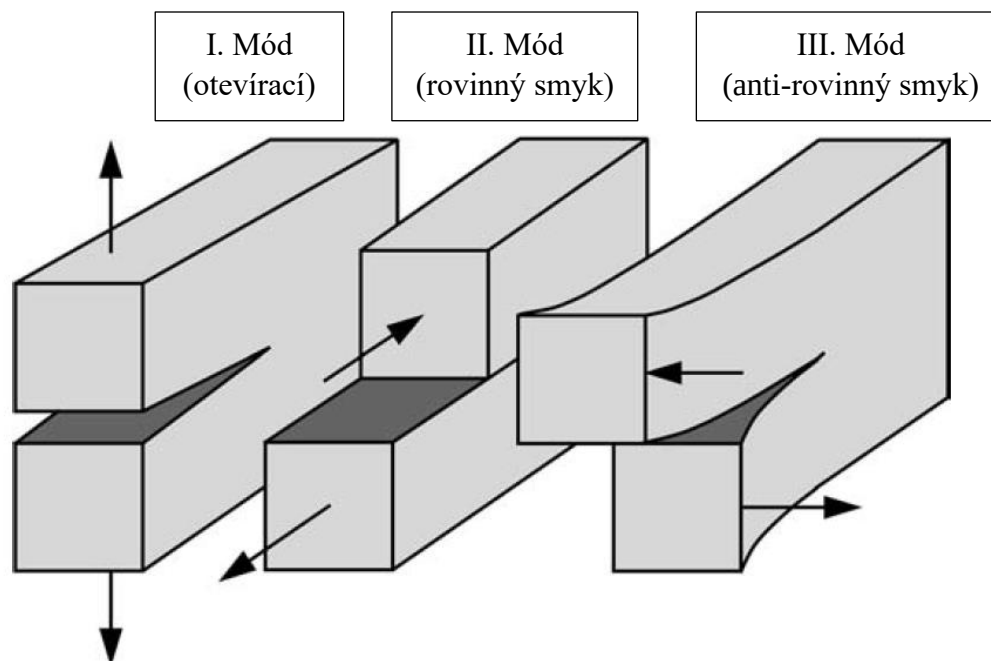
kde r, θ – polární souřadnice (vzdálenost, respektive úhel od směru růstu trhliny),

K_k – součinitel intenzity napětí od k -tého módu zatížení, kde $k = I, II, III$

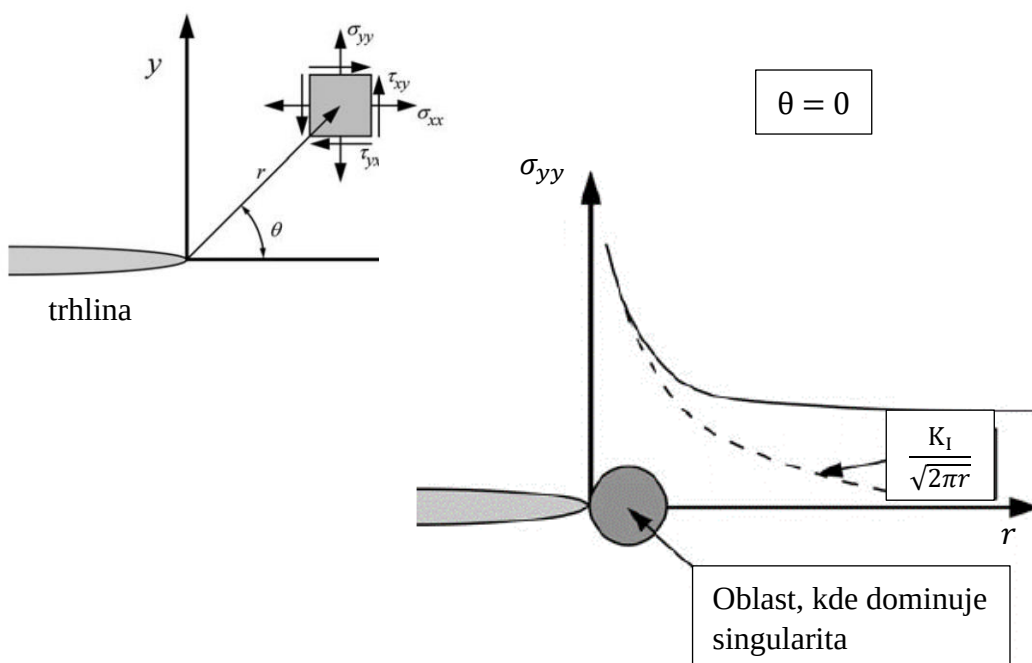
$f_{ij}^{(k)}$ – goniometrické funkce pro směr os ij a k -tý mód zatížení,

$\sigma_{ij}^{(k)}$ – napětí ve směru os ij pro k -tý mód zatížení

Z uvedených rovnic je zřejmé, že pro $r \rightarrow 0$ roste napětí $\sigma_{ij} \rightarrow \infty$, což je způsobeno singularitou v kořeni trhliny a je důvodem k zavedení nové veličiny – součinitele intenzity napětí K_k pro popis napjatosti v okolí kořene trhliny, který nabývá konečných hodnot.

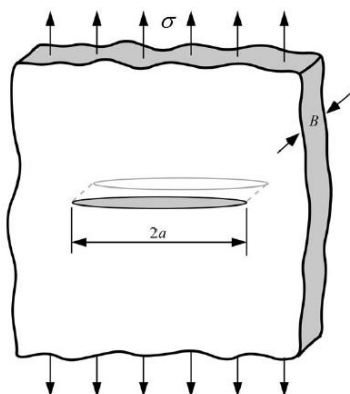


Obr. 9: Tři módy zatížení součinitele intenzity napětí – převzato z [2] a upraveno



Obr. 10: Popis napjatosti v okolí kořene trhliny za předpokladu LELM – převzato z [2] a upraveno

Rovnice (1) uvedené výše je možné použít k výpočtu přímou metodou u numerického řešení pro libovolnou součást s trhlinou. V případě analytického řešení se vychází z řešení nekonečné stěny zatížené konstantním napětím působícím ve směru kolmém k trhlině, viz obr. 11.



Obr. 11: Trhlina průchozí celou tloušťkou nekonečné stěny zatížené napětím působícím ve směru kolmém k trhlině – převzato z [2]

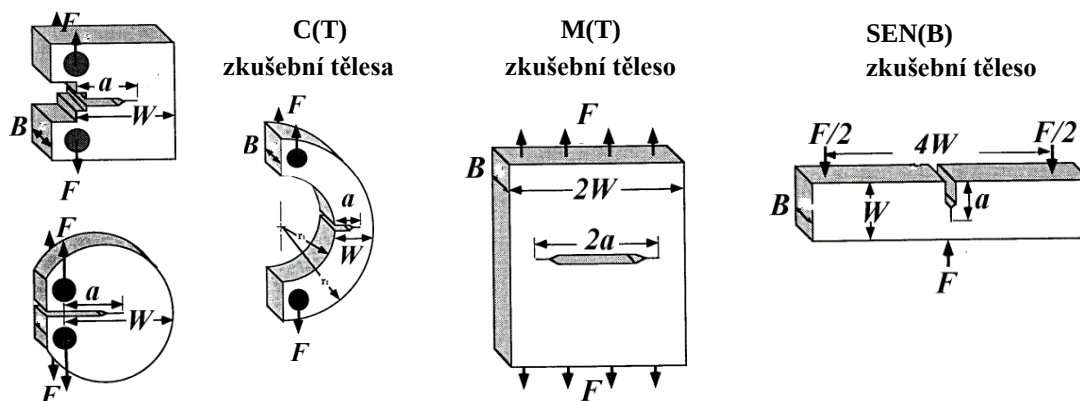
V takovém případě lze součinitel intenzity napětí určit dle rovnice (2). Obecně je možné tuto rovnici rozšířit o tvarovou funkci Y , díky které je možné tento analytický výpočet použít i pro jiné typy těles, je-li tvarová funkce známa.

$$\begin{aligned} \text{nekonečný pás:} \quad K_I &= \sigma\sqrt{\pi a} \\ \text{obecně:} \quad K_I &= \sigma\sqrt{\pi a} Y \end{aligned} \quad (2)$$

kde Y je tvarová funkce závislá na geometrii a typu zatížení uvažovaného tělesa.

3.3.2 Lomová houževnatost a vymezení platnosti LELM

Součinitel intenzity napětí je možné použít k určení, zda v posuzované součásti dojde k nestabilnímu šíření trhliny (tj. trhlina se bude šířit samovolně bez nutnosti dalšího zatěžování). Pro získání kritické hodnoty součinitele intenzity napětí se používají zkušební tělesa (viz obr. 12), na kterých je vytvořena ostrá trhlina, poté jsou kvazistaticky zatěžována až do porušení a je sledován průběh zátěžné síly v závislosti na rozevření vrubu a délka trhliny v okamžiku lomu.



Obr. 12: Zkušební tělesa pro určení lomové houževnatosti (zleva „compact tension“, „middle tension“ a „single edge notch bending“) – převzato z [8]

Na základě získaných parametrů je dle rovnice (3) přepočten součinitel intenzity napětí K_Q a jsou-li zároveň splněny podmínky určené normou, získaná hodnota je označena jako lomová houževnost K_{IC} (odpor materiálu proti iniciaci a růstu trhliny [5]).

$$K_Q = \frac{F_Q}{B\sqrt{W}} g_i \left(\frac{a}{W} \right) \quad (3)$$

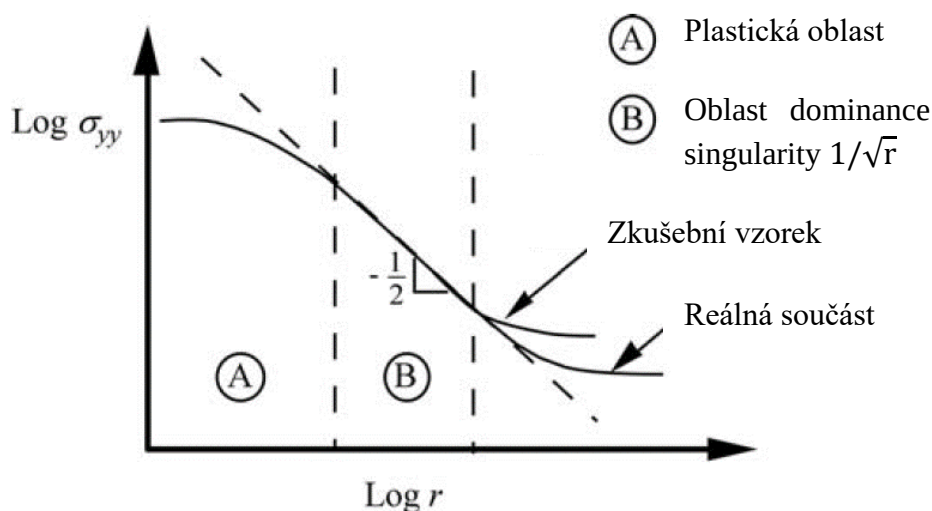
kde F_Q – kritická hodnota síly z experimentálního záznamu, B – tloušťka zkušebního tělesa, W – šířka zkušebního tělesa, g_i – tvarový součinitel intenzity napětí pro konkrétní těleso určený normou, závislý na poměru délky trhliny a šířky tělesa.

Podmínka pro měření lomové houževnatosti, která je dle [9] uvedena ve všech normách, je popsána rovnicí (4). Tato rovnice byla získána experimentálně převážně na slitinách hliníku a vyjadřuje podmínky lomu při rovinné deformaci [9].

$$a, B, (W - a) \geq 2,5 \left(\frac{K_I}{R_e} \right)^2 \quad (4)$$

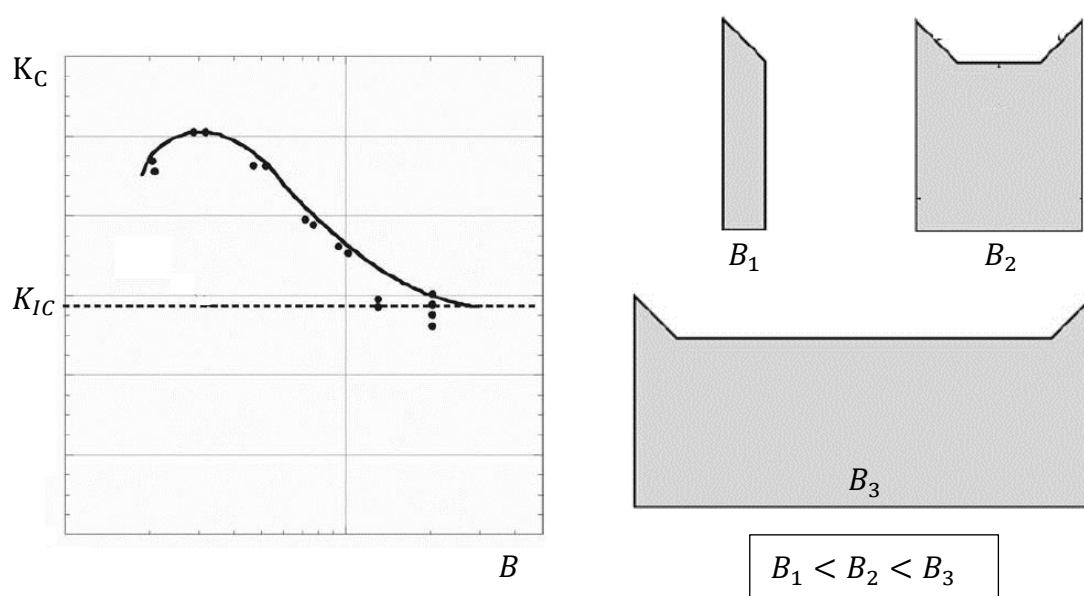
kde K_I – první mód součinitele intenzity napětí, R_e – mez kluzu, a – délka trhliny, B – tloušťka zkušebního vzorku, W – šířka zkušebního tělesa

Důvodem pro uvažování malé plastické oblasti je, že součinitel intenzity napětí popisuje pouze oblast „B“ (viz obr. 13) a mimo oblast dominance singularity je průběh napjatosti na reálné součásti a zkušebním vzorku odlišný. Je-li tedy plastická oblast příliš velká, pohltí oblast „B“ a naměřené hodnoty pak nelze použít pro posouzení reálné součásti [2].



Obr. 13: Napjatost v okolí čela trhliny v log-log souřadnicích – převzato z [2] a upraveno

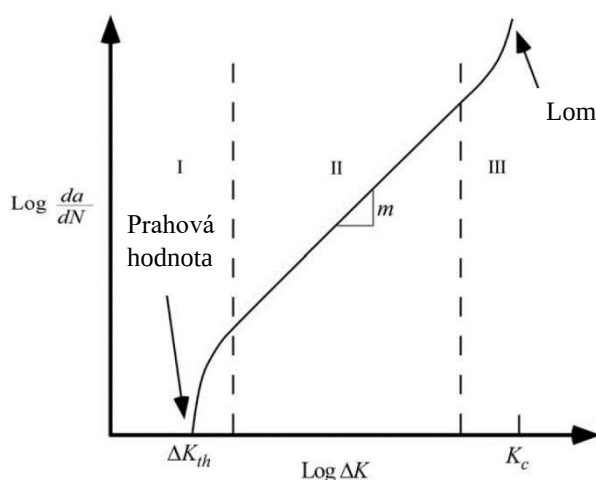
Rovinná deformace je požadována z důvodu, že s rostoucí tloušťkou zkušebního vzorku jsou naměřeny nižší hodnoty součinitele intenzity napětí v okamžiku lomu, dokud není dosaženo určité meze, kterou označujeme právě jako lomovou houževnatost [2]. V okolí povrchu součásti, je totiž nižší triaxilita napětí, což vede k vyšším hodnotám kritické hodnoty součinitele intenzity napětí [2] a čelo trhliny není ploché jako uprostřed vzorku, viz obr. 14. S rostoucí tloušťkou vzorku je pak vliv volného povrchu na naměřenou hodnotu kritické hodnoty součinitele intenzity napětí zanedbatelný a lze ji označit jako lomovou houževnatost K_{IC} .



Obr. 14: Vliv tloušťky zkušebního tělesa na naměřenou hodnotu kritické hodnoty součinitele intenzity napětí (respektive lomové houževnatosti) – převzato z [2] a upraveno

3.3.3 Šíření trhliny

Dále lze součinitel intenzity napětí použít pro popis růstu trhliny při cyklickém zatěžování a predikce zbytkové životnosti (koncepte přípustného poškození). K tomuto účelu slouží tzv. $v - K$ křivka, která znázorňuje přírůstek trhliny za zátěžný cyklus v závislosti na rozkmitu součinitele intenzity napětí, viz obr. 15.



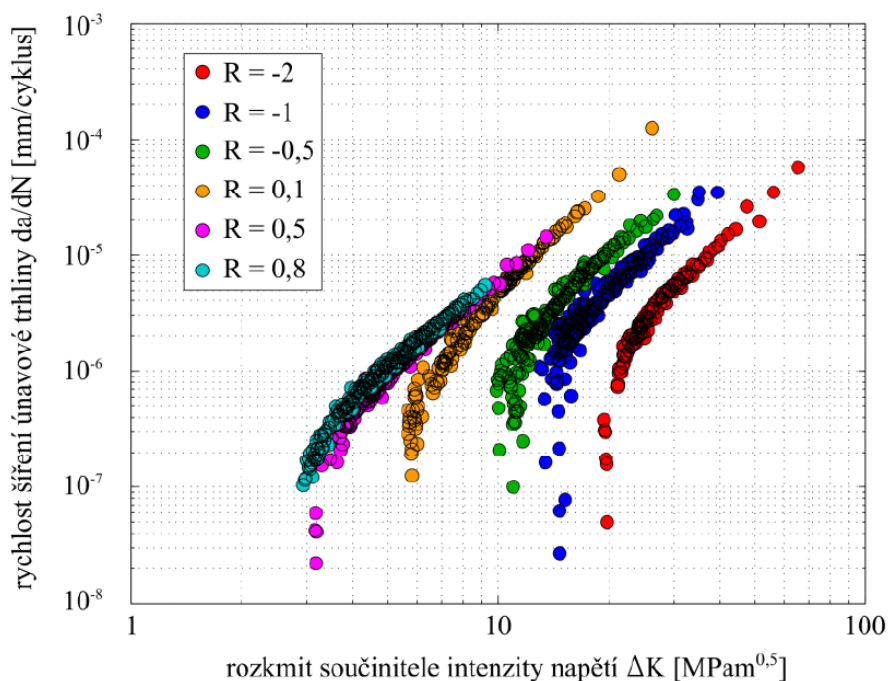
Obr. 15: $v - K$ křivka v log-log souřadnicích – převzato z [2] a upraveno

Tuto křivku je možné rozdělit do třech oblastí:

- I. Oblast v okolí prahových hodnot, ve které se křivka asymptoticky blíží k prahové hodnotě rozkmitu součinitele intenzity napětí, pod kterou je uvažováno, že se trhlina nešíří. Struktura materiálu, parametr asymetrie, prostředí a teplota při které byla zkouška prováděna, mají výrazný vliv na naměřené hodnoty [5].
- II. Oblast v log-log souřadnicích lineární, která na výše zmíněných parametrech příliš nezávisí [5].
- III. Oblast v okolí únavové lomové houževnatosti, kde se křivka asymptoticky blíží mezní hodnotě (pro křehké materiály lze uvažovat lomovou houževnatost [6]). Naměřené hodnoty jsou závislé na parametrech zmíněných výše [5]. Vzhledem k vysokým rychlostem šíření trhliny nemá na vypočtenou zbytkovou životnost výrazný vliv.

Na obr. 15 je také zobrazena křivka pro krátké povrchové trhliny. Jak již bylo zmíněno, tyto se šíří jiným mechanismem a dle [6] by měla být uvažovaná počáteční délka trhliny řádově alespoň $a_0 = <1; 3>$ mm v závislosti na typu materiálu.

Měření $v - K$ křivek se provádí na zkušebních tělesech popsanych v kapitole 3.3.2, které jsou cyklicky zatěžovány konstantní amplitudou napětí při konstantním parametru asymetrie cyklu R . Po určitém počtu cyklů (řádově 10^4) je namáhání přerušeno a je změřen přírůstek trhliny od posledního přerušení, čímž je získán jeden bod křivky. Příklad takto získaných křivek pro různé parametry asymetrie cyklu je zobrazen na obr. 16, pro jejichž získání bylo použito 18 zkušebních těles [10].



Obr. 16: Vliv závislosti naměřených hodnot v - K křivky na parametru asymetrie R u oceli EA4T na zkušebním tělese typu $M(T)$ —převzato z [10]

Nejběžnějším způsobem popisu $v - K$ křivky je Paris-Erdoganova rovnice (5), která však popisuje rychlost šíření trhliny přesně pouze v druhé (lineární) oblasti, a navíc nezohledňuje parametr asymetrie cyklu R .

$$\frac{da}{dN} = C\Delta K^m \quad (5)$$

kde C, m – materiálové konstanty, ΔK – rozkmit součinitele intenzity napětí

Pro popis i v oblasti prahových hodnot je možné použít např. rovnici (6) navrženou Lukášem a Klesnilem, pro popis růstu zohledňující parametr asymetrie a oblast v okolí únavové lomové houževnatosti např. Formanovu rovnici (7).

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K^m - \Delta K_{th}^m) \quad (6)$$

$$\frac{da}{dN} = \frac{C\Delta K^m}{(1 - R)K_c - \Delta K} \quad (7)$$

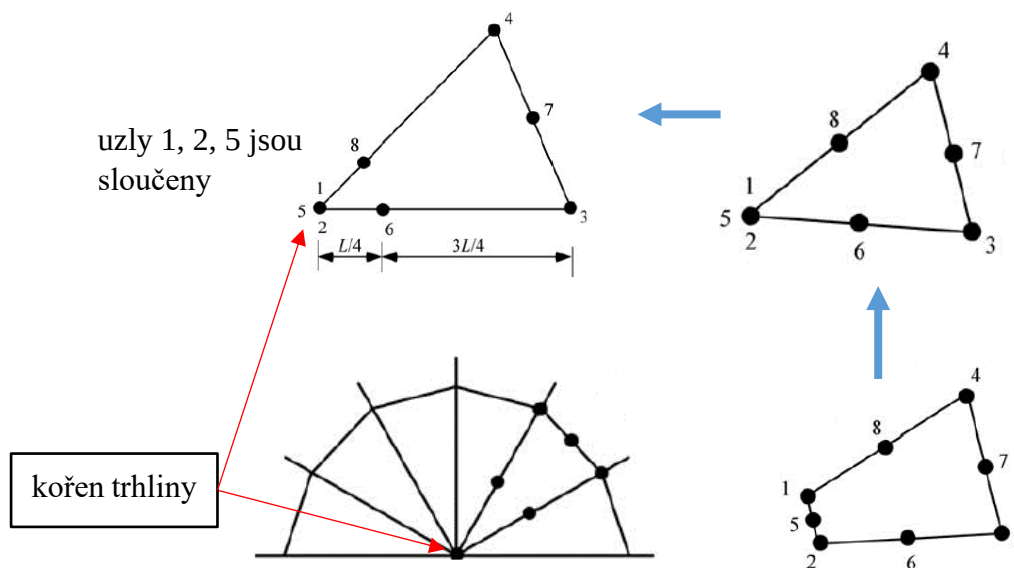
kde ΔK_{th} - prahová hodnota rozkmitu součinitele intenzity napětí, R – parametr asymetrie, K_c - únavová lomová houževnatost

Výpočet zbytkové únavové životnosti v této práci byl proveden s využitím modifikovaného Paris-Erdoganova vztahu a vztahu NASGRO, které budou popsány ve výpočetní části. Žádný z výše uvedených vztahů nezohledňuje pořadí zátěžných cyklů u zatížení s proměnnou amplitudou a s tím související vliv retardace, způsobený prorůstáním trhliny plastickou oblastí po přetěžujícím zátěžném cyklu. Tento jev lze popsat např. Wheelerovým nebo Willenborgovým modelem, v této práci však vliv retardace není uvažován a nebude proto dále rozveden.

3.3.4 Výpočet parametrů lomové mechaniky metodou konečných prvků

Díky rozvoji metody konečných prvků spolu s výkonnějšími počítači došlo k výraznému pokroku v oboru lomové mechaniky, byly určeny tvarové funkce k výpočtu součinitele intenzity napětí pro nespočet různých těles a výpočty i v oblasti EPLM se staly běžnými [2].

Při modelování tělesa s trhlinou je důležité vytvořit jemnou a kvalitní síť v okolí čela trhliny. Běžně udávaná hodnota vhodné velikosti prvků v okolí čela trhliny je přibližně setina délky trhliny v závislosti na lokálním gradientu napětí a je vhodné použít rektangulární strukturovanou síť namísto volné triangulární (respektive hexahedrál ní namísto tetrahedrál ní ve 3D) a použité prvky by navíc měly být kvadratické. Druhou možností je použití speciálních trhlinových prvků v okolí čela trhliny, s jejichž použitím může být dosaženo správných výsledků i s podstatně nižším počtem prvků. Jedná se o degenerovaný kvadratický rektangulární prvek (viz obr. 17), který reprodukuje singularitu typu $1/\sqrt{r}$ a je tedy vhodný pouze pro popis trhliny při uvažování LELM.

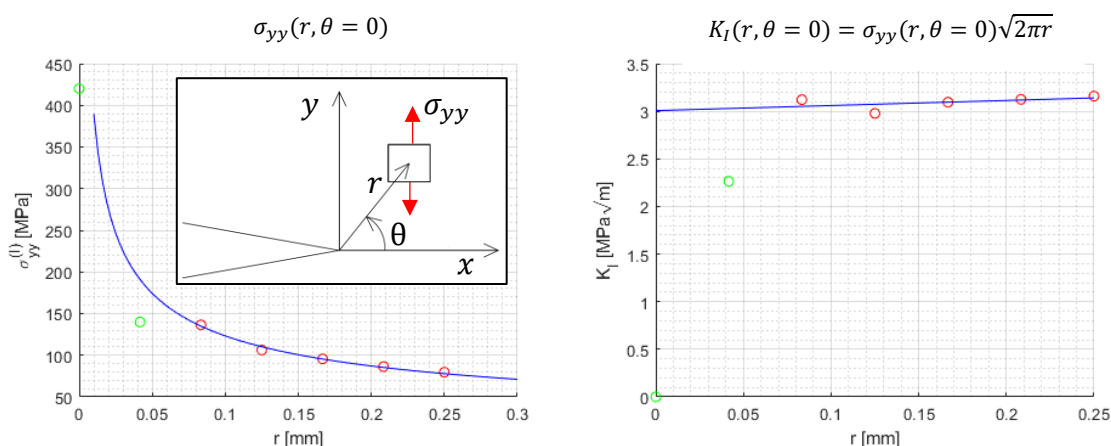


Obr. 17: Degenerace kvadratického rektangulárního prvku do speciálního trhlinového, který reprodukuje singularitu typu $1/\sqrt{r}$ – převzato z [2] a upraveno

Výpočet parametrů lomové mechaniky je možné rozdělit do dvou skupin:

I) Přímé metody, které je možné použít pouze k určení součinitele intenzity napětí. Níže na obr. 18 je znázorněn postup výpočtu pro první mód dle rovnice (8) (v softwaru ANSYS je pro 2D případy možné využít příkaz „KCALC“, který používá podobnou rovnici, do které však vstupují posuvy namísto napětí). Při výpočtu přímou metodou dle rovnice (8) jsou vybrány uzly v okolí kořene trhliny v jednom směru určeným úhlem θ (obvykle $\theta = 0$) v různých vzdálenostech r , v těchto uzlech je z napětí přepočten součinitel intenzity napětí a takto získanými hodnotami je proložena přímka, pomocí které je extrapolována hodnota součinitele intenzity napětí do kořene trhliny, viz obr. 18.

$$K_I(r) = \sigma_{ij}^{(I)}(r) \sqrt{2\pi r} f_{ij}^I(\theta) \quad (8)$$



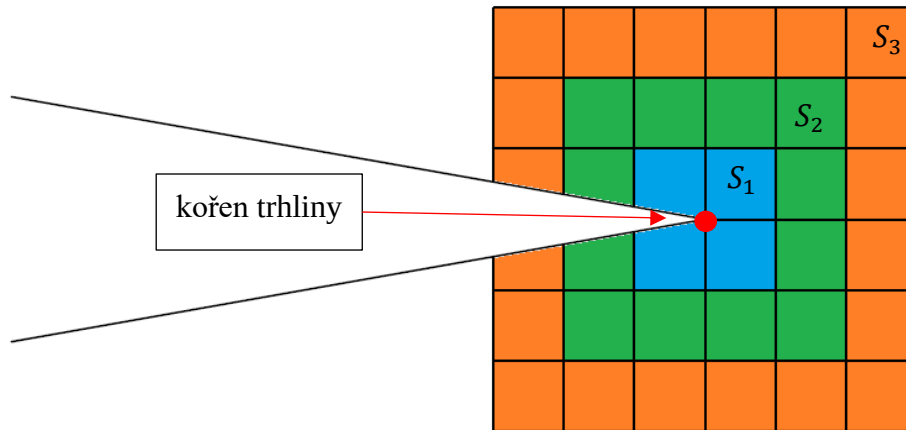
Obr. 18: Ukázka výpočtu prvního módu součinitele intenzity napětí přímou metodou, průběh napětí (vlevo) a přepočet na součinitel intenzity napětí (vpravo), výsledky z prvního prvku od kořene trhliny jsou zanedbány

II) Integrální metody, které lze použít i pro ostatní parametry lomové mechaniky a oblast EPLM. V softwaru ANSYS je k tomuto možné použít příkaz „CINT“, kterým by měl uživatel sledovaný parametr vyhodnotit pro několik různých oblastí (kontur) a výsledky by měly být pro všechny stejné (uživatel zadá pouze počet kontur, výpočet proběhne automaticky). Tento příkaz je možné využít jak pro 2D, tak 3D úlohy (v prvním případě je oblast, přes kterou je integrováno plošná, v druhém případě objemová). Kontury, přes které je integrováno, jsou ve 2D případě postupně vybírány tak, že první konturou jsou prvky přímo obklopující kořen trhliny, druhou konturou jsou prvky obklopující první konturu a takto je pokračováno až do zadaného počtu kontur, viz obr. 19. Jako příklad je uvedena rovnice (9), pomocí které jsou v softwaru ANSYS příkazem „CINT“ počítány součinitele intenzity napětí [11].

$$I = \frac{\int_V q_{i,j} [\sigma_{kl} \varepsilon_{kl}^{aux} \delta_{ij} - \sigma_{kj}^{aux} u_{k,i} - \sigma_{kj} u_{k,i}^{aux}] dV}{\int_S \delta q_n dS} \quad (9)$$

$$I = \frac{2}{E^*} (K_1 K_1^{aux} + K_2 K_2^{aux}) + \frac{1}{G} K_3 K_3^{aux}$$

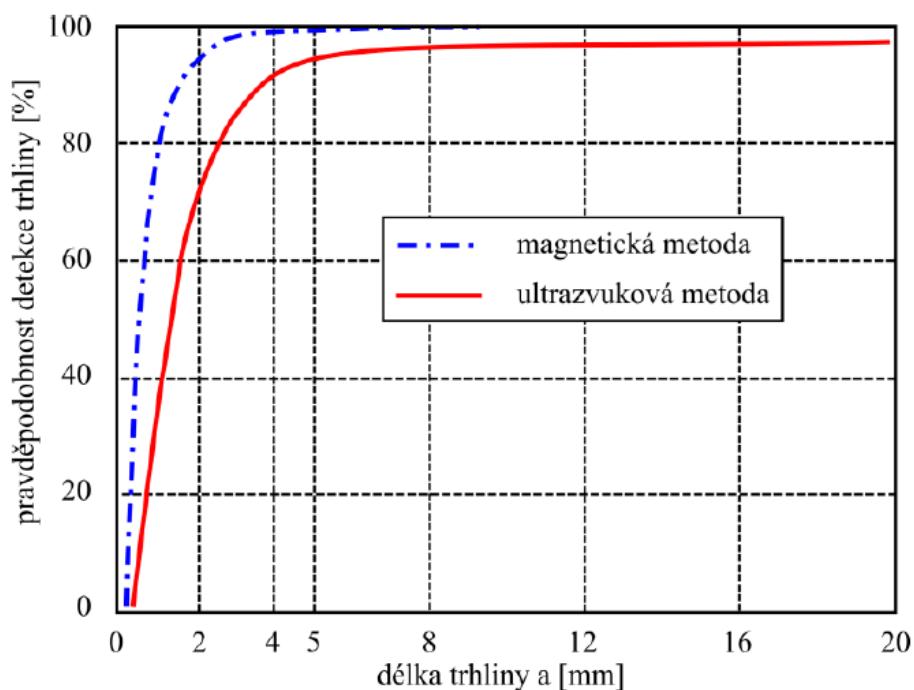
kde σ_{ij} , ε_{ij} , u_i – napětí, přetvoření a posuv, σ_{ij}^{aux} , ε_{ij}^{aux} , u_i^{aux} – napětí, přetvoření a posuv pomocného pole, q_i – váhová funkce nabývající hodnot $< 0; 1 >$, K_k – součinitel intenzity napětí od jednotlivých módů zatížení, K_k^{aux} – součinitel intenzity napětí od jednotlivých módů zatížení pomocného pole (hodnoty $[0;1]$), E – Youngův modul pružnosti, E^* – upravený Youngův modul pružnosti dle stavu napjatosti (pro rovinnou napjatost $E^* = E$, pro rovinnou deformaci $E^* = \frac{E}{1-\mu^2}$), μ – Poissonův poměr, G – modul pružnosti ve smyku, δ_{ij} – Kroneckerovo delta



Obr. 19: Výběr jednotlivých kontur v okolí kořene trhliny u 2D úlohy

3.3.5 Možnosti detekce trhlin u vlakových náprav

Dle [10] je u vlakových náprav pro detekci trhlin běžně používána magnetická a ultrazvuková nedestructivní metoda. Tyto metody jsou s vysokou pravděpodobností schopné detekovat velké trhliny, s klesající délkou trhliny pravděpodobnost její detekce klesá. Z obr. 20 je zřejmé, že magnetická metoda má vyšší citlivost, její nevýhodou ale je, že pro její provedení je nutné odstranit ochranný nátěr nápravy, případně demontovat nalisované kolo, má-li být zkoumán i povrch pod nalisovaným kolem [10].



Obr. 20: Pravděpodobnost detekce trhliny – převzato z [10]

S ohledem na možnosti detekce trhliny a po diskuzi s pracovníky ÚFM AVČR, bude v této práci proveden výpočet pro počáteční trhliny o délkách $a_0 = [1; 2] \text{ mm}$.

3.4 Zbytková napětí a jejich vliv na únavu materiálu

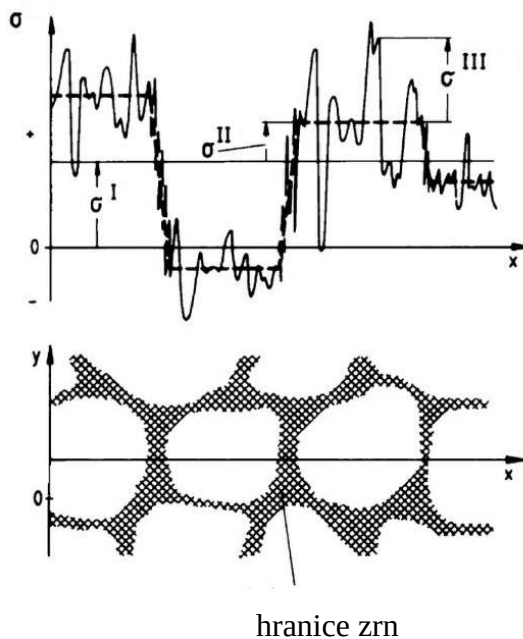
Zbytkové napětí může být definováno jako napětí, které je v součásti přítomno bez vnějšího namáhání. Z tohoto tvrzení je zřejmé, že jsou-li přítomna tahová zbytková napětí, musí být přítomna i tlaková zbytková napětí a obráceně, neboť v součásti bez vnějšího namáhání musí platit silová a momentová rovnováha.

Je-li součást se zbytkovým napětím vystavena vnějšímu namáhání, výsledné napětí lze pak určit jako součet účinků od vnějšího namáhání a zbytkových napětí (je-li jejich součet v elastické oblasti) [6]. Vzhledem k tomu, že zbytková napětí jsou v čase neměnná, v případě cyklického namáhání není ovlivněna amplituda zatížení, ale pouze střední napětí, respektive parametr asymetrie cyklu R .

Z hlediska velikosti oblasti působnosti je možné zbytková napětí rozdělit na tři druhy [12]:

- I. makroskopická (oblast řádově větší než velikost zrn)
- II. mikroskopická (lišící se podél jednotlivých zrn)
- III. mikroskopická (lišící se na úrovni jednoho zrna)

Pro další popis a výpočty v této práci jsou uvažována zbytková napětí I. druhu, která lze vnímat jako průměr zbytkových napětí II. a III. druhu viz obr. 21.



Obr. 21: Schématické zobrazení tří druhů zbytkových napětí – převzato z [13] a upraveno

3.4.1 Příčiny vzniku zbytkových napětí

První příčinou vzniku zbytkových napětí je obecně plastická deformace součásti, která je nevratná a v nezatíženém elastickém okolí tak vyvolává zbytková napětí, druhou příčinou jsou chemické nebo strukturní změny materiálu [6]. Mezi způsoby vzniku zbytkových napětí patří například kuličkování, válečkování, nerovnoměrný ohřev, respektive ochlazování součásti nebo plastická deformace v okolí vrubů.

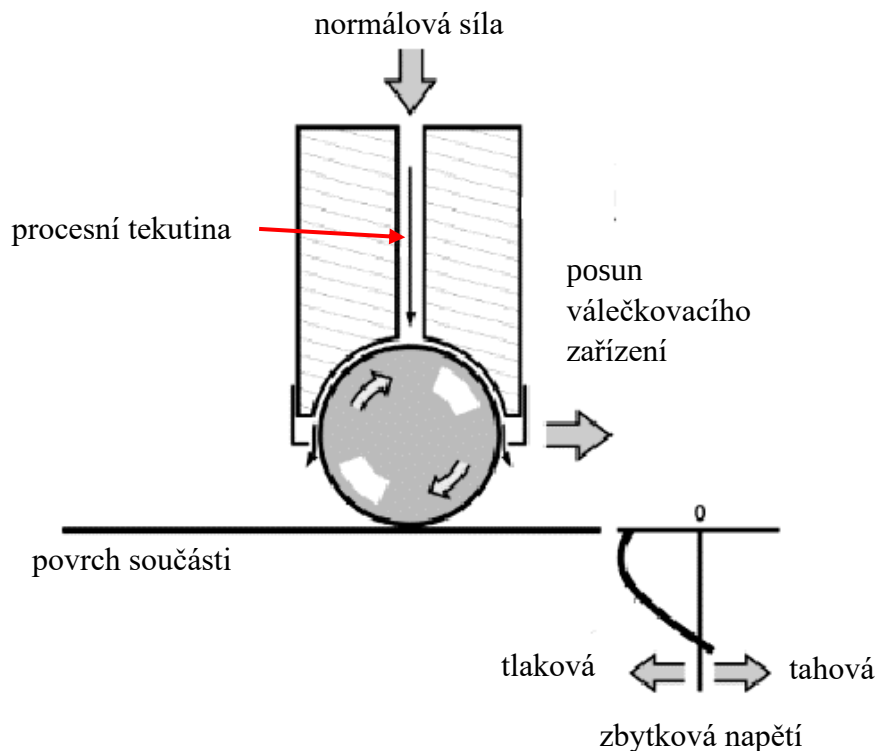
Tyto způsoby vzniku zbytkových napětí je možné podle důvodu jejich vzniku rozdělit na:

- a) Zbytková napětí vytvořená úmyslně (např. kuličkování)
- b) Zbytková napětí vzniklá jako důsledek jiného procesu (např. nerovnoměrný ohřev a chlazení součásti při svařování)

nebo dle mechanismu vzniku na:

- a) Vyvolaná mechanickým působením (např. válečkování)
- b) Vyvolaná tepelným působením (např. indukční kalení)
- c) Vyvolaná chemickými nebo strukturními změnami

Z hlediska únavy materiálu je žádoucí mít u povrchu součásti tlaková napětí, neboť zde se převážně vyskytují trhliny a tato napětí působí proti jejich otvírání, což je důvodem pro úmyslné vytváření zbytkových napětí u cyklicky namáhaných součástí. U moderních vlakových náprav jsou k tomuto běžně používány metody indukčního kalení nebo válečkování (viz obr. 22), které, jak bude ukázáno později v této práci, mohou úplně zamezit šíření trhliny z uvažované počáteční délky.



Obr. 22: Schéma úpravy povrchu součásti válečkováním – převzato z [14] a upraveno

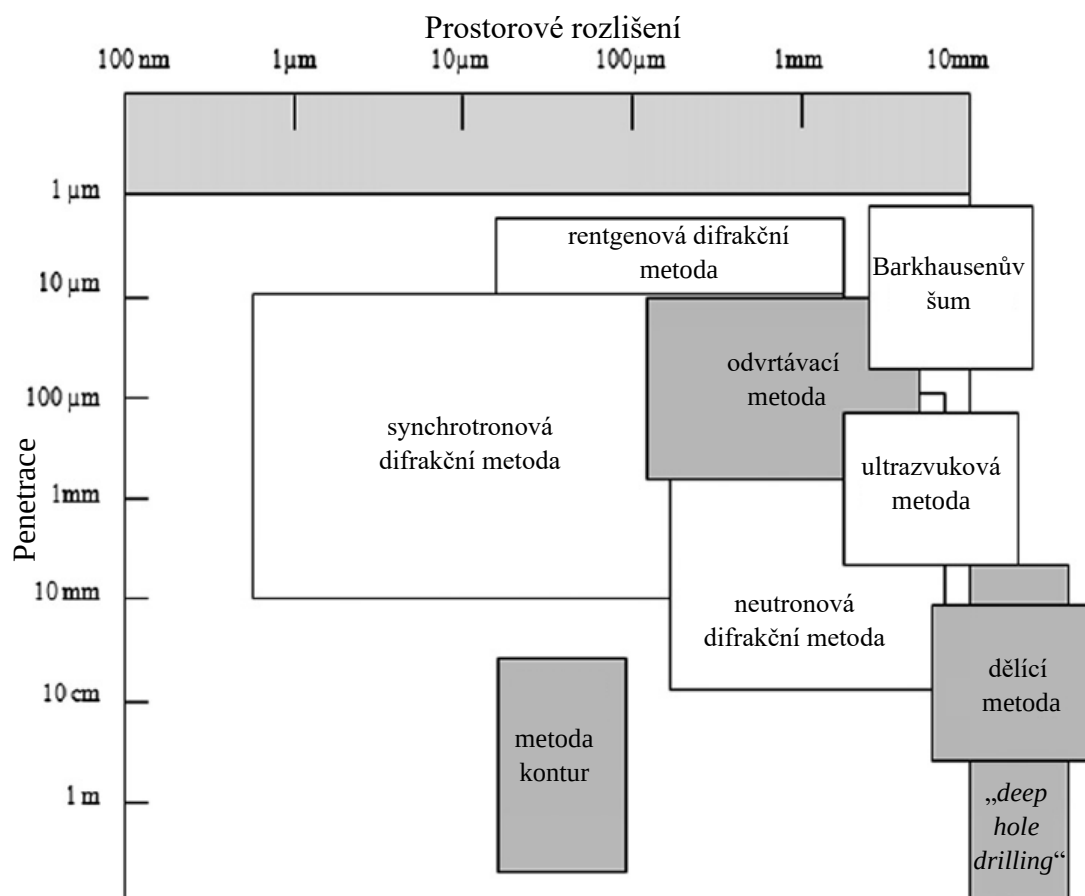
V některých případech však může být vzniklé zbytkové napětí nežádoucí (zejména jedná-li se o tahová napětí u povrchu cyklicky namáhané součásti) a je vhodné je odstranit. Toho je možné docílit žíháním, které umožní částečně přeuspořádání dislokací (v případě rekrystalizačního žíhání úplného odstranění plastické deformace) [6]. Není-li takováto úprava možná z důvodu nežádoucí změny materiálové struktury, je možné použít např. kuličkování nebo zplastizování celého průřezu u tenkých plechů, což povede k rovnoměrnějšímu rozdělení zbytkových napětí [6].

3.4.2 Měření zbytkových napětí

Metody pro měření zbytkových napětí je možné rozdělit do 3 kategorií:

- 1) Nedestruktivní
- 2) Semi-destruktivní
- 3) Destruktivní

Obecně lze říci, že destruktivními a semi-destruktivními metodami je možné měřit zbytková napětí ve větších hloubkách, nejsou však tak přesné a běžně se používají pro měření zbytkových napětí I. druhu (makroskopických), viz obr. 23. Naměření zbytkových napětí podél celého průřezu vlakové nápravy je proto problematické, jednak z důvodu penetrace měřicí metody, jednak z důvodu nákladnosti takového procesu při použití destruktivních metod.



Obr. 23: Penetrace a rozlišení jednotlivých metod pro měření zbytkových napětí, nedestruktivní metody označeny bílou barvou, semi-destruktivní a destruktivní šedou – převzato z [12] a upraveno

4 VÝPOČETNÍ ČÁST

Pro následující výpočty byl využit software ANSYS, převážně v prostředí „classic“, a modely byly vytvořeny parametricky skriptovacím jazykem APDL. K vyhodnocení výsledků a únavové životnosti byl využit software Microsoft Excel a MATLAB. Ve všech případech jsou uvažovány malé deformace, homogenní a izotropní materiál, který je až na výjimku ověření platnosti LELM ideálně elastický.

Nejprve byl vytvořen model válcového tělesa zatížené ohybovým momentem, na kterém bylo odzkoušeno správné nastavení numerického modelu a výsledky byly srovnány s analytickými vztahy (pro složitější geometrii toto není možné). Poté byly vytvořeny modely vlakové nápravy pro tři druhy zatížení – ohybový moment, nalisování kola na nápravu a zbytková napětí. U prvních dvou typů zatížení byl zkoumán vliv vybraných parametrů na polohu maximálního napětí, a tedy i uvažovanou polohu trhliny a po stanovení polohy trhliny byl dle metodiky vyvinuté na ÚFM AVČR hledán její tvar pro běžně používaný rozsah průměrů vlakových náprav.

Na závěr byly pro již optimalizované tvary trhliny vypočteny hodnoty součinitele intenzity napětí pro trhliny různých délek, které vstupují do výpočtu zbytkové únavové životnosti.

4.1 Válcové těleso s trhlinou

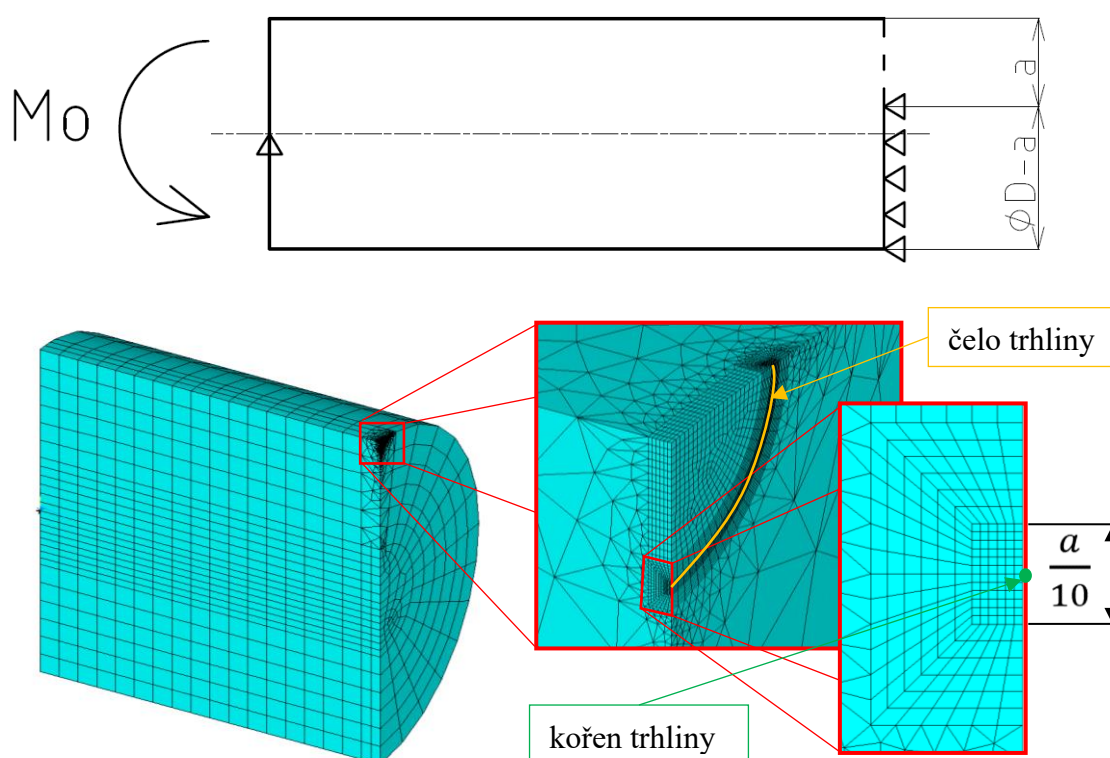
Byl vytvořen čtvrtinový model válcového tělesa s důrazem na jemnou síť v okolí poloeliptické trhliny s okrajovými podmínkami a zatížením, viz obr. 24. Pro takto zatížené válcové těleso existuje tvarová funkce umožňující výpočet součinitele intenzity napětí z nominálního napětí v krajním vlákně válce bez trhliny a tento jednoduchý model je tedy možné použít pro získání informací o potřebném nastavení konečno-prvkového modelu k získání dostatečně přesných výsledků.

Síť byla vytvořena z kvadratických prvků v následující posloupnosti:

1. Vytvoření pravidelné čtvercové povrchové sítě v okolí kořene trhliny (viz obr. 24, oblast označená kótou $a/10$).
2. Vytvoření hrubší (avšak stále pravidelné) povrchové sítě ve větším čtverci obklopujícím předchozí oblast, na kterou půjde lépe navázat tetraedrickými prvky.
3. Vytažení vytvořené povrchové sítě funkcí „*sweep*“ podél čela trhliny.
4. Vytvoření sítě nad oblastí vytvořenou v přechodovém kroku.
5. Vytvoření povrchové sítě v osovému řezu (kromě oblasti menšího válcového tělesa podél osy) a vytažení funkcí „*sweep*“ podél obvodu válce (kromě úhlového výseku s trhlinou).
6. Vytvoření povrchové sítě na jedné z podstav menšího válcového tělesa a vytažení podél jeho osy.
7. Vytvoření přechodové tetraedrické sítě, která propojí jemnou síť v okolí trhliny a hrubší síť ve zbytku válce.

Autor je si vědom možnosti použití trhlinových prvků v okolí čela trhliny, zvolený přístup je však mnohem robustnější a vzhledem využívání „batch“ módu v pozdějších částech práce je proto vhodnější. Dále by bylo možné použít hrubší síť v oblastech dále od trhliny. V té se však v poměru k oblasti s trhlinou nenachází významné množství prvků a vliv na délku výpočtu je zanedbatelný.

Obdobný postup tvorby konečno-prvkové sítě byl použit i u následujících modelů vlakové nápravy, kde byla strukturovaná síť v oblastech dále od trhliny vhodná, neboť bylo možné jednoduše řídit velikost prvků podél přechodu mezi průměry nebo u povrchu v případě modelu pro zbytková napětí.



Obr. 24: Schéma výpočtového modelu a detail sítě konečných prvků (počet uzlů 50849) použité pro výpočet součinitele intenzity napětí v kořeni poloeliptické trhliny s rozměry poloos $a = 5\text{mm}$, $b = 5.85\text{mm}$ na válci o průměru $D = 180\text{mm}$

4.1.1 Nezávislost řešení na síti

Nemá-li výpočtář s danou problematikou dostatek zkušeností, je vhodné provést studii nezávislosti řešení na použité konečno-prvkové síti. Toto znamená vytvořit relativně hrubou síť, která je v každém kroku zjemněna tak, aby vznikla síť s přibližně dvojnásobným počtem prvků. Řešení je prohlášeno za nezávislé pro první nejhrubší síť, u které při následujícím zjemnění nedojde ke změně sledovaného parametru o více než požadovaný poměr (v případě statických lineárních výpočtů je běžně udávaná hodnota 0,1 – 0,2 %).

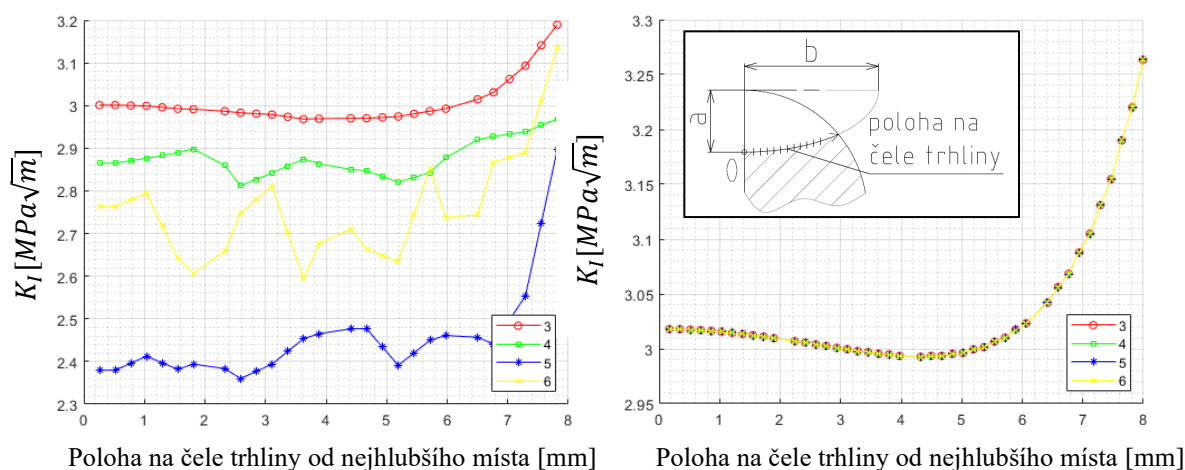
V tomto případě byl sledován model válcového tělesa s průměrem 180 mm a poloeliptickou trhlinou o rozměrech $a = 5\text{ mm}$, $b = 5,85\text{ mm}$, zatíženého ohybovým momentem $M_o = 20\text{ MNmm}$. Velikost prvků zde nebyla řízena pouze jedním

parametrem, bylo upravováno množství prvků v okolí čela trhliny a přibližně v poměru k tomuto parametru byla měněna i globální velikost prvků. Tímto způsobem bylo vytvořeno celkem 6 sítí s různým počtem uzlů a byl sledován vliv na hodnotu součinitele intenzity napětí, viz tab. 1.

Tab. 1: Hodnota součinitele intenzity napětí v kořenu trhliny vyhodnocená z šesté kontury contour integrálu

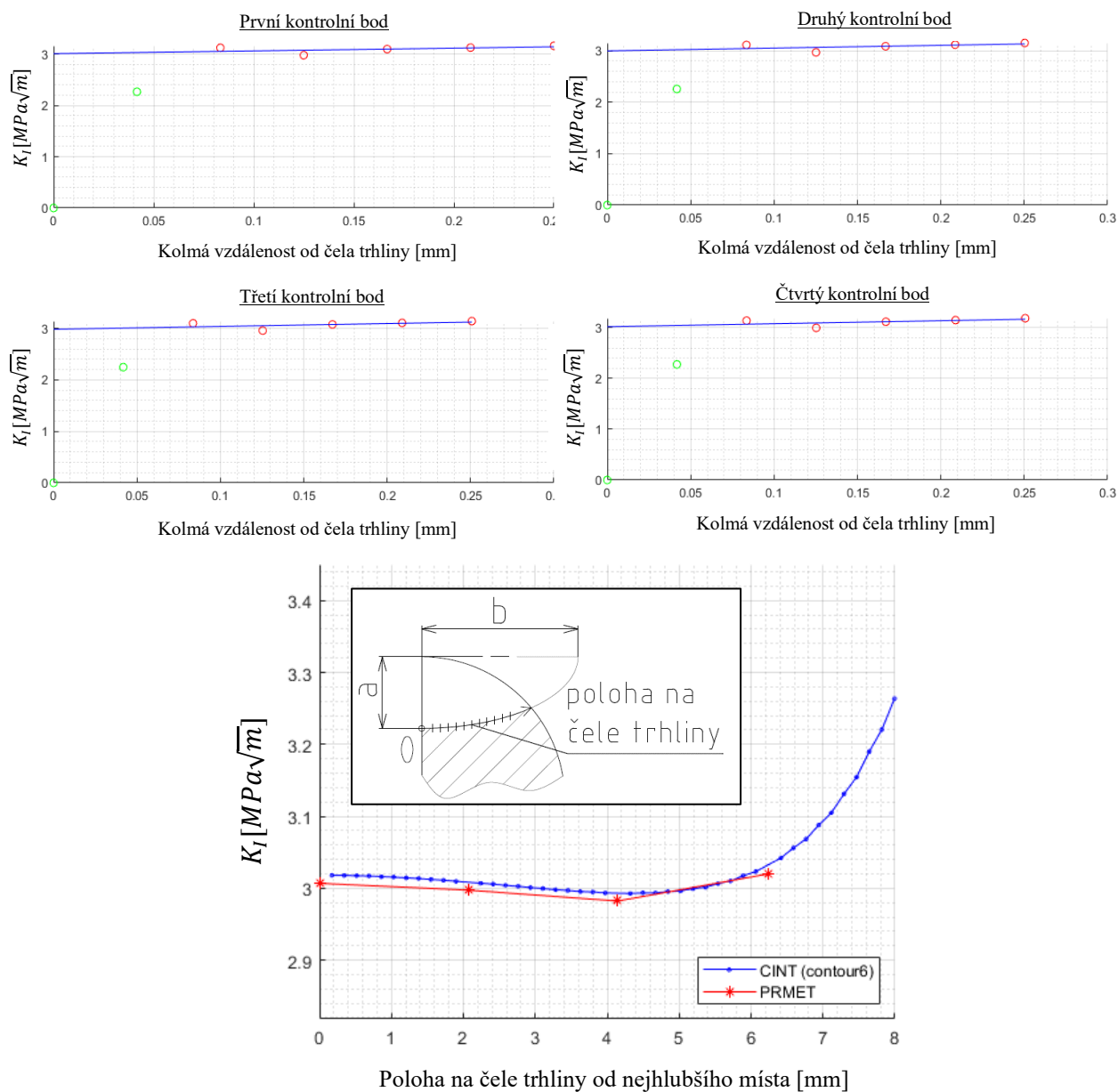
Počet uzlů [-]	8291	13100	22415	35027	50849	118660
$K_I [MPa\sqrt{m}]$	3,01	3,03	2,76	3,01	3,02	3,02

Pro vyhodnocení prvního „otevíracího“ módu součinitele intenzity napětí podél čela trhliny byla použita primárně metoda „contour“ integrálu („CINT“) s 6 integračními cestami (konkrétně poslední integrační cesta) a ve 4 kontrolních bodech metoda přímá. V případě metody „contour“ integrálu by mělo být dosaženo stejných hodnot podél všech integračních cest, v praxi se však první (případně i druhá) integrační cesta zanedbává a je požadován stejný výsledek podél všech ostatních integračních cest. Z tab. 1 se zdají být i výsledky na hrubých sítích přesné, jednotlivé integrační cesty se však výrazně rozcházejí a výsledky proto nelze považovat za věrohodné. Stejných výsledků podél 3-6 integrační cesty bylo dosaženo až pro síť s 50849 uzly (viz obr. 25), u které bylo pro vysítování nejbližšího okolí kořene trhliny pravidelnou sítí použito 6 prvků. Dále bylo požadováno, aby u přibližně dvakrát jemnější sítě nedošlo ke změně součinitele intenzity napětí o více než 0,1 %, čehož zde bylo také dosaženo a síť s podobnými parametry mohla proto být použita při dalších výpočtech.



Obr. 25: Vyhodnocení součinitele intenzity napětí pomocí „contour“ integrálu (integrační cesty 3-6) na síti konečných prvků s 22415 uzly (vlevo) a na síti konečných prvků s 50849 uzly (vpravo)

Na obr. 26 je znázorněno určení součinitele intenzity napětí přímou metodou a srovnání s šestou konturou „*contour*“ integrálu a bylo zjištěno že metody se liší o méně než 0,5 %.



Obr. 26: Vyhodnocení součinitele intenzity napětí přímou metodou (nahore) a srovnání s poslední konturou „*contour*“ integrálu (dole)

Zjištění z této kapitoly jsou v souladu s obecným doporučením pro síťování okolí čela trhliny, podle kterého by měly být prvky v okolí čela trhliny přibližně 100 krát menší, než je délka trhliny.

4.1.2 Výsledky a porovnání s analytickým řešením

Pro výpočet součinitele intenzity napětí analyticky byla použita rovnice (10) s tvarovou funkcí ze zdroje [15]. Výpočet součinitele intenzity napětí byl proveden pro stejné rozměry trhliny i na konečno-prvkovém modelu a výsledky byly srovnány. Z tab. 2 je zřejmé, že takto nastavený konečno-prvkový model je ve shodě s analytickým řešením a podobné nastavení může být použito pro další, složitější modely vlakové nápravy.

$$K_I = \sigma \sqrt{\pi a} Y = \frac{32M_0}{\pi D^3} \sqrt{\pi a} Y; Y = Y_{I,3}^T \frac{Y_{I,2}^B}{Y_{I,2}^T}$$

$$Y_{I,3}^T = (1,122 - 0,230\beta - 0,901\beta^2 + 0,949\beta^3 - 0,280\beta^4) \\ (1 + 0,157\lambda - 0,634\lambda^2 + 4,590\lambda^3 - 6,628\lambda^4)$$

$$Y_{I,2}^T = 1,12 - 0,231\lambda + 10,55\lambda^2 - 21,72\lambda^3 + 30,39\lambda^4$$

$$Y_{I,2}^B = 1,121 - 1,199\lambda + 4,775\lambda^2 - 1,628\lambda^3 - 7,035\lambda^4 + 13,27\lambda^5$$

$$\lambda = \frac{a}{D}; \beta = \frac{a}{b}$$
(10)

Tab. 2: Srovnání hodnot součinitele intenzity napětí vypočítaného metodou konečným prvků s analytickým řešením

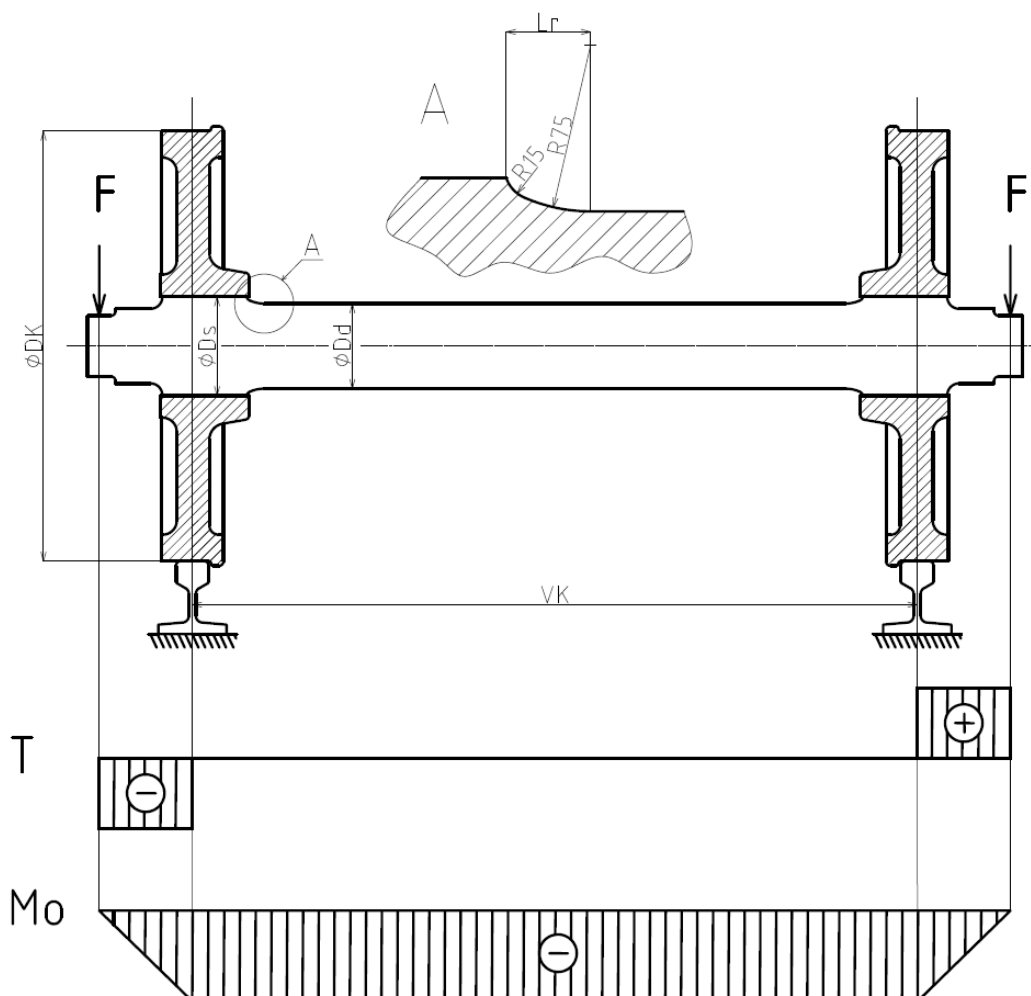
a [mm]	b [mm]	$K_{I(MKP)}$ [MPa $\sqrt{mm}$]	$K_{I(analytické)}$ [MPa $\sqrt{mm}$]	$\frac{K_{I(MKP)}}{K_{I(analytické)}}$ [–]
1,00	1,12	1,36	1,36	0,999
1,25	1,40	1,51	1,52	1,000
1,50	1,68	1,66	1,66	1,000
2,00	2,26	1,92	1,92	1,001
2,50	2,84	2,14	2,14	1,002
3,00	3,42	2,34	2,35	1,003
3,50	4,01	2,53	2,54	1,004
4,00	4,62	2,70	2,71	1,004
5,00	5,85	3,02	3,04	1,005
6,00	7,09	3,30	3,32	1,006
8,00	9,71	3,81	3,84	1,007
10,00	12,40	4,25	4,28	1,006
12,00	15,31	4,66	4,68	1,005
15,00	19,98	5,22	5,23	1,001

4.2 Numerický model vlakové nápravy

V této diplomové práci byl proveden výpočet zbytkové únavové životnosti vlakové nápravy s geometrií viz obr. 27 s uvažovaným zatížením od ohybu, nalisování kola a zbytkovým napětím po válečkování. Hlavním cílem práce bylo predikovat zbytkovou únavovou životnost pro jednu konkrétní geometrii nápravy, viz tab. 3. Mimo to byl sledován vliv vybraných parametrů v jejich běžně používaném rozsahu na polohu a tvar poloeliptické trhliny.

Tab. 3: Rozměry vlakové nápravy, pro kterou byla predikována zbytková únavová životnost

DK [mm]	VK [mm]	Ds [mm]	Dd [mm]	Lr [mm]
920	1500	210	180	38



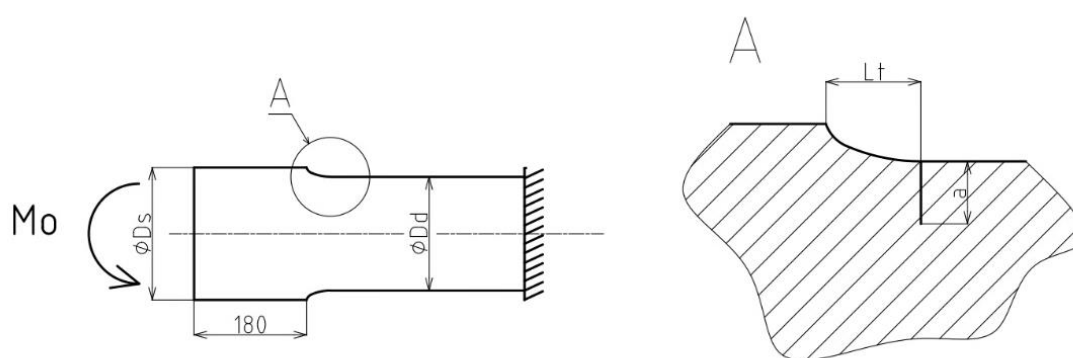
Obr. 27: Geometrie uvažované vlakové nápravy, detail přechodu mezi průměry, ve kterém bude uvažována počáteční trhlina a průběh výsledných vnitřních účinků

Zatímco zatížení od nalisování a zbytkových napětí je konstantní, zatížení od ohybu je v závislosti na čase proměnné. Vzhledem k výpočetní náročnosti není možné počítat únavovou životnost v časové oblasti a tento problém je tedy zjednodušen na harmonický průběh zatížení od ohybu s proměnnou amplitudou a je vytvořeno tzv. zátěžné spektrum, které je rozděleno do zátěžných tříd. Z tohoto důvodu je nutné znát součinitele intenzity napětí zvlášť od ohybu, nalisování kola a zbytkových napětí. V případě zatížení od ohybu je předpokládán princip úměrnosti („dvojnásobná hodnota ohybového momentu způsobí dvojnásobnou hodnotu axiálního napětí, respektive součinitele intenzity napětí“) a dále je předpokládána platnost principu superpozice jednotlivých zátěžných stavů. Pro každý typ zatížení byl tedy vytvořen samostatný konečno-prvkový model.

Pro zadané okrajové podmínky a způsob zatížení je dominantní první „otevřací“ mód součinitele intenzity napětí, druhý „rovinný smyk“ a třetí „anti rovinný smyk“ jsou v porovnání s prvním méně výrazné a při výpočtu zbytkové únavové životnosti bývají běžně zanedbávány a to i z důvodu chybějících materiálových dat pro vyhodnocení kombinovaných módů součinitele intenzity napětí [10]. Z hlediska iniciace a šíření únavové trhliny byl u této nápravy jako kritické místo vyhodnocen přechod mezi sedlem a dříkem zobrazený v detailu na obr. 27 (viz např. [16], [17]). Počáteční trhlina bude tedy uvažována v této oblasti a její přesná poloha bude stanovena na základě axiálního napětí na povrchu nápravy právě z důvodu vyhodnocovaného prvního módu součinitele intenzity napětí, který na tomto napětí přímo závisí. Vzhledem ke geometrii nápravy a uvažovanému tvaru trhliny byly všechny modely vytvořeny v poloviční symetrii podle osového řezu.

4.2.1 Model pro zatížení nápravy ohybovým momentem

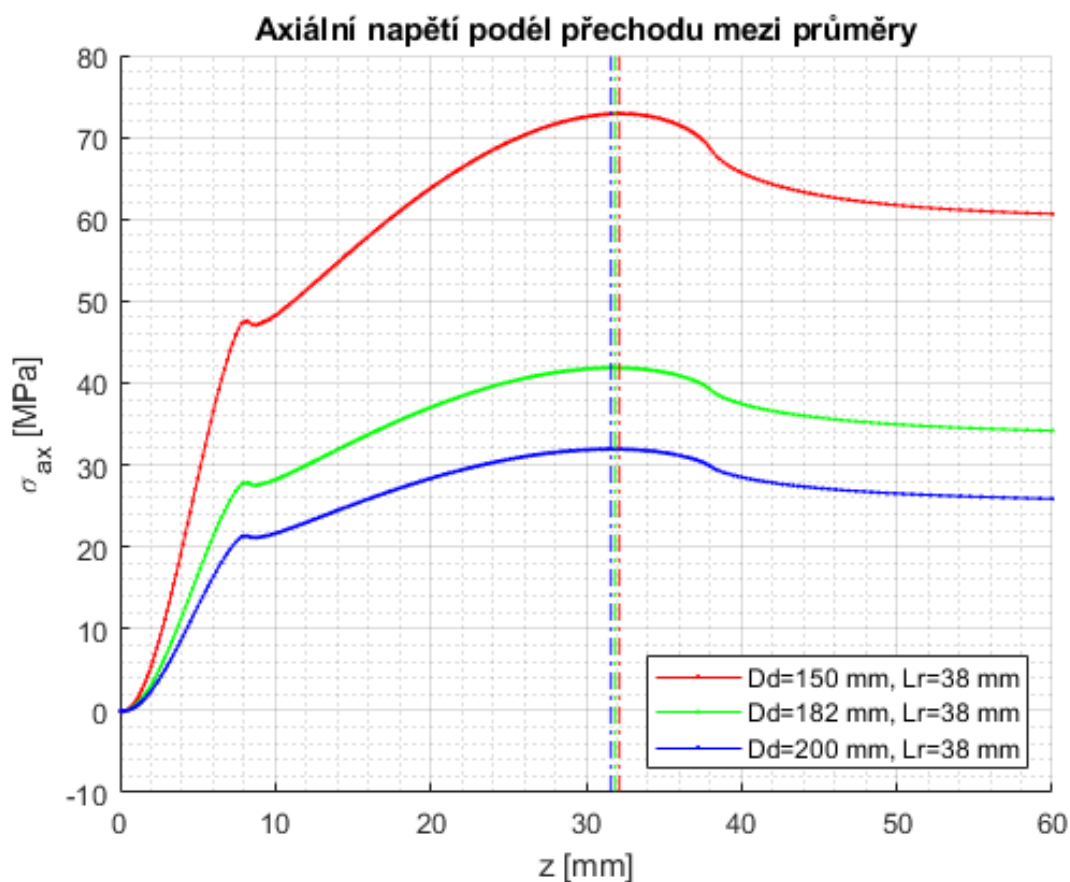
Z obr. 27 je patrné, že dominantní složkou výsledných vnitřních účinků je ohybový moment, který je v posuzované oblasti konstantní. Vlaková náprava proto mohla být zjednodušena pouze na okolí trhliny s okrajovými podmínky v dostatečné vzdálenosti, aby neovlivňovaly hodnotu součinitele intenzity napětí podél čela trhliny, viz obr. 28.



Obr. 28: Zjednodušený model vlakové nápravy pro výpočet součinitele intenzity napětí od ohybu

Vlakové nápravy bývají vyráběny s různými průměry a rovněž se po určitém počtu ujetých kilometrů reprofilují (odsoustružení povrchu za účelem odstranění případných vad). Proto byl pro rozsah používaných průměrů vyhodnocen vliv velikosti průměru

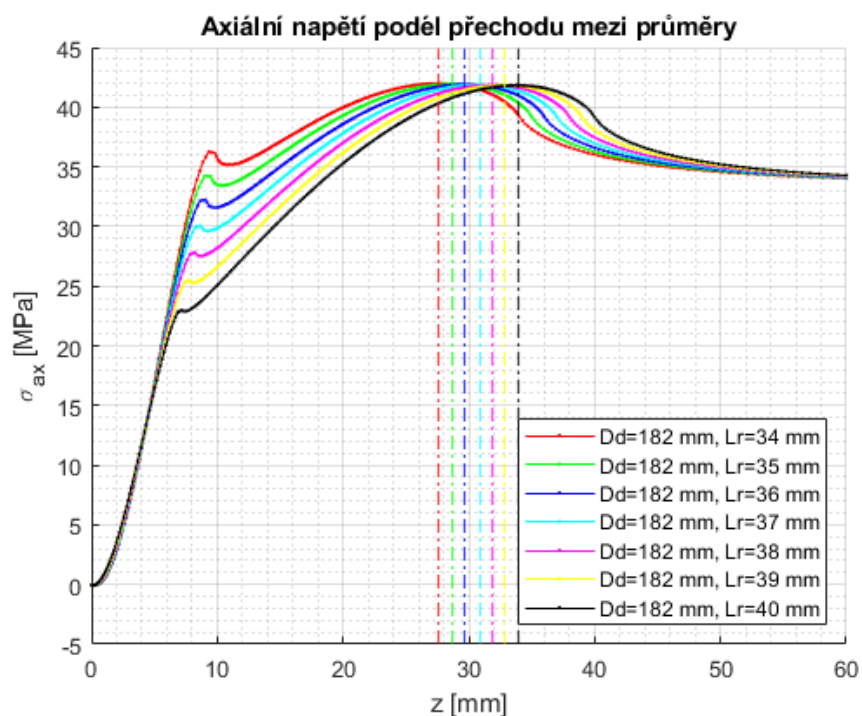
na polohu maxima axiálního napětí. Při změně velikosti průměru byl vždy zachován tvar přechodu mezi průměry a bylo zjištěno, že změna průměru nemá na polohu maxima výrazný vliv viz obr. 29.



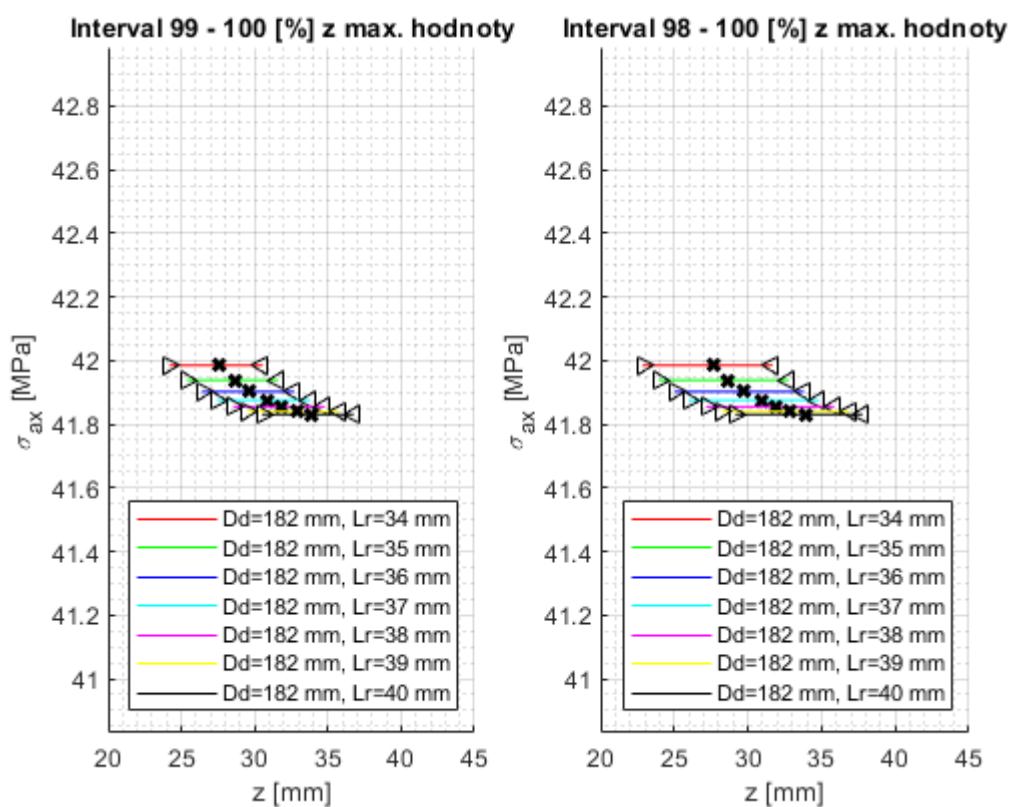
Obr. 29: Vliv průměru na polohu maximálního axiálního napětí podél přechodu mezi průměry (z – vzdálenost od začátku přechodu mezi průměry ve směru osy rotace)

Dále byl sledován vliv vzdálenosti ukončení přechodu L_r na polohu maxima axiálního napětí. Z obr. 30 je patrné, že s rostoucí hodnotou L_r se maximum posouvá dále od sedla a hodnota maximálního napětí nevýrazně klesá. Pro další výpočty součinitele intenzity napětí byl zvolen typ přechodu s parametrem $L_r = 38 \text{ mm}$ a polohou maxima ve kterém byla modelována trhlina $L_t = 31,9 \text{ mm}$. Je nutné poznamenat, že křivky jsou v okolí maximální hodnoty velmi ploché (viz obr. 31), a určení přesné hodnoty je ovlivněno hrubostí sítě (modelováno pomocí elementů řádově o velikosti 0,5 mm podél přechodu).

Z této provedené studie vlivu průměru a parametru L_r lze tedy vyvodit závěr, že sledované parametry nemají výrazný vliv na polohu maximálního axiálního napětí a vzhledem k ploché křivce axiálního napětí v okolí maxima není přesná lokalizace maxima nutná.

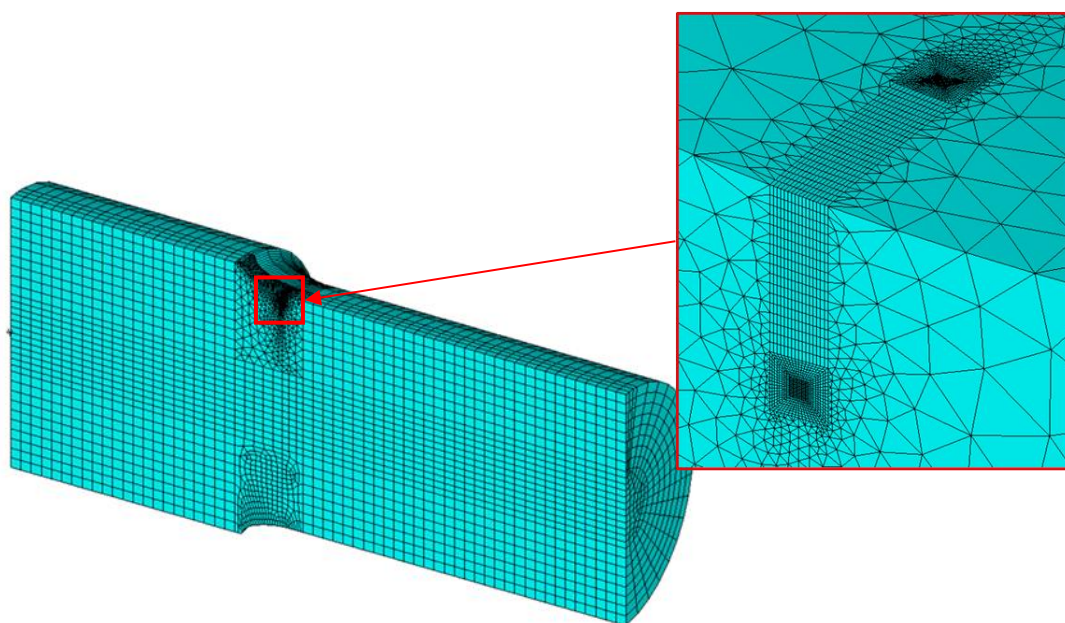


Obr. 30: Vliv vzdálenosti ukončení přechodu L_r na polohu maximálního napětí (z – vzdálenost od začátku přechodu mezi průměry ve směru osy rotace)

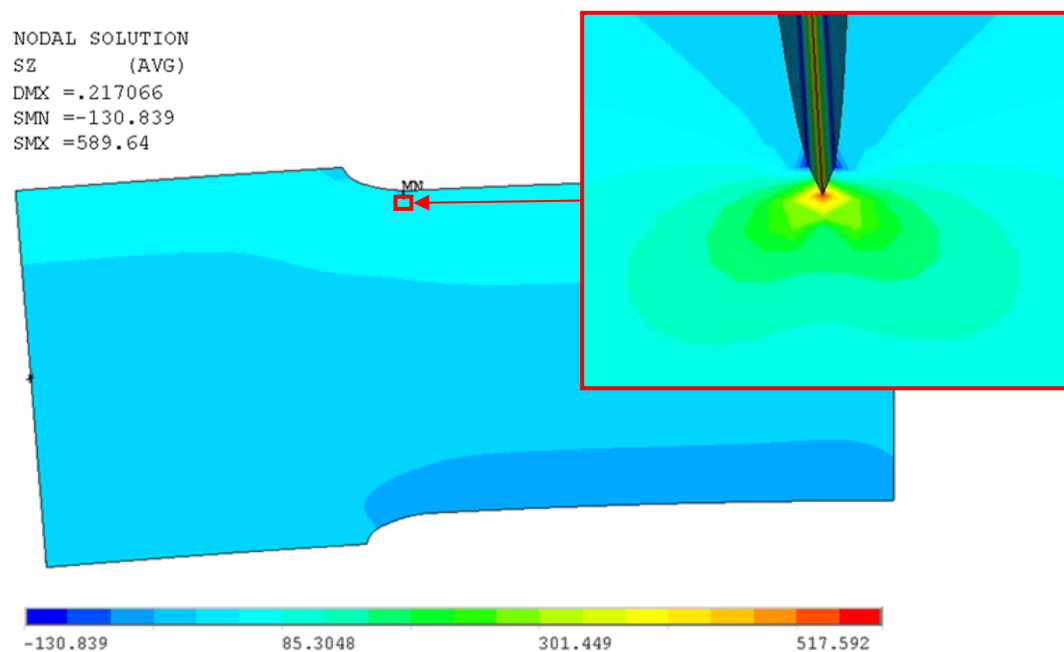


Obr. 31: Poloha hodnoty maximálního napětí a rozsah rozdílu 1 % (vlevo), respektive 2 % (vpravo) (z – vzdálenost od začátku přechodu mezi průměry ve směru osy rotace)

Na obr. 32 a 33 je zobrazena síť konečných prvků, respektive axiální napětí. Na obou těchto obrázcích je zobrazen detail okolí kořene trhliny.



Obr. 32: Síť konečných prvků modelu nápravy zatížené ohybem (242292 uzlů)

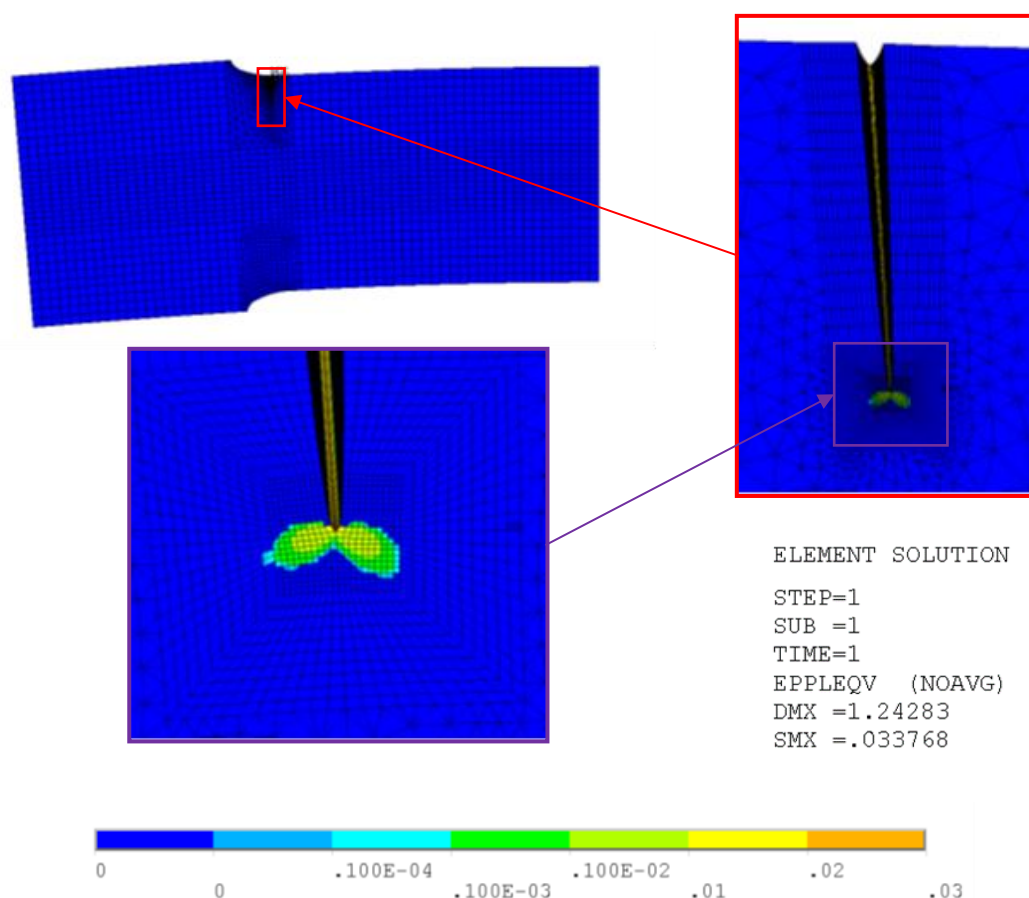


Obr. 33: Osově napětí u nápravy zatížené ohybem (měřítko deformace 100x)

Předpoklad platnosti LELM byl ověřen na modelu s průměrem mezi koly $D_d = 180 \text{ mm}$, pro rozměry trhliny $a=5\text{mm}$, $b=6.36\text{mm}$ a ohybový moment vyvolávající axiální napětí v krajním vlákne na průměru mezi koly $\sigma=200 \text{ MPa}$. Nejprve byl proveden výpočet pro lineárně elastický materiál, poté pro ideálně plastický (uvažovaná mez kluzu $R_e = 550 \text{ MPa}$).

Podmínky pro vymezení platnosti LELM se však vztahují k lomové houževnatosti (materiálové vlastnosti), což není v takovéto simulaci možné ověřit. Pro ověření použitelnosti LELM při cyklickém zatěžování lze tedy pouze požadovat, aby plastická oblast byla ve srovnání s ostatními rozměry malá a aby mimo ni z hlediska napětí dominovala singularita typu $1/\sqrt{r}$. Dominuje-li mimo plastickou oblast tato singularita, bude pro lineárně elastický i ideálně plastický materiál mimo plastickou oblast dosaženo stejné hodnoty součinitele intenzity napětí.

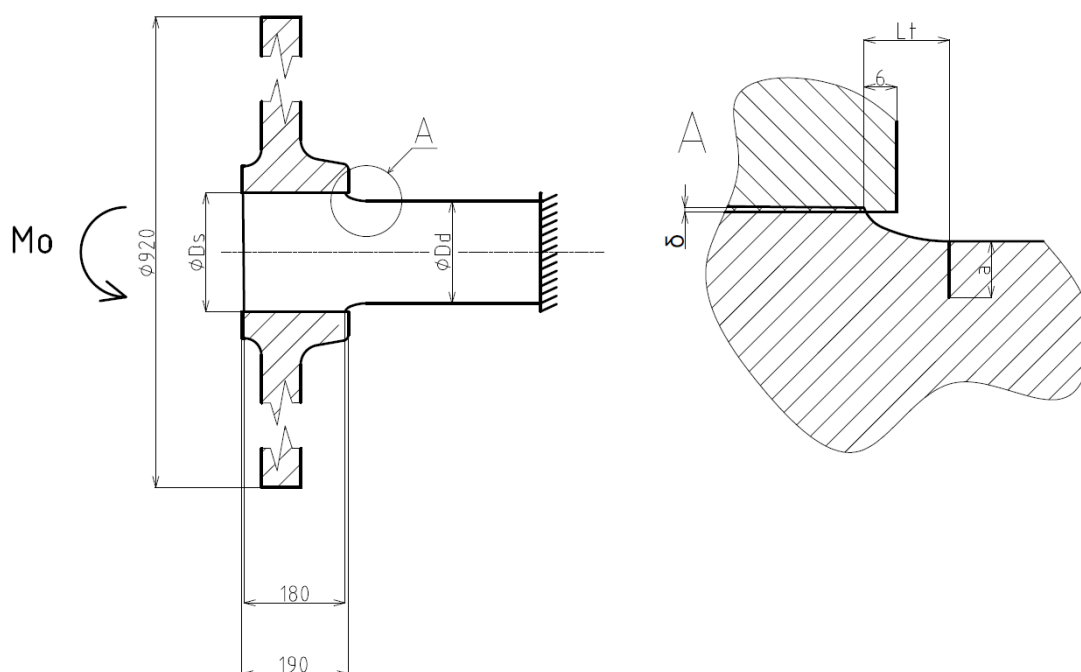
V případě modelu s plastickým materiálem vznikla plastická oblast o velikosti přibližně $r_p = \frac{a}{20}$, viz obr. 34 (přesné rozhraní platnosti LELM není definováno, autor práce považuje velikost za dostatečně malou). Stejně hodnoty součinitele intenzity napětí jako u elastického materiálu bylo dosaženo až po zvýšení počtu kontur, podél kterých bylo vyhodnocováno, z 6 na 10, neboť prvních 7 kontur zasahovalo do plastické oblasti a výsledky tedy byly nesprávné. Podél 8-10 kontury bylo již dosaženo konstantních hodnot s rozdílem menším než 0,3 % vůči lineárnímu materiálu a použití LELM pro další výpočty je tedy opodstatněné.



Obr. 34: Plastické přetvoření Von-Mises v okolí kořene trhliny (měřítko deformace 20x)

4.2.2 Model pro zatížení nápravy kombinací nalisování a ohybového momentu

Tento model byl také omezen na okolí přechodu mezi průměry, ve kterém je uvažována trhlina, jedinou změnou oproti předchozímu modelu je přidání části kola, viz obr. 35. Vzhledem k tomu, že z hlediska řešeného problému není rozložení napětí v kole podstatné, detailněji je modelována pouze jeho část v blízkosti nápravy a zbytek je zjednodušen na disk, který zajistí na kontaktu kolo-náprava stejnou tuhost. U nalisovaného kola dochází k pevnému spojení s nápravou, bývá zde uvažován poměrně vysoký koeficient tření (přibližně $\mu=0.6$ viz např. [18]) a nedochází tak ke vzájemnému posouvání kola vůči nápravě. Kontakt proto nemusí být uvažován obecně se třením, ale je možné použít formulaci „MPC-bonded“, která funguje jako okrajová podmínka předepisující posuvy na plochy kontaktu, výrazně urychlí výpočty a z hlediska vypočtené napjatosti podél přechodu mezi průměry se od obecného kontaktu se třením neliší. Verifikace těchto předpokladů je zobrazena na obr. 36.

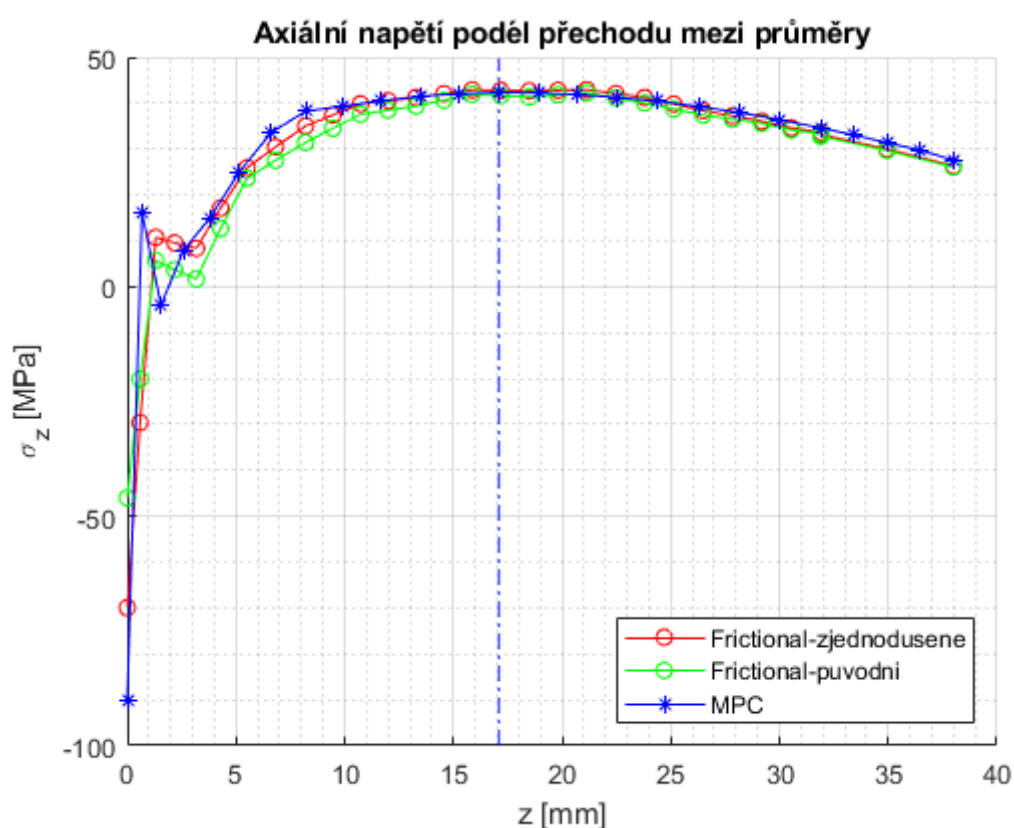


Obr. 35: Zjednodušený model vlakové nápravy pro výpočet součinitele intenzity napětí od kombinace ohybu a nalisování

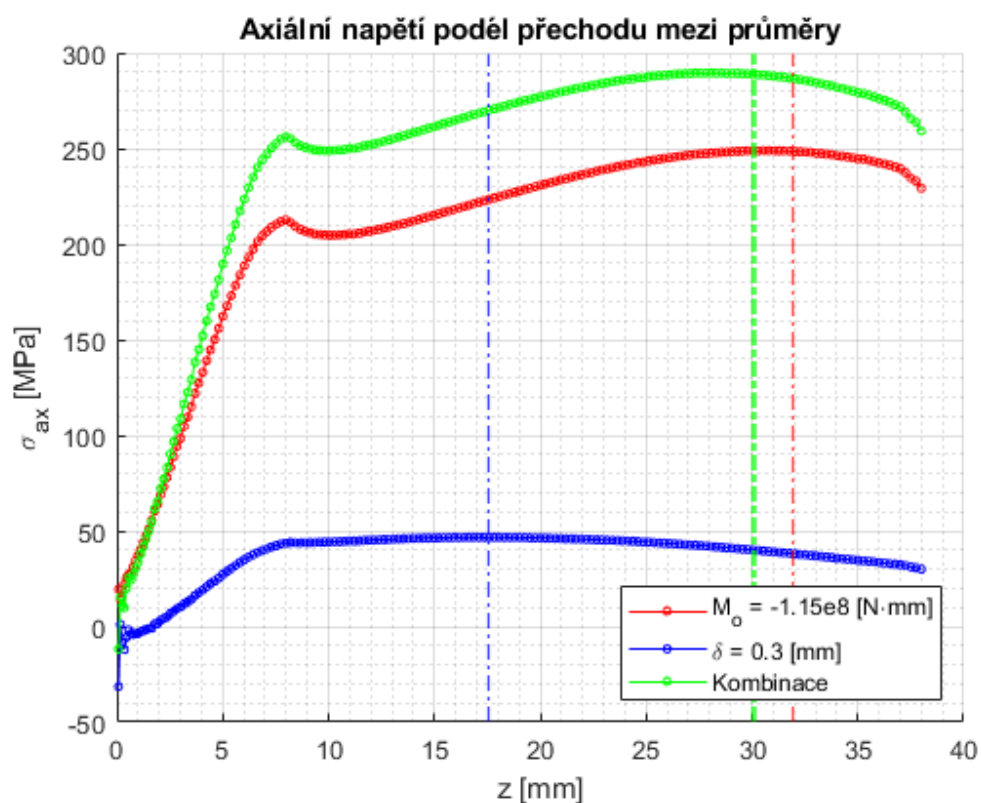
Stejně jako u přechodícího modelu zde byl proveden výpočet pro určení polohy maximálního axiálního napětí, tentokrát pouze s vlivem nalisování kola. Ve výpočtu byl uvažován ohybový moment, který vyvolá axiální napětí na konstantním průměru mezi koly $\sigma_{ax} = 200 \text{ MPa}$ (hodnota byla zvolena po diskuzi s výzkumnými pracovníky UFM a vychází z reálného zátěžného spektra, které však v této práci nemůže být publikováno) a přesah $\delta=0,3 \text{ mm}$. Z obr. 37 je zřejmé, že vlivem nalisování se maximální hodnota axiálního napětí posouvá blíže k nalisovanému kolu. Poloha trhliny pro výpočet únavové životnosti byla tedy upravena na hodnotu $L_t = 30,1 \text{ mm}$. Opět je však vhodné zmínit, že křivka axiálního napětí jak od samotného nalisování, tak od kombinace zatížení je v okolí maximální hodnoty velmi plochá a přesná poloha je ovlivněna hrubostí sítě (modelováno pomocí elementů řádově o velikosti 0,5 mm podél přechodu).

Pro použitelnost do výpočtu zbytkové únavové životnosti je však nutné znát součinitele intenzity napětí zvlášť od ohybového momentu a nalisování. Toho bylo dosaženo tak, že výpočet probíhal ve 2 krocích (1.nalisování kola, 2. nalisování kola v kombinaci s ohybovým momentem) a součinitel intenzity napětí od ohybu byl vypočten jako rozdíl druhého a prvního kroku.

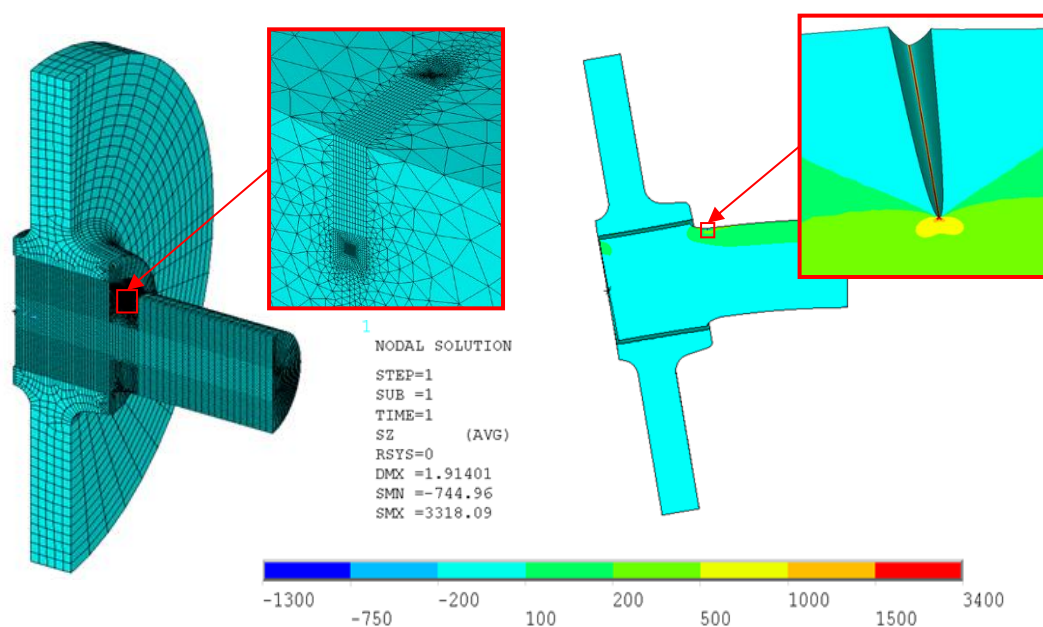
Výpočty bylo zjištěno, že hodnota součinitele intenzity napětí od ohybu se pro stejné parametry neshoduje s prvním modelem z kapitoly 4.2.1, ve kterém nebylo uvažováno nalisované kolo a řádově se liší od desítiny procent. Tento jev je způsoben vlivem zahrnutí kola, které zvyšuje tuhost hřídele a koncentraci napětí podél zápichu. Do výpočtu únavové životnosti byly proto použity hodnoty součinitele intenzity napětí z tohoto modelu. Konečno-prvkový model s vypočteným axiálním napětím je zobrazen na obr. 38.



Obr. 36: Průběh axiálního napětí na povrchu přechodu mezi průměry vypočtený obecně se třením (na zjednodušeném a originálním modelu formulací „Augmented-Lagrange frictional“) a „MPC-bonded“ formulací (na zjednodušeném kole)
(z – vzdálenost od začátku přechodu mezi průměry ve směru osy rotace)



Obr. 37: Průběh axiálního napětí podél přechodu mezi průměry od ohybového momentu, nalisování a jejich kombinace, zelená čerchovaná čára vyznačuje nově uvažovanou polohu trhliny $L_t = 30,1$
(z – vzdálenost od začátku přechodu mezi průměry ve směru osy rotace)



Obr. 38: Síť konečných prvků s detailem (vlevo) - 473386 uzlů a axiální napětí s detailem (vpravo) – měřítko deformace 50x

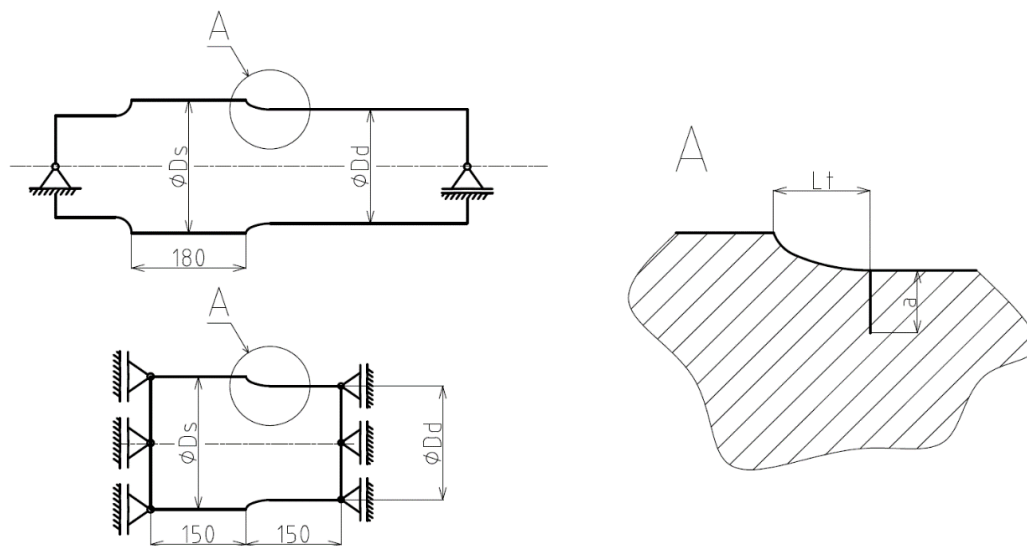
4.2.3 Model pro zatížení nápravy zbytkovým napětím

Tento model byl uvažován ve dvou variantách. U první uvedené varianty (dlouhé) je modelována ještě část nalevo od nalisování kola viz obr. 39, jelikož na koncích modelu dochází k uvolňování zbytkových napětí a jejich hodnoty se liší od stavu uprostřed nápravy. Ovlivnění volnými konci zasahuje přibližně do 2 až 3násobku průměru od konce nápravy a bylo žádoucí, aby konce neovlivňovaly napjatost v okolí trhliny (čehož pro modely viz kapitola 4.2.1 a 4.2.2 nebylo dosaženo).

Vzhledem k nutnosti jemné sítě u povrchu a zadávání zbytkových napětí pomocí příkazu „INISTATE“ do každého uzlu však toto vedlo ke značnému prodloužení výpočetního času, a proto bylo zavedeno další zjednodušení (zkrácená varianta s upravenými okrajovými podmínkami).

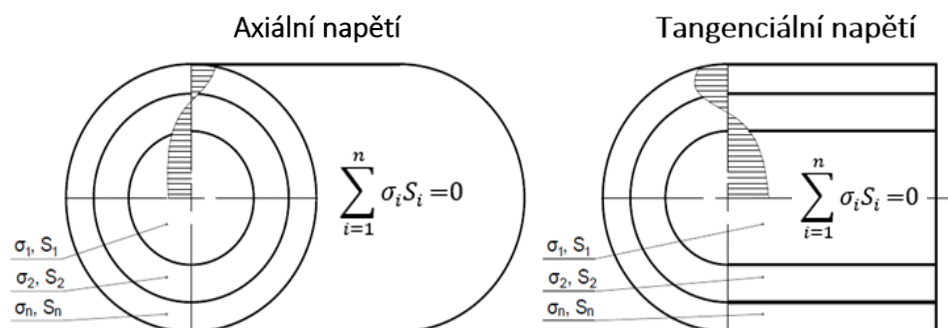
U obou variant bylo uvažováno opracování nápravy po celé délce stejným způsobem, s čímž souvisí zadávání stejného průběhu napětí těsně pod povrchem podél celé nápravy (bude upřesněno níže). Trhlina zde byla uvažována ve stejném místě jako u modelu s nalisovaným kolem, aby bylo možné vypočtené hodnoty součinitele intenzity napětí zkombinovat a použít pro výpočet zbytkové životnosti.

Z důvodu technické závady rentgenu nebyl dodán skutečný průběh zbytkových napětí od válečkování a musela být použita data z dostupné literatury, která jsou uvedena pouze pro cca první 2-3 mm od povrchu. S použitím běžně používaných metod (odvrtávací, rentgenová difrakční) lze totiž určit zbytková napětí pouze v blízkosti povrchu. Další průběh byl proto odhadnut na základě článku [19], ve kterém byl rekonstruován průběh zbytkových napětí po indukčním kalení podél celého průřezu nápravy a to kombinací odvrtávací metody, postupného odebrání materiálu a numerického modelování.

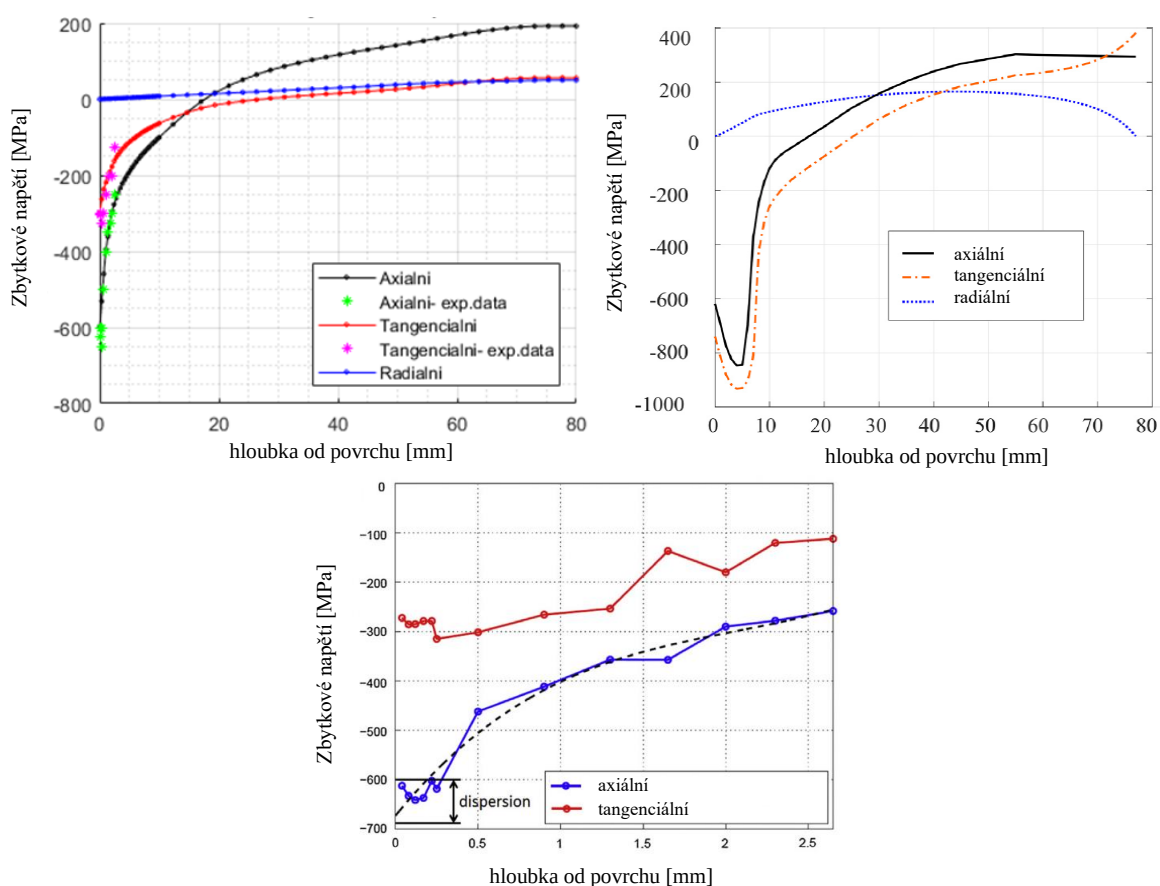


Obr. 39: Zjednodušené modely vlakové nápravy (vlevo nahoře dlouhý, vlevo dole zkrácený navíc se zamezenými osovými posuvy podél krajních ploch) pro výpočet součinitele intenzity napětí zbytkových napětí

Pro rekonstrukci průběhu zbytkových napětí podél celého průřezu byla použita experimentální data ze zdroje [20], která zasahují do hloubky 2,5 mm pod povrch, byla proložena polynomem a další průběh byl odhadnut na základě předpokladu podobnosti s průběhem po indukčním kalení a upraven tak, aby platila silová rovnováha (viz obr. 40 a 41).



Obr. 40: Schématické znázornění silové rovnováhy, která byla uvažována při stanovení průběhu zbytkového napětí

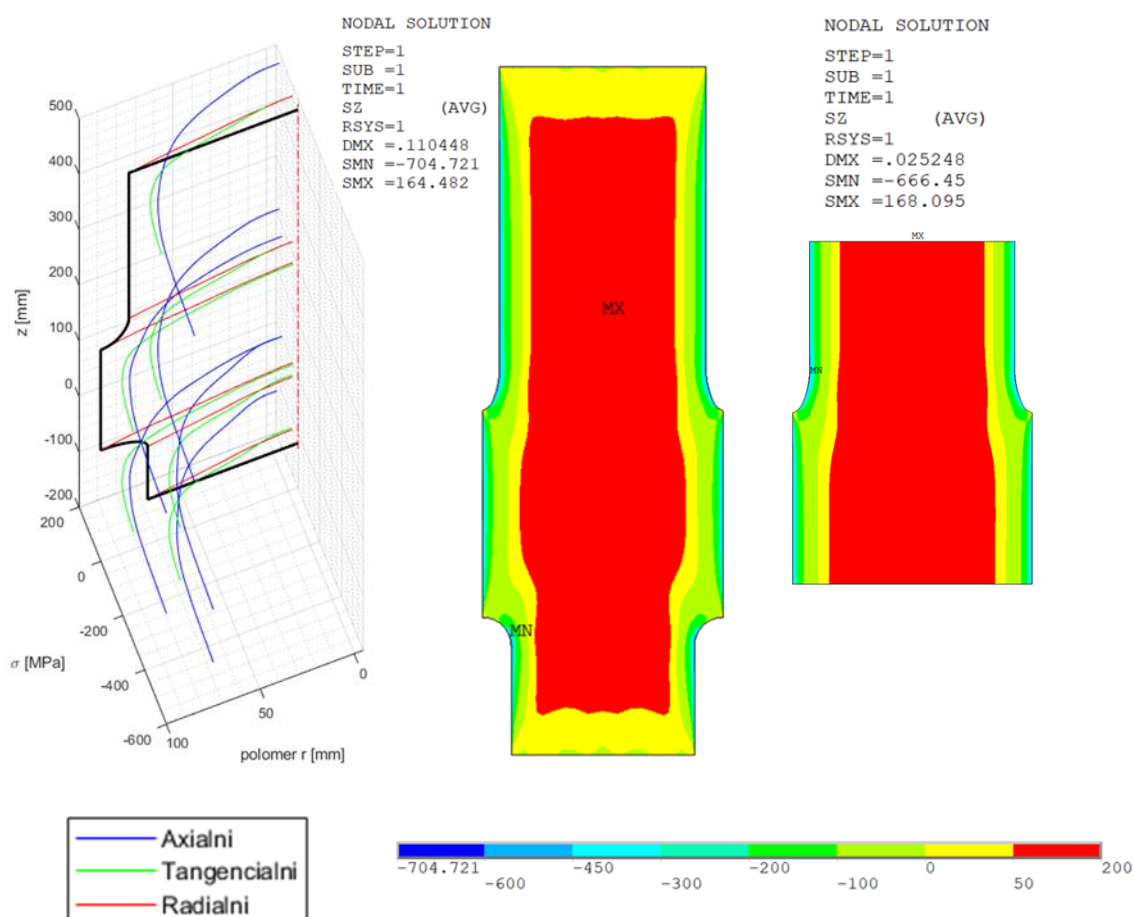


Obr. 41: Aproximovaný průběh zbytkových napětí po úpravě povrchu válečkováním (vlevo), průběh napětí po indukčním kalení (vpravo, převzato z [19] a upraveno), detail experimentálních dat (dole, převzato z [20] a upraveno) (osa x značí hloubku od povrchu nápravy, osa y zbytková napětí)

Za tímto účelem byl vytvořen skript v prostředí programu MATLAB, který pro zadanou hřídel nalezne průběhy splňující silovou rovnováhu podél celé její délky (viz obr. 42) a automaticky vygeneruje textový soubor s příkazy jazyka APDL pro vytvoření tabulky se získanými průběhy.

Z obr. 41 je sice zřejmé, že v okolí povrchu se nachází složitější průběh než uvažovaný ve výpočtu. Vzhledem k výpočetní náročnosti úlohy však není možné zohlednit takovýto detail podél celé nápravy a vytvořit u povrchu prvky řádově o velikosti 0,1 mm.

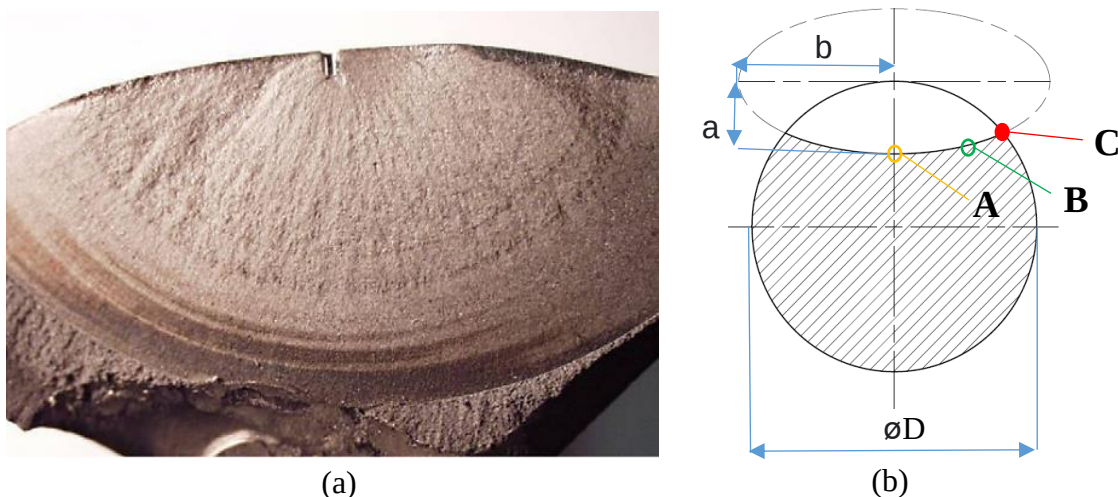
Obě uvažované varianty byly srovnány se zadávaným zbytkovým napětím a z kvalitativního hlediska bylo dosaženo dobré shody, viz obr. 42. Dále bylo provedeno důkladnější srovnání na modelu s trhlinou o hloubkách $a = [2; 10] \text{ mm}$, přičemž hodnoty součinitele intenzity napětí v kořeni trhliny se pro první hodnotu lišily o méně než 1 % a v druhém případě o méně než 3 %. Tato přesnost je vzhledem k nejistotě v zadávaných datech dostatečná, a proto je použití zkráceného modelu možné.



Obr. 42: Zadávaný průběh zbytkových napětí (vlevo), přerozdělený průběh axiálního napětí na dlouhém modelu (1 035 660 uzlů, uprostřed) a na zkráceném modelu (702 374 uzlů, vpravo) (na zobrazených modelech nebyla modelována trhlina)

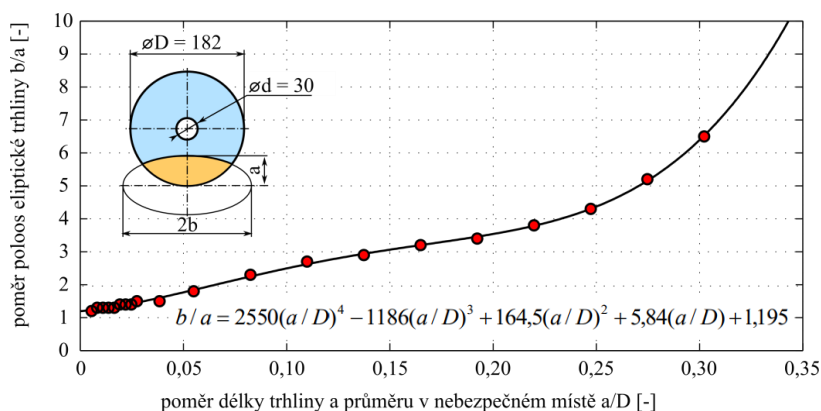
4.3 Stanovení tvaru čela poloeliptické trhliny

Na obr. 43 je znázorněn typický tvar lomové plochy vlakové nápravy po únavovém testu. Dle předchozího výzkumu a metodiky vyvinuté na ÚFM AV ČR je možné tento tvar aproximovat poloeliptickým tvarem s různými poměry hlavních poloos v průběhu šíření.



Obr. 43: Tvar čela trhliny vlakové nápravy (a) po únavové zkoušce tříbodovým ohybem - převzato z [21]; (b) aproximace poloeliptickým tvarem, A-kořen trhliny, B-70% délky trhliny, C-rohová singularita.

Přesný tvar trhliny lze určit z předpokladu růstu čela trhliny ve směru, ve kterém je hustota deformační energie minimální [22]. Tato deformační energie vztažená na jednotku objemu by měla být konstantní podél čela trhliny [23], tj. i součinitel intenzity napětí by měl být konstantní. Konstantní hodnoty součinitele intenzity napětí podél délky celého čela však nelze pro poloeliptický tvar dosáhnout, neboť u volného povrchu nápravy je tato hodnota ovlivněna rohovou singularitou [23]. Při hledání vyhovujícího tvaru trhliny se proto často uvažuje pouze 70-80% délky (viz např. [24], [10]). Polynom popisující tvar poloeliptické trhliny splňující tyto předpoklady je znázorněn na obr. 44 a je z něj patrné, že s rostoucí hloubkou trhliny roste i poměr hlavních poloos.

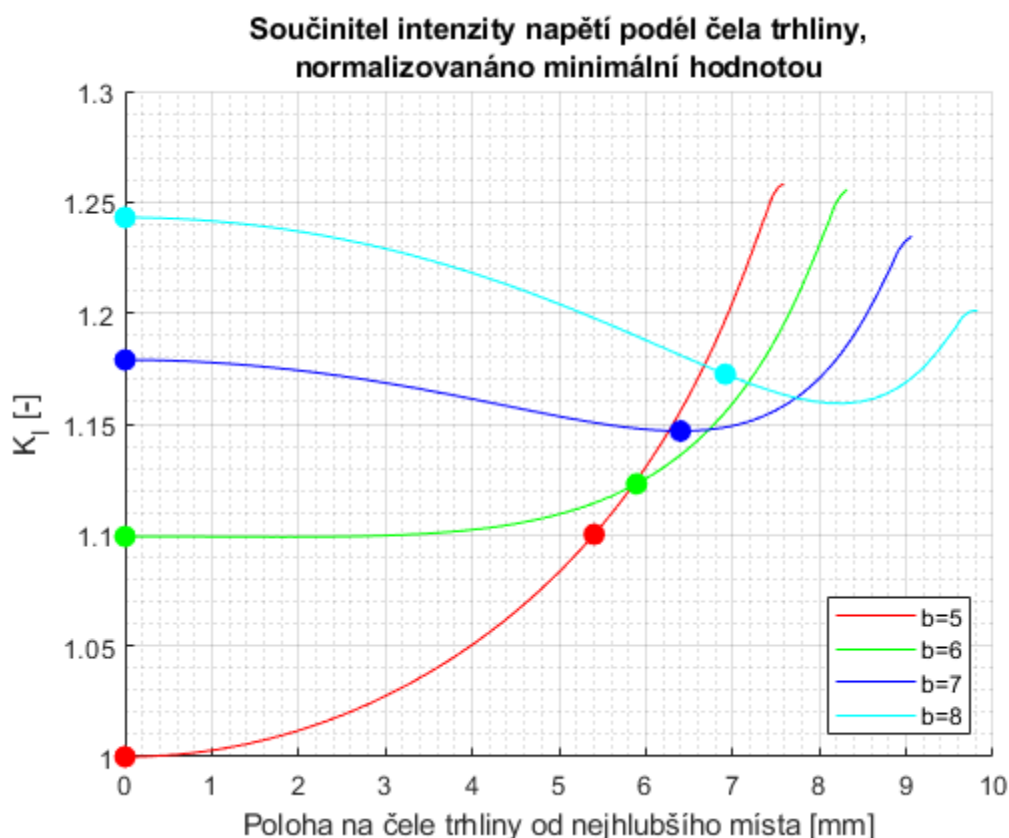


Obr. 44: Vývoj tvaru čela trhliny v závislosti na délce trhliny – převzato z [10]

Tvar čela trhliny však závisí na geometrii a charakteru napjatosti nápravy a jak bude ukázáno později, polynom zmíněný výše, který byl získán pro jiný typ nápravy, není pro popis nápravy uvažované v této diplomové práci přesný. Vliv tvaru čela trhliny na vypočtené hodnoty součinitele intenzity napětí je přitom zásadní (viz tab. 4 a obr. 45) a proto byl v rámci této diplomové práce vytvořen polynom nový. Pro případ uvažovaný na obr. 45 je zároveň patrné, že hledaná hodnota hlavní poloosy b pro hloubku trhliny $a = 5\text{mm}$ leží dle výše uvedených předpokladů o tvaru trhliny v rozmezí $b = < 6; 7 > \text{mm}$.

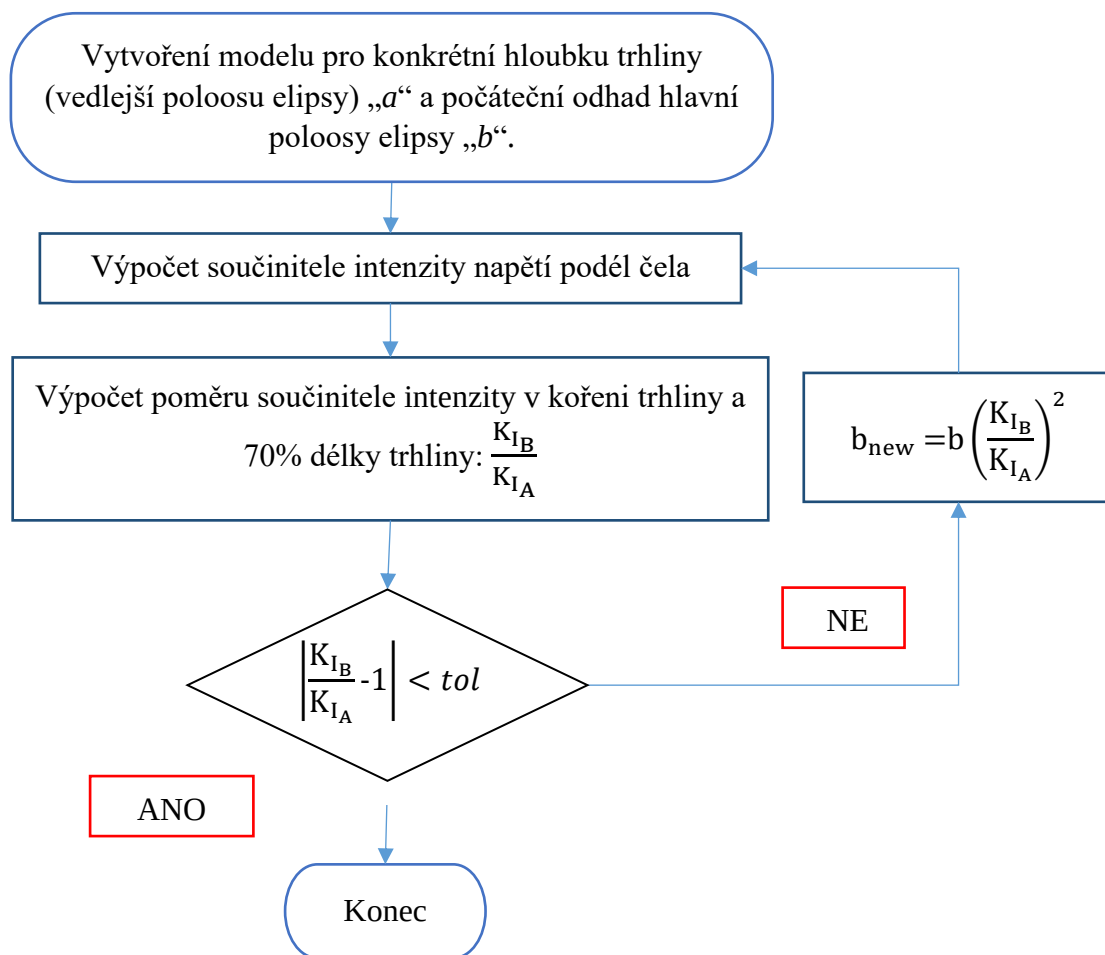
Tab. 4: Vliv velikosti hlavní poloosy na součinitel intenzity napětí v kořeni trhliny u nápravy zatížené ohybem pro hloubku trhliny $a = 5\text{mm}$.

$b \text{ [mm]}$	5,00	6,00	7,00	8,00	10,00
$\frac{K_I}{K_{IA,b=5\text{mm}}} [-]$	1,00	1,10	1,18	1,24	1,34



Obr. 45: Průběh součinitele intenzity napětí podél čela trhliny u nápravy zatížené ohybem s vyznačenými body v kořeni trhliny a 70% délky, hodnota součinitele intenzity napětí je normalizována hodnotou v nejhlubším místě trhliny pro hlavní poloosu $b = 5\text{mm}$ (tedy kruhovou trhlinou)

Při vytváření nového polynomu bylo postupováno podle algoritmu zobrazeného na obr. 46, pro hloubky trhliny v rozmezí $a = < 1; 50 > mm$, přičemž hodnoty kolem spodní hranice intervalu jsou zastoupeny mnohem četněji, neboť mají větší vliv na stanovení zbytkové únavové životnosti.

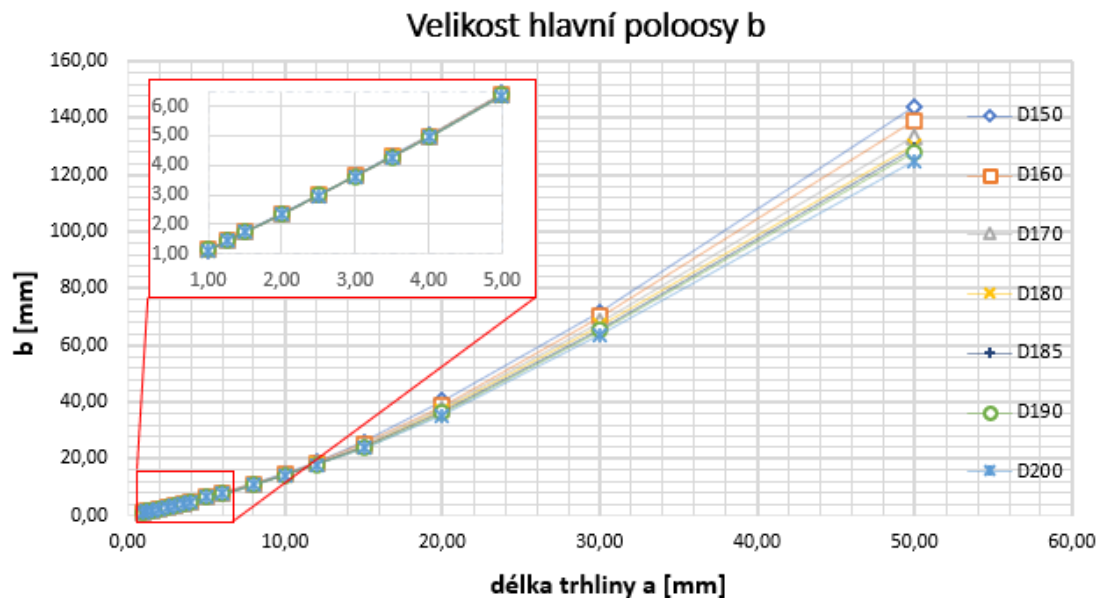


Obr. 46: Vývojový diagram algoritmu optimalizace tvaru trhliny

Algoritmus byl nejprve otestován na válcovém tělese zatíženém ohybem, poté byl aplikován na modely popsané v kapitolách 4.2.1 a 4.2.2. Mimo zadání byl ještě optimalizován tvar pro odlehčenou nápravu (tj. nápravu s průchozím otvorem podél osy rotace, která sice nevstupuje do výpočtu únavové životnosti v této práci, ale v praxi se běžně používá a získaný tvar může být použit při dalším výzkumu) a různé hodnoty přesahu u nalisovaného kola. U všech těchto modelů bylo provedeno stanovení tvaru čela trhliny pro vybrané průměry v rozmezí $D = < 150; 200 > mm$, neboť závislost hlavní poloosu poloeliptické trhliny b na hloubce trhliny a je možné normalizovat průměrem, na kterém se trhlina nachází a získaný polynom je pak použitelný pro různé průměry v daném rozsahu.

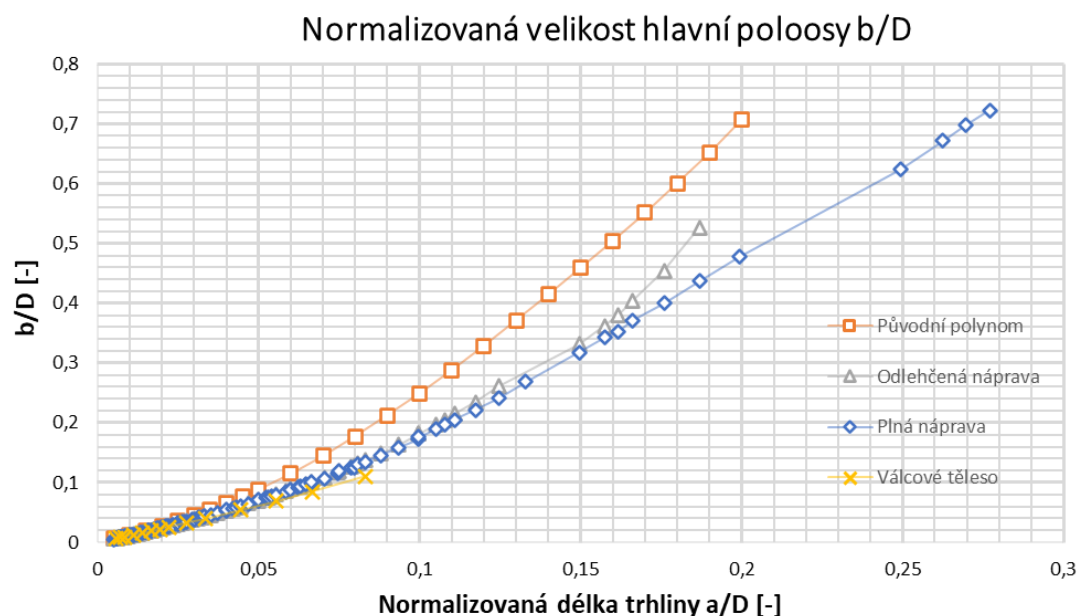
4.3.1 Zatížení ohybem

Z obr. 47 je patrné, že u plné nápravy pro hloubku trhliny přibližně do $a = 10 \text{ mm}$ není vliv průměru nápravy výrazný. Podobného výsledku bylo dosaženo i pro odlehčenou nápravu s průchozí dírou o průměru $d = 70 \text{ mm}$ podél osy rotace.



Obr. 47: Velikost hlavní poloosy trhliny plné nápravy zatížené ohybem

Kvůli možnosti vytvoření jednotného polynomu byly výsledky pro válcové těleso, plnou nápravu i odlehčenou nápravu normalizovány průměrem, na kterém se nachází trhlina. Z obr. 48, ve kterém jsou srovnány dosažené výsledky s polynomelem převzatým z [10] jsou patrné rozdíly a to zejména vyšší hodnoty hloubky trhliny a .

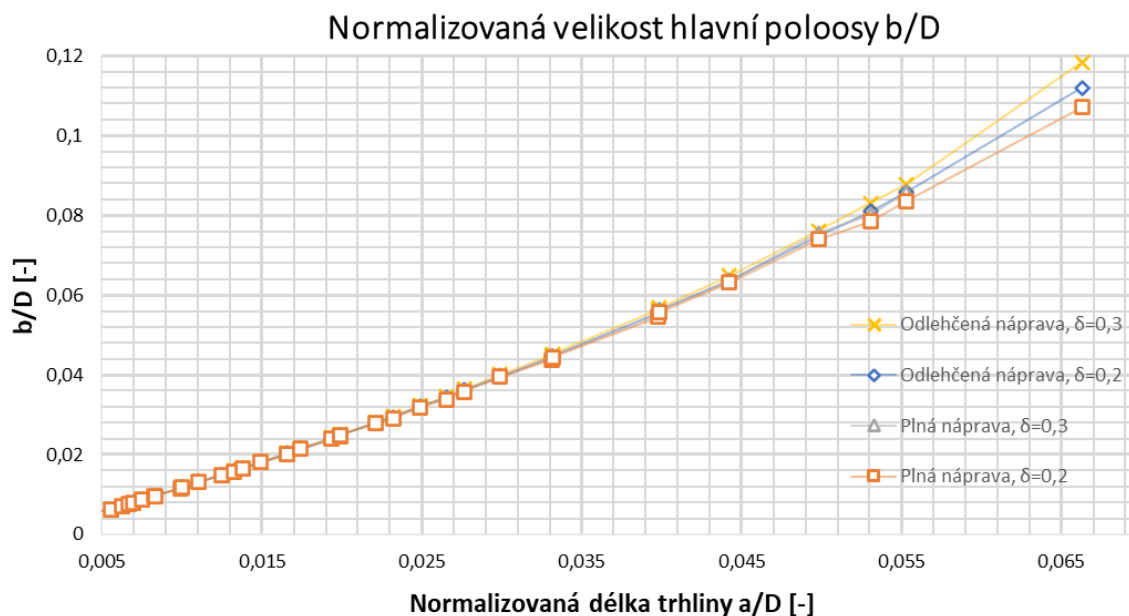


Obr. 48: Normalizovaná velikost hlavní poloosy v závislosti na normalizované délce trhliny ve srovnání s polynomelem převzatým z [10]

Rozdíl ve výsledcích je pravděpodobně způsoben tím, že původní polynom byl určený pro hnací nápravu s jinou geometrií, u které dochází v místě uvažované trhliny k větší koncentraci napětí, a navíc s průchozím otvorem podél osy nápravy. V rámci této kapitoly bylo zjištěno, že průchozí otvor podél osy nápravy způsobuje u optimalizovaného tvaru trhliny (tj. tvaru, který splňuje kritéria popsaná v úvodu kapitoly 4.3) větší poměr mezi hlavní a vedlejší poloosou poloeliptické trhliny (viz polynomy pro plnou a odlehčenou nápravu vykreslené na obr. 48). Dále bylo zjištěno, že větší koncentrace napětí rovněž způsobuje u optimalizovaného tvaru trhliny větší poměr mezi hlavní a vedlejší poloosou (viz polynomy pro plnou nápravu a válcové těleso vykreslené na obr. 48).

4.3.2 Kombinace zatížení ohybem a nalisování kola

V další sérii výpočtů byla uvažována plná a odlehčená náprava (dírou o průměru $d = 70 \text{ mm}$ podél osy rotace) s různými průměry a nalisovaným kolem. Vzhledem k tomu, že v případě nalisování není závislost mezi součinitelem intenzity napětí a hodnotou přesahu lineární, byly zvoleny 3 konkrétní hodnoty přesahu $\delta = [0,2; 0,25; 0,3]$ v kombinaci s ohybovým momentem, který vyvolá osově napětí $\sigma_{ax} = 200 \text{ MPa}$, v krajním vlákně v polovině délky dířku (tj. v dostatečné vzdálenosti od koncentrátoru napětí), které bylo zvoleno na základě reálného zátěžného spektra. Z obr. 49 je zřejmé, že v souladu s očekáváním bylo nejvyšších hodnot hlavní poloosy b dosaženo pro odlehčenou nápravu s přesahem $\delta = 0,3 \text{ mm}$. Z důvodu přehlednosti byla prostřední hodnota přesahu vynechána, neboť rozdíly mezi jednotlivými hodnotami přesahu nejsou zásadní.



Obr. 49: Normalizovaná velikost hlavní poloosy v závislosti na normalizované délce trhliny s uvažovaným vlivem nalisování kola

4.3.3 Shrnutí

Z obr. 50 je zřejmé, že nalisování kola má na tvar trhliny vliv a má smysl jej uvažovat zejména pro větší délky trhliny. Rozdíly ve vypočteném součiniteli intenzity napětí byly kvantifikovány na modelu vlakové nápravy zatížené ohybem (viz tab. 5)

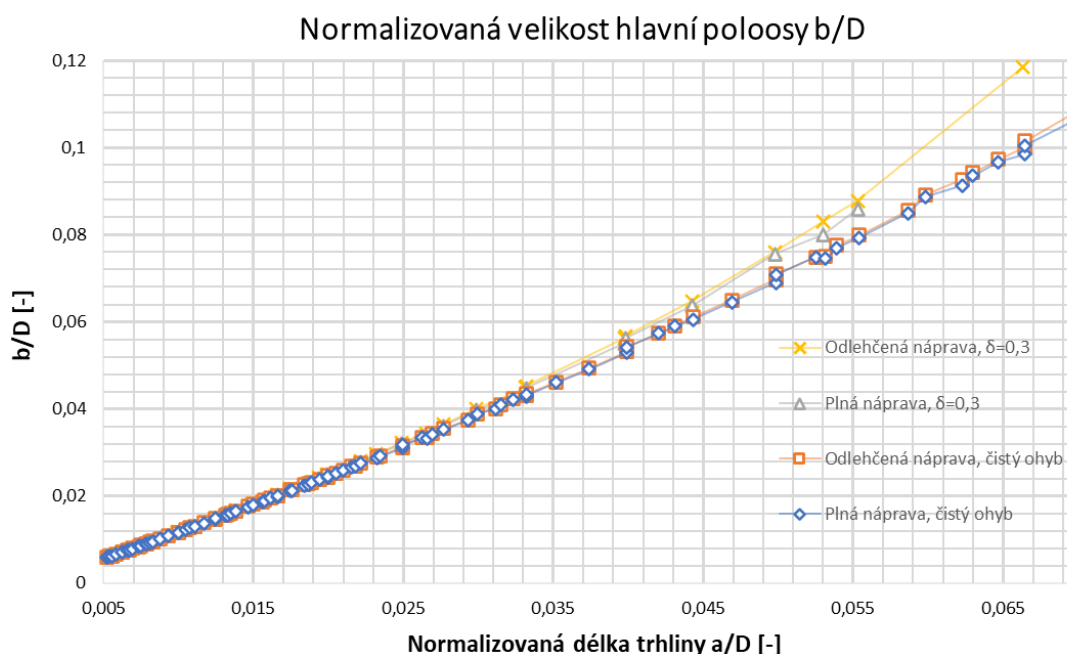
Bylo zjištěno, že optimalizace tvaru trhliny pro konkrétní geometrii nápravy má nezanedbatelný vliv na vypočtené hodnoty součinitele intenzity napětí a může přispět ke zpřesnění výpočtu jako v tomto případě.

Vliv nalisování kola má na tvar trhliny rovněž vliv, ale není tak zásadní jako geometrie nápravy a začíná nabývat na významu až pro větší délky trhliny (řádově $a > 5 \text{ mm}$), u kterých rozdíl v hodnotách součinitele intenzity napětí nebude mít výrazný vliv na zbytkovou únavovou životnost.

Pro výpočet součinitelů intenzity napětí vstupujících do výpočtu zbytkové únavové životnosti byl použit tvar trhliny optimalizovaný při kombinaci ohybu a nalisování kola vzhledem k uvažovaným zátěžným stavům. Tento tvar navíc povede na vyšší hodnoty součinitele než pro tvar trhliny optimalizovaný pro samotný ohyb a vypočtená zbytková životnost tedy bude konzervativnější.

Tab. 5: Srovnání hodnot součinitele intenzity napětí pro tvar trhliny optimalizovaný bez a s vlivem nalisování kola (vypočteno na modelu pro zatížení ohybem z kapitoly 4.2.1)

a [mm]	b_{ohyb} [mm]	$b_{\text{ohyb+nalis}}$ [mm]	$b_{\text{puvodni ufm}}$ [mm]	$\frac{K_{\text{ohyb+nalis}}}{K_{\text{ohyb}}}$ [–]	$\frac{K_{\text{puvodni ufm}}}{K_{\text{ohyb}}}$ [–]
2	2,35	2,36	2,56	1,00	1,04
5	6,36	6,53	7,30	1,012	1,061
10	14,32	15,33	18,46	1,028	1,097



Obr. 50: Porovnání normalizované velikosti hlavní poloosy v závislosti na normalizované délce trhliny s uvažováním vlivu nalisování a čistým ohybem.

4.3.4 Polynomy optimalizovaných tvarů trhliny

Polynomy určující optimalizovaný tvar poloeliptické trhliny jednotlivých případů, které byly zobrazeny na obr. 47 – 50 jsou níže popsány rovnicemi (11) – (19). Pro výpočet únavové životnosti byl použit polynom pro plnou nápravu zohledňující nalisování kola s přesahem $\delta=0,3\text{mm}$. Polynomy vypsány níže byly optimalizovány pro průměry v rozsahu $D = < 150; 200 > \text{mm}$ není-li specifikováno jinak a délky trhliny v rozsahu uvedeném u příslušné rovnice.

válcové těleso zatížené ohybem:

$$\frac{b}{D} = -3881,824232 \cdot \lambda^5 + 971,716885 \cdot \lambda^4 - 76,848386 \cdot \lambda^3 + 5,131507 \cdot \lambda^2 + 1,060638 \cdot \lambda + 0,000193; \lambda = \frac{a}{D}; D = [180] \text{ mm}; a = < 1; 15 > \text{ mm} \quad (11)$$

plná náprava zatížená ohybem:

$$\frac{b}{D} = 669,097816 \cdot \lambda^5 - 462,609281 \cdot \lambda^4 + 95,421753 \cdot \lambda^3 - 0,142824 \cdot \lambda^2 + 1,223701 \cdot \lambda - 0,000519; \lambda = a/D; a = < 1; 50 > \text{ mm} \quad (12)$$

odlehčená náprava zatížená ohybem:

$$\frac{b}{D} = 11253,853107 \cdot \lambda^5 - 4\,738,722213 \cdot \lambda^4 + 708,179524 \cdot \lambda^3 - 35,78830 \cdot \lambda^2 + 2,014338 \cdot \lambda - 0,005261; \lambda = a/D; a = < 1; 30 > \text{ mm} \quad (13)$$

plná náprava zatížená kombinací ohybu a nalisování $\delta = 0,2\text{mm}$:

$$\frac{b}{D} = 42326,788069 \cdot \lambda^5 - 7141,244951 \cdot \lambda^4 + 459,845836 \cdot \lambda^3 - 5,770530 \cdot \lambda^2 + 1,246865 \cdot \lambda - 0,000513; \lambda = a/D; a = < 1; 10 > \text{ mm} \quad (14)$$

plná náprava zatížená kombinací ohybu a nalisování $\delta = 0,25\text{mm}$:

$$\frac{b}{D} = 16529,292499 \cdot \lambda^5 - 2786,089652 \cdot \lambda^4 + 204,542709 \cdot \lambda^3 + 0,942826 \cdot \lambda^2 + 1,174624 \cdot \lambda - 0,000264; \lambda = a/D; a = < 1; 10 > \text{ mm} \quad (15)$$

plná náprava zatížená kombinací ohybu a nalisování $\delta = 0,3\text{mm}$:

$$\frac{b}{D} = -2692,760413 \cdot \lambda^5 + 963,995696 \cdot \lambda^4 - 41,097268 \cdot \lambda^3 + 8,571109 \cdot \lambda^2 + 1,078379 \cdot \lambda - 0,000120; \lambda = a/D; a = < 1; 40 > \text{ mm} \quad (16)$$

odlehčená náprava zatížená kombinací ohybu a nalisování $\delta = 0,2\text{mm}$:

$$\frac{b}{D} = 9255,999739 \cdot \lambda^5 - 719,685653 \cdot \lambda^4 + 53,713280 \cdot \lambda^3 + 5,390972 \cdot \lambda^2 + 1,126550 \cdot \lambda - 0,000085; \lambda = a/D; a = < 1; 10 > \text{ mm} \quad (17)$$

plná náprava zatížená kombinací ohybu a nalisování $\delta = 0,25\text{mm}$:

$$\frac{b}{D} = 16529,292499 \cdot \lambda^5 - 2786,089652 \cdot \lambda^4 + 204,542709 \cdot \lambda^3 + 0,942826 \cdot \lambda^2 + 1,174624 \cdot \lambda - 0,000264; \lambda = a/D; a = < 1; 10 > \text{ mm} \quad (18)$$

odlehčená náprava zatížená kombinací ohybu a nalisování $\delta = 0,3\text{mm}$:

$$\frac{b}{D} = 63678,176628 \cdot \lambda^5 - 7849,25358 \cdot \lambda^4 + 399,682728 \cdot \lambda^3 - 1,570854 \cdot \lambda^2 + 1,194969 \cdot \lambda - 0,000322; \lambda = a/D; a = < 1; 10 > \text{ mm} \quad (19)$$

4.4 Vypočtené hodnoty součinitele intenzity napětí

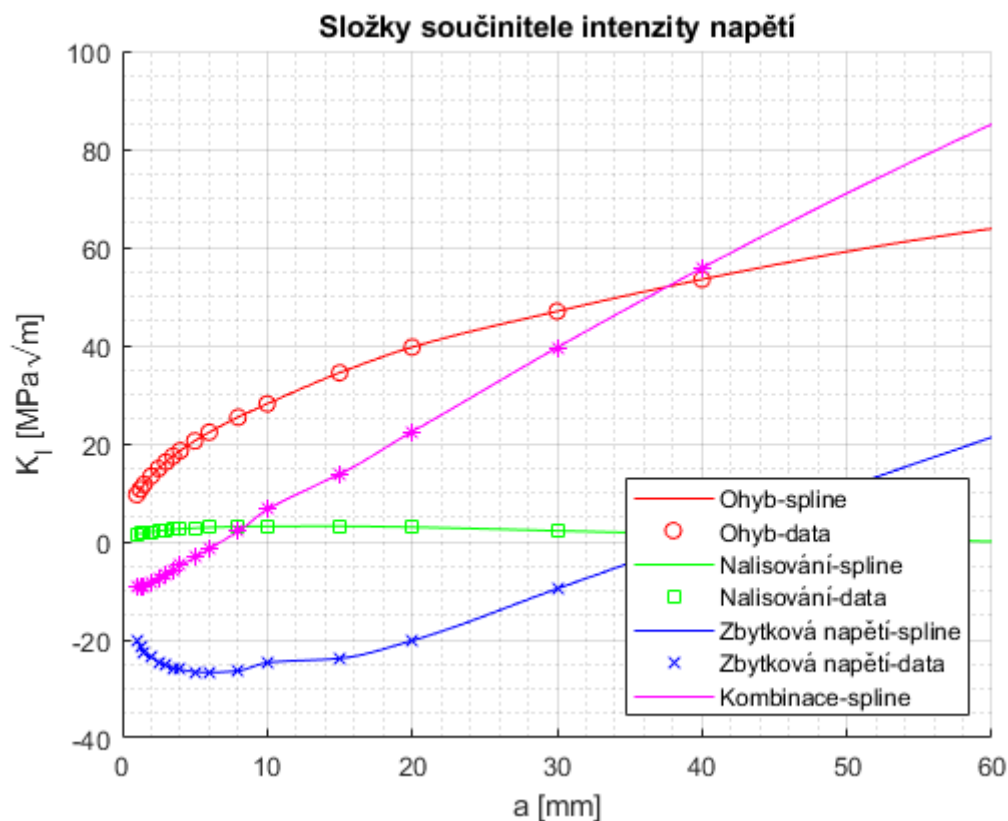
Při výpočtech součinitele intenzity napětí byl použit tvar trhliny optimalizovaný při kombinaci ohybu a nalisování kola, který zohledňuje dva uvažované zátěžné stavy, a navíc povede ke konzervativnějšímu odhadu zbytkové únavové životnosti.

V tab. 6 jsou uvedeny vypočtené hodnoty součinitele intenzity napětí pro různé hloubky trhliny od jednotlivých zátěžných stavů. Byla uvažována plná náprava s průměrem mezi koly $D_d = 180 \text{ mm}$, která byla zatížena ohybovým momentem vyvolávajícím axiální napětí v krajním vlákne o velikosti $\sigma_{ax} = 200 \text{ MPa}$, přesahem $\delta = 0,3 \text{ mm}$ a zbytkovým napětím po válečkování.

Hodnoty součinitele intenzity napětí bylo pro další výpočty potřebné proložit vhodnou funkcí, aby bylo možné jejich hodnoty aproximovat pro libovolnou délku trhliny mimo přímo vypočtené hodnoty. Hodnoty součinitele intenzity napětí od nalisování a zbytkových napětí však nebylo možné dostatečně přesně proložit polynomem a byl proto zvolen přístup proložení hodnot kubickým splinem. Díky tomuto je na rozdíl např. od polynomu vysokého řádu rozumný průběh součinitele intenzity napětí i mezi aproximovanými body, viz obr. 51.

Tab. 6: Vypočtené hodnoty součinitele intenzity napětí pro jednotlivé zátěžné stavy v různých hloubkách trhliny.

a [mm]	b [mm]	$K_{I(\text{nalisování})}$ [MPa $\sqrt{m}$]	$K_{I(\text{ohyb})}$ [MPa $\sqrt{m}$]	$K_{I(\text{zbytková napětí})}$ [MPa $\sqrt{m}$]
1,00	1,14	1,48	9,57	-20,24
1,25	1,44	1,64	10,68	-21,47
1,50	1,75	1,78	11,69	-22,61
2,00	2,36	2,00	13,39	-23,63
2,50	3,00	2,19	14,89	-24,58
3,00	3,66	2,34	16,22	-25,18
3,50	4,35	2,48	17,44	-25,75
4,00	5,05	2,59	18,54	-26,02
5,00	6,53	2,77	20,54	-26,55
6,00	8,09	2,89	22,29	-26,66
8,00	11,53	3,05	25,36	-26,34
10,00	15,53	3,13	28,09	-24,67
15,00	30,00	3,14	34,42	-23,80
20,00	52,20	2,94	39,64	-20,17
30,00	112,00	2,21	46,95	-9,60
40,00	198,00	1,48	53,46	0,83



Obr. 51: Závislost součinitele intenzity napětí od jednotlivých zátěžných stavů na délce trhliny

4.5 Výpočet zbytkové únavové životnosti

Pro výpočet zbytkové únavové životnosti byla zvolena náprava s následujícími parametry: $D_s = 210 \text{ mm}$, $D_d = 180 \text{ mm}$, $L_r = 38 \text{ mm}$ a $L_t = 30,1 \text{ mm}$ a byl uvažován tvar trhliny, který byl stanoven se zahrnutým vlivem nalisování kola. Dále byl zvolen přístup výpočtu přírůstku trhliny po jednotlivých zátěžných cyklech (vývojový diagram viz obr. 53), přičemž pro výpočet přírůstku délky trhliny byl zvolen primárně přístup NASGRO a pro srovnání jednodušší a konzervativnější rovnice dle Parise-Erdogana. Rozdíl mezi vybranými rovnicemi je podstatný především v oblasti blízko nad prahovou hodnotou rozkmitu součinitele intenzity napětí, ve které je rychlost šíření trhliny pomocí Parise-Erdoganova popisu výrazně nadhodnocena viz obr. 52. Při výpočtech byla použita reálná zátěžná spektra. Materiálové konstanty uvažované ve výpočtech jsou z důvodu přehlednosti uvedeny hromadně v kapitole 4.6.

4.5.1 Paris-Erdogan

Jedná se o klasický způsob popisu přírůstku únavové trhliny, platného pouze v lineární oblasti $v - K$ křivky v log-log souřadnicích. V této práci však byla použita upravená varianta, která závisí na maximální hodnotě součinitele intenzity napětí namísto rozkmitu. Toto je nutné z důvodu, že uvažované zátěžné stavy způsobují výraznou asymetrii cyklu, která by v základní formě nebyla zohledněna.

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^m = C^* K_{max}^{m^*} \quad (\text{pro } R = 0) \quad (20)$$

kde C, C^*, m, m^* - materiálové konstanty (obecně pro $R \neq 0 : C \neq C^*, m \neq m^*$)

ΔK - rozkmit součinitele intenzity napětí,

K_{max} - maximální hodnota součinitele intenzity napětí

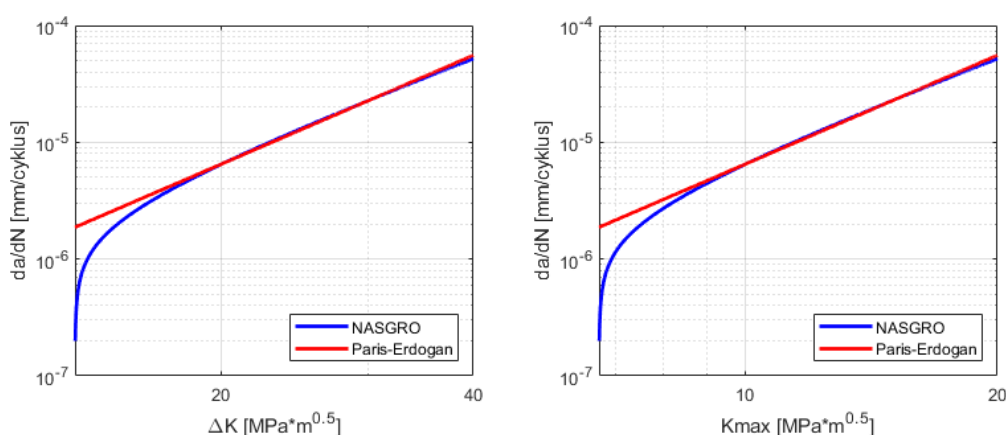
4.5.2 NASGRO vztah

Jedná se o v současnosti jeden z nejpoužívanějších vztahů pro popis rychlosti šíření únavové trhliny. Výhodou oproti předchozímu vztahu je, že zohledňuje asymetrii cyklu a přesněji popisuje šíření trhliny v oblasti blízko nad prahovou hodnotou rozkmitu součinitele intenzity napětí a v oblasti kolem lomové houževnatosti. Jeho hlavní nevýhodou vůči výše uvedenému je, že pro jeho určení je nutné změřit $v - K$ křivku pro alespoň dvě různé asymetrie cyklu.

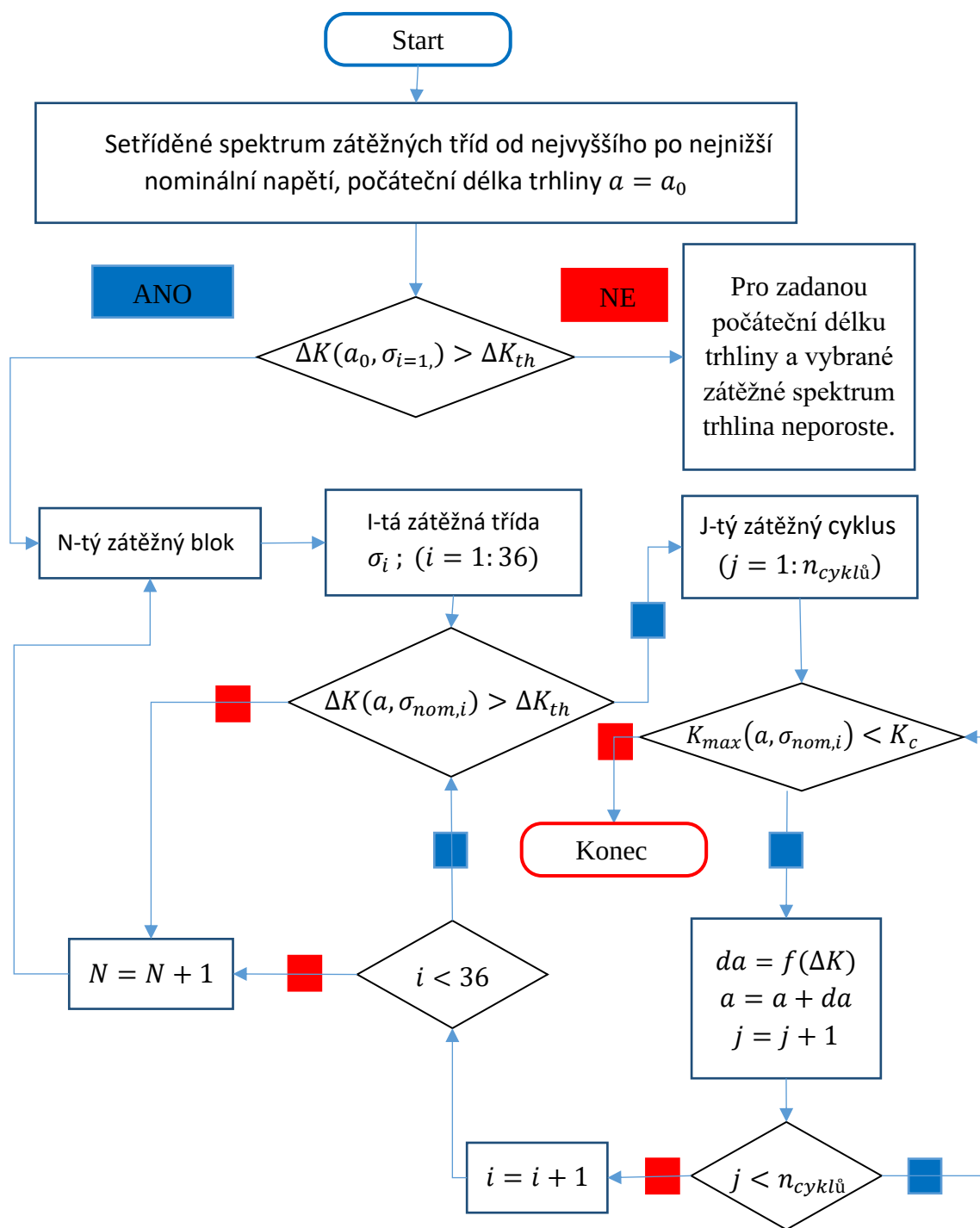
$$\frac{da}{dN} = C \left[\left(\frac{1-f}{1-R} \right) \Delta K \right]^n \frac{\left(1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K} \right)^p}{\left(1 - \frac{K_{max}}{K_c} \right)^q} \quad (21)$$

kde f - Newmanova funkce otevírání trhliny, $R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$ - parametr asymetrie cyklu,

ΔK - rozkmit součinitele intenzity napětí, ΔK_{th} - rozkmit prahové hodnoty součinitele intenzity napětí, K_{max} - maximální hodnota součinitele intenzity napětí v aktuálním zátěžném cyklu, K_c - lomová houževnatost, n, p, q - materiálové konstanty



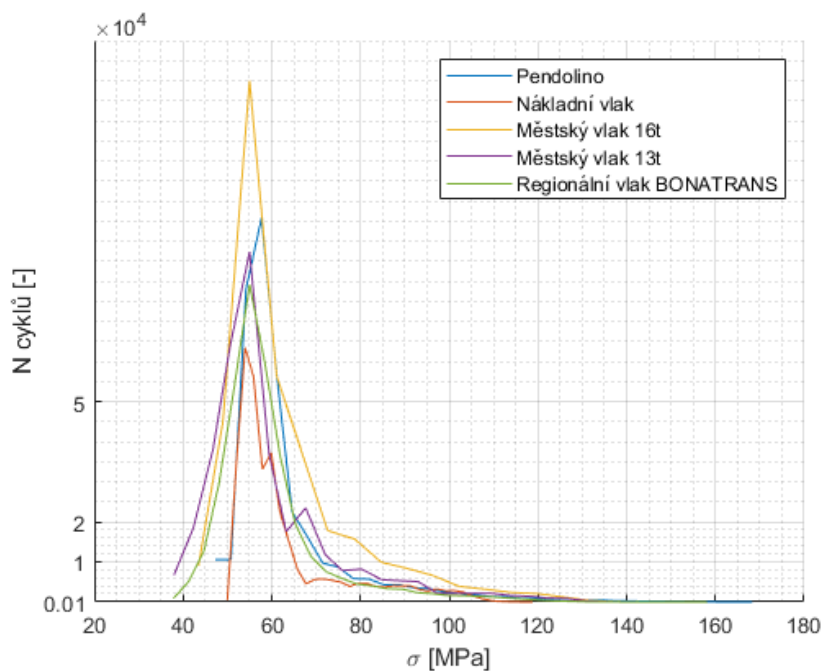
Obr. 52: Rozdíl v popisu $v-K$ křivky pomocí Paris-Erdoganovy rovnice a NASGRO vztahu pro $R = -1$



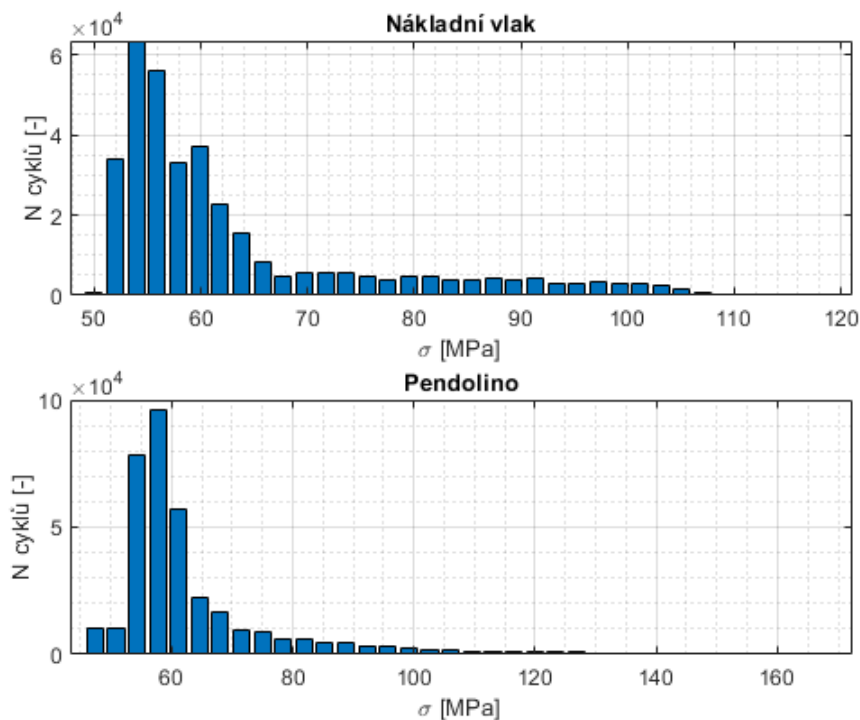
Obr. 53: Vývojový diagram algoritmu výpočtu zbytkové únavové životnosti (počtu zátěžných bloků)

4.5.3 Zátěžná spektra

Z dostupných zátěžných spekter (viz obr. 54) bylo vybráno spektrum pro pendolino (s nejvyššího maximální hodnotou napětí) a pro nákladní vlak (s nejnižší maximální hodnotou napětí). Všechna spektra jsou roztržena do 36 zátěžných tříd a obsahují 350 000 cyklů, což odpovídá přibližně 1000 ujetým kilometrům. Detail spekter vybraných pro výpočet je zobrazen na obr. 55.



Obr. 54: Zátěžná spektra v semilogaritmických souřadnicích.



Obr. 55: Zátěžná spektra nákladního vlaku a pendolina uvažovaná ve výpočtu zbytkové únavové životnosti.

4.5.4 Vyhodnocení minimální počáteční délky trhliny

V tab. 7 je zobrazeno, pro jakou délku trhliny dojde pro konkrétní zátěžné spektrum a zátěžný stav k jejímu šíření, přičemž počáteční trhlina $a = 1 \text{ mm}$ je minimální hodnota a kratší trhliny nebyly uvažovány. Z tabulky je zřejmé, jak zásadní vliv na únavovou životnost mají zbytková napětí.

Tab. 7: Minimální počáteční délka trhliny, pro kterou dojde k jejímu růstu

Zátěžný stav	Nákladní vlak $a_0 \text{ [mm]}$	Pendolino $a_0 \text{ [mm]}$
Ohyb	1,4	1,0
Ohyb + nalisování kola	1,0	1,0
Kombinace všech	20,3	13,7

4.5.5 Počet zátěžných bloků

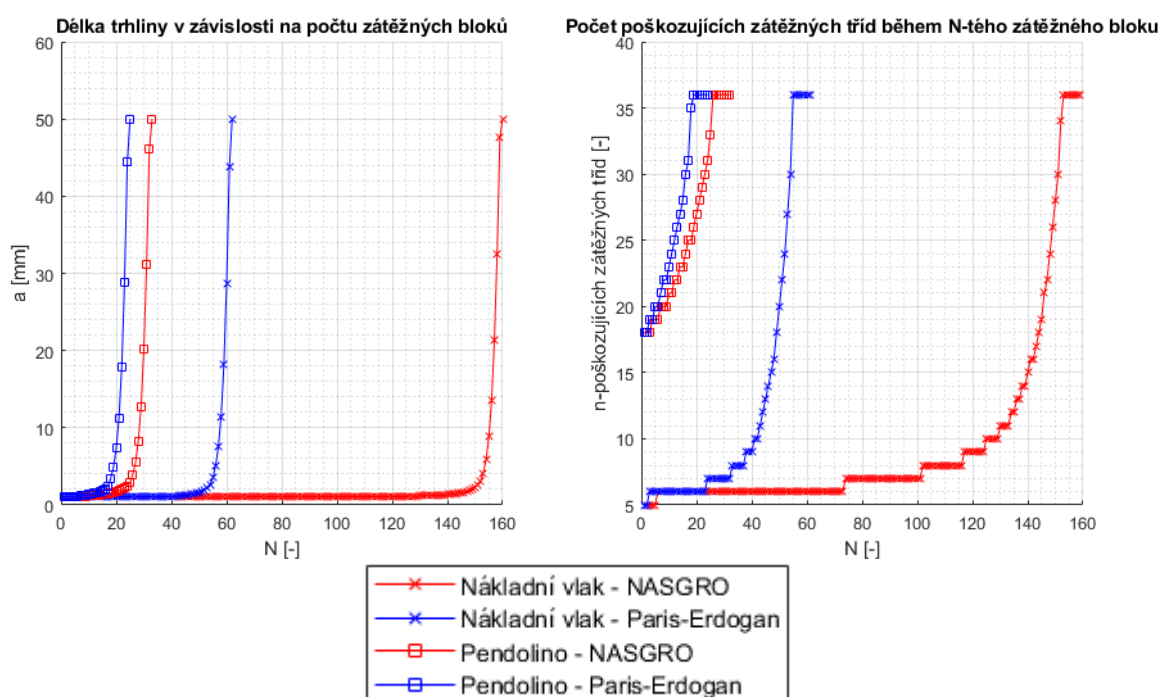
Z předchozí kapitoly plyne, že pro uvažovanou nápravu s povrchovou úpravou válečkováním bude při výpočtu dosaženo nekonečné životnosti na úrovni vysoko-cyklové únavy, neboť počáteční trhlina vedoucí k porušení nápravy by musela být řádově větší než uvažovaná. Výpočet zbytkové životnosti byl tedy proveden bez uvažování zbytkových napětí (samotný ohyb a kombinace ohybu a nalisování kola) a to pro počáteční trhlinu o velikosti $a_0 = [1; 2] \text{ mm}$. Vzhledem k faktu, že součinitele intenzity napětí byly vypočteny pouze pro trhliny v rozsahu $a = < 0; 40 > \text{ mm}$, jako kritérium pro ukončení výpočtu bylo buď dosažení lomové houževnatosti, nebo maximální délky trhliny $a = 50 \text{ mm}$, protože extrapolované hodnoty daleko od vypočteného rozsahu nemusí odpovídat skutečnosti. Vzhledem k exponenciálnímu průběhu délky trhliny v závislosti na zátěžných cyklech toto omezení nemá podstatný vliv na počet zátěžných bloků do konce únavové životnosti, viz obr. 56.

Tab. 8: Zbytková únavová životnost nápravy (počet zátěžných bloků do porušení)

Zátěžný stav	Nákladní vlak NASGRO $N [-]$	Nákladní vlak Paris-Erdogan $N [-]$	Pendolino NASGRO $N [-]$	Pendolino Paris-Erdogan $N [-]$
Ohyb ($a_0 = 1 \text{ mm}$)	∞	∞	243	156
Ohyb ($a_0 = 2 \text{ mm}$)	59	41	41	35
Ohyb + nalisování kola ($a_0 = 1 \text{ mm}$)	159	61	32	24
Ohyb + nalisování kola ($a_0 = 2 \text{ mm}$)	10	9	10	8

Z tab. 8 je zřejmé, že největšího rozdílu mezi použitými metodami výpočtu a zároveň mezi jednotlivými spektry bylo dosaženo pro kombinaci ohybu a nalisování a počáteční délku trhliny $a_0 = 1\text{ mm}$. Tento jev je popsán v pravé části obr. 56, kde je možné si všimnout rozdílu v počtu poškozujících tříd mezi jednotlivými spektry v průběhu šíření trhliny. Dalším jevem zachyceným na tomto obrázku je vliv řádově přesnějšího popisu v oblasti blízko nad prahovou hodnotou rozkmitu součinitele intenzity napětí ($v - K$ křivka je zobrazována v log-log souřadnicích), díky kterému je nárůst poškozujících zátěžných tříd výrazně pomalejší a nachází-li se tedy významný počet cyklů v této oblasti, bude dosaženo podstatně vyšších hodnot zbytkové únavové životnosti.

Tab. 8 zároveň poukazuje na vliv velikosti počátečního defektu. Poznamenejme, že při praktickém návrhu se uvažuje počáteční defekt o velikosti $a_0 = 2\text{ mm}$ a vzhledem k významným zbytkovým napětím je náprava konzervativně navržena a šíření únavové trhliny z takového defektu se nepředpokládá.



Obr. 56: Průběh délky trhliny (vlevo) a počtu poškozujících zátěžných tříd (vpravo) v závislosti na počtu zátěžných bloků pro zátěžné spektrum nákladního vlaku a pendolin

4.6 Materiálové vlastnosti

Ve výpočtech byla uvažována ocel EA4T, která je dle ČSN EN 13261 [25] jednou z definovaných ocelí pro výrobu vlakových náprav na evropském trhu. Materiálové vlastnosti uvažované ve výpočtech jsou uvedeny na následující straně, přičemž konstanty pro popis rychlosti růstu trhliny přístupem NASGRO vychází ze zkoušek této oceli provedených na ÚFM AVČR.

Lineárně elastický materiál:

$E = 205 \text{ [GPa]}$	... Youngův modul pružnosti
$\mu = 0,3 \text{ [-]}$	... Poissonův poměr
$R_e = 550 \text{ [MPa]}$	... mez kluzu

Paris-Erdogan:

$$\frac{da}{dN} = C^* K_{max}^{m^*}$$

$C^* = 6 \cdot 10^{-10} \text{ [-]}$	... koeficient pro výsledek da/dN v jednotkách $mm/cyklus$
$m^* = 3,1 \text{ [-]}$	... mocnitel
$K_{max,th} = 6,7 \text{ [MPa}\sqrt{m}]$	... prahová hodnota maxima součinitele intenzity napětí

NASGRO:

$$\frac{da}{dN} = C \left[\left(\frac{1-f}{1-R} \right) \Delta K \right]^n \frac{\left(1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K} \right)^p}{\left(1 - \frac{K_{max}}{K_c} \right)^q}$$

$\Delta K_{th,high} = 2,9 \text{ [MPa}\sqrt{m}]$	... rozkmit prahové hodnoty součinitele intenzity napětí pro vysoké asymetrie cyklu
$K_{th,low} = 6,7 \text{ [MPa}\sqrt{m}]$	... prahová hodnota součinitele intenzity napětí pro nízké asymetrie cyklu
$R_T = 1 - \frac{\Delta K_{th,high}}{K_{th,low}} = 0,57 \text{ [-]}$	... přechodná asymetrie cyklu
$C = 3 \cdot 10^{-8} \text{ [-]}$	... koeficient pro výsledek da/dN jednotkách $mm/cyklus$
$n = 2,6 \text{ [-]}$	... mocnitel
$p = 0,4 \text{ [-]}$	... mocnitel
$q = 0 \text{ [-]}$	... mocnitel
$K_c = 80 \text{ [MPa}\sqrt{m}]$	... únavová lomová houževnatost
$\sigma_{max}/\sigma_0 = 0,1 \text{ [-]}$	... poměr maximálního napětí zátěžného cyklu vůči parametru „flow stress“ (aritmetický průměr mezi mezí kluzu a pevnosti)
$\alpha = 3 \text{ [-]}$	... parametr popisující stav napjatosti (v tomto případě rovinná deformace)

Newmanova funkce otevírání trhliny f :

$$\begin{aligned} f &= A_0 + A_1 R && \text{pro } R < 0 \text{ a zároveň } R \geq -2 \\ f &= \max(R, A_0 + A_1 R + A_2 R^2 + A_3 R^3) && \text{pro } R \geq 0 \end{aligned}$$

kde A_0 , A_1 , A_2 a A_3 jsou Newmanovy koeficienty, které jsou dány vztahy:

$$A_0 = (0,825 - 0,34\alpha + 0,05\alpha^2) \left[\cos \left(\frac{\pi \sigma_{max}}{2 \sigma_0} \right) \right]^{\frac{1}{\alpha}}$$

$$A_1 = (0,415 - 0,071\alpha) \sigma_{max} / \sigma_0$$

$$A_2 = 1 - A_0 - A_1 - A_3$$

$$A_3 = 2A_0 - A_1 - 1$$

Prahová hodnota rozkmitu součinitele intenzity napětí ΔK_{th} pro $R < R_T$:

$$\Delta K_{th} = K_{th,low}(1 - R)$$

Prahová hodnota maxima součinitele intenzity napětí $K_{max,th}$ pro $R > R_T$:

$$K_{max,th} = \frac{\Delta K_{th,high}}{1 - R}$$

5 ZHODNOCENÍ A DISKUZE

Numerickými výpočty bylo zjištěno, že tvar poloeliptické trhliny splňující předpoklad konstantní hodnoty součinitele intenzity napětí podél čela trhliny je závislý na geometrii a zatížení dané nápravy a při použití tvaru optimalizovaného pro nápravu s rozdílnou geometrií a zatížením může vést k hodnotám součinitele intenzity napětí vstupujícím do výpočtu zbytkové únavové životnosti lišícími se o vysoké jednotky procent.

Na základě tohoto zjištění byly vytvořeny polynomy popisující tvar poloeliptické trhliny pro dva základní typy používaných vlakových náprav (nápravu s průchozím otvorem podél osy rotace a bez něj) a to pro zatížení samotným ohybovým momentem a kombinací ohybového momentu s nalisováním kola, které mohou být využity při dalších výpočtech zbytkové únavové životnosti vlakových náprav.

Následným výpočtem součinitelů intenzity napětí pro různé hloubky trhliny s již optimalizovaným tvarem bylo zjištěno, jak zásadní vliv zbytková napětí mají a že pro danou geometrii a zátěžná spektra se šíření povrchové trhliny s uvažovanými počátečními hloubkami nepředpokládá.

Vzhledem k faktu, že s uvažováním zbytkových napětí nebylo možné určit zbytkovou únavovou životnost, neboť pro použitá zátěžná spektra nedocházelo k růstu uvažovaných počátečních defektů ani pro nejvyšší amplitudu z dostupných zátěžných spekter, byly výpočty provedeny bez uvažování zbytkových napětí, konkrétně pro dvě počáteční hloubky trhliny, dvě reálná zátěžná spektra, s uvažováním samotného ohybu, kombinace ohybu a nalisování a s využitím dvou různých popisů šíření trhliny (tedy celkově 16 kombinací).

Ve vypočtených hodnotách zbytkové únavové životnosti pro tyto jednotlivé případy je velký rozptyl, konkrétně od 8000 ujetých kilometrů až po neomezenou životnost. Obecně lze tento rozdíl vysvětlit ostrým rozhraním v popisu šíření trhliny (tj. je-li rozkmit součinitele intenzity napětí menší než prahová hodnota, trhlina se nešíří) a z tohoto pohledu je pro co nejdelší zbytkovou únavovou životnost vhodné navrhnout vlakovou nápravu tak, aby se pro uvažovaný počáteční defekt a zátěžné spektrum nacházel v oblasti nad prahovou hodnotou rozkmitu součinitele intenzity napětí co nejmenší počet cyklů ze zátěžného spektra.

Je ale vhodné podotknout, že zvolený postup výpočtu zbytkové únavové životnosti je velmi konzervativní, neboť počáteční defekt je uvažován v nejkritičtějších místech a s nejhorší možnou orientací z hlediska šíření trhliny, zátěžné spektrum je setříděné od nejvyšší amplitudy zatížení (tj. během jednoho zátěžného bloku dojde k maximálnímu nárůstu trhliny) a není uvažována retardace při prorůstání trhliny plastickou oblastí po přetěžujícím zátěžném cyklu. Vypočtené hodnoty zbytkové únavové životnosti se proto mohou řádově lišit od experimentů a skutečného provozu vlakových náprav.

Závěrem lze konstatovat, že zbytková napětí mají na únavovou životnost vlakových náprav zásadní vliv a umožňují výrazné prodloužení inspekčních intervalů, které se u moderních vlakových náprav s povrchovou úpravou indukčním kalením nebo válečkováním pohybují řádově nad 1 000 000 km.

6 ZÁVĚR

Jedním z cílů této práce bylo seznámit se s problematikou únavového porušování kovových materiálů, základy lomové mechaniky a numerického modelování těles s trhlinou. K těmto tématům byl proto vypracován teoretický úvod potřebný k pochopení výpočetní části práce.

V té byl pomocí parametrického jazyka APDL nejprve vytvořen konečno-prvkový model válcového tělesa s trhlinou zatíženého ohybovým momentem a výsledné hodnoty součinitele intenzity napětí pro různé hloubky trhliny byly verifikovány srovnáním s dostupným analytickým řešením.

Dále byly vytvořeny modely skutečné vlakové nápravy pro tři druhy zatížení – ohybový moment, nalisování kola na nápravu a zbytková napětí, na kterých byl zkoumán vliv vybraných parametrů na změnu polohy maximálního axiálního napětí, a tedy umístění uvažovaného počátečního defektu pro stanovení zbytkové únavové životnosti a její konzervativní návrh.

Výpočty bylo zjištěno, že polynom používaný pro popis tvaru trhliny, který byl na ÚFM vytvořen pro jiný typ vlakové nápravy není pro popis nápravy uvažované v této práci dostatečně přesný a byly proto vytvořeny polynomy nové, konkrétně pro nápravu plnou a s průchozím otvorem a pro samotný ohyb a jeho kombinaci s nalisováním kola. Tyto polynomy mohou být použity při dalších výpočtech a značně tak usnadní numerické modelování a zpřesní odhady zbytkové únavové životnosti.

Pro tvar trhliny s uvažovaným vlivem nalisování kola byly následně vypočteny součinitele intenzity napětí pro různé hloubky trhliny zvlášť od třech uvažovaných druhů zatížení. Z těchto hodnot bylo zjištěno, že při uvažování zbytkových napětí se pro uvažované počáteční defekty nepředpokládá šíření únavové trhliny a ukázalo se, jak podstatný vliv tato zbytková napětí u reálné vlakové nápravy mají. To poukazuje na zásadní vliv použité technologie výroby nápravy na její zbytkovou životnost, která je dominantně ovlivněna vhodně vneseným zbytkovým napětím.

Protože reálné zatížení v kombinaci se zbytkovým napětím neumožňuje růst uvažovaného počátečního defektu a životnost nápravy je tak z návrhového pohledu „neomezená“, výpočty zbytkové únavové životnosti byly pro demonstraci přínosu zbytkových napětí provedeny bez jejich uvažování. Dle typu zátěžného spektra a zatížení, uvažované počáteční délky defektu a popisu šíření trhliny bylo dosaženo hodnot v rozmezí od 8000 *km* až po neomezenou životnost, přičemž spodní hranice toho rozmezí by byla pro technickou praxi nepřipustná.

Závěrem lze konstatovat, že cíle stanovené v zadání této práce byly splněny.

SEZNAM POUŽITÝCH SYMBOLŮ A ZKRATEK

Veličina	Jednotky	Popis
a	$[mm]$	Hloubka trhliny (vedlejší poloosa poloeliptického tvaru trhliny)
a_0	$[mm]$	Hloubka počáteční trhliny
A_i	$[-]$	Koeficienty Newmanovy otevírací funkce, kde $i = 0,1,2,3$
b	$[mm]$	Délka trhliny (hlavní poloosa poloeliptického tvaru trhliny)
B	$[mm]$	Tloušťka zkušebního tělesa
C	$[-]$	Materiálová konstanta pro výpočet životnosti
C^*	$[-]$	Materiálová konstanta pro výpočet životnosti
d	$[mm]$	Vnitřní průměr odlehčené nápravy
D_d	$[mm]$	Konstantní průměr mezi nalisovanými koly
D_s	$[mm]$	Průměr nápravy v místě nalisování kola
DK	$[mm]$	Průměr nalisovaného kola
E	$[MPa]$	Youngův modul pružnosti
E^*	$[MPa]$	Upravený Youngův modul pružnosti dle stavu napjatosti
f	$[-]$	Newmanova otevírací funkce
f_{ij}	$[-]$	Goniometrické funkce pro výpočet součinitele intenzity napětí
F_Q	$[N]$	Kritická hodnota síly z experimentálního záznamu
g_i	$[-]$	Tvarový součinitel intenzity napětí pro konkrétní zkušební těleso určený normou
G	$[MPa]$	Modul pružnosti ve smyku
K_c	$[MPa\sqrt{m}]$	Únavová lomová houževnatost
K_k	$[MPa\sqrt{m}]$	Součinitel intenzity napětí od k-tého módu zatížení
K_k^{aux}	$[-]$	Součinitel intenzity napětí od k-tého módu zatížení pomocného pole, nabývá hodnot 0 nebo 1
K_{IC}	$[MPa\sqrt{m}]$	Lomová houževnatost
$K_{max,th}$	$[MPa\sqrt{m}]$	Prahová hodnota maxima součinitele intenzity napětí
$K_{th,low}$	$[MPa\sqrt{m}]$	Prahová hodnota součinitele intenzity napětí pro nízké asymetrie cyklu
L_r	$[mm]$	Vzdálenost, ve které je ukončen přechod mezi průměry
L_t	$[mm]$	Vzdálenost, které je uvažována trhlina
m	$[-]$	Materiálová konstanta pro výpočet životnosti
m^*	$[-]$	Materiálová konstanta pro výpočet životnosti
M_o	$[N \cdot mm]$	Ohybový moment
n	$[-]$	Materiálová konstanta pro výpočet životnosti

N	$[-]$	Počet zátěžných bloků
N_f	$[-]$	Počet cyklů do porušení součásti
p	$[-]$	Materiálová konstanta pro výpočet životnosti
q	$[-]$	Materiálová konstanta pro výpočet životnosti
q_i	$[-]$	Váhová funkce, nabývá hodnot od $< 0; 1 >$
r	$[mm]$	Vzdálenost od kořene trhliny v polárních souřadnicích
r_p	$[mm]$	Poloměr plastické oblasti
R	$[-]$	Parametr asymetrie cyklu
R_T	$[-]$	Přechodná asymetrie cyklu
u_i	$[mm]$	Posuv
u_i^{aux}	$[\sqrt{m} \cdot MPa^{-1}]$	Posuv pomocného pole
VK	$[mm]$	Vzdálenost kolejí
W	$[mm]$	Šířka zkušebního tělesa
Y	$[-]$	Tvarová funkce součinitele intenzity napětí
α	$[-]$	Parametr popisující stav napjatosti
δ	$[mm]$	Přesah nalisovaného kola
δ_{ij}	$[-]$	Kroneckerovo delta
ΔK	$[MPa\sqrt{m}]$	Rozkmit součinitele intenzity napětí
ΔK_{th}	$[MPa\sqrt{m}]$	Prahová hodnota rozkmitu součinitele intenzity napětí
$\Delta K_{th,high}$	$[MPa\sqrt{m}]$	Rozkmit prahové hodnoty součinitele intenzity napětí pro vysoké asymetrie cyklu
ε_{ij}	$[-]$	Přetvoření
ε_{ij}^{aux}	$[MPa^{-1} \cdot mm^{-1/2}]$	Přetvoření pomocného pole
θ	$[rad]$	Úhel od směru růstu trhliny v polárních souřadnicích
λ	$[-]$	Poměr hloubky trhliny vůči průměru, na kterém se nachází
μ	$[-]$	Poissonův poměr
σ_0	$[MPa]$	„Flow stress“, aritmetický průměr mezi mezí kluzu a pevnosti
σ_a	$[MPa]$	Amplituda napětí
σ_{ax}	$[MPa]$	Osové napětí
σ_{ij}	$[MPa]$	Napětí
σ_{ij}^{aux}	$[m^{-1/2}]$	Napětí pomocného pole
σ_m	$[MPa]$	Střední napětí
σ_{max}	$[MPa]$	Maximální napětí zátěžného cyklu

Zkratka	Význam
<i>APDL</i>	„ANSYS <i>parametric design language</i> “
<i>CINT</i>	Countour integral (metoda softwaru ANSYS pro vyhodnocení parametrů lomové mechaniky)
<i>EPLM</i>	Elastoplastická lomová mechanika
<i>LELM</i>	Lineárně elastická lomová mechanika
<i>MKP</i>	Metoda konečných prvků
<i>MPC</i>	„ <i>Multi-point constraint</i> “
<i>PRMET</i>	Přímá metoda

SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- [1] ZERBST, U., S. BERETTA, G. KÖHLER, A. LAWTON, M. VORMWALD, H. Th BEIER, C. KLINGER, I. ČERNÝ, J. RUDLIN, T. HECKEL a D. KLINGBEIL. Safe life and damage tolerance aspects of railway axles - A review [online]. 2013, [cit. 20.4.2022]. **98**(1), 214–271. ISSN 00137944. Dostupné z: doi:10.1016/j.engfracmech.2012.09.029
- [2] ANDERSON, T. L. *Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications*. Second Edi. B.m.: CRC Press, 1994. ISBN 9781420058215.
- [3] SURESH, Subra. *Fatigue of Materials* [online]. Second. B.m.: Cambridge University Press, 1998 [cit. 1.3.2022]. ISBN 9780521570466. Dostupné z: doi:10.1007/978-0-387-92897-5_100470
- [4] SMITH, R. A. Fatigue of railway axles: A classic problem revisited. *European Structural Integrity Society* [online]. 2000 [cit. 1.3.2022], **26**(C), 173–181. ISSN 1566-1369. Dostupné z: doi:10.1016/S1566-1369(00)80049-7
- [5] VLK, Miloš a Zdeněk FLORIAN. Mezní stavy a spolehlivost [online]. 2007 [cit. 12.2.2022]. Dostupné z: <http://www.zam.fme.vutbr.cz/~vlk/meznistavy.pdf>
- [6] SCHIJVE, J. *Fatigue of Structures and Materials*. B.m.: Springer Science+Business Media, B.V., 2009. ISBN 9781402068072.
- [7] VLACH, Bohumil. *Únava materiálu - úvod* [online]. 1993 [cit. 4.3.2022]. Dostupné z: http://ime.fme.vutbr.cz/images/umvi/vyuka/mezni_stavy/podklady/08a_unava1.pdf
- [8] VLACH, Bohumil. *Elasticko-plastická lomová mechanika a měření lomové houževnatosti* [online]. 1995 [cit. 10.3.2022]. Dostupné z: [http://ime.fme.vutbr.cz/images/umvi/vyuka/mezni_stavy/podklady/07 - Mereni - LM.pdf](http://ime.fme.vutbr.cz/images/umvi/vyuka/mezni_stavy/podklady/07_Mereni-LM.pdf)
- [9] VLACH, Bohumil. *Základy lomové mechaniky* [online]. 1995 [cit. 4.3.2022]. Dostupné z: [http://ime.fme.vutbr.cz/images/umvi/vyuka/mezni_stavy/podklady/06 - Lomova mechanika.pdf](http://ime.fme.vutbr.cz/images/umvi/vyuka/mezni_stavy/podklady/06_Lomova_mechanika.pdf)
- [10] POKORNÝ, Pavel. *Zbytková Únavová Životnost Železničních Náprav* [online]. B.m., 2016 [cit. 22.1.2022]. Vysoké učení technické. Dostupné z: <https://www.vut.cz/studenti/zav-prace/detail/89424>
- [11] *Fracture Analysis Guide* [online]. 2022 [cit. 17.4.2022]. Dostupné z: https://ansyshelp.ansys.com/account/secured?returnurl=/Views/Secured/corp/v221/en/ans_frac/frac_parmcalctypes.html%23strjintcalc
- [12] ROSSINI, N. S., M. DASSISTI, K. Y. BENYOUNIS a A. G. OLABI. Methods of measuring residual stresses in components. *Materials and Design* [online]. 2012 [cit. 1.5.2022], **35**, 572–588. ISSN 02641275. Dostupné z: doi:10.1016/j.matdes.2011.08.022

- [13] BERTUZZI, Giacomo, Matteo COVA a Alessio BENINCASA. *Experimental evaluation of residual stresses uncertainty in heavy section ductile iron castings with different surface treatments using the hole drilling technique*. 2016 [cit. 1.5.2022].
- [14] HASSANI-GANGARAJ, S. M., M. CARBONI a M. GUAGLIANO. Finite element approach toward an advanced understanding of deep rolling induced residual stresses, and an application to railway axles. *Materials and Design* [online]. 2015 [cit. 2.5.2022], **83**, 689–703. ISSN 18734197. Dostupné z: doi:10.1016/j.matdes.2015.06.026
- [15] MURAKAMI, Y. *Stress Intensity Factors Handbook. Volume 1*. Oxford: Pergamon Press, 1987. ISBN 978-0080348094.
- [16] POKORNÝ, P. *Odhad zbytkové životnosti železničního dvojkolí* [online]. B.m., 2012 [cit. 1.2.2022]. Vysoké učení technické. Dostupné z: <https://www.vut.cz/studenti/zav-prace/detail/50529>
- [17] NETOPIL, Vladimír. *Zbytková únavová životnost modelové vlakové nápravy* [online]. B.m., 2016 [cit. 1.2.2022]. Vysoké učení technické. Dostupné z: <https://www.vut.cz/studenti/zav-prace/detail/92875>
- [18] MADIA, M., S. BERETTA a U. ZERBST. An investigation on the influence of rotary bending and press fitting on stress intensity factors and fatigue crack growth in railway axles. *Engineering Fracture Mechanics* [online]. 2008 [cit. 11.2.2022], **75**(8), 1906–1920. ISSN 00137944. Dostupné z: doi:10.1016/j.engfracmech.2007.08.015
- [19] POKORNÝ, P., P. DLHÝ, J. PODUŠKA, R. FAJKOŠ, T. VOJTEK, L. NÁHLÍK, M. GRASSO a P. HUTAŘ. Influence of heat treatment-induced residual stress on residual fatigue life of railway axles. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* [online]. 2020 [cit. 6.2.2022], **109**(July). ISSN 01678442. Dostupné z: doi:10.1016/j.tafmec.2020.102732
- [20] REGAZZI, D., S. BERETTA a M. CARBONI. An investigation about the influence of deep rolling on fatigue crack growth in railway axles made of a medium strength steel. *Engineering Fracture Mechanics* [online]. 2014 [cit. 15.2.2022], **131**, 587–601. ISSN 00137944. Dostupné z: doi:10.1016/j.engfracmech.2014.09.016
- [21] BERETTA, S. a M. CARBONI. Variable amplitude fatigue crack growth in a mild steel for railway axles: Experiments and predictive models. *Engineering Fracture Mechanics* [online]. 2011 [cit. 13.4.2022], **78**(5), 848–862. ISSN 00137944. Dostupné z: doi:10.1016/j.engfracmech.2010.11.019
- [22] SIH, G. C. a R. J. HARTRANFTM. *Stress singularity with an arbitrarily curved Front*. Lehigh University, Institute of Fracture and Solid Mechanics, Bethlehem, PA 18015, U.S.A: Pergamon Press. 1977

- [23] OPLT, Tomáš, Pavel HUTAR, Pavel POKORNÝ, Luboš NÁHLÍK, Zdeněk CHLUP a Filippo BERTO. Effect of the free surface on the fatigue crack front curvature at high stress asymmetry. *International Journal of Fatigue* [online]. 2019 [cit. 28.1.2022], **118**(August 2018), 249–261. ISSN 01421123. Dostupné z: doi:10.1016/j.ijfatigue.2018.08.026
- [24] NÁHLÍK, Luboš, Pavel POKORNÝ, Martin ŠEVČÍK, Rostislav FAJKOŠ, Petr MATUŠEK a Pavel HUTAŘ. Fatigue lifetime estimation of railway axles. *Engineering Failure Analysis* [online]. 2017 [cit. 3.2.2022], **73**, 139–157. ISSN 13506307. Dostupné z: doi:10.1016/j.engfailanal.2016.12.014
- [25] ČSN EN 13261 *Železniční aplikace - Dvojkolí a podvozky - Nápravy - Požadavky na výrobek*. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví. 2021

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1: Koncepce bezpečného života (vlevo, převzato z [1] a upraveno) a koncepce přípustného poškození (vpravo, převzato z [2] a upraveno).....	17
Obr. 2: Náčrtek selhání přední nápravy lokomotivy u Versailles z roku 1842 přeživším pasažérem – převzato z [4].	21
Obr. 3: Krystalografický a nekrystalografický růst trhliny (vlevo), pohled na čelo trhliny v řezu (vpravo) - převzato z [6] a upraveno.....	22
Obr. 4: Mechanismus vzniku povrchové trhliny podél skluzového pásu (převzato z [6] a upraveno)	23
Obr. 5: Harmonické zatížení s nenulovým středním napětím	24
Obr. 6: Průběh napětí v čase (vlevo) a zjednodušení metodou stékajícího deště do zatěžných tříd podle středního napětí a rozkmitu napětí (vpravo).....	24
Obr. 7: S-N křivka pro zatěžování s různými parametry asymetrie - převzato z [7].....	25
Obr. 8: Využití Palmgrenova-Minerova pravidla k určení zbytkové životnosti v počtu zatěžných bloků – převzato z [7].	25
Obr. 9: Tři módy zatížení součinitele intenzity napětí – převzato z [2] a upraveno.....	27
Obr. 10: Popis napjatosti v okolí kořene trhliny za předpokladu LELM – převzato z [2] a upraveno	27
Obr. 11: Trhlina průchozí celou tloušťkou nekonečné stěny zatížené napětím působícím ve směru kolmém k trhlíně – převzato z [2]	28
Obr. 12: Zkušební tělesa pro určení lomové houževnatosti (zleva „compact tension, „middle tension“ a „single edge notch bending“) – převzato z [8]	28
Obr. 13: Napjatost v okolí čela trhliny v log-log souřadnicích – převzato z [2] a upraveno.....	29
Obr. 14: Vliv tloušťky zkušební tělesa na naměřenou hodnotu kritické hodnoty součinitele intenzity napětí (respektive lomové houževnatosti) – převzato z [2] a upraveno.....	30
Obr. 15: $v - K$ křivka v log-log souřadnicích – převzato z [2] a upraveno	30
Obr. 16: Vliv závislosti naměřených hodnot v - K křivky na parametru asymetrie R u oceli EA4T na zkušebním tělese typu $M(T)$ – převzato z [10]	31
Obr. 17: Degenerace kvadratického rektangulárního prvku do speciálního trhlínového, který reprodukuje singularitu typu $1/r$ – převzato z [2] a upraveno.....	33
Obr. 18: Ukázka výpočtu prvního módu součinitele intenzity napětí přímou metodou, průběh napětí (vlevo) a přepočet na součinitel intenzity napětí (vpravo), výsledky z prvního prvku od kořene trhliny jsou zanedbány.....	33
Obr. 19: Výběr jednotlivých kontur v okolí kořene trhliny u 2D úlohy	34
Obr. 20: Pravděpodobnost detekce trhliny – převzato z [10]	35
Obr. 21: Schématické zobrazení třech druhů zbytkových napětí – převzato z [13] a upraveno.....	36
Obr. 22: Schéma úpravy povrchu součásti válečkováním – převzato z [14] a upraveno	37
Obr. 23: Penetrace a rozlišení jednotlivých metod pro měření zbytkových napětí, nedestruktivní metody označeny bílou barvou, semi-destruktivní a destruktivní šedou – převzato z [12] a upraveno.....	38
Obr. 24: Schéma výpočtového modelu a detail sítě konečných prvků (počet uzlů 50849) použité pro výpočet součinitele intenzity napětí v kořeni poloeliptické trhliny s rozměry $a = 5mm$, $b = 5.85mm$ na válci o průměru $D = 180mm$	40

Obr. 25: Vyhodnocení součinitele intenzity napětí pomocí „contour“ integrálu (integrační cesty 3-6) na síti konečných prvků s 22415 uzly (vlevo) a na síti konečných prvků s 50849 uzly (vpravo)	41
Obr. 26: Vyhodnocení součinitele intenzity napětí přímou metodou (nahore) a srovnání s poslední konturou „contour“ integrálu (dole).....	42
Obr. 27: Geometrie uvažované vlakové nápravy, detail přechodu mezi průměry, ve kterém bude uvažována počáteční trhlina a průběh výsledných vnitřních účinků	44
Obr. 28: Zjednodušený model vlakové nápravy pro výpočet součinitele intenzity napětí od ohybu.....	45
Obr. 29: Vliv průměru na polohu maximálního axiálního napětí podél přechodu mezi průměry (z – vzdálenost od začátku přechodu mezi průměry ve směru osy rotace)	46
Obr. 30: Vliv vzdálenosti ukončení přechodu L_r na polohu maximálního napětí (z – vzdálenost od začátku přechodu mezi průměry ve směru osy rotace)	47
Obr. 31: Poloha hodnoty maximálního napětí a rozsah rozdílu 1 % (vlevo), respektive 2 % (vpravo) (z – vzdálenost od začátku přechodu mezi průměry ve směru osy rotace) ..	47
Obr. 32: Síť konečných prvků modelu nápravy zatížené ohybem (242292 uzlů)	48
Obr. 33: Osové napětí u nápravy zatížené ohybem (měřítko deformace 100x).....	48
Obr. 34: Plastické přetvoření Von-Mises v okolí kořene trhliny (měřítko deformace 20x).....	49
Obr. 35: Zjednodušený model vlakové nápravy pro výpočet součinitele intenzity napětí od kombinace ohybu a nalisování	50
Obr. 36: Průběh axiálního napětí na povrchu přechodu mezi průměry vypočtený obecně se třením (na zjednodušeném a originálním modelu formulací „Augmented-Lagrange frictional“) a „MPC-bonded“ formulací (na zjednodušeném kole) (z – vzdálenost od začátku přechodu mezi průměry ve směru osy rotace)	51
Obr. 37: Průběh axiálního napětí podél přechodu mezi průměry od ohybového momentu, nalisování a jejich kombinace, zelená čerchovaná čára vyznačuje nově uvažovanou polohu trhliny $L_t = 30,1$ (z – vzdálenost od začátku přechodu mezi průměry ve směru osy rotace)	52
Obr. 38: Síť konečných prvků s detailem (vlevo) - 473386 uzlů a axiální napětí s detailem (vpravo) – měřítko deformace 50x.....	52
Obr. 39: Zjednodušené modely vlakové nápravy (vlevo nahore dlouhý, vlevo dole zkrácený se zamezenými osovými posuvy podél krajních ploch) pro výpočet součinitele intenzity napětí zbytkových napětí.....	53
Obr. 40: Schématické znázornění silové rovnováhy, která byla uvažována při stanovení průběhu zbytkového napětí	54
Obr. 41: Aproximovaný průběh zbytkových napětí po úpravě povrchu válečkováním (vlevo), průběh napětí po indukčním kalení (vpravo, převzato z [19] a upraveno), detail experimentálních dat (dole, převzato z [20] a upraveno) (osa x značí hloubku od povrchu nápravy, osa y zbytková napětí).....	54
Obr. 42: Zadávaný průběh zbytkových napětí (vlevo), přerozdělený průběh axiálního napětí na dlouhém modelu (1 035 660 uzlů, uprostřed) a na zkráceném modelu (702 374 uzlů, vpravo) (na zobrazených modelech nebyla modelována trhlina).....	55
Obr. 43: Tvar čela trhliny vlakové nápravy (a) po únavové zkoušce tříbodovým ohybem - převzato z [21]; (b) aproximace poloeliptickým tvarem, A-kořen trhliny, B-70% délky trhliny, C-rohová singularita.	56
Obr. 44: Vývoj tvaru čela trhliny v závislosti na délce trhliny – převzato z [10]	56

Obr. 45: Průběh součinitele intenzity napětí podél čela trhliny u nápravy zatížené ohybem s vyznačenými body v kořeni trhliny a 70% délky, hodnota součinitele intenzity napětí je normalizována hodnotou v nejhlubším místě trhliny pro hlavní poloosu $b = 5mm$ (tedy kruhovou trhlinou).....	57
Obr. 46: Vývojový diagram algoritmu optimalizace tvaru trhliny	58
Obr. 47: Velikost hlavní poloosy trhliny plné nápravy zatížené ohybem	59
Obr. 48: Normalizovaná velikost hlavní poloosy v závislosti na normalizované délce trhliny ve srovnání s polynomem převzatým z [10]	59
Obr. 49: Normalizovaná velikost hlavní poloosy v závislosti na normalizované délce trhliny s uvažovaným vlivem nalisování kola	60
Obr. 50: Porovnání normalizované velikosti hlavní poloosy v závislosti na normalizované délce trhliny s uvažováním vlivu nalisování a čistým ohybem.	61
Obr. 51: Závislost součinitele intenzity napětí od jednotlivých zátěžných stavů na délce trhliny.....	64
Obr. 52: Rozdíl v popisu v-K křivky pomocí Paris-Erdoganovy rovnice a NASGRO vztahu pro $R = -1$	65
Obr. 53: Vývojový diagram algoritmu výpočtu zbytkové únavové životnosti (počtu zátěžných bloků).....	66
Obr. 54: Zátěžná spektra v semilogaritmických souřadnicích.....	67
Obr. 55: Zátěžná spektra nákladního vlaku a pendolina uvažovaná ve výpočtu zbytkové únavové životnosti.	67
Obr. 56: Průběh délky trhliny (vlevo) a počtu poškozujících zátěžných tříd (vpravo) v závislosti na počtu zátěžných bloků pro zátěžné spektrum nákladního vlaku a pendolin.....	69

SEZNAM TABULEK

Tab. 1: Hodnota součinitele intenzity napětí v kořenu trhliny vyhodnocená z šesti kontury contour integrálu.....	41
Tab. 2: Srovnání hodnot součinitele intenzity napětí vypočítaného metodou konečných prvků s analytickým řešením	43
Tab. 3: Rozměry vlakové nápravy, pro kterou byla predikována zbytková únavová životnost.....	44
Tab. 4: Vliv velikosti hlavní poloosy na součinitel intenzity napětí v kořeni trhliny u nápravy zatížené ohybem pro hloubku trhliny $a = 5\text{mm}$	57
Tab. 5: Srovnání hodnot součinitele intenzity napětí pro tvar trhliny optimalizovaný bez a s vlivem nalisování kola (vypočteno na modelu pro zatížení ohybem z kapitoly 4.2.1)	61
Tab. 6: Vypočtené hodnoty součinitele intenzity napětí pro jednotlivé zátěžné stavy v různých hloubkách trhliny.	63
Tab. 7: Minimální počáteční délka trhliny, pro kterou dojde k jejímu růstu.....	68
Tab. 8: Zbytková únavová životnost nápravy (počet zátěžných bloků do porušení)....	68