



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA STAVEBNÍ

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING

ÚSTAV BETONOVÝCH A ZDĚNÝCH KONSTRUKCÍ

INSTITUTE OF CONCRETE AND MASONRY STRUCTURES

**HLEDÁNÍ TVARU SKOŘEPINOVÝCH
KONSTRUKCÍ**

FORM FINDING OF SHELL STRUCTURES

DISERTAČNÍ PRÁCE

DOCTORAL THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

Ing. Jiří Musil

VEDOUCÍ PRÁCE

SUPERVISOR

prof. Ing. JIŘÍ STRÁSKÝ, DSc.

BRNO 2017

ABSTRAKT

Tématem předkládané disertační práce je návrh betonových skořepinových konstrukcí se zaměřením na hledání jejich optimálního tvaru. Optimálním tvarem je tvar, při kterém, pro dané zatížení, obvykle vlastní tíhu, nevznikají v konstrukci žádná významná ohybová namáhání, konstrukce se nachází v tzv. membránovém stavu. Inspirací pro tuto práci je činnost švýcarského inženýra Heinze Islera, který vyvíjel tvary skořepinových konstrukcí pomocí modelových zkoušek vhodně zatížených, ohybově netuhých membrán. Na základě inverze výslednicového tvaru navrhoval skořepinové konstrukce o velkých rozpětích, které svoji tíhu přenášely téměř výhradně membránovými silami. V této práci je prezentováno numerické řešení výše zmíněných modelových zkoušek pomocí programu Midas Civil.

Na příkladu průvěsu lana jsou demonstrovány základní principy metody. Numericky nalezené tvary jsou porovnány s analytickým řešením průvěsové křivky lana.

Na základě numericky nalezených tvarů je následně navržena skořepina a je popsáno její namáhání při zatížení vlastní tíhou, zejména ve vztahu k membránovému působení.

V další části jsou získané znalosti a postupy použity pro návrh tří relativně komplikovaných skořepinových konstrukcí. Každá konstrukce je staticky analyzována a je popsáno její statické působení. Studovány jsou konstrukce s dokonale tuhými, respektive pružnými podporami, které simulují reálné chování podpor.

V závěru práce jsou výsledky statické analýzy vybrané skořepiny experimentálně ověřeny na fyzikálním modelu v měřítku 1:55,56. Model je vystavěn metodou 3D tisku. V práci je popsána použitá modelová podobnost, zdokumentován proces návrhu a výroby modelu a provedení vlastního experimentu. Uskutečněné zatěžovací zkoušky potvrdily optimální návrh skořepinové konstrukce a platnost numerické metody hledání jejich tvaru. Prezentované principy a postupy je možné, při dostatečné míře odpovídajících znalostí, použít v inženýrské praxi.

KLÍČOVÁ SLOVA

Skořepinová konstrukce, betonová skořepina, hledání tvaru, statická analýza, membránový stav, výslednicový tvar, modelová podobnost, fyzikální experiment, 3D tisk, FDM.

ABSTRACT

The theme of this doctoral thesis is the design of concrete shell structures with the focus on finding their optimal shape. The optimal shape of a concrete shell is the shape in which for a given load (usually the dead weight of the structure) no significant bending moments are generated in the shell and the structure is in the so-called membrane state.

The inspiration for this thesis is the work of Swiss engineer Heinz Isler, who developed the shapes of shell structures using model tests of appropriately loaded flexible membranes. He developed the shell structure for large spans by inverting the resultant shape, which carried its weight almost entirely via membrane forces. The numerical solution of the above experiments using Midas Civil is presented herein.

The basic principles of the method are demonstrated on the example of sagged cable. The numerically found shapes are compared with the analytical solution. A shell is designed based on the numerically found shapes and its stress response to dead load is described, particularly in relation to the membrane action.

In the next part, the acquired knowledge and methods were used to design three relatively complicated shell structures. Each structure was statically analysed and its static behaviour was described. Structures with perfectly rigid or flexible supports, which simulate real behaviour of the supports, were studied.

In the final phase, the results of static analysis of the selected shell were experimentally verified on a physical model in a scale of 1: 55.56. The model has been built using 3D printing. The thesis describes the use of a modelling similarity, the model design, the production process, and the experiment. The load test confirmed the optimal design of the shell structure and the validity of the numerical method for finding their shapes.

KEYWORDS

Shell structure, concrete shell, form finding, static analysis, membrane state, resultant shape, model analogy, physical experiment, 3D printing, FDM.

BIBLIOGRAFICKÁ CITACE VŠKP

Ing. Jiří Musil *Hledání tvaru skořepinových konstrukcí*. Brno, 2017. 168 s., 79 s. příl. Disertační práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Ústav betonových a zděných konstrukcí. Vedoucí práce prof. Ing. Jiří Stráský, DSc.

PROHLÁŠENÍ

Prohlašuji, že jsem disertační práci zpracoval(a) samostatně a že jsem uvedl(a) všechny použité informační zdroje.

V Brně dne 1. 2. 2017

Ing. Jiří Musil
autor práce

PODĚKOVÁNÍ

Práce vznikla pod odborným vedením prof. Jiřího Stráského, jemuž děkuji za cenné rady a čas, který mi v průběhu celého studia věnoval.

Velké díky patří mé rodině za podporu a pochopení, kterého se mi dostávalo při doktorském studiu.

Děkuji firmám MCAE Systems, s.r.o. a Artec, s.r.o. za pomoc s realizací fyzikálního modelu.

Obsah

	Obsah	11
1.	Úvod	15
2.	Popis současného stavu.....	17
2.1.	Předchůdci skořepin.....	17
2.2.	Skořepiny ve 20. století	18
2.2.1.	Franz Dishinger (1887–1953).....	18
2.2.2.	Félix Candela (1910–1997).....	19
2.2.3.	Heinz Isler (1926–2009)	20
2.3.	Skořepiny ve 21. století	21
2.4.	Výhled do budoucna	24
2.5.	Tvary konstrukcí.....	24
2.6.	Experimentální tvary a vybrané skořepiny Heinze Islera	24
2.6.1.	Experimentální tvary	25
2.6.2.	Skořepinové konstrukce	26
2.7.	Numerické metody.....	29
3.	Cíle disertační práce	30
3.1.	Základní principy návrhu tvaru	30
3.2.	Studie tří skořepinových konstrukcí	30
3.3.	Experimentální ověření návrhu skořepinové konstrukce.....	31
4.	Popis výpočtového programu	32
4.1.	Metoda konečných prvků a geometricky nelineární analýza	32
4.2.	Časově závislá analýza	33
4.3.	Analýza stability	33
4.3.1.	Lineární stabilita.....	33
4.3.2.	Nelineární stabilita	34
4.4.	Vliv počátečních imperfekcí	34
4.5.	Použité konečné prvky.....	35
4.5.1.	Beam Element (prutový prvek).....	35
4.5.2.	Plate Element (deskostěnový prvek).....	35
5.	Modelová podobnost.....	38
5.1.	Úvod	38
5.1.1.	Mechanická podobnost modelů.....	39
5.1.2.	Rozšířená prostorová podobnost.....	40
5.1.3.	Dokonalá prostorová podobnost	44
6.	Princip metody	46
6.1.	Příklad	46
6.2.	Analytické řešení dokonale ohebného vlákna v rovině.....	47
6.2.1.	Tížná řetězovka	47
6.2.2.	Analytické řešení příkladu	48
6.3.	Numerické řešení prutové konstrukce.....	49
6.3.1.	Lineární řešení (první iterace)	49
6.3.2.	Nelineární řešení (druhá iterace)	49

6.3.3.	MKP zachování půdorysné polohy uzlů konstrukce.....	50
6.4.	Numerické řešení membránové konstrukce	52
6.5.	Vyhodnocení.....	53
6.6.	Válcová skořepina	54
6.7.	Závěr	55
7.	Studie skořepiny typu „Buckelschale“	56
7.1.	Nalezení tvaru skořepiny	56
7.1.1.	První iterace.....	56
7.1.2.	Druhá iterace	57
7.1.3.	Iterace 2b	58
7.1.4.	Iterace 2c	59
7.2.	Konstrukce uložená po obvodě	59
7.2.1.	Model	60
7.2.2.	Zatížení.....	60
7.2.3.	Výsledky	61
7.3.	Konstrukce vetknutá do předpjatého obvodového trámu	64
7.3.1.	Model	64
7.3.2.	Zatížení.....	64
7.3.3.	Výsledky	65
7.4.	Stabilita konstrukce	73
7.5.	Závěr	74
8.	Čerpací stanice, Deitingen Süd	75
8.1.	Nalezení tvaru skořepiny	75
8.1.1.	První iterace.....	75
8.1.2.	Druhá iterace	76
8.1.3.	Výsledný tvar konstrukce.....	77
8.1.4.	„Iterace“ 1b.....	78
8.1.5.	Iterace 2b	79
8.2.	Konstrukce uložená neposuvně	81
8.2.1.	Model	81
8.2.2.	Zatížení.....	82
8.2.3.	Výsledky	83
8.3.	Konstrukce s předpjatými táhly.....	85
8.3.1.	Model	85
8.3.2.	Zatížení.....	86
8.3.3.	Výsledky	86
8.4.	Stabilita konstrukce	91
8.5.	Závěr	93
9.	Zastřešení sportovních hal a plaveckých bazénů.....	94
9.1.	Odvození tvaru skořepiny z rovinné membrány.....	94
9.1.1.	První iterace.....	94
9.1.2.	Druhá až pátá iterace	95
9.1.3.	Výsledný tvar konstrukce.....	96
9.1.4.	Výsledky	97
9.2.	Odvození tvaru skořepiny z prostorové membrány.....	100
9.2.1.	První „iterace“	100

9.2.2.	Druhá a třetí iterace.....	103
9.2.3.	Výsledný tvar konstrukce	104
9.2.4.	Výsledky	105
9.3.	Napřímení delší hrany konstrukce – získání tvaru	107
9.4.	Konstrukce uložená neposuvně	109
9.4.1.	Statická analýza.....	109
9.4.2.	Model.....	109
9.4.3.	Zatížení	110
9.4.4.	Výsledky	111
9.4.5.	Stabilita konstrukce	113
9.5.	Konstrukce s předpjatými táhly.....	114
9.5.1.	Model.....	114
9.5.2.	Zatížení	115
9.5.3.	Výsledky	115
9.6.	Závěr.....	123
10.	Fyzikální model konstrukce.....	125
10.1.	Volba materiálu a způsobu výroby.....	125
10.2.	Výstavba modelu	126
10.2.1.	Orientační ověření základních materiálových charakteristik.....	127
10.2.2.	Zkoušky základních materiálových charakteristik.....	129
10.3.	Modelová podobnost.....	134
10.3.1.	Model se zachováním poměrných deformací	135
10.3.2.	Model se zachováním napětí.....	136
10.3.3.	Model se zachováním napětí, rozdílné měřítko délek a tloušťek	138
10.4.	Model konstrukce.....	140
10.4.1.	Převod plošného zatížení na bodové	142
10.4.2.	Realizace experimentu	146
10.4.3.	Výsledky	152
11.	Závěr disertační práce	157
11.1.	Základní principy návrhu tvaru	157
11.2.	Studie tří skořepinových konstrukcí	157
11.3.	Experimentální ověření návrhu skořepinové konstrukce.....	159
11.4.	Možné směry budoucího výzkumu	159
	Seznam použitých zdrojů	161
	Seznam použitých zkratk a symbolů	165
	Seznam příloh	169
A.	Použité materiály	170
B.	Hmotnosti závaží	172
C.	Fotodokumentace	173
D.	Výsledky fyzikálního experimentu.....	177
E.	Výsledky	182

1. Úvod

Disertační práce se zabývá návrhem betonových skořepinových konstrukcí se zaměřením na hledání jejich optimálního tvaru. Skořepinové konstrukce představují alternativu k tzv. „konstrukcím volných tvarů“, jejichž geometrie nevychází ze statické funkce, ale z představ architekta. Nosnou konstrukci nejčastěji tvoří ocelová příhrada, na kterou je nainstalován obvodový plášť odpovídajícího tvaru. V případě použití železobetonu je konstrukce velmi masivní. Naproti tomu u skořepinových konstrukcí je spojena pohledová a statická funkce do jednoho prvku. To všechno při velmi efektivním využití materiálu, které je však podmíněno návrhem optimálního tvaru. Optimálním tvarem se především rozumí tvar, při němž je tíha konstrukce přenášena do podpor téměř výhradně tlakovými normálovými silami. Současně konstrukce musí být navržena tak, aby vykazovala dostatečnou únosnost a stabilitu během celé doby životnosti, pro všechna zatížení, kterým může být vystavena.

Inspirací pro tuto práci je činnost švýcarského inženýra Heinze Islera, který navrhoval tvary skořepinových konstrukcí na základě modelových zkoušek vhodně zatížených, ohybově netuhých membrán. Netuhá deska minimalizuje svoji deformační energii a přechází do výslednicového tvaru, kterým redukuje svoje energeticky neefektivní ohybové namáhání. Implicitně je optimalizace tvaru zajištěna tím, že ohybově netuhá deska není schopna přenášet významné ohybové momenty ani posouvající síly a je transformována na membránovou konstrukci [1].

V této práci je prezentováno řešení výše zmíněných modelových zkoušek pomocí programu Midas Civil, který je založen na metodě konečných prvků.

V úvodu práce jsou popsány vybrané klenbové a skořepinové konstrukce, někteří jejich významní stavitelé a jsou zmíněny některé realizace skořepinových konstrukcí z poslední doby. Důležitou součástí této kapitoly je přehled metod získání tvaru skořepinových konstrukcí – od metod založených na modelových měřeních, přes využití matematicky a geometricky definovaných tvarů (kulový vrchlík, hyperbolický paraboloid) až po tvary, které našly inspiraci v přírodě.

Následně je demonstrován princip numerického hledání tvaru skořepinových konstrukcí na průvěsu lana (prutového prvku), respektive na průvěsu membrány (skořepinového prvku). Numericky nalezené tvary jsou porovnány s analytickým řešením průvěsu dokonale ohebného vlákna. Na základě numericky nalezených tvarů jsou navrženy válcové skořepiny a je popsáno jejich namáhání při zatížení vlastní tíhou.

V další části je zpracována studie tří zrealizovaných konstrukcí Heinze Islera. Na tomto místě je vhodné připomenout, že disertační práce se nezabývá vývojem nových tvarů skořepin, ale numerickým hledáním jejich optimální geometrie. Proto jsou pro studii zvoleny již zrealizované konstrukce, u kterých je výslednicový tvar znám. Výběr konstrukcí je dán skutečností, že již dlouhá desetiletí bezproblémově plní svoji funkci, tudíž lze tyto konstrukce po všech stránkách považovat za vhodně navržené. Přesný popis tvaru konstrukce není v dostupné literatuře uveden, avšak již základní tvarové charakteristiky a rozměry patrné z fotografií a schémat představují dostatečné vodítko pro návrh.

Ke každému numericky nalezenému tvaru je nadefinován materiál a tloušťka. Nejdříve je staticky analyzována konstrukce s dokonale tuhými podporami. Na základě získaných deformací a napětí pro jednotlivé kombinace zatížení je posuzována vhodnost

návrhu konstrukce. Následně je analyzována a zhodnocena skořepinová konstrukce s pružnými podporami, které simulují reálné chování podpor.

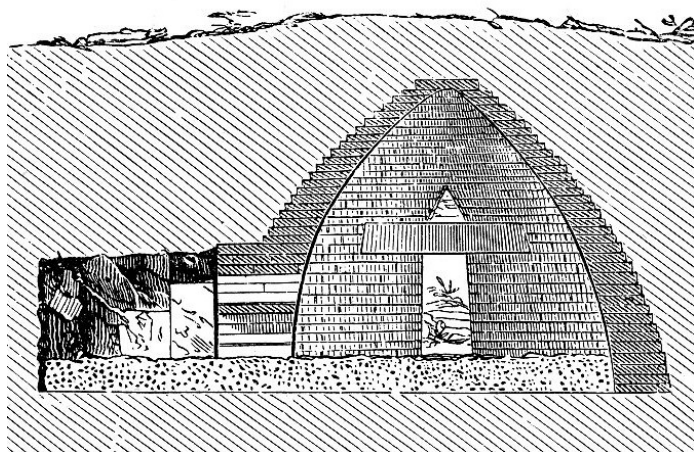
V závěru práce jsou získané výsledky vybrané skořepiny experimentálně ověřeny na fyzikálním modelu v měřítku 1:55,56. Model je vystavěn technologií 3D tisku. V práci je popsána použitá modelová podobnost a dále zdokumentován proces návrhu a výroby modelu a provedení vlastního experimentu.

2. Popis současného stavu

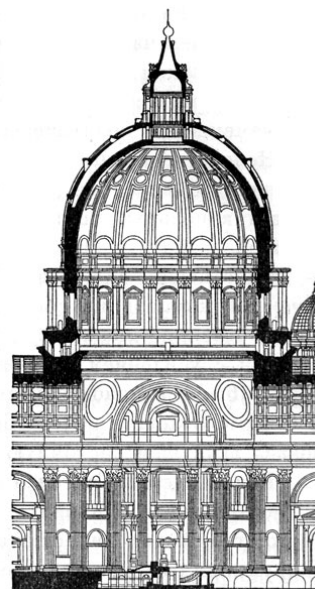
2.1. Předchůdci skořepin

Použití konstrukcí se zakřivenými plochami není novou myšlenkou. Stavby se zděnými klenbami byly již ve starověku na velmi vysoké technické úrovni. Od této doby přicházejí s každým novým stavebním slohem nové typy kleneb [2].

Příkladem umění starověkých stavitelů může být např. Atreova pokladnice (obr. 2-1) z 13. století před n. l., která se řadí mezi nejvýznamnější královská pohřebiště v Mykénách. Ze stavebního hlediska se jedná o přečnělkovou (nepravou) klenbu výšky 13,5 m a průměru 14,6 m. Konstrukce klenby se skládá z 36 vrstev kamenů, vyskládaných ve tvaru připomínajícím včelí úl. Kameny jsou na sebe kladeny bez použití malty. Přečnělková klenba není klenbou v pravém slova smyslu, i když se jí může zdánlivě podobat [3].



Obr. 2-1 Atreova pokladnice v Mykénách [3]



Obr. 2-2 Chrám sv. Petra ve Vatikánu [4]

Statické působení přečnělkové klenby spočívá v mírném konzolovém vyložení horizontálních kamenů či cihel nad předchozí vrstvou. Zdící prvky jsou kladeny ve tvaru oblouku, přičemž klenba ve vrcholu je překryta uzavíracím kamenem bez významné statické funkce. Na rozdíl od klasického oblouku, který se sám stabilizuje, probíhá stabilizace přečnělkové klenby prostřednictvím vnějšího tlaku, z čehož plyne, že nepravé klenby jsou vždy strmé a masivní [3]. Atreova pokladnice byla největší zaklenutou kupolí až do 1. století před n. l., kdy byl postaven římský Pantheon.

Původní Pantheon byl postaven v letech 25 až 27 př. n. l. Dnešní kruhová podoba Pantheonu pochází z doby Hadriánovy, který ho nechal po požáru v letech 118 až 125 n. l. přestavět do dnešní podoby. Roku 609 byl chrám zasvěcen Panně Marii a mučedníkům, jejichž ostatky byly údajně z katakomb převezeny a pohřbeny pod podlahou Pantheonu. Tak se chrám zachránil před zničením, které postihlo řadu starověkých staveb [5], [6].

Ze stavebnětechnického hlediska se jedná o polokulovou klenbu průměru a výšky 43,2 m s otvorem ve vrcholu průměru 9 m. Materiál kupole ze sopečného pucolánu a vápna

je předchůdce dnešního betonu. Přestože jako plnivo byly použity střepy a sopečná pemza a klenba je vylehčena pěti řadami výklenků, váží cca 5000 t [5], [6].

Během 16. a 17. století byl postaven chrám svatého Petra ve Vatikánu (obr. 2-2), jehož kupole o vnitřním průměru 41,5 m je jednou z největších zrealizovaných kupolí baroka. Na více než jedno století trvající stavbě se vystřídala celá řada architektů a umělců. Asi nejznámějším je Rafael Santi a Michelangelo Buonarroti [7].

V roce 1748 prokázal Giovanni Poleni bezpečnost popraskané kupole chrámu svatého Petra. Pro analýzu bezpečnosti použil výsledky pozorování anglického vědce Roberta Hooke, který popsal vztah mezi tvarem zavěšeného řetězu a inverzním tvarem oblouku, který při stejné rozdělení zatížení bude namáhán pouze tlakem [8].

2.2. Skořepiny ve 20. století

Konstrukce zmíněné v kapitole 2.1 byly na svoji dobu významným technickým počinem. Avšak o skořepinové konstrukce se v pravém smyslu slova nejedná, protože zmíněné konstrukce jsou schopny přenášet pouze tlaková napětí.

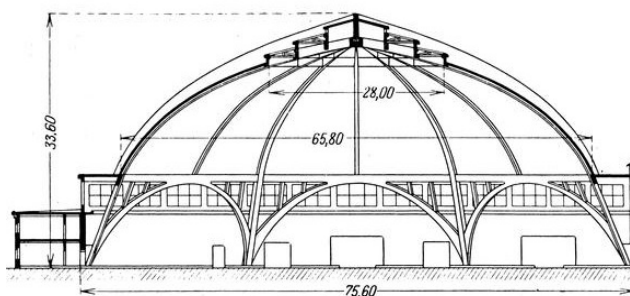
První skořepinové konstrukce se začaly objevovat až s vynálezem cementu a železobetonu. Stavitelů skořepinových konstrukcí byla celá řada, mezi nejvýznamnější patří Franz Dishinger, Félix Candela a Heinz Isler.

2.2.1. Franz Dishinger (1887–1953)

Tento německý inženýr je známý díky svým inovacím železobetonových konstrukcí. Kromě tenkostěnných železobetonových skořepin se zabýval předpjatými mosty velkých rozpětí, s nimiž velmi úzce souvisí jeho výzkum v oblasti reologických vlastností betonu. Konkrétně definoval takzvanou teorii stárnutí, která v určitých modifikacích byla používána i v českých normách.

Velká tržnice v Lipsku

Mezi nejznámější realizace patří zastřešení bývalé Velké tržnice v Lipsku (obr. 2-3). Jedná se o betonovou skořepinu eliptického tvaru, tloušťky 9 cm. Žebra, která jsou podporována 8 kyvnými stojkami, zvětšují rozpětí až na 74 m. Patní nosník kupole je podporován 8 oblouky a již zmíněnými 8 šikmými stojkami. K osvětlení slouží mimo jiné 28 m široký světlík ve vrcholu konstrukce [9].



Obr. 2-3 Řez Velkou tržnicí v Lipsku [10]



Obr. 2-4 Osoby projekční kanceláře D&W na experimentální skořepině [10]

Fyzikální model skořepiny

Zajímavým počinem Franze Dishingera je experiment se skořepinou dvojí křivosti (obr. 2-4). Experimentální skořepina byla vystavěna na čtvercovém půdorysu o straně 7,30 m. Tloušťka skořepiny ve vrcholu činila 15 mm a zvětšovala se směrem k okraji až na 25 mm. Skořepina po okrajích byla podporována nosníkem 100 mm širokým a výšky uprostřed rozpětí 940 mm. Celá konstrukce byla uložena na 4 rohových podporách. Výztuž konstrukce byla realizována dráty průměru 3 mm. Skořepina byla zatížena po celé ploše, respektive na polovině půdorysu pytli s pískem o plošné hmotnosti 300 kg/m^2 (3 kN/m^2). Při tomto zatížení činila svislá deformace středu obvodových nosníků pouze 2,05 mm v porovnání s pilíři. Během celého experimentu zůstala konstrukce zcela bez trhlin [10].

2.2.2. Félix Candela (1910–1997)

Félix Candela byl španělský inženýr, který významnou část svého života strávil v Mexiku a USA. Za svého života postavil bezmála 900 staveb, což bylo dáno především citem a zkušenostmi pro skořepinové konstrukce a skutečností, že v období po 2. světové válce byl materiál, v porovnání s pracovní silou, drahý. Jeho stavby vycházejí z tvaru hyperbolického paraboloidu [11].

Navrhoval konstrukce jak s přímými, tak se zakřivenými okraji. Využil specifických vlastností hyperbolického paraboloidu – translační plochy, která vzniká posunem konkávní paraboly po konvexní parabolické trajektorii. Hyperbolický paraboloid má dvojí křivost, která dává konstrukci dostatečnou tuhost a stabilitu. Konstrukce je ve dvou na sebe kolmých směrech namáhána tahem a tlakem. Významnou vlastností hyperbolického paraboloidu je, že jeho plocha je tvořena přímkami, a proto ji lze poměrně jednoduše zkonstruovat. Některé jeho konstrukce vznikly průnikem dvou i více hyperbolických paraboloidů. Rovněž stavěl konstrukce střech složených ze dvou nebo tří hyperbolických paraboloidů, vzájemně spojených trojúhelníkovými nebo lichoběžníkovými prvky, tím vytvářel esteticky velmi zajímavé konstrukce [11].

Kaple Lomas de Cuernavaca

Kaple Lomas de Cuernavaca (obr. 2-5) postavená v roce 1959 je situována na náhorní plošině na okraji města Cuernavaca. Vytváří výraznou dominantu, která upoutá lehkostí a plastickou bohatostí. Výrazně nesymetrická konstrukce kaple je tvořena jedním hyperbolickým paraboloidem se ztužením u spodního okraje. Převážná část konstrukce má tloušťku pouze 40 mm.

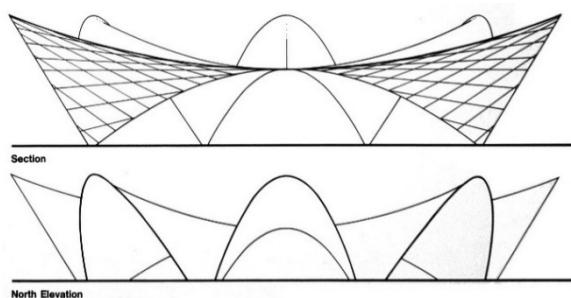
Kaple se stavěla dvakrát, protože se původní konstrukce s maximálním vzepětím 24 m po odskržení zřítla, proto byla konstrukce znovu postavena s menším vzepětím 21,9 m. Konstrukce byla navržena na základě jednoduché membránové analýzy. S odstupem času byla provedena MKP analýza původní i stávající konstrukce, která prokázala jejich bezpečnost. Zřícení původní konstrukce tak patrně nebylo zapříčiněno chybou projektu, ale pravděpodobně nerovnoměrným odskržením konstrukce [11].



Obr. 2-5 Kaple Lomas de Cuernavaca [12]

Restaurant Los Manantiales v Xochimilco, Mexico City

Restaurant Los Manantiales (obr. 2-7 a obr. 2-8) byl postaven v roce 1958 na jihu Mexico City. Konstrukce střechy svým tvarem připomíná lotosový květ. Střechu tvoří osm vzájemně spojených kleneb tvaru hyperbolického paraboloidu, situovaných nad kruhovým půdorysem. Vnější průměr skořepiny je 42,425 m, rozpětí v místě podepření je 32,4 m. Skořepina má po celé ploše tloušťku 40 mm, jen v místě úžlabí je zesílena na 120 mm [11].



Obr. 2-6 Řez a pohled na restauraci Los Manantiales [13]



Obr. 2-7 Pohled na restauraci Los Manantiales [13]

Statické účinky z plochy skořepiny jsou přenášeny do úžlabí mezi klenbami. Úžlabí tvoří oblouková žebra, ze kterých je zatížení klenebním účinkem přenášeno do základových patek. Patky jsou po obvodě vzájemně spojeny táhly, která zachytávají vodorovnou složku reakce působící v radiálním směru. V průběhu let se v konstrukci objevily smršťovací trhliny. Z toho důvodu byla provedena podrobná statická analýza konstrukce metodou konečných prvků, která potvrdila dostatečnou únosnost střechy [11].

Konstrukce se stala vzorem pro další tři podobné konstrukce: restauraci Seerose v Potsdamu, zahradní pavilon ve Stuttgartu a restaurant Akvária ve Valencii, na jehož projektu Candela spolupracoval [11].

2.2.3. Heinz Isler (1926–2009)

Heinz Isler byl švýcarský inženýr, který se většinu svého profesního života zabýval výstavbou a modelovým vývojem skořepinových konstrukcí. Během své projekční praxe zrealizoval více než 1500 skořepinových konstrukcí. Skořepiny mají dvojí křivost. To jim zajišťuje dostatečnou stabilitu i při poměrně malé tloušťce konstrukce. Tahová napětí betonu

jsou vždy malá, takže v konstrukci nevznikají trhliny, proto většina konstrukcí střech mohla být provedena bez povlakové hydroizolace. Tlaková napětí se rovněž pohybují v nízkých hladinách. Tvary vyvinutých skořepin vykazují membránové namáhání, to společně s nízkou úrovní napjatosti vede k malému vlivu dotvarování.

Protože předkládaná práce vychází z činnosti Heinze Islera, je modelovému vývoji a konstrukcím této osoby věnovaná samostatná kapitola (viz kapitola 2.6).

2.3. Skořepiny ve 21. století

Skořepinové konstrukce jsou sice z hlediska spotřeby materiálu velice efektivní, ale kvůli vyšší pracnosti a použití atypických dílců bednění mohou být velmi nákladné.

Na druhou stranu se jedná o konstrukce architektonicky zajímavé a nevšední, které se uplatňují u významných a reprezentativních staveb, u kterých nebývá na prvním místě finanční stránka.

Ekonomicky výhodné mohou být skořepinové konstrukce inženýrských staveb, jako jsou zásobníky a sila. S poměrně jednoduchým a méně pracným tvarem lze dosáhnout relativně malé spotřeby materiálu vůči skladovanému objemu.

Skladové kapacity v Loukově

Příkladem realizace skořepin z poslední doby je výstavba skladových kapacit v Loukově (obr. 2-8). Čtyři velkokapacitní nádrže jsou schopny pojmout celkem 140 000 m³ pohonných hmot. Vertikálně i horizontálně předepnutá stěna každé nádrže je tvořena skořepinou o vnitřním průměru 49 m, tloušťka stěny při výšce 22 m činí pouze 60 cm. Zastřešení je provedeno skořepinou ve tvaru kulového vrchlíku o vzepětí 4,75 m a tloušťce 250 mm. Zajímavostí je, že skořepina zastřešení byla betonována na dně nádrže a pomocí hydraulického systému byla vyzvednuta do definitivní polohy, kde byla přikotvena ke konzolovitým výběžkům stěny. Tloušťky stěny a kulového vrchlíku se mohou zdát, v porovnání s výše uvedenými konstrukcemi, jako předimenzované. Je potřeba si však uvědomit, že stěna nádrže musí jednak odolat hydraulickému zatížení náplně výšky 20,4 m bez vzniku trhlin a současně plnit kritéria omezení napětí v betonu od radiálních účinků předpětí při prázdné nádrži. Skořepina zastřešení je přesypána 0,6 m silnou vrstvou zeminy, to představuje rovnoměrné plošné zatížení cca 11 kN/m², tedy nesrovnatelně vyšší než u skořepin uvedených výše [14].



Obr. 2-8 Nádrže na naftu Loukov [14]

Obchodní centrum Centro Ovale

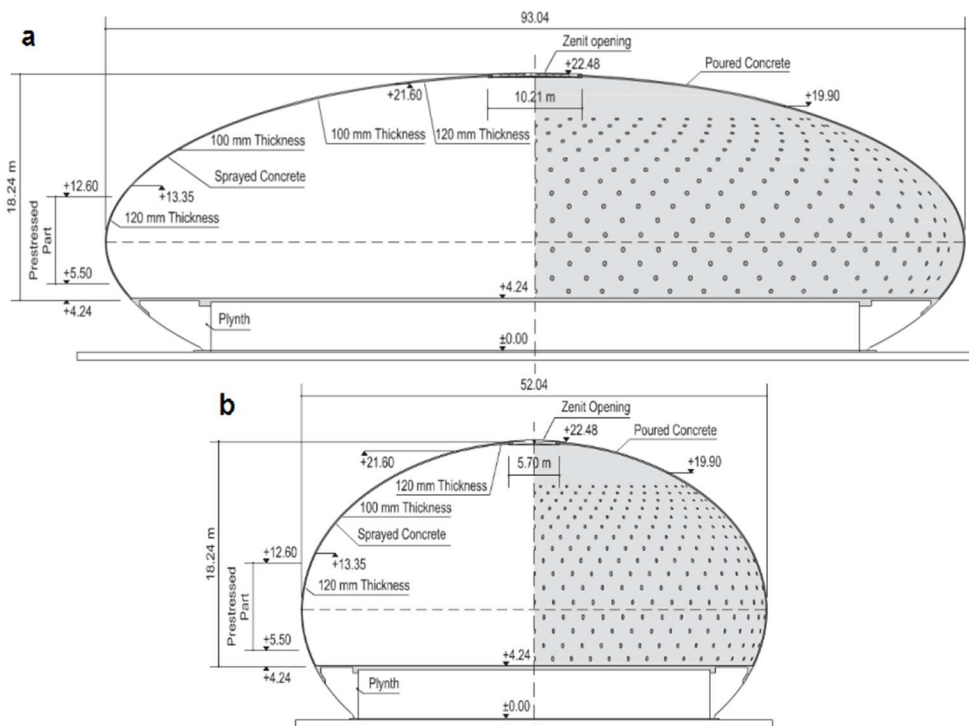
Jednou z posledních ve světě realizovaných konstrukcí je skořepina obchodního centra Centro Ovale ve Švýcarsku (obr. 2-10). Skořepina má tvar elipsoidu o rozměrech 92,8×51,8×22,5 m (obr. 2-11). Tloušťka skořepiny je 100 až 120 mm. V sedmimetrovém pásu kolem rovníku jsou k měkké výztuži navíc doplněny předpínací kabely pro přenesení membránových sil. Byly zvažovány i jiné konstrukční varianty. Ty však byly z důvodů prostorové náročnosti a následné redukce velikosti pronajímatelné plochy neekonomické. Zajímavostí je, že z nákladů na betonovou konstrukci celých 49 % tvořilo náklady na lešení a bednění, 21 % náklady na betonářskou výztuž, 5 % předpínací výztuž, 24 % stříkaný beton a 1 % monolitický beton [15].



Obr. 2-9 Pohled na podpůrnou konstrukci bednění [16]



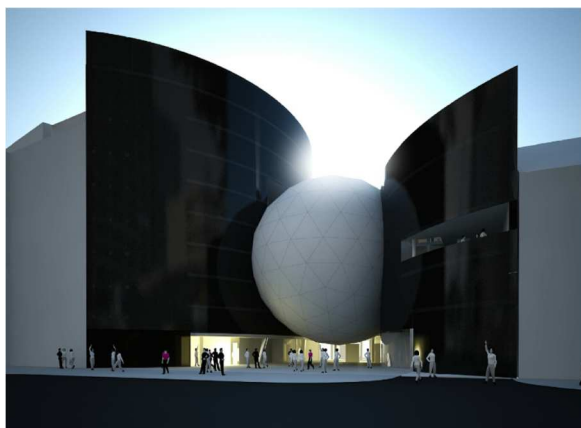
Obr. 2-10 Pohled na dokončenou konstrukci [15]



Obr. 2-11 Základní geometrické rozměry – a) řez hlavní osou, b) řez vedlejší osou [15]

SONOCENTRUM v Brně

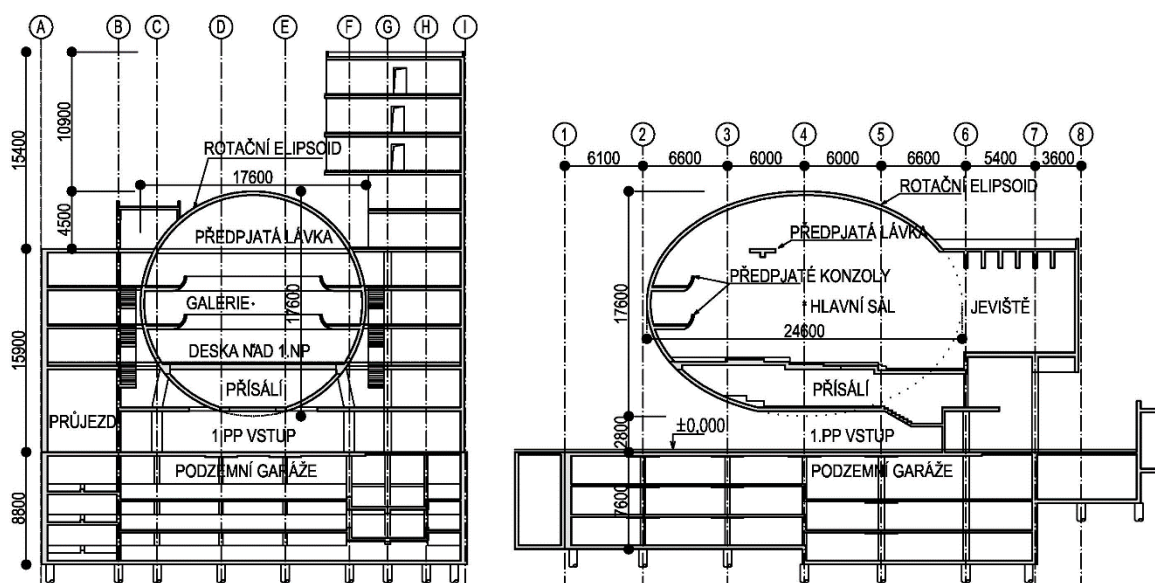
Skořepina tvaru rotačního elipsoidu je rovněž využita pro konstrukci koncertního sálu brněnského SONOCENTRA. Objekt je navržen jako reprezentativní stavba nahrávacího studia s víceúčelovým využitím (hotel, restaurace, parkování, nahrávací studio, koncertní a divadelní sál). Skořepina je situována mezi dvě vícepodlažní budovy, přičemž prostor pod skořepinou je z architektonických důvodů ponechán volný (obr. 2-12).



Obr. 2-12 SONOCENTRUM vizualizace [17] **Obr. 2-13 SONOCENTRUM realizace [17]**

Rotační elipsoid rozměrů $24,6 \times 17,6 \times 17,6$ m je podporován čtveřicí šikmých železobetonových sloupů. V místech, kde je víceúčelový sál dispozičně propojen s jevištěm, je skořepina sálu přerušena. V úrovni stropních desek jsou po obou stranách přiléhajících budov situovány galerie, které jsou cca 3 m vyloženy. Galerie, v závislosti na zakřivení sálů, mají zakřivený půdorys a jsou lokálně propojeny se stropními deskami budov obepínajících sál. V úrovni stropní desky nad 4.NP je v příčném směru sálu navržena železobetonová předpjatá lávka pro sezení diváků (obr. 2-14).

Spodní část skořepiny až do úrovně stropní desky nad 3.NP je svisle předeprnuta. Kabely začínající v průniku dna a stěn skořepiny vytvářejí poledníky skořepiny a vynášejí zatížení spodní části kupole do horní části. Vrchlík skořepiny je železobetonový [17].



Obr. 2-14 Základní geometrické rozměry – podélný a příčný řez [17]

2.4. Výhled do budoucna

Od 70. let se skořepinové konstrukce stávají nevhodné, důvodem jsou rostoucí náklady na lidskou práci, která je při stavbě bednění zatím nepostradatelnou. Nicméně s vývojem nových technologií se celá řada výzkumných týmů začíná opět zaměřovat na skořepinové konstrukce. Jsou hledány metody zefektivnění výstavby nebo jiné způsoby ztrátnívní skořepinových konstrukcí.

Jednou z inovací, která potenciálně může zlevnit výstavbu, je metoda pneumatického bednění vyvíjená na TU Wien. Pomocí pneumatického bednění a předpětí je z rovinné železobetonové desky vytvořena skořepina tvaru kulového vrchlíku [18].

2.5. Tvary konstrukcí

Tvary skořepinových konstrukcí lze dle způsobu získání rozdělit na:

- elementární geometrické tvary (např. válcové, kuželové tvary a části kulových ploch)
- matematické tvary (např. hyperbolický paraboloid)
- experimentální tvary (pneumatické tvary, tekuté tvary a zavěšené tvary)
- volné tvary (tvar nevychází ze statické funkce, ale z architektonických požadavků)
- přírodní tvary (inspirované např. tvary živočichů, květů, rostlin) [19].

K některým skořepinovým konstrukcím je problematické přiřadit jakékoliv z těchto označení. Na druhou stranu existují tvary skořepinových konstrukcí, které je možné zařadit do více skupin. Příklady konstrukcí s geometrickými a matematickými tvary jsou uvedeny v kapitolách 2.2.1, 2.2.2 a 2.3. O experimentálních tvarech a z nich vzešlých skořepinách pojednává kapitola 2.6.

V případě volných tvarů není terminologie jednotná. V některých publikacích jsou tímto názvem označovány konstrukce, které nelze jednoznačně definovat rovnicí. Tedy ve výše uvedeném rozdělení se toto označení do jisté míry shoduje s experimentálními tvary a je protikladem k tvarům matematickým a geometrickým.

Druhou skupinou konstrukcí, která bývá tímto termínem označena, a je tak tomu i v této práci, jsou konstrukce, jejichž geometrie nevychází ze statické funkce, ale z představ architekta. Betonové konstrukce volných tvarů jsou obvykle velmi masivní a použití přívlastku „skořepinové“ je přinejmenším diskutabilní. Mezi známé protagonisty tohoto směru patřil například britský architekt českého původu Jan Kaplický či britská architektka iránského původu Zaha Hadid.

2.6. Experimentální tvary a vybrané skořepiny Heinze Islera

Jak již bylo zmíněno, experimenty, nebo přesněji řečeno modelové zkoušky Heinze Islera umožňují pro odpovídající zatížení, obvykle vlastní tíhu konstrukce, získat výslednicový tvar skořepiny. To má za následek membránové působení konstrukce a minimalizaci její tloušťky. Princip těchto fyzikálních zkoušek je jednoduchý – nechat působit na vhodnou, ohybově netuhou konstrukci stejné nebo velmi podobné zatížení, které bude působit na finální konstrukci. Ohybově netuhá konstrukce není schopna přenášet významné ohybové momenty ani posouvající síly a transformuje se na membránovou konstrukci. Inverzní tvar zajišťuje membránové namáhání skořepinové konstrukce pro dané zatížení.

Získané konstrukce jsou nazvány podle fyzikálního principu, který vede k jejich získání. Konkrétně se jedná o „tekuté“, „zavěšené“ a „pneumatické“ tvary. Cílem vývojových zkoušek byla tvorba fyzikálního modelu budoucí konstrukce, pro modelové ověření jejího statického působení a přesné zaznamenání získaného tvaru.

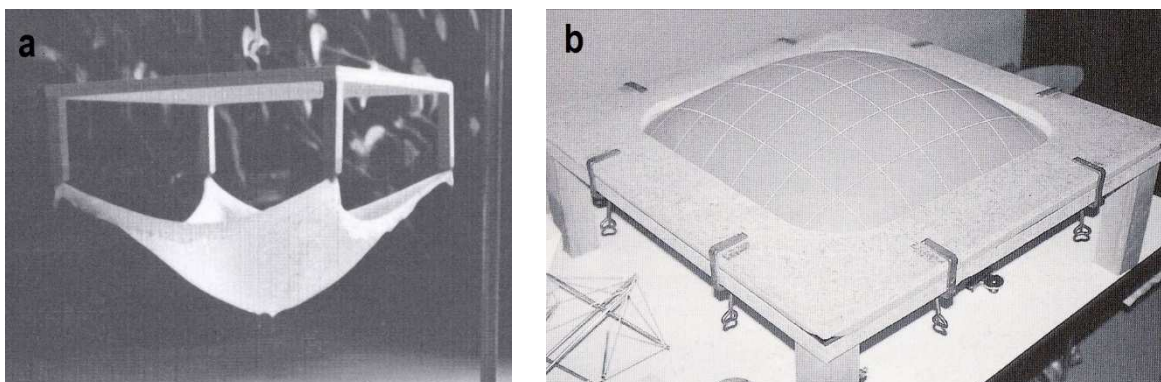
2.6.1. Experimentální tvary

Tekuté tvary

Tekuté tvary byly získávány pomocí polyuretanové pěny. V nádobě byla umístěna expandující polyuretanová pěna, která vytvořila oblý tvar, experimentálně bylo ověřeno, že takto získané tvary lze použít pro návrh skořepin [20].

Zavěšené tvary

Zavěšené tvary (obr. 2-15a) byly vytvářeny pomocí zavěšené tkaniny nasycené vodou. Model konstrukce vznikl tak, že tkanina byla zavěšena v místě budoucích podpor skořepinové konstrukce. Tkanina se vzhledem k téměř nulové ohybové tuhosti a za působení gravitace zdeformovala do výslednicového tvaru. Poté bylo nutné nechat tkaninu zmrznout. V pozdějších dobách byla výroba modelů usnadněna použitím pryskyřic, které pod UV lampou rychle vytvrdly. Inverzí výsledného tvaru byl získán přesný model skořepiny, který byl při zatížení vlastní tíhou namáhán pouze tlakem [20], [21].



Obr. 2-15 Modelové získání tvaru konstrukce – a) pomocí zavěšené tkaniny [22],
b) pomocí gumové membrány [23]

Pneumatické tvary

Princip získání pneumatického tvaru (obr. 2-15b) spočíval v napnutí gumové membrány do rámu a jejím následným nafouknutím. Gumová membrána není schopna přenášet ohybové momenty ani tlaková namáhání, nýbrž je namáhána pouze tahem. Výsledný tvar byl přesně zaznamenán a použit pro návrh modelů, respektive pro návrh skořepinových konstrukcí. Je faktem, že pneumatické zatížení působí kolmo k povrchu membrány, ale vlastní tíha výsledné konstrukce působí ve svislém směru. Z toho důvodu pneumatický tvar není tvarem výslednicovým. Tento rozdíl je, vzhledem k malému vzepětí pneumatických konstrukcí, zanedbatelný [20], [21].

Pneumatické tvary se vyznačují těmito vlastnostmi:

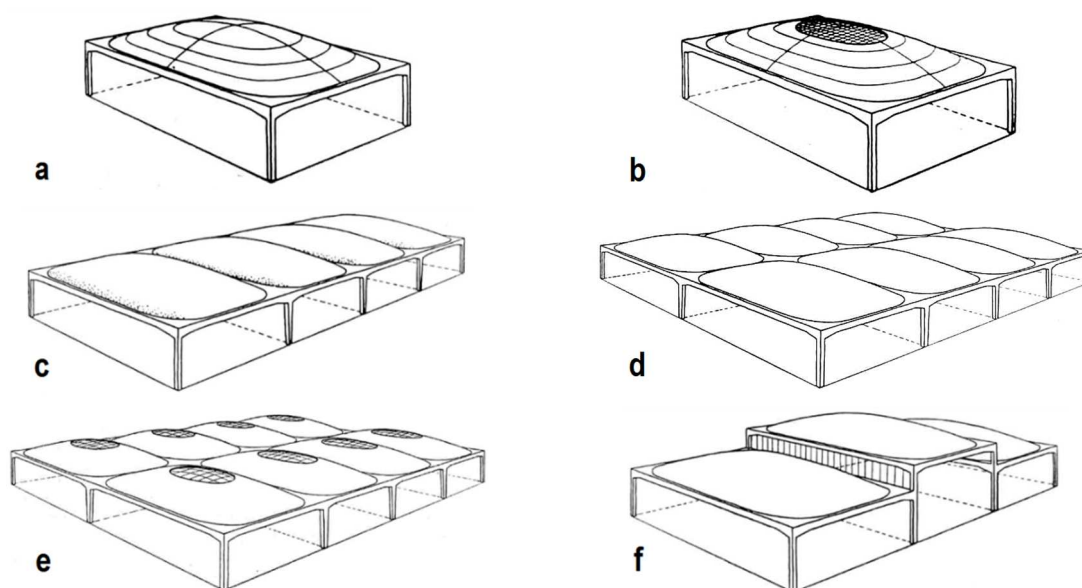
- mají minimální plochu vzhledem k danému objemu a okrajovým podmínkám,
- nevznikají žádná namáhání posouvající silou ani ohybovémi momenty,
- hodnota tahového namáhání na membránách, respektive tlakového namáhání na skořepinách je přibližně konstantní (analogie mýdlových bublin)[24],
- Gaussova křivost je po celé ploše konstantní (pouze v rozích je křivost opačná, to vede ke koncentraci napětí, proto jsou rohy konstrukce zaobleny a koncentrace napětí odstraněna) [24], [21].

2.6.2. Skořepinové konstrukce

V této kapitole jsou podrobně popsány skořepiny, které navrhl Heinz Isler a pro které je v dalším textu popsáno numerické nalezení výslednicového tvaru.

„Buckelschale“

V 50. letech 20. století v západních zemích vyvstala značná potřeba ekonomicky příznivého zastřešení rozsáhlých prostor s minimem podpor. Jednou z možných odpovědí na tuto poptávku byly jednoznačně skořepiny. Zpočátku se tvary skořepiny omezovaly pouze na tvary, které byly na základě tehdejších znalostí relativně jednoduše dimenzovatelné – jako například válcové skořepiny či kupole. Alternativou k tradičním tvarům byla takzvaná Islerova skořepina známá spíše pod označením „Buckelschale“ (obr. 2-16). Jednalo se o relativně plochou skořepinu s obdélníkovým půdorysem, která byla všesměrně zakřivená. Skořepina byla vetknutá do předpjatého obvodového nosníku, který byl uložen na čtyřech rohových sloupech. Nosník mimo statickou funkci sloužil rovněž pro odvodnění. Tato skořepina vykazovala dle provedených modelových měření mnohem větší stabilitu než hojně používané válcové skořepiny, to umožňovalo překlenout relativně velká rozpětí. Teoretický výpočet této a podobných konstrukcí nebyl možný, počítače nebyly k dispozici, takže jedinou možností analýzy statického působení konstrukce byla stavba modelu [25].



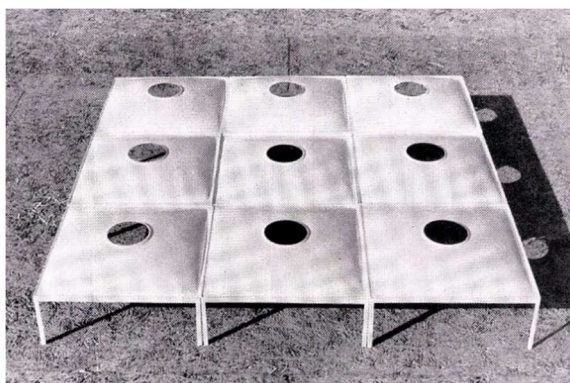
Obr. 2-16 Uspořádání Islerových skořepin – a), b) základní varianty solitérních skořepin; c), d), e) spojení několika skořepin; f) hala s vyvýšenou skořepinou

První modely v měřítku 1:30 byly vyrobeny z plexiskla a osazeny tenzometry pro měření poměrných deformací. Zatížení bylo realizováno pomocí 64 závěsných závaží. Předpětí bylo modelováno lanky vedenými miniaturními kanálky. Naměřené hodnoty poskytly podklad pro dimenzování bezpečné skořepiny. Nejdůležitějšími faktory, které ovlivňují únosnost konstrukce, byla hodnota předpínací síly a způsob uložení nosné konstrukce [25].

Takto vyvinutá konstrukce nabízela minimálně 400 m² volné dispozice, jediné podpory byly situovány v rozích. To umožňovalo libovolné provedení obvodového pláště (např. s velkoplošnými vraty). Další možností využití bylo spojení několika elementů, tím bylo možné zastřešit rozsáhlé plochy (obr. 2-17, obr. 2-16 c, d, e, f). To bylo výhodné i z ekonomického hlediska, protože bylo možné využít bednění několikanásobně. Vzhledem k tomu, že konstrukce nevykazovala žádné trhliny, bylo možné konstrukci ponechat bez hydroizolace [25].

Konstrukci bylo možno opatřit světlíkem pro denní osvětlení a přirozené větrání i rozsáhlých dispozic (obr. 2-16 b, e), vnitřní dispozice bylo možné rovněž osvětlit pomocí vhodného výškového uspořádání jednotlivých skořepin (obr. 2-16 f) [25].

Skořepiny byly betonovány do ztraceného bednění z polystyrenových panelů, které současně tvoří tepelnou izolaci. Panely byly osazeny háky zakotvenými ve skořepině. Skořepiny do rozponu 25×25 m mají tloušťku 80 mm, skořepiny větších rozponů 100 mm [21].



Obr. 2-17 Model skořepiny Heinze Islera „Buckleschale“ [24]



Obr. 2-18 Čerpací stanice Deitingen Süd, Švýcarsko [26]

Čerpací stanice Deitingen Süd

Skořepina postavená v roce 1968 v severní části kantonu Solothurn, nedaleko městečka Deitingen, zastřešuje čerpací stanici u dálnice N1, která spojuje Bern s Zürichem (obr. 2-18). Zastřešení je tvořeno dvěma rovnoramennými trojúhelníkovými skořepinami situovanými po obou stranách servisní budovy. Skořepiny převážně tloušťky 90 mm vytvářejí nad trojúhelníkovým půdorysem 26×31,6 m plochu dvojí křivosti, která jim dává dostatečnou únosnost a stabilitu (obr. 2-22). Vodorovné reakce z hlavních vrcholů skořepin jsou zachyceny předpjatými táhly kotvenými v servisní budově. Vodorovné reakce z vedlejších vrcholů jsou zachyceny tuhou střešní deskou servisní budovy.

Zastřešení sportovních hal a plaveckých bazénů

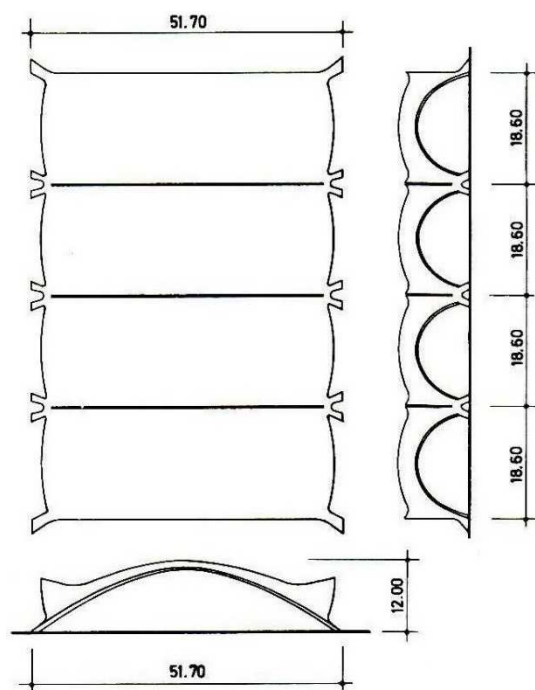
Pro zastřešení sportovních hal a plaveckých bazénů vyvinul Heinz Isler skořepinu dvojí křivosti nad protáhlým obdélníkem (obr. 2-21). Výhodou této skořepiny byla její lehkost a vzdušnost, na rozdíl od obvyklého řešení, kterým byl návrh konstrukce jednoduché křivosti se ztužujícím okrajovým nosníkem. Konstrukce byla založena na patkách, které byly v podélném směru vzájemně spojeny předpjatými táhly. První realizací konstrukce tohoto typu je zastřešení tenisové haly ve švýcarském Düdingenu (obr. 2-19). Zastřešení tvoří tři skořepiny půdorysného rozměru $18,6 \times 48,5$ m; tloušťky 90 mm. Později byly rozměry konstrukce standardizovány na šířku 17,75 m, respektive 18,6 m a délku 48,0 m, to umožnilo opakované použití skruže a postupnou výstavbu konstrukce [21].



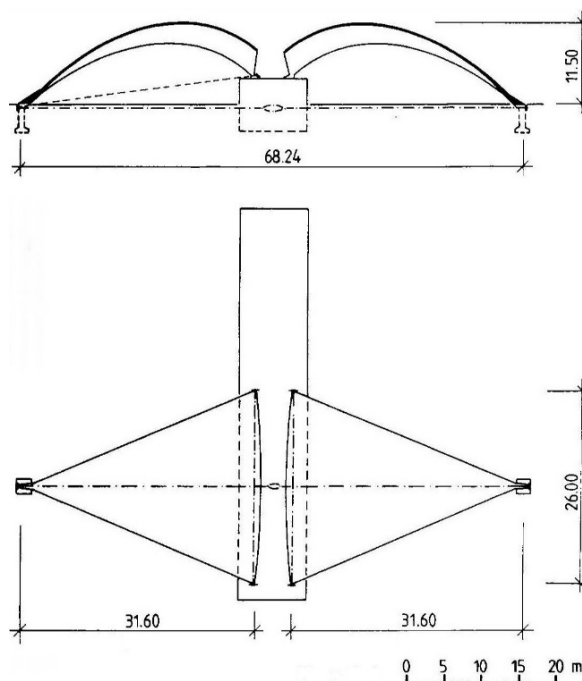
Obr. 2-19 Tenisová hala v Düdingenu – postupná výstavba [21]



Obr. 2-20 Sportovní centrum v Brühlu – pohled z interiéru [27]



Obr. 2-21 Muzeum švýcarských vojenských sil, Zürich [23]



Obr. 2-22 Čerpací stanice Deitingen Süd – základní rozměry [23]

2.7. Numerické metody

Numerické metody hledání výslednicového tvaru lze, dle charakteru namáhání výsledné konstrukce, rozdělit do dvou skupin. První skupinu tvoří konstrukce tlačené, tedy klenby a skořepiny, druhou skupinou jsou konstrukce tažené – lanové a membránové konstrukce [28].

Již staletí je známo, že inverzí tvaru zavěšeného řetězu lze obdržet konstrukci, která nebude namáhána ohybovými momenty, ale pouze tlakovou normálovou silou. Tato fyzikální zákonitost byla studována a zdokonalena Heinzem Islerem. Získaný optimální tvar je výsledkem mechanické deformace. Dominantní proměnnou modelového hledání tvaru konstrukcí je velikost výchozího kusu materiálu. Na základě změny velikosti a stříhu výchozí tkaniny lze obdržet nekonečné množství výchozích tvarů. Numerická simulace zavěšených modelů pomocí metody konečných prvků je standartní úlohou nelineární mechaniky, která je dobře etablovaná a snadno dostupná [29]. Bohužel veškeré prostudované práce se o této metodě zmiňují pouze okrajově (např. [29], [30]). Tato práce se detailně zaměřuje na MKP hledání výslednicového tvaru skořepinových konstrukcí inspirovaných činnostmi Heinze Islera.

Pro konstrukce staticky působící pouze v tahu (tensile structures) je typické, že mají v porovnání s betonovými konstrukcemi zanedbatelnou plošnou hmotnost a materiálovou ohybovou tuhost. Jejich tuhost je dána výhradně stavem napjatosti. Tvar je hledán na základě předem definovaného pole napětí. Jedná se o inverzní problém obvyklých úloh stavební mechaniky. Deformace je odezvou předepisovaného napětí, jehož velikost a orientace, s ohledem na okrajové podmínky, jednoznačně určuje tvar konstrukce. Při řešení inverzního mechanického problému dochází k singularitě matice tuhosti. Singularita je zapříčiněna skutečností, že z tečných deformací rovnovážného tvaru neplynou žádné síly nebo napětí, proto jsou vyvinuty různé postupy pro stabilizaci tohoto problému [31], [29].

Numerické metody pro hledání tažených konstrukcí lze rozdělit na dvě základní skupiny. První nahrazuje membránovou konstrukci lanovou sítí a pracuje s délkou lan a hustotami sil (např. Grid Method [31], Force Density Method [31]), druhá se dívá na membránu jako plochu aproximovanou konečnými prvky (např. Surface Stress Density Method [31], Updated Reference Strategy [31], [29], [32]) Některé tyto tvary s izotropním polem napětím lze nalézt pomocí analogie mýdlových bublin (soap film analogy) [31], [28], [29]. Numerické metody pro konstrukce působící pouze v tahu lze v omezené míře použít i pro návrh tlačných konstrukcí.

3. Cíle disertační práce

Tématem disertační práce jsou betonové skořepinové konstrukce se zaměřením na numerický návrh jejich tvaru pomocí deformace membrány. Cílem práce je, prostřednictvím názorných příkladů, popsat a ověřit metodu návrhu tvaru skořepinové konstrukce s využitím MKP softwaru Midas Civil. Metoda má být využitelná v běžné inženýrské praxi, tzn. má být přiměřeně časově náročná, má využívat cenově dostupný a relativně hojně rozšířený typ softwaru a má být proveditelná a pochopitelná při běžné úrovni znalostí stavebního inženýra se zaměřením na statické výpočty.

Pro popis, vysvětlení a ověření metody numerického návrhu tvaru jsou stanoveny tyto hlavní cíle disertační práce:

- Objasnění základních principů MKP metody návrhu tvaru.
- Pomocí MKP metody najít tvar, navrhnout a analyzovat tři funkčních skořepinové konstrukce.
- Experimentální ověření návrhu vybrané skořepinové konstrukce.

3.1. Základní principy návrhu tvaru

Je známo, že existuje vztah mezi tvarem zavěšeného řetězu a inverzním tvarem oblouku, který je při zatížení vlastní tíhou namáhán pouze tlakem. Tohoto faktu bude využito pro ověření a popis základních principů numerické metody nalezení výslednicového tvaru.

Ověření a popis základních principů metody bude provedeno na názorném příkladu, zpracováním těchto úloh:

- nalezení analyticky definovaného tvaru průvřesové křivky lana,
- numerické nalezení tvaru průvřesu ohybově netuhého prutu,
- numerické nalezení tvaru průvřesu ohybově netuhé plochy,
- porovnání jednotlivých variant průvřesových křivek (ploch),
- na základě numericky nalezených tvarů budou navrženy skořepinové konstrukce modelované prutem a deskostěnou a bude zhodnoceno jejich působení ve vztahu k membránovému působení.

3.2. Studie tří skořepinových konstrukcí

Pro potvrzení základních principů metody a pro zmapování specifik spojených s návrhem tvaru skořepin dvojí křivosti budou studovány tři typy skořepinových konstrukcí popsanych v kapitole 2.6.2. Studie zahrnují návrh tvaru a statickou analýzu skořepiny.

Požadavky na každý ze tří návrhů a analýz skořepin lze shrnout do těchto bodů:

- iterativní hledání výslednicového tvaru pomocí vhodných MKP modelů,
- návrh a statická analýza konstrukce s ideálními okrajovými podmínkami,
- návrh a statická analýza konstrukce s „reálnými“ okrajovými podmínkami, vč. zohlednění reologie konstrukce,
- zhodnocení návrhu a popis rozhodujících vnitřních sil a deformací.

Poznámka:

Pro ověření optimálnosti nalezeného tvaru je vždy nutné navrhnout skořepinovou konstrukci a zhodnotit její statické působení z hlediska mezních stavů použitelnosti a únosnosti. Analýzu je vhodné provést s uvážením geometrických a fyzikálních nelinearit.

Rozsah práce neumožňuje plně se věnovat všem dílčím tématům souvisejícím se statickou analýzou, proto jsou v disertační práci přijatá určitá zjednodušení nebo je řešení některých problémů záměrně opomenuto (např. zatížení větrem). Je nutné též zdůraznit, že práce se nezaměřuje na dimenzování konstrukce v souladu s platnými normami, ale spíše na popis reálné odezvy konstrukce.

3.3. Experimentální ověření návrhu skořepinové konstrukce

Pro ověření platnosti numerických výpočtů a MKP metody návrhu tvaru bude experimentálně ověřeno statické působení jedné studované konstrukce.

Požadavky na přípravu, provádění a vyhodnocení modelové zkoušky lze shrnout do těchto bodů:

- technologie výstavby umožní zrealizovat model konstrukce s dostatečnou přesností,
- materiál modelu bude dostatečně pevný,
- model a ekvivalentní zatížení bude navrženo dle teorie modelové podobnosti,
- parametry modelové podobnosti budou voleny tak, aby ze zatěžovací zkoušky byly získány relativně přesné výsledky a současně aby se statické působení modelu příliš neodlišovalo od statického působení konstrukce,
- při dosažení definovaných kombinací zatížení během zatěžovací zkoušky bude měřena odezva konstrukce (deformace a poměrná přetvoření),
- budou porovnány naměřené hodnoty a výsledky MKP analýzy.

4. Popis výpočtového programu

Pro návrh tvaru skořepinových konstrukcí a jejich statickou analýzu je použit program Midas Civil 2016.

Midas Civil je program založený na metodě konečných prvků. Jedná se o jeden z nejmodernějších softwarů pro statickou a dynamickou analýzu mostních a inženýrských konstrukcí. V programu je možné řešit i pokročilé úlohy, jako je například pushover analýza, geometricky nelineární a časově závislá analýza, konstrukční fáze.

4.1. Metoda konečných prvků a geometricky nelineární analýza

Metoda konečných prvků (MKP) je v současnosti nejběžnější metoda pro řešení statických a dynamických výpočtů. Princip řešení spočívá v diskretizaci spojitého kontinua do konečného počtu prvků. MKP převádí řešení diferenciálních rovnic na řešení soustavy algebraických rovnic, tzn. místo hledání závislostí mezi vstupními výstupními hodnotami dostáváme hledaný výsledek v konečném počtu bodů. Při lineárním řešení konstrukcí metodou konečných prvků vycházíme z obecné rovnice rovnováhy, kterou lze maticově zapsat takto:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{d} = \mathbf{f}, \quad (4.1)$$

Především ve fázi hledání tvaru skořepinových konstrukcí, vykazují modely velké deformace, proto nelze sestavovat podmínky rovnováhy na nezdeformované konstrukci, ale je bezpodmínečně nutné úlohu řešit jako geometricky nelineární. MKP pak vede na nelineární algebraické rovnice, které lze zapsat:

$$\mathbf{K}(\mathbf{d}) \cdot \mathbf{d} = \mathbf{f}, \quad (4.2)$$

kde $\mathbf{K}$ je matice tuhosti konstrukce a je funkcí vektoru neznámých uzlových parametrů deformace $\mathbf{d}$, $\mathbf{f}$ je vektor uzlových sil. Je zřejmé, že tuto soustavu nelineárních algebraických rovnic nelze řešit přímo, ale je nutno použít iteračních procedur, které linearizací jednotlivých kroků vedou k postupnému zpřesňování řešení. Rovnici (4.2) lze přepsat do tvaru

$$\mathbf{K}(\mathbf{d}_{(i)}) \cdot \mathbf{d}_{(i+1)} = \mathbf{f}, \quad (4.3)$$

tedy

$$\mathbf{d}_{(i+1)} = \mathbf{K}^{-1}(\mathbf{d}_{(i)}) \cdot \mathbf{f}, \quad (4.4)$$

kde neznámé řešení $\mathbf{d}^{(i+1)}$ získáme pomocí matice tuhosti určené v předchozím, i kroku. Iterační proces probíhá tak dlouho, dokud není dosaženo potřebné přesnosti [33].

Pro řešení geometricky nelineárních výpočtů je použita plná Newton-Raphsonova metoda. V práci je použito deformační konvergenční kritérium dle [34]:

$$\varepsilon_D \geq \sqrt{\frac{\delta \mathbf{d}_{(i)}^T \cdot \delta \mathbf{d}_{(i)}}{\Delta \mathbf{d}_{(i)}^T \cdot \Delta \mathbf{d}_{(i)}}}. \quad (4.5)$$

Deformační konvergenční kritérium je stanoveno hodnotou $\varepsilon_D = 0,001$. Geometricky nelineární výpočet je, kromě hledání tvaru skořepiny, použit i na statickou analýzu navržených konstrukcí.

Nedílnou součástí modelu je podepření, které odebere dostatečný počet vazeb, aby nedocházelo k výjimkovým případům a konstrukce byla jako celek stabilní. V této práci nejsou, až na výjimky, popsány podpory či jejich složky, které slouží pouze pro odebrání dostatečného počtu stupňů volnosti, tzn. jejich hodnota je ve všech zatěžovacích stavech rovna nule.

4.2. Časově závislá analýza

Program Midas Civil umožňuje provést časově závislou analýzu konstrukce. Časově závislá analýza je založena na dílčích výpočtech, ve kterých je předpokládána doba životnosti rozdělena na jednotlivé časové úseky. V každém časovém úseku je prováděn výpočet metodou konečných prvků, který mimo jiné zohledňuje dotvarování, smršťování, časově závislý nárůst modulu pružnosti betonu a relaxaci předpínací výztuže.

Při řešení konstrukcí jsou pro popis reologického chování betonu použity předpisy dle EC2 [35], pro relaxaci předpínací výztuže předpis Magura [36]. Je předpokládáno, že konstrukce bude chráněna proti vysychání tři dny. Zatížení vlastní tíhou a předeprnutí proběhne 28 dní po betonáži a životnost konstrukce je 100 roků.

Vzhledem k tomu, že Midas Civil neumožňuje provést geometricky nelineární časově závislou analýzu skořepinových konstrukcí, jsou nejdříve provedeny geometricky lineární a nelineární analýzy. Na základě porovnání maximální velikosti svislé deformace D_z z obou analýz je stanoven orientační vliv II. řádu na napětí a deformace. Pokud vliv účinků II. řádu nepřesáhne 10 % účinků I. řádu, jsou účinky II. řádu v případě časově závislého výpočtu zanedbány.

4.3. Analýza stability

Konstrukce z hlediska stability je v zásadě možné analyzovat dvěma způsoby, jedná se o lineární nebo nelineární stabilitní analýzu.

4.3.1. Lineární stabilita

V případě lineární stability je hledán takový stav napjatosti, při kterém může vzniknou deformace bez přírůstku zatížení. Matematicky řečeno, hledá se netriviální řešení homogenní soustavy lineárních rovnic. Homogenní soustava rovnic, tj. soustava rovnic s nulovou pravou stranou, má nenulové, neboli netriviální řešení pouze tehdy, když determinant soustavy je roven nule. Řeší se tedy determinantní rovnice:

$$\det|\mathbf{K}_0 + \lambda \mathbf{K}_\sigma| = 0, \quad (4.6)$$

kde $\mathbf{K}_0$ je materiálová matice tuhosti, $\mathbf{K}_\sigma$ geometrická matice tuhosti, λ je vlastní číslo neboli součinitel kritického zatížení, pro který je rovnice (4.6) splněna. Netriviálním řešením pro dané vlastní číslo je vlastní vektor, tedy tvar ztráty stability. Do úvahy jsou zpravidla brány pouze vlastní tvary odpovídající tvaru deformace od daného zatížení, tedy vlastní tvary s kladným součinitelem kritického zatížení [33].

Při lineárním výpočtu jsou v Midasu Civil definovány stabilitní kombinace zatížení. V každé stabilitní kombinaci jsou zatížení rozčleněna na *neměnná* (*constant*), což je zpravidla vlastní tíha konstrukce, a *proměnná* (*variable*). Hodnoty zatížení jsou uvažovány ve výpočtových hodnotách dle [37]. Výsledný součinitel kritického zatížení λ je určován jako násobek *proměnného* zatížení.

4.3.2. Nelineární stabilita

Vzhledem k tomu, že u skořepinových konstrukcí se obvykle s nárůstem deformací zásadně zhoršují geometrické podmínky, je pro výstižné řešení stabilitního problému lineární výpočet nevhodný, protože matice tuhosti jsou určovány na základě počáteční geometrie konstrukce. Lineární výpočet slouží pouze pro stanovení orientační hodnoty součinitele kritického zatížení a současně s pomocí prvního vlastního tvaru je určen tvar imperfektní konstrukce nelineárního stabilitního výpočtu. Hodnota maximální imperfekce je stanovena postupem dle kapitoly 4.4.

Jedná se v podstatě o geometricky nelineární výpočet. Zatížení je zvětšováno po přírůstcích až do dosažení mezního zatížení, které se projeví tím, že matice levých stran již není pozitivně definitní. Poslední zatížení, při kterém je matice levých stran pozitivně definitní, je prohlášeno za kritické [33].

Midas Civil nenabízí nástroj pro nelineární výpočet stability. Proto je řešení provedeno pomocí standardní geometricky nelineární analýzy. Na základě výpočtových hodnot λ násobku *proměnného* a výpočtových hodnot *neměnného* zatížení jsou stanoveny nelineární kombinace. Hodnota λ je odhadnuta na základě lineárního výpočtu. Zatížení je rozděleno do přiměřeného počtu přírůstků a je proveden geometricky nelineární výpočet. V určitém kroku přestane být matice levých stran pozitivně definitní a výpočet nekonverguje. Násobek *proměnného* zatížení λ v předešlém kroku lze označit jako předběžnou hodnotu součinitele kritického zatížení, protože konstrukce není zatížena 100 % *neměnného* zatížení. Výpočet je opakován s novou, zpravidla přesněji odhadnutou hodnotou součinitele kritického zatížení. Zpřesňování hodnoty λ probíhá, dokud není dosaženo kolapsu při plném *neměnném* zatížení.

4.4. Vliv počátečních imperfekcí

Vliv počátečních imperfekcí je zohledněn pouze v nelineárním výpočtu stability. Tvar imperfektní konstrukce je určen na základě ideální geometrie konstrukce a normalizovaného prvního vlastního tvaru. Vlastní tvar je normalizován maximální hodnotou imperfekce, dle vzorců (4.7) až (4.9), respektive dle vzorce (4.10).

$$\theta_i = \theta_0 \alpha_h \alpha_m, \quad (4.7)$$

$$e_i = \theta_i l_0 / 2, \quad (4.8)$$

$$\alpha_h = 2/\sqrt{l}; \quad 2/3 \leq \alpha_h \leq 1 \quad (4.9)$$

Základní hodnota imperfekce θ_0 je dle [35] stanovena hodnotou 1/200, redukční součinitel pro počet prvků α_m je 1 a redukční součinitel pro délku prvku α_h je vzhledem

k velikostem rozpětí studovaných konstrukcí roven 2/3. Hodnota rozpětí l a účinné délky l_0 jsou pro potřeby této práce uvažovány totožnou hodnotou a jsou určeny maximální rozpětím konstrukce, z toho vyplývá zjednodušení vztahu (4.7) na:

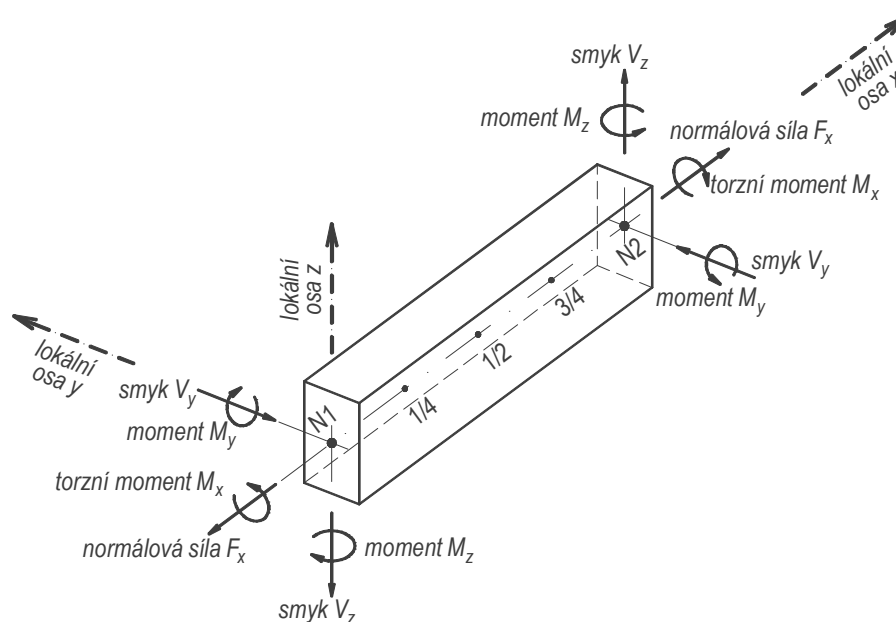
$$e_i = \frac{1}{600} l \quad (4.10)$$

4.5. Použité konečné prvky

4.5.1. Beam Element (prutový prvek)

Pro modelování všech prutových prvků je použit element typu Beam. Jedná se o prostorový prutový prvek, který je definován dvěma uzly. Prvek vykazuje osovou, smykovou, ohybovou a torzní tuhost. Prvek má v každém uzlu šest stupňů volnosti a je definován na základě Timoshenkovy prutové teorie, která zohledňuje smykové deformace. Znaménková konvence vnitřních sil je patrná z obr. 4-1, šipky znázorňují kladný směr vnitřních sil. Napětí na prvku se řídí stejnou konvencí [34].

Přehled použitých vnitřních sil, vč. jejich označení použitého v programu Midas Civil a disertační práci, uvádí tab. 0-1 na straně 167. Vnitřní síly je možné vyčíslit v uzlech, ve čtvrtinách a v polovině každého prvku.



Obr. 4-1 Znaménková konvence vnitřních sil prutového prvku pro lokální souřadnicový systém [34]

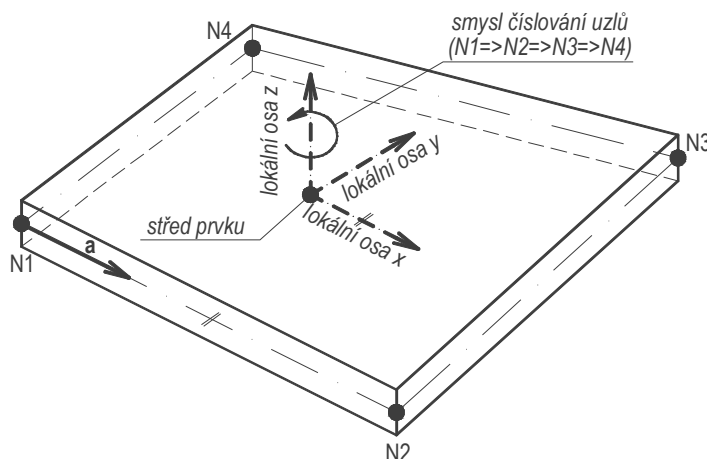
4.5.2. Plate Element (deskostěnový prvek)

Deskostěnový prvek definovaný třemi nebo čtyřmi uzly má v každém z uzlů šest stupňů volnosti. Prvek je v rovině desky schopen vyjádřit normálové a smykové síly, kolmo k rovině desky posouvající síly, ohybové a kroutící momenty. Pro stanovení tuhosti kolmé ke střednicové rovině je využívána buď Kirchhoffova teorie tenkých desek, nebo Mindlin-Reisnerova (též pouze Mindlinova) teorie tlustých desek. Prvky umožňují zadat různé tloušťky pro výpočet vnitřních sil v rovině desky a kolmo na rovinu desky [34].

Čtyřuzlový deskostěnový prvek

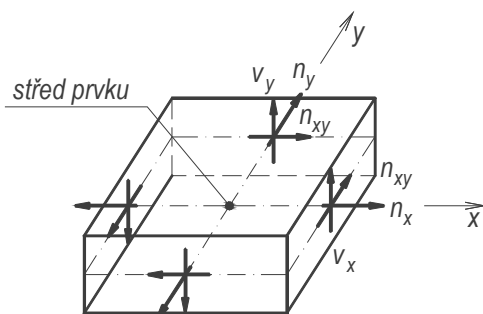
V práci jsou, téměř výhradně, použity čtyřuzlové, Mindlinovské prvky Thick Plate. Použití trojúhelníkových prvků je okrajové, jejich základní vlastnosti jsou popsány v [34].

Číslování uzlů čtyřuzlového prvku je dle kladného smyslu otáčení. Lokální osa x je rovnoběžná s vektorem $\mathbf{a}$, osa y ležící v rovině prvku je kolmá na osu x a osa z je kolmá na rovinu prvku. Měrné vnitřní síly ve střednicové rovině a napětí na povrchu prvku lze vyčíslit v uzlech a uprostřed prvku (obr. 4-2) [34].

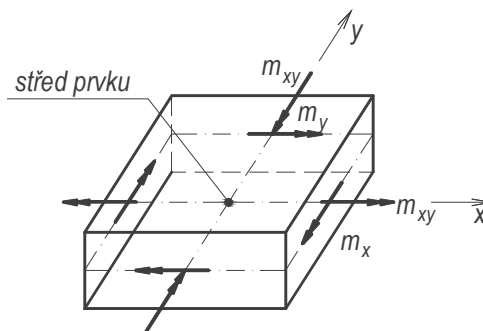


Obr. 4-2 Uspořádání čtyřuzlového prvku [34]

Na obr. 4-3 a obr. 4-4 je uvedena znaménková konvence měrných sil a měrných ohybových momentů deskostěnového prvku, šipky znázorňují kladné hodnoty veličin.

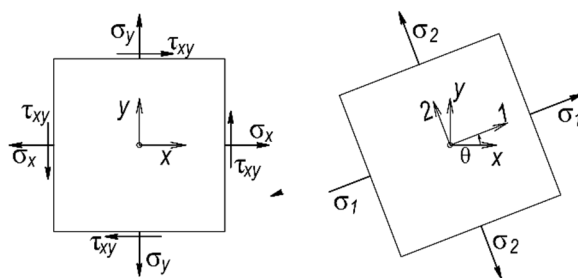


Obr. 4-3 Měrné síly a jejich znaménková konvence [34]



Obr. 4-4 Měrné momenty a jejich znaménková konvence [34]

Znaménková konvence napětí se řídí stejnou konvencí jako normálové a smykové síly (obr. 4-5), tedy tahová napětí jsou označena jako kladná.



Obr. 4-5 Znaménková konvence napětí na plošném prvku [34]

Na základě hodnot normálových napětí σ_x a σ_y ve směru lokálních os prvku a odpovídajícího smykového napětí τ_{xy} je možné pomocí rovnic (4.11) a (4.12) určit hodnoty hlavních napětí σ_1 a σ_2 .

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}, \quad (4.11)$$

$$\sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}, \quad (4.12)$$

Přehled používaných vnitřních sil deskostěnových prvků a deformací včetně jejich označení použitého v programu Midas Civil a disertační práci uvádějí tab. 0-2 a tab. 0-3 od strany 167.

5. Modelová podobnost

V závěru práce je navržen a testován fyzikální model vybrané skořepinové konstrukce. Pro návrh modelu a popis vztahů mezi fyzikálními veličinami modelu a konstrukce je použita tzv. teorie modelové podobnosti.

5.1. Úvod

Před rozvojem počítačové techniky existovalo velké množství technických úloh, u kterých nebyl teoretický výpočet možný, případně byl možný, ale byl nepřiměřeně složitý a pracný. Proto byly vyvinuty modelové metody, díky kterým je možné zjistit hodnoty požadovaných fyzikálních veličin. V dnešní době lze většinu technických úloh díky počítačové technice řešit, existují však složité, atypické problémy, jejichž řešení je vhodné experimentálně ověřit [38].

Experimentální metody lze v zásadě rozdělit na tři skupiny:

- *metody přímé*, které používají přímého zatěžování modelů,
- *metody nepřímé*, které nepoužívají přímého zatěžování,
- *analogie*, které jsou založeny na obdobné stavbě dvou spolu nesouvisejících fyzikálních jevů [38].

Přímé metody předpokládají fyzikální podobnost mezi skutečnou konstrukcí a modelem. Základním znakem všech *přímých metod* je, že model zatěžíme podobným a podobně rozloženým zatížením, jaké působí na skutečnou konstrukci. Totéž platí o daných posunech jednotlivých uzlů konstrukce. *Přímé metody* jsou nejobecnějšími modelovými metodami, které nezavádějí žádné zjednodušující předpoklady. Jsou vhodné za předpokladu splnění podmínek podobnosti mezi konstrukcí a modelem, pro řešení všech statických a dynamických problémů, a to i v oboru plastických deformací konstrukce. Jednotlivé *přímé metody* se liší podle způsobu měření přetvoření a napjatosti modelu. Pro určení přetvoření modelu měříme průhyby (posuny) a poměrné deformace. Napětí modelu určíme nepřímo tak, že poměrné deformace změřené tenzometry násobíme modulem pružnosti materiálu modelu [38].

Za určitých podmínek lze místo měření poměrných deformací měřit křivost prutových a deskových konstrukcí a ze známého modulu pružnosti a momentu setrvačnosti určit velikost ohybových momentů [38].

Přibližné údaje o stavu napjatosti a orientaci hlavních napětí na povrchu konstrukce může poskytnout metoda křehkých laků [38].

Pomocí fotoelasticimetrie lze určit přímo stav napjatosti bez znalosti modulu pružnosti materiálu modelu. Metoda je založena na jevu dočasného dvojlomu určitých průhledných hmot vlivem napětí. Polarizovaný světelný paprsek se při průchodu modelem štěpí na dva paprsky, jejichž fázový rozdíl je přímo úměrný rozdílu hlavních napětí [38].

Nepřímé metody předpokládají rovněž fyzikální podobnost mezi skutečnou konstrukcí a modelem, avšak jsou vhodné pouze pro řešení lineárních úloh. U těchto metod nepoužíváme přímého zatěžování jako u první skupiny, ale určujeme příčinkové pořadnice statických veličin a příčinkové pořadnice posunů na základě principu vzájemnosti virtuálních prací.

Princip vzájemnosti virtuálních prací platí jen pro takové soustavy, u nichž jsou vnitřní síly lineárními funkcemi vnějšího zatížení. Velkou výhodou *nepřímých metod* je skutečnost, že měříme posuny, které jsou řádově vyšší než poměrné deformace, a že vůbec nezáleží na modulu pružnosti materiálu při určování příčinkových pořadnic sil a momentů [38].

Analogie, na rozdíl od předchozích dvou skupin, nepředpokládají geometrickou podobnost mezi skutečnou konstrukcí a modelem. Podobnost mezi dvěma problémy je dána podobností základních rovnic, které oba problémy popisují. *Analogie* jsou tedy založeny na matematické podobnosti, přičemž oba problémy mohou spadat do různých vědních oborů (problémy pružnosti na jedné straně mohou být matematicky podobné jiným problémům pružnosti, hydrodynamiky, elektrotechniky nebo dynamiky na straně druhé). *Analogie* používáme tam, kde daný matematicky složitý problém můžeme srovnávat s jiným analogickým problémem, v jehož případě hledané hodnoty určíme experimentálně [38].

5.1.1. Mechanická podobnost modelů

Při řešení modelových zkoušek obecně měníme geometrické rozměry skutečné konstrukce, velikost vnějších sil a užíváme modelových materiálů, jejichž fyzikální vlastnosti jsou často velmi rozdílné od vlastností materiálů použitých ve skutečné konstrukci. Pro správnou interpretaci výsledků provedeného experimentu musíme postupovat podle teorie podobnosti. Teorie určuje podmínky podobnosti mezi konstrukcí a modelem a vztahy mezi veličinami na skutečné konstrukci a odpovídajícími změřenými veličinami na modelu [38].

Způsoby určení fyzikální podobnosti mezi skutečnou konstrukcí a modelem jsou v podstatě dva. U prvního způsobu je vzájemný vztah veličin, na nichž řešení problému závisí, vyjádřen matematickými rovnicemi. Přestože jejich řešení bývá mnohdy nesnadné nebo nemožné, lze z nich vyjádřit podmínky podobnosti. Matematické rovnice dvou podobných soustav jsou rovněž podobné, tj. jednotlivé členy rovnic jedné soustavy odpovídají obdobným členům druhé soustavy. Podmínkou podobnosti je, aby odpovídající členy v rovnicích obou soustav byly v konstantním poměru. Tento způsob určení podobnosti z matematických rovnic umožňuje odvodit jak obecné případy, tak i celou řadu speciálních případů [38].

Druhý případ určení podobnosti vychází ze skutečnosti, že existují technické problémy, jejichž matematické vyjádření není známo. Zde je možno použít tzv. *teorii dimenzí* [39]. Základem této teorie je skutečnost, že jednotlivé členy každé fyzikální rovnice musí mít stejný rozměr (stejně jednotky). Při tomto způsobu musíme tedy znát veličiny, na kterých daný problém závisí a kde každá z těchto veličin má určitý rozměr vyjádřený základními jednotkami. V mechanice pružných těles vystačíme se třemi základními jednotkami, a to s délkou $[m]$, hmotností $[kg]$ a s časem $[s]$. *Teorie dimenzí* ukazuje, že z n nezávisle proměnných veličin lze při třech základních rozměrech utvořit $(n-3)$ tzv. bezrozměrných argumentů, které správně popisují problém. Podmínky podobnosti dostaneme pak za předpokladu, že bezrozměrné argumenty jsou pro model i skutečnou konstrukci stejné [38].

Protože v oblasti stavební praxe známe základní matematické rovnice, je pro tyto případy výhodnější první z obou popsanych způsobů odvození podmínek podobnosti. Při splnění určitých předpokladů lze podmínky podobnosti určit pro konstrukce s materiály pružnými i pružnoplastickými, pro problémy lineární i nelineární. Nelineární problémy existují přitom i u soustav tvořených materiály ideálně pružnými, a to tehdy, dochází-li k velkým deformacím při změně geometrického tvaru konstrukce nebo jestliže se mění

rozložení vnějších sil. Takovou podobnost nazýváme *podobností dokonalou*. Podobnost platná jen pro lineární problémy teorie pružnosti a stavební mechaniky se označuje jako *podobnost rozšířená*. Vnitřní síly a deformace jsou lineárními funkcemi vnějšího zatížení. V lineárních případech se mohou vnitřní síly určovat z podmínek rovnováhy nedeformované soustavy a platí zde princip superpozice, princip vzájemnosti virtuálních prací, věty Castiglianovy, Mohrova věta atd. [38].

Podobnost dokonalá i rozšířená jsou, za předpokladu splnění všech podmínek, teoreticky přesné. Prakticky však nelze vždy všechny podmínky splnit. Proto jsou splněny, v závislosti na povaze problému, alespoň některé a ostatní pouze přibližně. Je však důležité, aby metoda pro daný problém zůstala dostatečně výstižná. Potom mluvíme o *podobnosti přibližné* [38].

V textu je zavedeno následující označení pro poměry jednotlivých veličin modelu (M) a skutečné konstrukce (S):

poměr délek	$l_S/l_M=\alpha$
poměr tloušťek	β
poměr modulů pružnosti	ω
poměr objemových hmotností	ψ
poměr sil	π
poměr posunů, průhybů	η
poměr časů	τ

Převrácené hodnoty poměrů jednotlivých veličin označme jako měřítko veličin, měřítko délek je například $1/\alpha$, atp.

5.1.2. Rozšířená prostorová podobnost

V již zmíněné *rozšířené modelové podobnosti* platí pro řešení lineárních problémů teorie pružnosti a stavební mechaniky následující předpoklady, rovnice a vztahy.

Základní rovnice prostorové pružnosti

- Předpokládejme, že na těleso působí dané vnější síly, pak tento případ řeší tři skupiny rovnic:

Tři rovnice rovnováhy:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} &= 0, & \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} &= 0, \end{aligned} \quad (5.1)$$

šest rovnic kompatibility (spojitosti deformací), vyjádřeny pomocí napětí, mají tvar

$$(1+\mu)\nabla^2 \sigma_x + \frac{\partial^2}{\partial x^2}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = 0, \quad (5.2)$$

kde

$$\nabla^2 \sigma_x = \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \sigma_x}{\partial z^2}, \quad (5.3)$$

je Laplaceův operátor a tři okrajové podmínky vyjadřují rovnováhu sil na povrchu tělesa.

Pro splnění podobnosti mezi S a M musí být, jak už bylo uvedeno, jednotlivé členy rovnic (5.1) a (5.2) ve stejném poměru. Lze dokázat, že je možné volit poměr délek α a poměr napětí π/α^2 a tím také poměr vnějších sil. Ke splnění podobnosti je dále nutné, aby platila rovnost Poissonových čísel $\mu_S = \mu_M$. Modul pružnosti E se v rovnicích vůbec nevyskytuje, tudíž poměr ω může být libovolný. Poměry tří veličin α , ω , π můžeme tedy volit a poměry ostatních veličin jsou na nich závislé [38].

Poissonovo číslo má být pro S i M stejné, tato podmínka většinou není splněna. Chyba tímto vzniklá není velká, zejména uvažíme-li, že Poissonovo číslo se u různých materiálů liší jen málo. Navíc se v rovnicích (5.2) vyskytuje ve tvaru $(1+\mu)$ [38].

- Pokud tělesu udělíme posuny určitých bodů, pak tento případ řeší tři Lamého rovnice:

$$\begin{aligned} (1-2\mu)\nabla^2 u + \frac{\partial}{\partial x}(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) &= 0, \\ (1-2\mu)\nabla^2 v + \frac{\partial}{\partial y}(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) &= 0, \\ (1-2\mu)\nabla^2 w + \frac{\partial}{\partial z}(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) &= 0. \end{aligned} \quad (5.4)$$

Stejně jako v prvním případě můžeme poměry α , ω , η libovolně volit. Poměry ostatních veličin jsou na nich závislé, přičemž podmínka rovnosti Poissonových čísel má být rovněž splněna. Modul pružnosti E se v rovnici (5.4) opět nevyskytuje, to znamená, že deformace tělesa na modulu pružnosti nezávisí. Toto zjištění má význam pro *nepřímé metody*, kde modelu udělujeme dané deformační impulsy. Deformace modelu potom zůstávají stále, i když se modul pružnosti díky dotvarování mění [38].

Síly elastické soudržnosti

Na těleso působí dané vnitřní síly a současně jsou mu uděleny posuny určitých bodů. V předchozích odstavcích bylo ukázáno, že poměry α a ω můžeme vždy volit. Při uvažování účinků daných sil je možné rovněž volit poměr sil π a při daných posunech potom ještě poměr η . Vzájemný vztah těchto dvou veličin stanovíme na základě dříve odvozeného poměru napětí π/α^2 . Pomocí Hookova zákona určíme poměr poměrných deformací $\pi / (\omega\alpha^2)$. Ze vztahů mezi posuny a deformacemi (Cauchyho rovnice) je získána hledaná závislost [38]:

$$\eta = \frac{\pi}{\omega\alpha}. \quad (5.5)$$

Podmínky geometrické podobnosti mezi skutečnou konstrukcí S a modelem M při délkovém měřítku $1/\alpha$ a při materiálech s moduly pružnosti v měřítku $1/\omega$, za působení

podobných a podobně rozložených sil v měřítku $1/\pi$ a za předpokladu, že jsou jim uděleny podobné posuny v měřítku $1/\eta$, jsou [38]:

$$\mu_S = \mu_M, \quad (5.6)$$

$$\pi = \omega \alpha \eta. \quad (5.7)$$

Podmínka (5.6) předepisuje rovnost Poissonových čísel, podmínka (5.7) je základní rovnicí pro síly elastické soudržnosti a udává vztah mezi měřítkem daných sil a daných posunů. Ze čtyř měřítek, která jsou dána rovnicí (5.7), můžeme tři volit a čtvrté dopočítáme [38]. Jsou-li tyto podmínky podobnosti splněny, pak jsou jednotlivé statické veličiny skutečné konstrukce a modelu v poměru:

síly – podporové reakce, osově a posouvající síly	$\frac{P_S}{P_M} = \pi,$
ohybové momenty	$\frac{M_S}{M_M} = \pi \alpha,$
napětí – poměrné zatížení na plošnou jednotku	$\frac{\sigma_S}{\sigma_M} = \frac{\pi}{\alpha^2}, \quad (5.8)$
posunutí – průhyby	$\frac{y_S}{y_M} = \frac{\pi}{\omega \alpha},$
poměrné deformace – délkové, úhlové a pootočení	$\frac{\varepsilon_S}{\varepsilon_M} = \frac{\pi}{\omega \alpha^2}.$

Síly objemové a síly setrvačné

Doposud byl řešen pouze vliv vnějších sil a daných posunů na napjatost a přetvoření pružné soustavy, tím byly odvozeny podmínky pro síly elastické. V následujícím textu je popsán vliv objemové hmotnosti materiálu, tj. vlastní tíhy soustavy (sil objemových) a sil setrvačných.

- Objemová síla (vlastní váha) elementárního objemu o objemové hmotnosti materiálu ρ je:

$$g \rho \, dx \, dy \, dz, \quad (5.9)$$

kde g je tíhové zrychlení. Další základní podmínka pro poměr objemových sil S a M je dána vzorcem:

$$\pi = \psi \alpha^3, \quad (5.10)$$

kde ψ je poměr objemových hmotností materiálu S a M [38].

- Setrvačné síly elementárního objemu pružné soustavy jsou určeny z druhého Newtonova zákona jako součin hmoty elementu a složky zrychlení v uvažovaném směru [38]. Setrvačná síla ve směru osy x je:

$$\rho \, dx \, dy \, dz \, \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}. \quad (5.11)$$

Základní podmínka pro poměr setrvačných sil je tedy:

$$\pi = \psi \frac{\eta}{\tau^2} \alpha^3, \quad (5.12)$$

kde τ je poměr časů, v nichž nastávají vzájemně si odpovídající jevy u skutečné konstrukce a modelu [38].

Obecný případ prostorové podobnosti

V následující kapitole uvažujeme složené případy, při nichž na konstrukci působí současně několik vlivů.

- V prvním případě dochází k současnému účinku vnějších sil a vlastní váhy. Musí být splněny současně podmínky (5.7) a (5.10), z toho vyplývá vztah:

$$\psi = \frac{\omega \eta}{\alpha^2}, \quad (5.13)$$

který musí být splněn i tehdy, jestliže jsou vnější síly nulové. Podmínka pro síly elastické soudržnosti musí být splněna vždy [38]. Rovnici (5.13) lze také zapsat ve tvaru:

$$\frac{\rho_M}{E_M} = \frac{\alpha^2}{\eta} \frac{\rho_S}{E_S}. \quad (5.14)$$

Obvykle je výhodné mít deformace modelu co největší a volíme proto $\eta < \alpha$, vztah (5.14) pak nabývá následujícího tvaru:

$$\frac{\rho_M}{E_M} > \alpha \frac{\rho_S}{E_S}. \quad (5.15)$$

Pro splnění nerovnosti musí být použit materiál modelu s hodnotou objemové hmotnosti vyšší a současně s modulem pružnosti nižším než materiál skutečné konstrukce, a to tím více, čím menší je délkové měřítko $1/\alpha$. Z rovnice (5.13) lze při daných materiálech vypočítat délkové měřítko. Prakticky však můžeme rovnici (5.13) splnit jen umělým zvětšením ρ_M , tedy přidáním náhradního zatížení [38].

- Ve druhém případě, kdy současně působí vnější a setrvačné síly, musejí být splněny současně podmínky (5.7) a (5.12), z toho vyplývá vztah:

$$\tau = \alpha \sqrt{\frac{\psi}{\omega}}, \quad (5.16)$$

- Pokud současně uvažujeme vlastní váhu a je-li splněna podmínka (5.13), pak vztah (5.16) je možné upravit do tvaru:

$$\tau = \sqrt{\eta}, \quad (5.17)$$

Jen zřídka je možné dosáhnout podobnosti v obecných případech, proto je často nutné zhotovit několik modelů uvažované konstrukce, z nichž každý splňuje jen určité podmínky a slouží tak pouze k vyšetřování těchto podmínkám odpovídajícím vlivů [38].

5.1.3. Dokonalá prostorová podobnost

V *dokonalé podobnosti* u soustav tvořených ideálně pružnými materiály platí následující podobnostní vyjádření.

Nelineární problémy pružnosti a mechaniky

Jak již bylo uvedeno, *rozšířené podobnosti* nelze použít pro nelineární problémy, protože vnitřní síly a deformace nejsou lineárními funkcemi vnějšího zatížení. Nelineární soustavy a konstrukce jsou takové, u nich dochází k velkým deformacím nebo u nich, díky změně geometrického tvaru, dochází ke změně velikosti vnitřních sil nebo změně statického schématu (tedy jedná se o úlohy typu mimostředního tlaku štíhlých prutů a oblouků, visuté konstrukce a všechny případy stability konstrukcí).

Rovnice rovnováhy musejí být určeny s ohledem na deformaci soustavy, aby tedy byla mezi dvěma nelineárními problémy podobnost, musí být délky ve stejném měřítku jako posuny [38]. Musí tedy platit vztah:

$$\eta = \alpha . \quad (5.18)$$

Obecný případ prostorové podobnosti

Podmínky podobnosti a vztahy mezi jednotlivými veličinami určíme ze vzorců platných pro *rozšířenou podobnost* dosazením podmínky (5.18). Tím dostáváme následující podmínky podobnosti pro:

$$\begin{aligned} \text{síly elastické soudržnosti} \quad \mu_S &= \mu_M , \quad \pi = \omega \alpha^2 , \\ \text{síly tížné (vlastní váhu)} \quad \pi &= \psi \alpha^3 , \\ \text{síly setrvačné} \quad \pi &= \psi \frac{\alpha^4}{\tau^2} . \end{aligned} \quad (5.19)$$

Při současném působení vnějších sil a vlastní váhy musí být splněna podmínka:

$$\psi = \frac{\varepsilon}{\alpha} \quad (5.20)$$

a platí o ní totéž, co bylo dříve uvedeno pro podmínku (5.13). Poměry jednotlivých veličin jsou potom:

$$\begin{aligned} \text{napětí – poměrné zatížení} \quad \frac{\sigma_S}{\sigma_M} &= \omega , \\ \text{poměrné deformace – délkové, úhlové a pootočení} \quad \frac{\varepsilon_S}{\varepsilon_M} &= 1 . \end{aligned} \quad (5.21)$$

Napětí na skutečné konstrukci S a modelu M jsou v poměru jejich modulů pružnosti, poměrné (úhlové) deformace jsou stejné a posuny jsou v poměru délek. Tyto vztahy je možné získat také na základě *teorie dimenzí*. Nadále platí podmínka, že Poissonovo číslo musí být pro S i M stejné [38].

Z rovnosti podílu napětí a modulu pružnosti σ/E , pro S a M lze přímo odvodit první vzorec (5.21). Zhotovíme-li model ze stejného materiálu, jakého je použito pro skutečnou konstrukci, získáváme dosazením $\omega = 1$ vztah:

$$\frac{\sigma_S}{\sigma_M} = \frac{\varepsilon_S}{\varepsilon_M} = 1, \quad (5.22)$$

který vyjadřuje, že napětí i poměrné deformace jsou pro S a M shodné [38].

Vzhledem k rovnosti Poissonových čísel, stačí pro účinek vnějších sil splnit pouze podmínku:

$$\pi = \alpha^2 \quad (5.23)$$

ze které vyplývá, že osamělá břemena P , liniové zatížení q a plošné zatížení p zmenšíme u modelu v poměru:

$$P_M = P_S \frac{1}{\alpha^2}, \quad q_M = q_S \frac{1}{\alpha}, \quad p_M = p_S. \quad (5.24)$$

Při současném působení vnějších sil a vlastní váhy musí být splněna podmínka:

$$\psi = \frac{1}{\alpha}, \quad (5.25)$$

jejímž prostřednictvím je vyjádřeno, že objemová hmotnost materiálu modelu musí být α krát větší než objemová hmotnost skutečné konstrukce.

$$\rho_M = \rho_S \alpha. \quad (5.26)$$

Z toho v praxi vyplývá, že vlastní tíha musí být uměle zvětšena. Toho lze dosáhnout nahrazením objemových sil umělým zatížením na povrchu konstrukce. Tímto umělým zatížením se mohou modelovat prutové, deskové či skořepinové konstrukce, oproti tomu u masivních staveb, jakými jsou přehrady či masivní klenby, se již jedná o nesnadný problém.

6. Princip metody

Je všeobecně známo, že ohybově netuhé vlákno, které je zatíženo obecnou soustavou sil, zaujme takzvaný výslednicový tvar, toto vlákno je namáháno pouze tahovou normálovou silou. Inverzí tohoto tvaru lze získat geometrii skořepinové konstrukce, která se při zatížení podobnou soustavou sil bude nacházet v tzv. membránovém stavu, tzn. konstrukce bude namáhána pouze normálovou, v tomto případě tlakovou silou.

Na základě svých pozorování popsal tento vztah již v roce 1675 anglický vědec Robert Hooke. Zjistil, že existuje souvislost mezi tvarem zavěšeného řetězu a inverzním tvarem oblouku, který při zatížení vlastní tíhou bude namáhán pouze tlakem [8].

V této kapitole jsou popsány tři základní varianty získání tvaru průvřesové křivky:

- analytické řešení dokonale ohebného vlákna rovnoměrně zatíženého po délce,
- geometricky lineární a nelineární numerické řešení ohybově netuhé prutové konstrukce,
- geometricky nelineární numerické řešení ohybově netuhé skořepinové konstrukce.

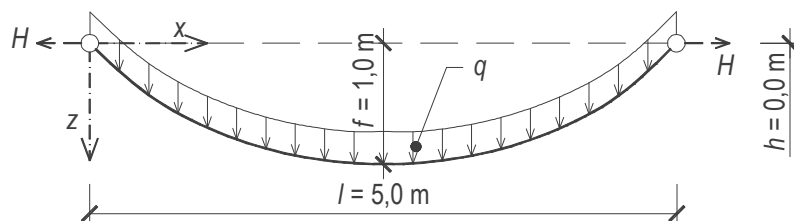
Numericky navržené tvary jsou porovnány s analyticky získaným tvarem. Na základě numericky nalezených tvarů je navržena a analyzována skořepinová konstrukce modelovaná prutem a deskostěnou. Výsledky z obou modelů jsou vyhodnoceny ve vztahu k membránovému působení.

6.1. Příklad

Prostřednictvím příkladu tížné řetězovky (obr. 6-1) je provedeno srovnání několika metod získání průvřesové křivky lana (ohybově netuhého prutu, plochy). Na základě známého vztahu mezi deformací ohybově netuhého prutu a výslednicovým tvarem oblouku jsou ověřeny a popsány základní principy numerického návrhu tvaru konstrukce. Rozšířená varianta numerické metody je v následujících kapitolách použita pro návrh prostorových skořepinových konstrukcí.

Zadání

rozpětí lana	$l = 5,0 \text{ m}$
průvřes lana	$f = 1,0 \text{ m}$
převýšení konců lana	$h = 0,0 \text{ m}$

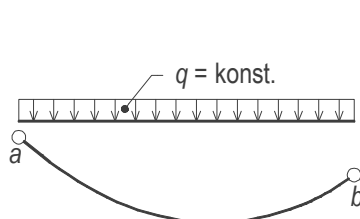


Obr. 6-1 Zadání příkladu tížné řetězovky

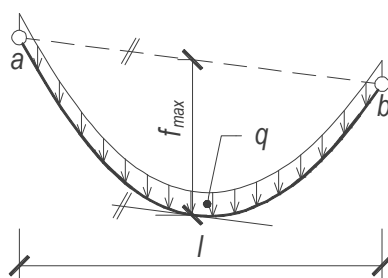
6.2. Analytické řešení dokonale ohebného vlákna v rovině

Vlákno zavěšené na dvou neposuvných bodech (kloubech) a, b , zatížené spojitým zatížením q působícím ve svislé rovině zaujme tvar spojitě rovinné křivky – rovinné řetězovky. Tvar rovinné řetězovky závisí na poloze, směru a intenzitě zatížení q . Rozlišuje se řetězovka:

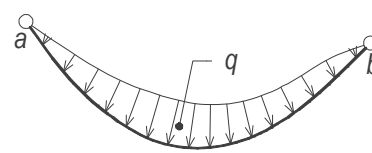
- parabolická – se svislým spojitým zatížením q rovnoměrně rozděleným po horizontálním průmětu vlákna (obr. 6-2),
- pravá (tízná) – se svislým spojitým zatížením q rovnoměrně rozloženým po délce střednice (ose) vlákna (obr. 6-3),
- obecná – má intenzitu a směr spojitého zatížení v každém místě řetězovky různou (obr. 6-4) [40].



Obr. 6-2 Parabolická řetězovka [40]



Obr. 6-3 Tízná řetězovka [40]



Obr. 6-4 Obecná řetězovka [40]

6.2.1. Tízná řetězovka

Tvar, který zaujme kloubově uložené lano, konstantního průřezu, zatížené vlastní tíhou, se nazývá tízná (pravá) řetězovka. Při volbě počátku souřadnicové soustavy x, z v levém závěsném bodu a kladné orientaci osy z svisle dolů, platí následující rovnice tvaru řetězovky [40]:

$$z(x) = \frac{H}{q} \left[\cosh B - \cosh \left(B - \frac{2\beta}{l} x \right) \right], \quad (6.1)$$

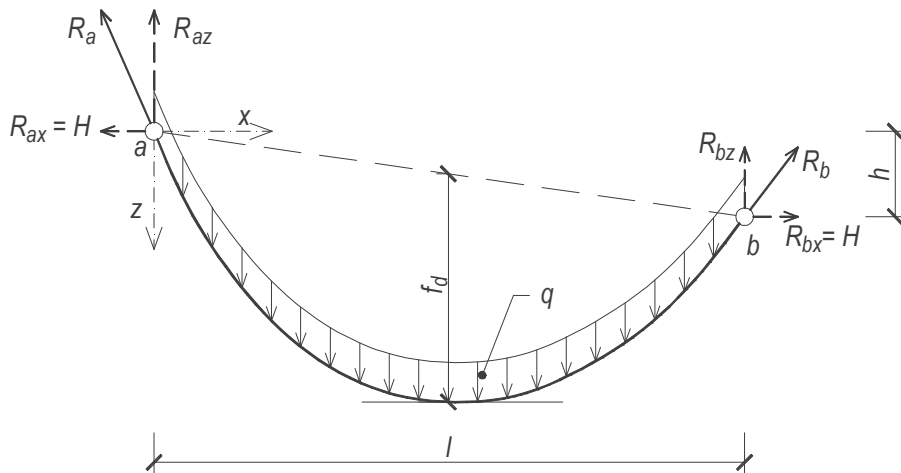
kde B je integrační konstanta:

$$B = \operatorname{argsinh} \frac{h\beta}{l \sinh \beta} + \beta, \quad (6.2)$$

a β parametr řetězovky:

$$\beta = \frac{ql}{2H}. \quad (6.3)$$

Jednotlivé parametry ve vzorcích jsou graficky znázorněny na obr. 6-5. Z uvedených vzorců vyplývá, že pro dosažení určitého průvěsu řetězovky není důležitá hodnota intenzity zatížení, ale poměr intenzity zatížení q a hodnoty vodorovné složky osově síly lana H , tzn. pro různé hodnoty intenzity zatížení q lze za předpokladu odpovídající síly H získat shodné tvary řetězovek.



Obr. 6-5 Základní charakteristiky tížné řetězovky

6.2.2. Analytické řešení příkladu

Analytické řešení příkladu vychází ze vzorců uvedených v kapitole 6.2.1. Vzhledem k tomu, že převýšení konců lana h je 0,0 m, redukuje se integrační konstanta (6.2) na:

$$B = \beta . \quad (6.4)$$

Označíme-li poměr H/q veličinou a a dosadíme jej do rovnice (6.3), obdržíme parametr řetězovky β ve tvaru:

$$\beta = \frac{l}{2a} . \quad (6.5)$$

Z toho vyplývá upravená rovnice tížné řetězovky (6.1) s nulovým převýšením konců lana:

$$z(x) = a \left[\cosh \frac{l}{2a} - \cosh \left(\frac{l}{2a} - \frac{x}{a} \right) \right] . \quad (6.6)$$

Dosadíme-li za x a $z_{(x)}$ hodnoty uprostřed rozpětí – tj.: $x = l/2$ a $z_{(l/2)} = f$, potom rovnice (6.6) přejde do tvaru:

$$f = a \left[\cosh \frac{l}{2a} - 1 \right] , \quad (6.7)$$

Numerickým řešením rovnice (6.7) s konkrétními hodnotami průvěsu $f = 1,0$ m a rozpětí $l = 5,0$ m, získáme přibližnou hodnotu $a = 3,279313$. Zpětným dosazením hodnoty a do rovnice (6.6) obdržíme rovnici tížné řetězovky, která je znázorněna na obr. 6-1.

6.3. Numerické řešení prutové konstrukce

6.3.1. Lineární řešení (první iterace)

V programu Midas Civil 2016 je vytvořen prutový model lana s rozpětím $l = 5,0$ m a s průvřem $f = 0,0$ m. Lano je kruhového průřezu $\Phi = 10$ mm z materiálu Y 1860 S7. Geometrie lana je definovaná polohou jednotlivých uzlů, jejichž výchozí souřadnice jsou:

$$[x_{i,1}; z_{i,1} = 0].$$

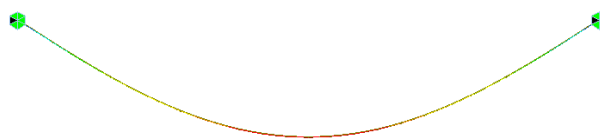
Lano je rozděleno na 50 prutových prvků (Beam) délky 0,1 m a je zatíženo 1,94543násobkem vlastní tíhy. Lano je uloženo v krajních uzlech, neposuvně. Základní údaje o modelu jsou uvedeny v tab. 6-1. Úloha je řešena lineárně, tzn. lano působí jako prostě uložený nosník a zdeformuje se do paraboly 4^o s maximální hodnotou průhybu $f = 1,0$ m (obr. 6-6). Výsledná poloha uzlů konstrukce je dána jejich počáteční polohou a velikostí svislé deformace D_z :

$$[x'_{i,1} = x_{i,1}; z'_{i,1} = D_{z,i,1}].$$

Pro první přiblížení k výslednicovému tvaru je dále v textu užíváno označení *první iterace*.

počet uzlů	51
počet prvků	50
typ prvku	Beam
průměr lana [mm]	10
materiál	Y 1860 S7 (příloha A, tab. a-3)

Tab. 6-1 Základní údaje o modelu první iterace



Obr. 6-6 Deformace modelu po první iteraci

6.3.2. Nelineární řešení (druhá iterace)

Výchozím geometrií modelu pro druhou iteraci je výsledný tvar lana získaný první iterací:

$$[x_{i,2} = x'_{i,1}; z_{i,2} = z'_{i,1}].$$

Materiálové parametry, rozměry průřezu a okrajové podmínky zůstávají ve shodě s první iterací. Model je řešen geometricky nelineárně ve 30 krocích, přičemž konstrukce je zatížena 4315násobkem vlastní tíhy. Při této intenzitě se lano protáhne a změní tvar, avšak vzepětí f uprostřed konstrukce zůstane nezměněno (graf 6-3). Výsledný tvar konstrukce je dán počáteční polohou a velikostí deformace jednotlivých uzlů konstrukce:

$$[x'_{i,2} = x_{i,2} + Dx_{i,2}; z'_{i,2} = z_{i,2} + Dz_{i,2}].$$

Pro druhé přiblížení k výslednicovému tvaru je dále užíváno označení *druhá iterace*, atd.

6.3.3. MKP zachování půdorysné polohy uzlů konstrukce

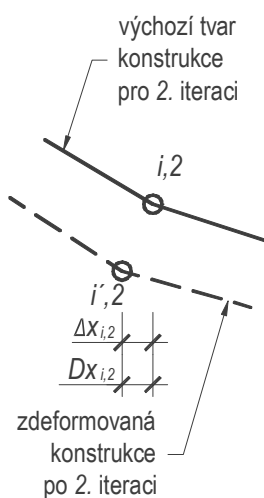
Při nelineárním iterování výslednicového tvaru se ohybově netuhý prut deformuje nejen ve svislém, ale i ve vodorovném směru. Vodorovné deformace nemají vliv na přesnost řešení ve vztahu k výslednicovému tvaru, ale mají vliv na změnu vzdálenosti mezi jednotlivými uzly, tedy na jemnost diskretizace.

V některých aplikacích, kromě změny diskretizace, může díky vodorovným deformacím docházet k nežádoucí půdorysné změně tvaru. Jedná se například o konstrukci popsanou v kapitole 9.2. Základním geometrickým požadavkem na tuto konstrukci je půdorysná přímota delší hrany konstrukce. Přestože výchozí tvar membrány disponuje přímou delší hranou, výsledný tvar má delší hranu půdorysně vychýlenou až o 1,73 m.

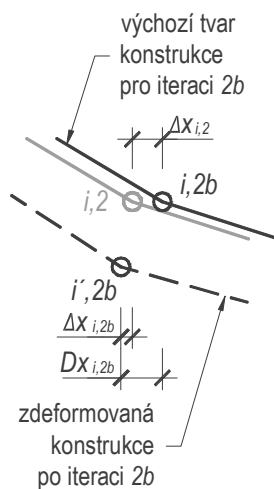
Nežádoucí půdorysné výchylky uzlů výsledných tvarů lze eliminovat postupnou úpravou výchozího tvaru. Princip řešení je prezentován v této kapitole. Na obr. 6-7 je schematicky znázorněna výchozí poloha uzlu i ohybově netuhé konstrukce v druhé iteraci (viz kapitola 6.3.2). Zatížená konstrukce se zdeformuje a nastává posun uzlu $D_{i,2}$, jehož vodorovná složka je $DX_{i,2}$. Uzel zaujme výslednou polohu $i',2$. Půdorysnou odchylku $\Delta X_{i,2}$ bodu i je totožná s velikostí vodorovného posunu $DX_{i,2}$. Alternativně lze půdorysnou odchylku $\Delta X_{i,2}$ vyjádřit:

$$\Delta X_{i,2} = x'_{i,2} - x_{i,2}.$$

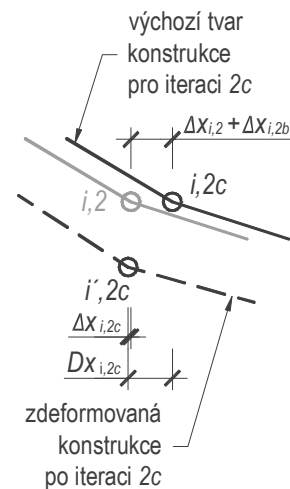
Maximální hodnota odchylky $\Delta X_{i,2}$ v druhé iteraci činí 25 mm. Půdorysnou odchylku bude odstraněna iterativní úpravou výchozí geometrie druhé iterace.



Obr. 6-7 Deformace konstrukce v druhé iteraci



Obr. 6-8 Deformace konstrukce v iteraci 2b



Obr. 6-9 Deformace konstrukce v iteraci 2c

Model pro iteraci 2b vychází z modelu pro druhou iteraci. Na základě hodnot půdorysné odchylky $\Delta X_{i,2}$ a výchozích souřadnic uzlů v druhé iteraci $x_{i,2}$ (obr. 6-8) jsou stanoveny výchozí souřadnice uzlů pro iteraci 2b:

$$[x_{i,2b} = x_{i,2} - \Delta X_{i,2}; z_{i,2b} = z_{i,2}].$$

Základní parametry jednotlivých iterací jsou uvedeny v tab. 6-2. Zatížená konstrukce se zdeformuje a nastává posun uzlů $D_{i,2b}$, jehož vodorovná složka je $DX_{i,2b}$. Půdorysnou odchylku $\Delta X_{i,2b}$ lze vyjádřit:

$$\Delta x_{i,2b} = Dx_{i,2b} - \Delta x_{i,2} = x'_{i,2b} - x_{i,2}.$$

Maximální půdorysná odchylka, v řešeném příkladu, je po iteraci 2b výrazně menší (6 mm) než maximální půdorysná odchylka po druhé iteraci $\Delta x_{i,2b} < \Delta x_{i,2}$ (viz graf 6-1).

Model pro iteraci 2c vychází z modelu pro druhou iteraci, respektive pro iteraci 2b. Je provedena úprava výchozích x souřadnic uzlů dle obr. 6-9. Výchozí souřadnice uzlů pro iteraci 2c jsou:

$$[x_{i,2c} = x_{i,2b} - \Delta x_{i,2b} = x_{i,2} - Dx_{i,2b}; z_{i,2c} = z_{i,2}].$$

Zatížená konstrukce se zdeformuje a nastává posun uzlů $Dx_{i,2c}$, jehož vodorovná složka je $Dx_{i,2c}$, půdorysnou odchylku $\Delta x_{i,2c}$ lze vyjádřit:

$$\Delta x_{i,2c} = Dx_{i,2c} - \Delta x_{i,2} - \Delta x_{i,2b} = x'_{i,2c} - x_{i,2}.$$

Maximální půdorysná odchylka v iteraci 2c je menší (2 mm) než maximální půdorysná odchylka po iteraci 2b, tj. $\Delta x_{i,2c} < \Delta x_{i,2b}$ (viz graf 6-1).

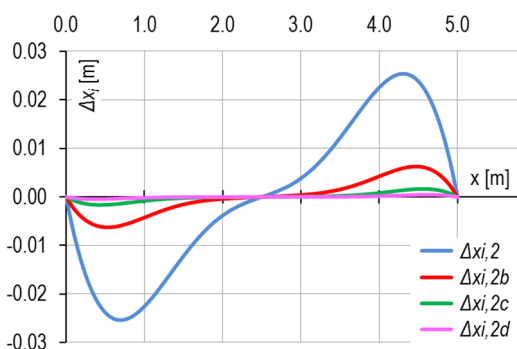
V tomto duchu lze pokračovat, dokud půdorysná odchylka neklesne pod požadovanou hodnotu. V rámci příkladu je iterování ukončeno po iteraci 2d, kde je dosaženo maximální vodorovné odchylky $\Delta x_{i,2d}$ menší než 1 mm.

iterace	počet přírůstků zatížení	zatížení vyjádřené násobkem vlastní tíhy	dosažený maximální průhyb [m]	maximální vodorovná výchylka [mm]
1.	1	1,94543	1,000	-
2.	30	4315	1,000	25
2b	30	4878	1,000	6
2c	30	4965	1,000	2
2d	30	4980	1,000	<1

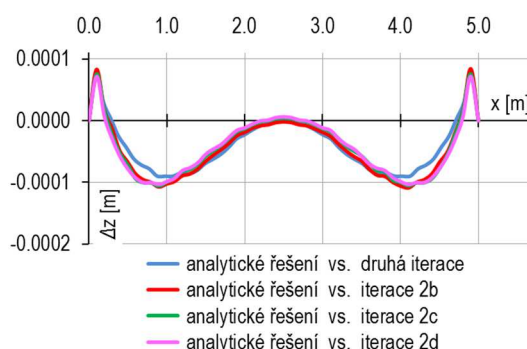
Tab. 6-2 Parametry modelů jednotlivých iterací

Graf 6-1 srovnává velikost půdorysných odchylek v jednotlivých iteracích. V každé následující iteraci je dosaženo cca 70–75% redukce půdorysné difference souřadnic uzlů v porovnání s iterací předchozí.

Graf 6-2 znázorňuje svislé odchylky numericky získaných tvarů od analytického řešení. Z výsledků je patrné, že jednotlivá numerická řešení jsou v podstatě shodná a příliš se neodlišují ani od analyticky definovaného tvaru.



Graf 6-1 Porovnání půdorysných odchylek v závislosti na jednotlivých iteracích



Graf 6-2 Porovnání svislých odchylek analyticky definovaného tvaru deformace s numerickými řešeními

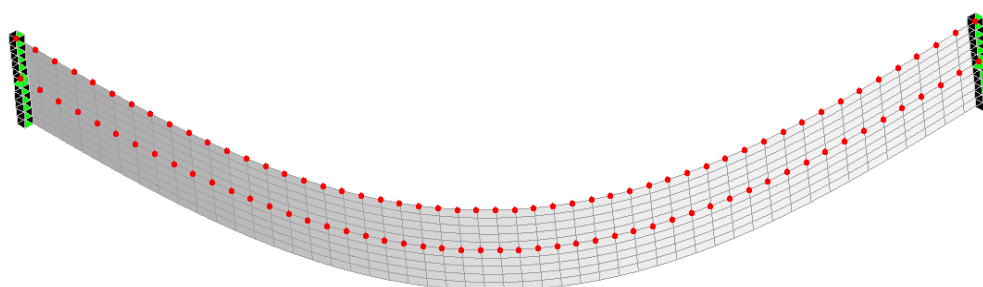
6.4. Numerické řešení membránové konstrukce

Podkladem pro výchozí geometrii membránového modelu je tvar prověšeného lana získaný lineárním řešením (viz kapitola 6.3.1). Uzly membrány jsou dány translačním posunem uzlů lana ve vodorovném směru, přičemž jejich vodorovná rozteč činí 100 mm. Takto získaná síť uzlů je následně pokryta membránou tloušťky 7 mm, tím vznikl ohybově netuhý prvek šířky 1,0 m. Membrána je z materiálu Y 1860 S7 a je uložena v krajních uzlech neposuvně (ve směru os x , z). Pás je vytvořen z deskostěnových prvků typu Thick Plate. Základní údaje o modelu jsou uvedeny v tab. 6-3.

Model je řešen geometricky nelineárním výpočtem ve 30 krocích a je zatížen 4343násobkem vlastní tíhy. Při této intenzitě se membrána v podélném směru protáhne a změní svůj tvar, avšak vzepětí uprostřed konstrukce zůstane nezměněno.

počet uzlů	561
počet prvků	500
typ prvku	Thick Plate
tloušťka membrány [mm]	7
materiál	Y 1860 S7 (příloha A, tab. a-3)

Tab. 6-3 Základní údaje o membránovém modelu

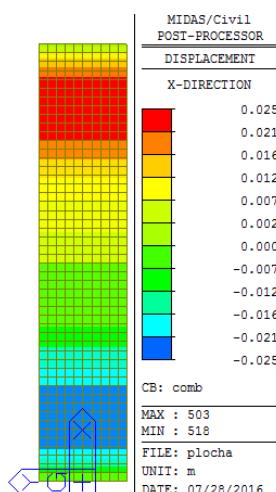


Obr. 6-10 Axonometrie membránového modelu

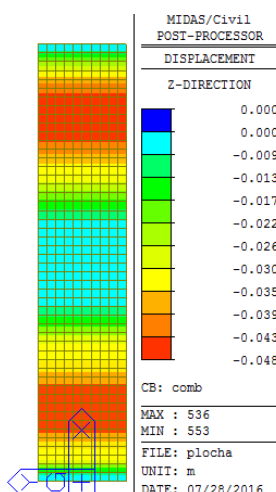
Membránová konstrukce je řešena ve dvou variantách:

V první variantě je materiálu membrány zadáno Poissonovo číslo $\mu = 0$. Membrána se deformuje v podélném a svislém směru (obr. 6-11 a obr. 6-12), v příčném směru zůstává poloha uzlů nezměněna (obr. 6-13).

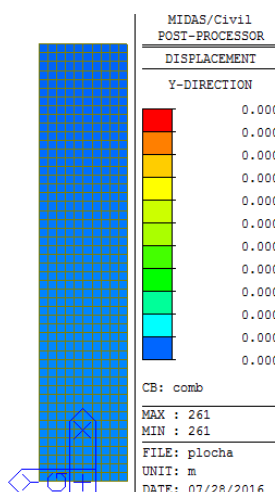
V druhé variantě je materiálu membrány zadáno Poissonovo číslo $\mu = 0,2$. Membrána se díky nenulovému Poissonovu číslu deformuje ve všech směrech, tedy včetně příčného směru (obr. 6-14). Rozdílný průběh svislých deformací je zaznamenán po šířce příčného řezu, proto jsou deformace vyhodnocovány v řezech uprostřed a na okraji pásu (viz obr. 6-10). Kompletní výsledky viz příloha E.



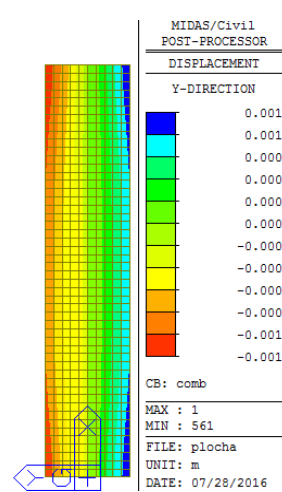
Obr. 6-11
Deformace Dx
 $\mu=0,0$



Obr. 6-12
Deformace Dz
 $\mu=0,0$



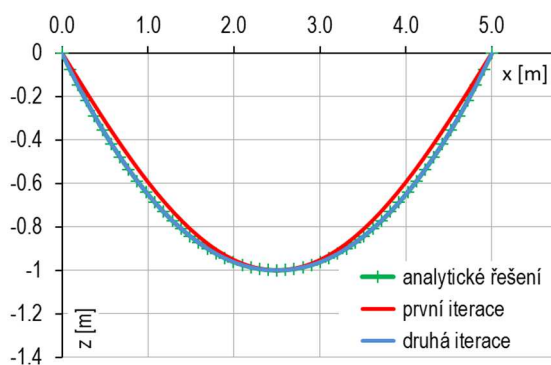
Obr. 6-13
Deformace Dy
 $\mu=0,0$



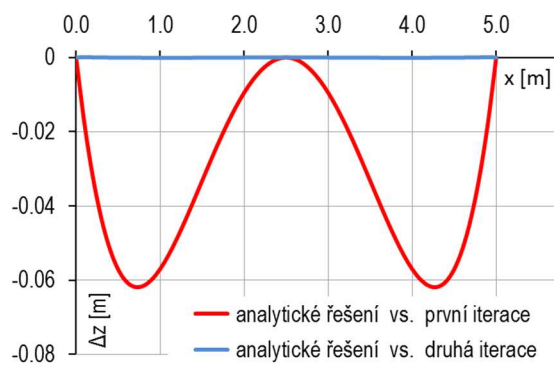
Obr. 6-14
Deformace Dy
 $\mu=0,2$

6.5. Vyhodnocení

Na příkladu tížné řetězovky (obr. 6-1) je srovnáno několik metod získání průvřesové křivky lana (ohybově netuhého prutu, plochy). Geometrie získaná lineární deformací prutu se od analyticky získaného tvaru, při stejné hodnotě maximálního vzepětí f , liší až o 62 mm (graf 6-3, graf 6-4), proto nelze lineární analýzu využít pro přesný návrh výslednicového tvaru skořepinové konstrukce. Nicméně tvar průvřesové křivky získaný lineárním výpočtem (první iterací) lze využít pro iterativní hledání výslednicového tvaru.



Graf 6-3 Porovnání tvarů průvřesu vlákna
s ohledem na metodu jejich získání

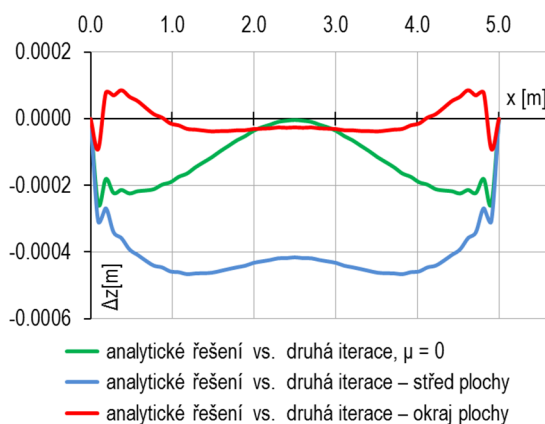


Graf 6-4 Porovnání odchylky analyticky
získané deformace s MKP řešeními

Geometrie prutu získaná v druhé iteraci (tj. geometricky nelineárním výpočtem) se téměř dokonale shoduje s analyticky definovaným tvarem tížné řetězovky (graf 6-4, detailně graf 6-2), difference mezi oběma tvary nepřesáhne 0,1 mm.

V dalším textu je poukázáno na možnost úpravy výsledného tvaru s ohledem na požadované rozmístění jednotlivých uzlů prutové konstrukce. Vhodným použitím této techniky na prostorové konstrukce mohou být získány variantní výslednicové tvary, které mají jasně definovaný půdorysný rozsah a/nebo rozteč uzlů. V kapitole 7 a především v kapitole 9 je využito této metody pro návrh konstrukce, která splňuje daná tvarová omezení.

Graf 6-5 porovnává analyticky definovaný tvar deformace s numericky určenými tvary průřezu ohybově netuhé plochy. Z grafu je patrné, že všechny tři křivky se mezi sebou i v porovnání s analytickým řešením liší pouze málo, rozdíl činí méně než 0,5 mm.



Graf 6-5 Porovnání odchylky analyticky získaného tvaru s numerickým řešením membrány

6.6. Válcová skořepina

Na základě numericky nalezených tvarů navržena skořepina, která je následně staticky analyzována. Numerický model skořepiny je zpracována ve dvou variantách.

První variantou je prutový model konstrukce, jehož geometrie je získána inverzí druhé iterace prutového modelu. Model se skládá z 50 prvků typu Beam. Prvky jsou průřezu $1 \times 0,1$ m, z betonu C 40/50. Konstrukce je uložena ve dvou krajních uzlech – neposuvně. Základní údaje o prutovém modelu jsou uvedeny v tab. 6-4.

Druhou variantou je deskostěnový, prostorový model. Geometrie skořepiny je získána inverzí tvaru získaného numerickým řešením membránové konstrukce s Poissonovým číslem $\mu = 0,2$. Deskostěnový model se skládá z 500 prvků typu Thick Plate, které jsou rozmístěny v 10 řadách po 50 prvcích a vytvářejí pás široký 1,0 m. Prvky jsou z materiálu C 40/50 a jsou tloušťky 0,1 m, jedná se tedy o deskostěnovou obdobu prutové konstrukce. Oba modely jsou řešeny geometricky nelineárně Newton-Raphsonovou metodou. Základní údaje o deskostěnovém modelu jsou uvedeny v tab. 6-5.

počet uzlů	51
počet prvků	50
typ prvku	Beam
rozměry průřezu [mm]	1000×100
materiál	beton C 40/50 (viz příloha A, tab. a-2)

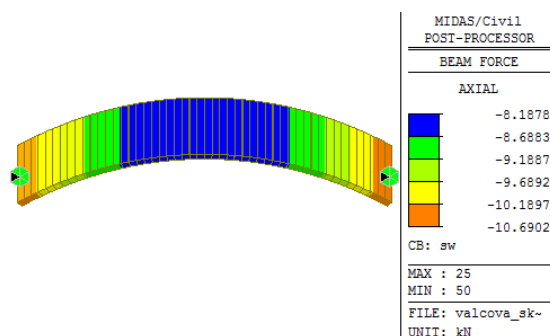
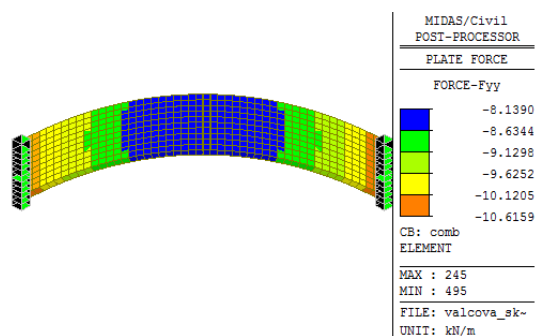
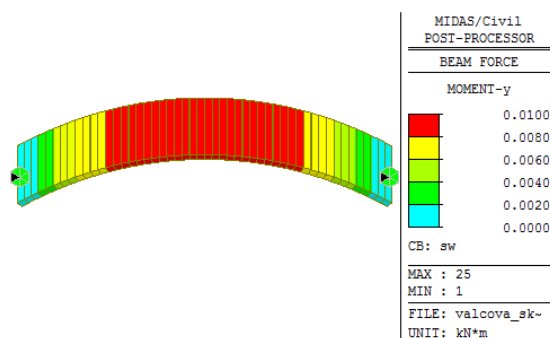
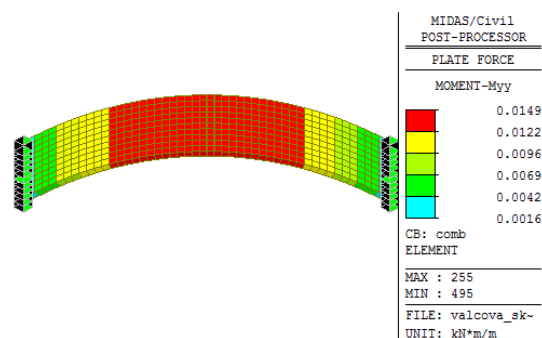
Tab. 6-4 Základní údaje o prutovém modelu

počet uzlů	561
počet prvků	500
typ prvku	Thick Plate
tloušťka [mm]	100
materiál	beton C 40/50 (viz příloha A, tab. a-2)

Tab. 6-5 Základní údaje o deskostěnovém modelu

Na základě porovnání výsledků z obou modelů lze konstatovat, že odpovídající veličiny dosahují přibližně stejných hodnot (obr. 6-15 až obr. 6-18), i když v případě ohybových momentů činí relativní rozdíl mezi prutovým a deskostěnovým modelem až 49 % (ale pouze 0,0049 kNm). Příčné ohybové momenty a vnitřní síly jsou samozřejmě k dispozici pouze v deskostěnovém modelu (kompletní výsledky viz příloha E).

Konstrukce se z matematického hlediska nenachází v membránovém stavu, protože ohybové momenty v obou variantách jsou nenulové. Z technického hlediska jsou hodnoty ohybových momentů natolik malé, že jsou zanedbatelné. V případě prutového modelu je maximální změna napětí, vyvolaná ohybovým moment pouze ± 6 kPa a maximální excentricita normálové síly $e_0 = F_x/M_y = 0,01/8,188 = 0,0012$ m.

Obr. 6-15 Prutový model – F_x [kN]Obr. 6-16 Deskostěnový model – n_x [kN/m]Obr. 6-17 Prutový model – M_y [kNm]Obr. 6-18 Deskostěnový model – m_y [kNm/m]

6.7. Závěr

Na názorném příkladu je prokázána dobrá shoda mezi analyticky definovaným tvarem průřesové křivky lana a numericky nalezeným tvarem deformace ohybově netuhého prutu. Obdobného tvaru deformace je dosaženo numerickým řešením membránové konstrukce. Jednotlivé tvary, nalezené geometricky nelineárním výpočtem, se v řádu desetin milimetrů od sebe odlišují. Z hlediska standardní přesnosti provádění je možné všechny tvary získané geometricky nelineárním výpočtem považovat za adekvátní náhradu analyticky definovaného tvaru.

V kapitole 6.6 je na základě numericky získaných tvarů navržena válcová skořepina. Skořepina je staticky analyzována v prutové a deskostěnové variantě. Výsledné průběhy normálových sil a ohybových momentů se v obou variantách vzájemně odlišují velmi málo. Hodnota ohybových momentů, v porovnání s normálovými silami, nedosahuje významných hodnot, to potvrzuje, že tvar skořepiny odpovídá výslednicovému tvaru.

V kapitole 6 je prokázána funkčnost metody numerického hledání výslednicového tvaru skořepinové konstrukce. Metoda je, při srovnatelné přesnosti, použitelná jak pro rovinné, tak prostorové konstrukce.

Prezentované principy návrhu jsou v následujících kapitolách použity pro numerické simulace modelových zkoušek, na základě kterých hledal Heinz Isler výslednicové tvary prostorových skořepinových konstrukcí.

7. Studie skořepiny typu „Buckelschale“

První zkoumanou konstrukcí je tzv. Islerova skořepina („Buckelschale“). Jedná se o skořepinu, která byla velmi oblíbená ve Švýcarsku v 60. letech minulého století. Podrobnější informace o konstrukci jsou uvedeny v kapitole 2.6.2. Skořepina je mnohokrát zrealizována a do dnešní doby bezproblémově plní svoji funkci, takže ji lze po všech stránkách považovat za vhodně navrženou. Tvar konstrukce je získán pomocí pneumatického modelu popsaného v kapitole 2.6.1.

Nalezení tvaru je provedeno MKP simulací pneumatické zkoušky. Metoda numerického nalezení tvaru vychází ze zásad popsaných v kapitole 6. Ohybově netuhá, prostorově působící membrána, je kolmo ke střednicové rovině zatížena plošným rovnoměrným zatížením. Membrána, která není schopna přenášet ohybové momenty, se zdeformuje do výslednicového tvaru a je namáhána pouze tahovými normálovými silami. Inverzí tohoto tvaru je získána skořepinová konstrukce, která je při zatížení vlastní tíhou namáhána téměř výhradně osovými, v tomto případě tlakovými silami.

Analyzována je skořepina čtvercového půdorysu o délce strany 20 m, s maximálním vzepětím ve střednici 2,5 m. Návrh tvaru a statická analýza konstrukce je provedena MKP programem Midas Civil. Navržená konstrukce je studována ve dvou variantách – konstrukce po obvodě neposuvně uložená a konstrukce s obvodovým předpjatým trámem uloženým na čtyřech rohových podporách.

7.1. Nalezení tvaru skořepiny

Požadovaný výslednicový tvar je nalezen ve čtyřech iteračních krocích. V prvních dvou iteracích je nalezen výslednicový tvar. V iteraci 2b a 2c jsou korigovány půdorysné polohy uzlů výslednicového tvaru, aby byly zachovány jejich výchozí půdorysné souřadnice z druhé iterace.

7.1.1. První iterace

Model

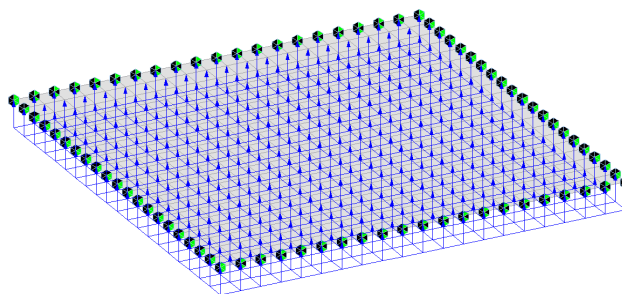
Modelem první iterace je rovinná membrána čtvercového půdorysu, která je v obvodových uzlech neposuvně uložena. Membrána je ve směru lokální kladné osy z zatížena rovnoměrným plošným zatížením intenzity 100 kN/m^2 (obr. 7-1). Neposuvné uložení simuluje upnutí gumové membrány do rámu, zatížení kolmé na střednicovou rovinu představuje tlak vzduchu v nafukované membráně. Zvolené uspořádání numerického modelu odpovídá modelové zkoušce Heinze Islera (obr. 2-15b). Jako konečné prvky jsou použity skořepinové prvky Thick Plate z databáze programu, konstantní tloušťky 80 mm. Materiál membrány je beton C 30/37. Uzly konstrukce jsou rozmístěny v rastru $1 \times 1 \text{ m}$ a jejich souřadnice jsou:

$$[x_{i,1}; y_{i,1}; z_{i,1}], \text{ kde } z_{i,1} = 0.$$

Základní parametry modelu jsou uvedeny v tab. 7-1.

počet uzlů	441
počet prvků	400
typ prvku	Thick Plate
tloušťka skořepiny [m]	0.08
materiál	beton C 30/37 (viz tab. a-1)

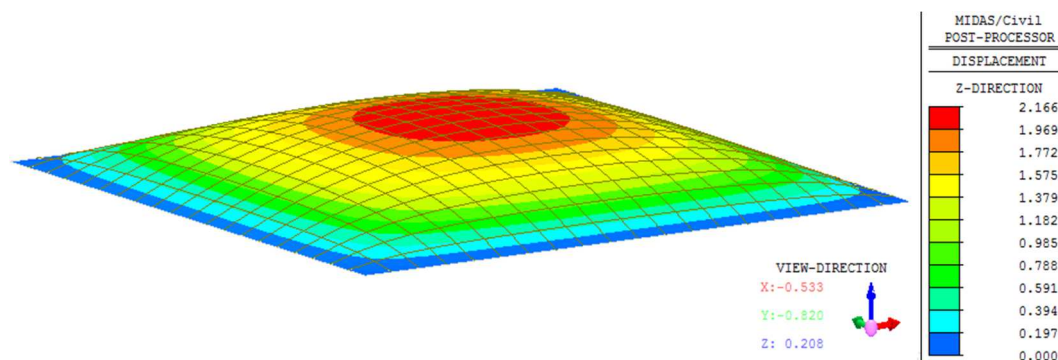
Tab. 7-1 Základní údaje o modelu



Obr. 7-1 Model první iterace – axonometrie

Výsledky

Membrána je řešena geometricky nelineárním výpočtem, získané deformace jsou čtyřnásobně extrapolovány, takže se o nelineární deformace v pravém slova smyslu nejedná. Půdorysné deformace $D_{x,1}$, $D_{y,1}$ jsou v první iteraci zanedbány. Maximální hodnota svislé deformace $D_{z,i,1}$ je dosažena uprostřed konstrukce a činí 2,166 m (obr. 7-2).



Obr. 7-2 Deformace D_z po první iteraci, $1 \times$ převýšená [m]

7.1.2. Druhá iterace

Model

Model druhé iterace je, co se týče podepření a materiálů, identický s modelem pro první iteraci (kapitola 7.1.1). Geometrie modelu vychází ze zdeformované konstrukce první iterace (obr. 7-3). Výchozí souřadnice uzlů jsou:

$$[x_{i,2} = x_{i,1}; y_{i,2} = y_{i,1}; z_{i,2} = z_{i,1} + D_{z,i,1}].$$

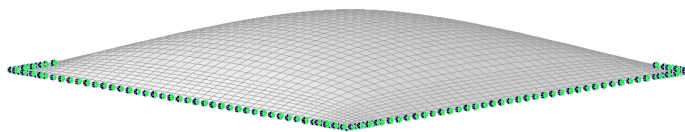
Na základě dřívějších zkušeností [41] je zjemněna základní síť z původních 1×1 m na $0,5 \times 0,5$ m. V 2 m pásu podél obvodu konstrukce je rastr dále zjemněn na $0,5 \times 0,25$ m a v rozích na $0,25 \times 0,25$ m.

Intenzita zatížení 2350 kN/m^2 , které je orientované kolmo ke střednicové rovině, je volena tak, aby bylo dosaženo projektovaného vzepětí.

Základní parametry modelu jsou uvedeny v tab. 7-2.

počet uzlů	2401
počet prvků	2304
typ prvku	Thick Plate
tloušťka skořepiny [m]	0.08
materiál	beton C 30/37 (viz tab. a-1)

Tab. 7-2 Základní údaje o modelu druhé iterace, iterace 2b a iterace 2c.



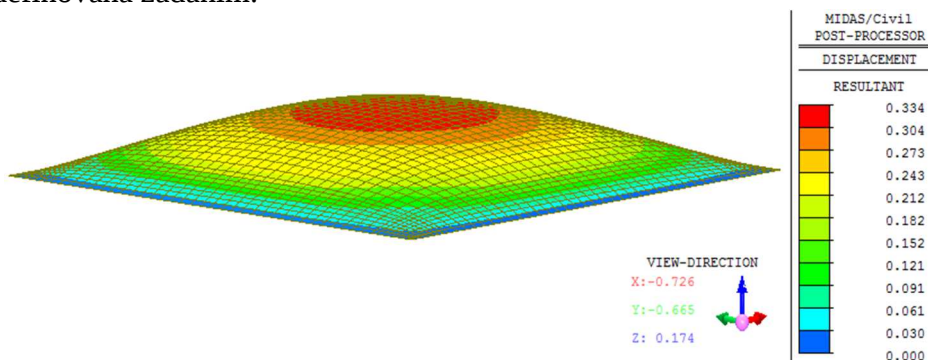
Obr. 7-3 Model druhé iterace – axonometrie

Výsledky

Geometricky nelineárním řešením je získána deformace membrány. Maximální hodnota svislé složky deformace $D_{z,i,2}$ je 0,334 m (obr. 7-4). Výsledná poloha uzlů konstrukce je dána součtem výchozích souřadnic uzlů a jejich deformací:

$$[x'_{i,2} = x_{i,2} + D_{x,i,2}, y'_{i,2} = y_{i,2} + D_{y,i,2}, z'_{i,2} = z_{i,2} + D_{z,i,2}].$$

Maximální vzepětí konstrukce ve střednici $z'_{i,2}$ je $2,166 + 0,334 = 2,500$ m, což je hodnota definovaná zadáním.



Obr. 7-4 Deformace D_{xyz} po druhé iteraci, $1 \times$ převýšená [m]

7.1.3. Iterace 2b

V některých aplikacích může být nedostatkem takto definovaného tvaru fakt, že je změněna půdorysná poloha uzlů v porovnání s jejich výchozí polohou v druhé iteraci. Velikost nežádoucí vodorovné odchylky ve směru globálních půdorysných os dosahuje až 45 mm. Korekce půdorysné polohy uzlů je provedena v následujících dvou krocích, dle postupu popsáno v kapitole 6.3.3.

Model

Model pro iteraci 2b je převzat z kapitoly 7.1.2, v modelu jsou upraveny půdorysné polohy uzlů – od x a y globálních souřadnic uzlů jsou odečteny odpovídající půdorysné deformace z druhé iterace, globální z souřadnice zůstanou nezměněny. Výchozí souřadnice uzlů iterace 2b jsou:

$$[x_{i,2b} = x_{i,2} - D_{x,i,2}; y_{i,2b} = y_{i,2} - D_{y,i,2}; z_{i,2b} = z_{i,2}].$$

Intenzita zatížení je opět volena tak, aby bylo dosaženo vzepětí 2,5 m. Hodnota plošného zatížení kolmého ke střednicové rovině v modelu iterace 2b činí 2400 kN/m².

Výsledky

Výsledky nelineárního výpočtu jsou obdobné jako v druhé iteraci. Maximální hodnota svislé deformace $D_{z,i,2b}$ je 0,334 m. Výsledná poloha uzlů konstrukce je získána součtem souřadnic uzlů a jejich deformací:

$$[x'_{i,2b} = x_{i,2b} + D_{x,i,2b}, y'_{i,2b} = y_{i,2b} + D_{y,i,2b}, z'_{i,2b} = z_{i,2b} + D_{z,i,2b}].$$

V porovnání s druhou iterací jsou půdorysné odchylky polohy uzlů vůči požadované poloze výrazně menší, difference činí maximálně 7 mm, tzn. pokles maximální difference na 16 % původní hodnoty. Pro další zmenšení odchylky je tento postup opakován v iteraci 2c.

7.1.4. Iterace 2c

Model

Model pro iteraci 2c je převzat z kapitoly 7.1.2, v modelu jsou upraveny výchozí půdorysné polohy uzlů dle předpisu:

$$[x_{i,2c} = x_{i,2} - D_{x,i,2b}; y_{i,2c} = y_{i,2} - D_{y,i,2b}; z_{i,2c} = z_{i,2}].$$

Hodnota plošného zatížení kolmého ke střednicové rovině je 2420 kN/m².

Výsledky

Výsledná poloha uzlů konstrukce získána součtem souřadnic uzlů a jejich nelineárních deformací je:

$$[x'_{i,2c} = x_{i,2c} + D_{x,i,2c} \approx x_{i,1}, y'_{i,2c} = y_{i,2c} + D_{y,i,2c} \approx y_{i,1}, z'_{i,2c} = z_{i,2c} + D_{z,i,2c}].$$

Maximální vzepětí výsledného tvaru je 2,166 + 0,334 = 2,500 m. Rozdíl půdorysných odchylek mezi výchozí a finální konstrukcí činí méně než 1 mm, tedy odchylka je řádově menší než je přesnost souřadnic uzlů.

7.2. Konstrukce uložená po obvodě

Konečným cílem je vyvinout konstrukci uloženou na čtyřech rohových podporách, vetknutou do obvodového trámu. Nalezení tvaru je provedeno za předpokladu dokonale neposuvného uložení okraje konstrukce. To konstrukce vetknutá do obvodového trámu, uložená na rohových podporách nesplňuje. Pro prověření vhodnosti nalezeného tvaru a pro případný následný popis změny statického působení konstrukce s obvodovým trámem je nejprve staticky analyzována skořepina s ideálními okrajovými podmínkami, tedy s dokonale neposuvným uložení po celém obvodě.

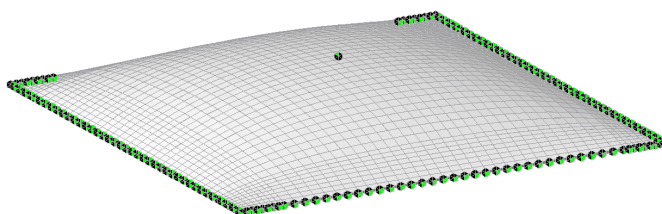
7.2.1. Model

Na základě série iterací popsaných v kapitole 7.1 je navržen tvar skořepinové konstrukce (obr. 7-5). Model konstrukce je vystavěn ze skořepinových prvků Thick Plate, dělení sítě odpovídá kapitole 7.1.2. Základní tloušťka skořepiny je 80 mm. Na základě zkušeností z [41] je podél obvodu konstrukce navržen náběh. Náběhování je modelováno prostřednictvím postupného zvětšování konstantní tloušťky jednotlivých prvků, s krokem 20 mm. Maximální tloušťka skořepiny podél hran konstrukce je 140 mm, v blízkosti rohu až 220 mm (obr. 7-6 a). Základní parametry modelu jsou uvedeny v tab. 7-3.

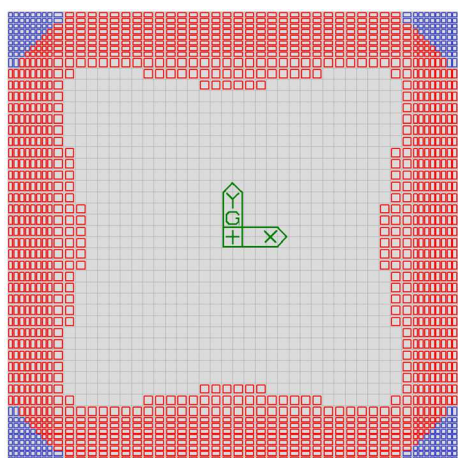
Konstrukce je neposuvně uložena ve všech obvodových uzlech, tj. v uzlech s nulovou z souřadnicí.

počet uzlů	2401
počet prvků	2304
typ prvku	Thick Plate
tloušťka skořepiny [m]	0.08 až 0.22
materiál	beton C 30/37 (viz tab. a-1)
hmotnost konstrukce [t]	107,92

Tab. 7-3 Základní údaje o modelu



Obr. 7-5 Model – axonometrie



a

b



Obr. 7-6 Model – a) půdorys s vyznačenými náběhy (0,1–0,14 m červeně, 0,16–0,22 m modře), b) bokorys

7.2.2. Zatížení

SW-Vlastní tíha

Vlastní tíha je generována výpočetním programem na základě objemové hmotnosti a rozměrů konstrukce.

SN1 – Sníh 1

Pro konstrukci jsou definovány tři zatěžovací stavy typu sníh. Je předpokládáno, že konstrukce se nachází ve III. sněhové oblasti, tj. v oblasti s charakteristickou hodnotou zatížení sněhu na zemi $1,5 \text{ kN/m}^2$. V normě [42] neexistují zatěžovací schémata pro obdobné střechy, proto jsou vhodně interpretována schémata pro střechy válcové.

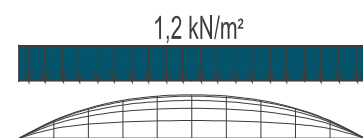
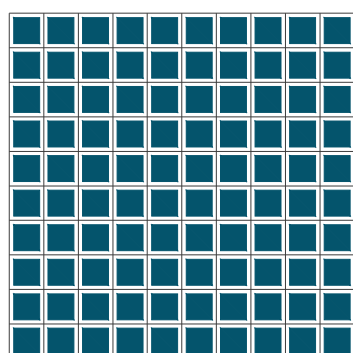
Zatěžovací stav SN1 je definován schématem popsáním v kapitole 5.3.5, normy [42], „případ i“. Zatížení intenzity $1,2 \text{ kN/m}^2$ je rovnoměrně rozděleno po ploše střechy (obr. 7-7).

SN2 – Sníh 2

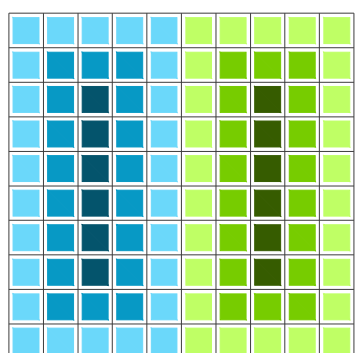
Zatěžovací stav SN2 je určen na základě schématu popsaného v kapitole 5.3.5, normy [42], „případ ii“. Rozdělení zatížení sněhem je na každé z polovin konstrukce trojúhelníkového charakteru s nulovými hodnotami při okraji a uprostřed rozpětí a maximální hodnotou ve čtvrtinách rozpětí. Zatížení na jednotlivých polovinách je nesymetrické, ve vzájemném poměru intenzit zatížení 1:2. Rozložení sněhu je znázorněno na obr. 7-8.

SN 3 – Sníh 3

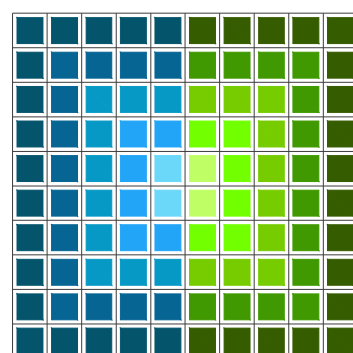
Pro zatěžovací stav SN3 je použito schéma dle normy [42] NA 2.19. Zatížení sněhem je na každé z polovin trojúhelníkového charakteru s nulovými hodnotami uprostřed rozpětí a maximální hodnotou při okraji. Zatížení na jednotlivých polovinách je nesymetrické, ve vzájemném poměru intenzit zatížení 1:2. Rozložení sněhu je znázorněno na obr. 7-9.



Obr. 7-7 Symetrické zatížení sněhem SN 1



Obr. 7-8 Nesymetrické zatížení sněhem SN 2



Obr. 7-9 Nesymetrické zatížení sněhem SN 3

7.2.3. Výsledky

Ze čtyř výše uvedených zatěžovacích stavů jsou vytvořeny čtyři nelineární kombinace zatížení – samotná vlastní tíha konstrukce a vlastní tíha společně v kombinaci s jednotlivými případy zatížení sněhem.

Konstrukce je analyzována geometricky nelineárním výpočtem. Vybrané výsledky jsou prezentovány v následujícím textu, ostatní výsledky jsou uvedeny v příloze E.

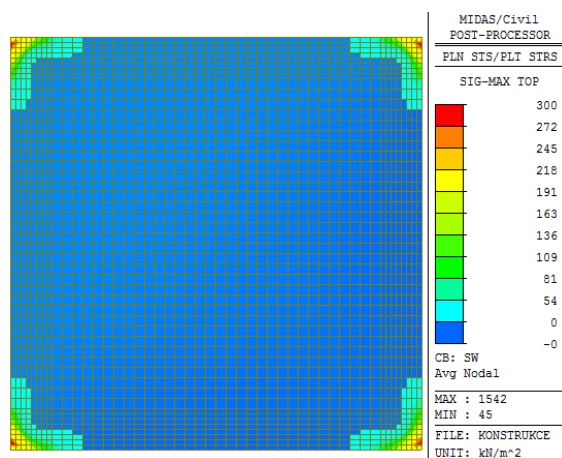
Vlastní tíha (SW)

Z průběhů hlavních napětí na konstrukci obr. 7-10 až obr. 7-13 je patrné, že konstrukce je namáhána převážně tlakem, to značí převažující vliv membránových (normálových) sil nad ohybovými momenty.

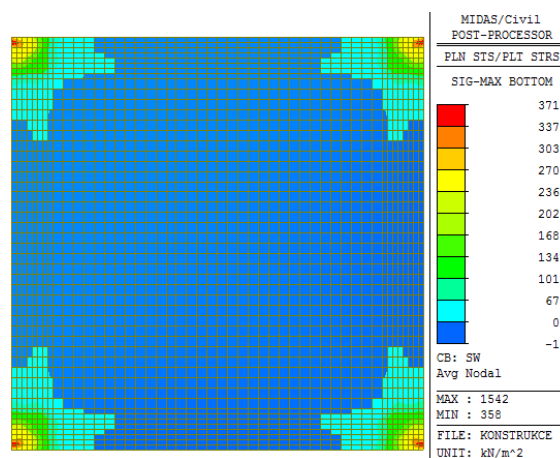
Membránové působení rovněž dokládá průběh deformací. Svislá deformace D_z (obr. 7-15) je při rozpětí 20 m a při zatížení vlastní tíhou (cca 2 kN/m²) pouze -0,2 mm.

V rozích konstrukce, jak již bylo zmíněno v kapitole 2.6.1 v části „Pneumatické tvary“, vzhledem ke změně křivosti, dochází ke koncentracím napětí. Koncentrace napětí je odstranitelná zaoblením rohů, proto slovní popis výsledků nezahrnuje oblast předpokládaného konstrukční zaoblení.

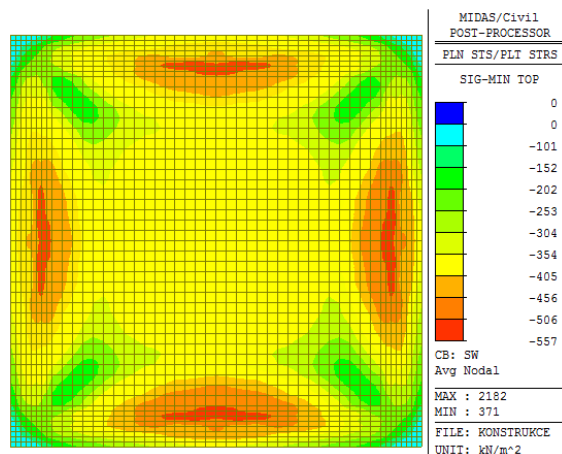
Z reakcí (obr. 7-16 a obr. 7-17) je patrné, že dominantní část zatížení vlastní tíhou je přenášena do podpor ve střední části podporované hrany konstrukce.



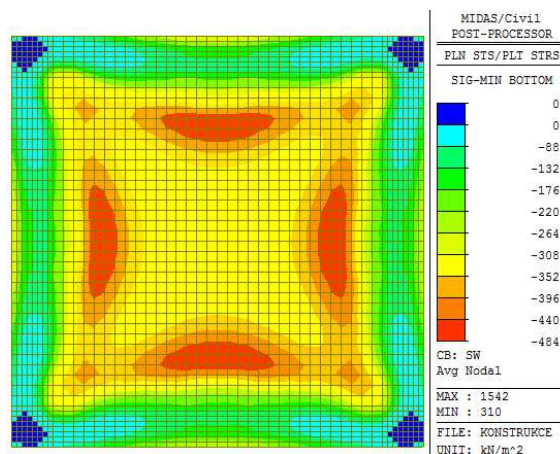
Obr. 7-10 Hlavní napětí $\sigma_{1,horní}$, [kPa], SW



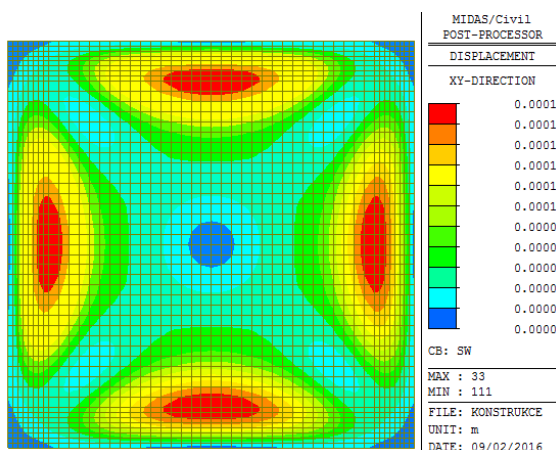
Obr. 7-11 Hlavní napětí $\sigma_{1,spodní}$, [kPa], SW



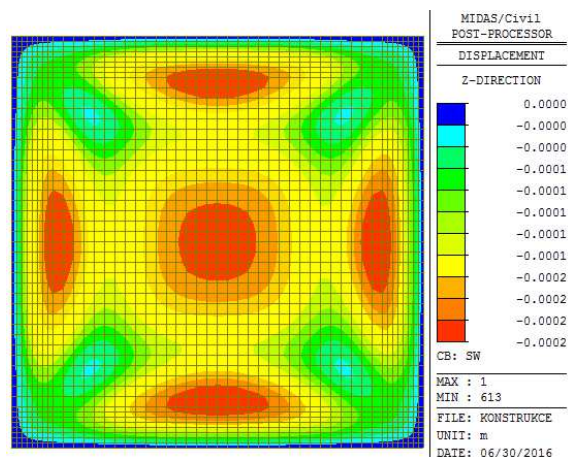
Obr. 7-12 Hlavní napětí $\sigma_{2,horní}$, [kPa], SW



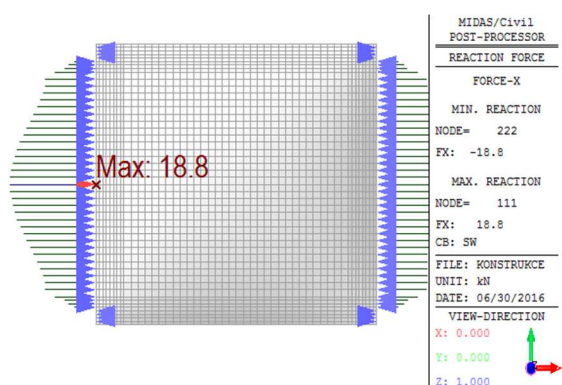
Obr. 7-13 Hlavní napětí $\sigma_{2,spodní}$, [kPa], SW



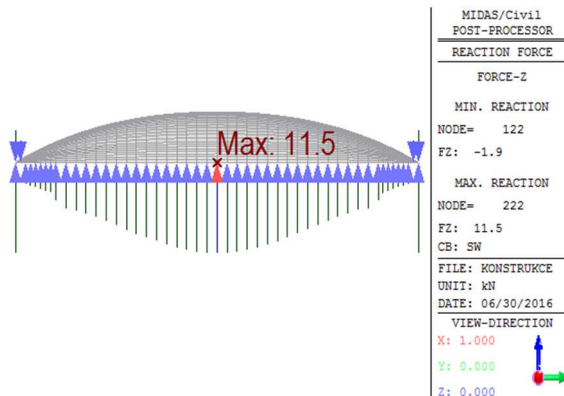
Obr. 7-14 Deformace D_{xy} [m], SW



Obr. 7-15 Deformace D_z [m], SW



Obr. 7-16 Reakce R_x [kN], SW



Obr. 7-17 Reakce R_z [kN], SW

Kombinace vlastní tíhy se zatížením sněhem

Ani při jedné z kombinací vlastní tíhy se zatížení sněhem není, v porovnání se samotnou vlastní tíhou, zaznamenán výrazný nárůst deformací a napětí. Konstrukce zůstává převážně tlačená, lépe řečeno netažená, protože maximální hodnoty hlavního napětí σ_1 na velké části skořepiny dosahují pouze jednotek pascalů. Minimální hodnota hlavního napětí σ_2 je $-0,85$ MPa a extrémní svislá deformace D_z $-0,5$ mm.

Závěr

Při zatížení vlastní tíhou není konstrukce významně ohybově namáhána a nachází se v membránovém stavu. Kombinace obsahující zatížení sněhem, obzvláště nesymetrickým, mají na statické působení konstrukce negativní vliv. I přesto se tlaková a tahová napětí pohybují v řádech desetin megapascalů a deformace v řádech desetin milimetrů.

Na základě analýzy neposuvně uložené konstrukce lze konstatovat, že tvar konstrukce i konstrukce samotná jsou, s ohledem na membránové působení při zatížení vlastní tíhou a statické chování při přitížení nahodilým zatížením, navrženy vhodně.

7.3. Konstrukce vetknutá do předpjatého obvodového trámu

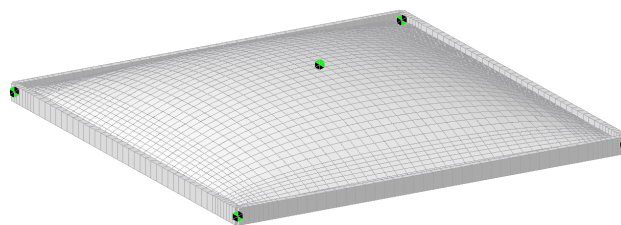
V této kapitole je analyzována konstrukce s předpjatým obvodovým trámem. Předpjatý obvodový trám nahrazuje neposuvné uložení. Dle [25] lze tuto náhradu provést jenom částečně, protože předpjatý obvodový trám netvoří dokonale tuhou podporu a navíc kabel vnáší do skořepiny osovou sílu.

7.3.1. Model

Geometrie modelu a tloušťka skořepiny je převzata z kapitoly 7.2. V modelu je nahrazeno liniového podepření obvodovým trámem. Konstrukce je uložena v rozích, kde je zabráněno posunu ve směru globální osy z (obr. 7-18). Obvodový trám je modelován prutovými prvky typu Beam obdélníkového průřezu 300/800 mm. Materiál konstrukce je beton třídy C 40/50. Základní parametry modelu jsou uvedeny v tab. 7-4.

počet uzlů	2401
počet prvků	2304/192
typ prvku	Thick Plate/Beam
tloušťka skořepiny [m]	0.08–0.22
rozměr trámu [m]	0,3/0,8
materiál	beton C 40/50 (viz tab. a-2)
hmotnost konstrukce [t]	155,92

Tab. 7-4 Základní údaje o modelu

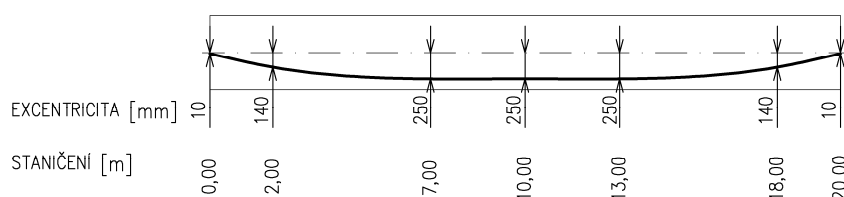


Obr. 7-18 Model – axonometrie

7.3.2. Zatížení

Vyjma zatěžovacích stavů definovaných v kapitole 7.2.2 je výčet zatížení působících na konstrukci rozšířen o zatěžovací stav předpětí, který je rovněž doplněn ke každé ze čtyř kombinací zatížení.

P – Předpětí



Obr. 7-19 Trasování kabelu

Stanovení vhodné geometrie kabelu a hodnoty předpínací síly je relativně komplikovaná úloha, protože dochází k interakci mezi skořepinou a obvodovým trámem. Navíc náhradou neposuvného uložení poddajným obvodovým trámem je změněno statické působení skořepiny. Proto nelze pro návrh předpětí využít průběhů reakcí popsanych v kapitole 7.2.3, zatížení je dominantním způsobem přenášeno do obvodového trámu v blízkosti rohů (viz kapitola 7.3.3, část „Konstrukce bez předpětí“). Proto optimální

geometrie kabelu a přiměřená hodnota předpínací síly je stanovena v několika iteračních krocích (není součástí práce).

Kabel je ve svislé rovině trasován dle obr. 7-19, ve vodorovné rovině je kabel přímý, umístěný v ose symetrie průřezu. Hodnota předpínací síly P je 3200 kN.

Předpětí je realizováno 15lannými kabely z oceli Y 1860 S7, každý o ploše průřezu $A_p = 2250 \text{ mm}^2$. Kabely jsou vedeny kabelovými kanálky průměru 90 mm a jsou napínány oboustranně. Hodnota pokluzu v kotvách je uvažována hodnotou 6 mm, koeficient tření v zakřiveném úseku je 0,2 a koeficient tření v přímé 0,001 m^{-1} . Základní parametry předpětí jsou uvedeny v tab. a-3.

7.3.3. Výsledky

Konstrukce je analyzována geometricky nelineárním, respektive časově závislým výpočtem. Vzhledem k tomu, že Midas Civil neumožňuje provést geometricky nelineární časově závislou analýzu skořepinových konstrukcí, je pro vybrané zatěžovací stavy rovněž provedena lineární analýza, jejíž pomocí je stanoven orientační vliv II. řádu na napětí a deformace. Pokud vliv účinků II. řádu nepřesáhne 10 % účinků I. řádu, jsou účinky II. řádu v případě časově závislého výpočtu zanedbány.

Vybrané výsledky jsou prezentovány v následujícím textu, ostatní výsledky jsou uvedeny v příloze E.

Konstrukce bez předpětí

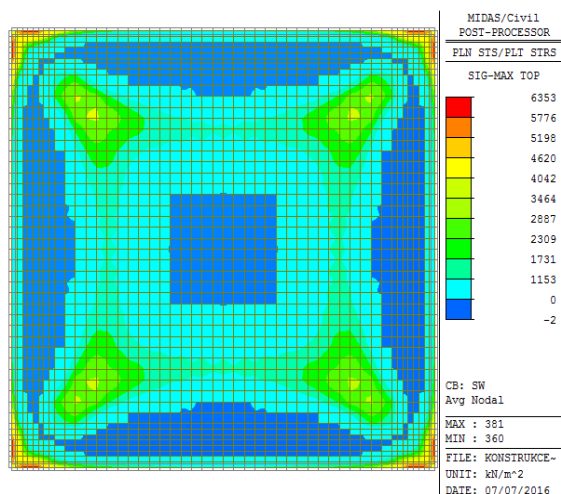
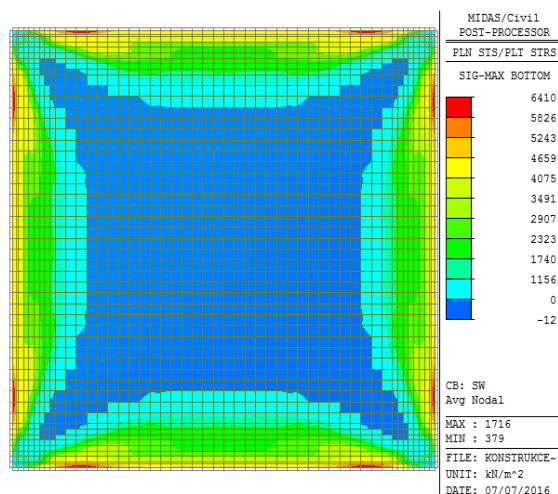
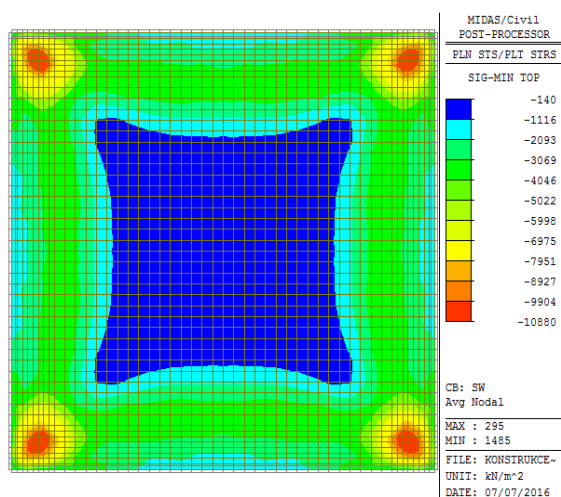
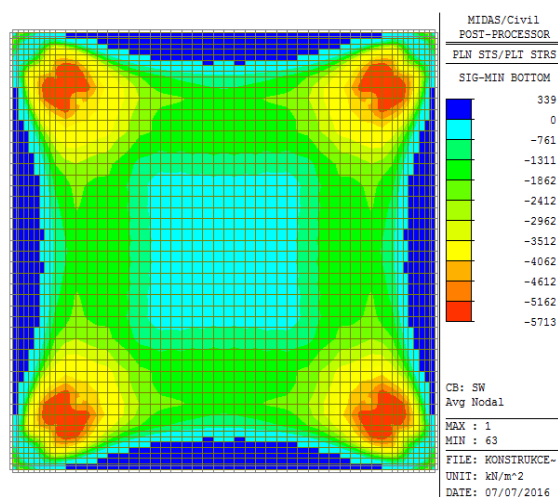
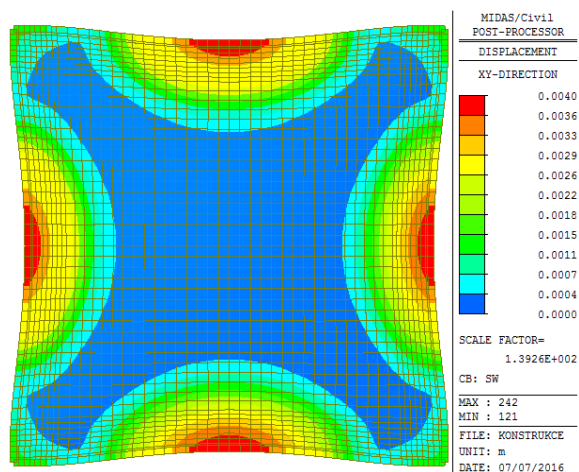
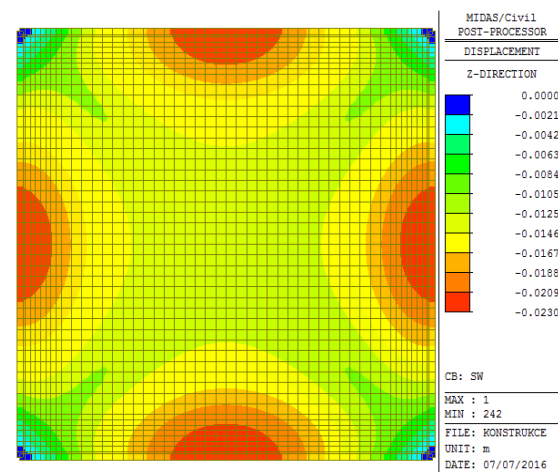
Aby bylo zřejmé statické působení konstrukce s novým uspořádáním, je nejdříve analyzována konstrukce bez předpětí.

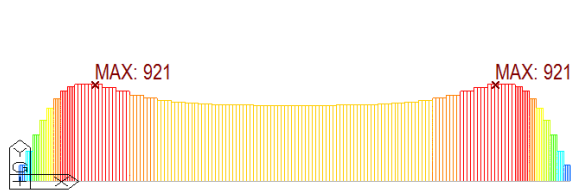
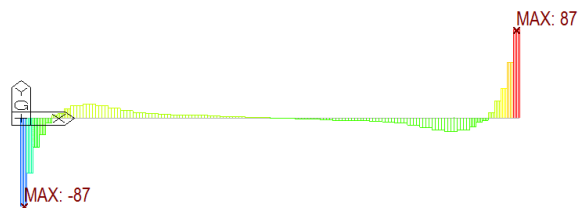
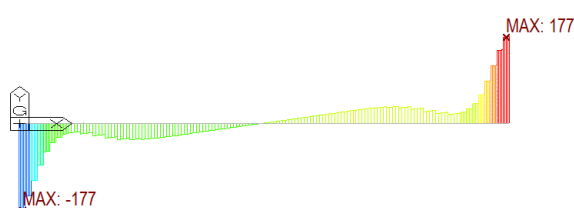
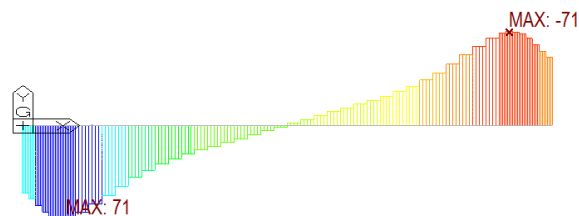
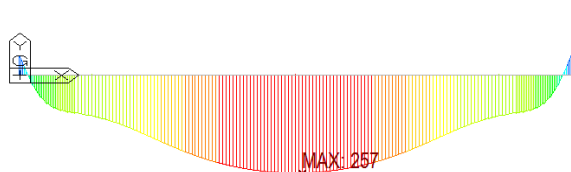
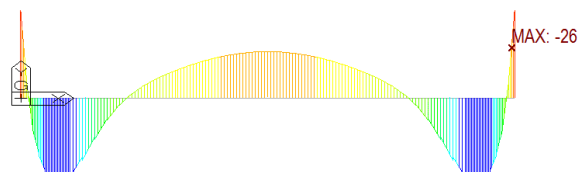
Z průběhu hlavních napětí (obr. 7-20 až obr. 7-23) vyplývá, že je skořepina značně namáhána ohybovými momenty. Maximální hlavní napětí σ_1 dosahují hodnoty +6,4 MPa. Hodnota průměrné tahové pevnosti betonu $f_{ctm} = 3,5 \text{ MPa}$ je překročena téměř dvojnásobně. To s ohledem na vývoj konstrukce bez významných trhlin lze pokládat za nepřípustné.

Z hlediska velikosti deformací nevykazuje konstrukce nepřiměřené hodnoty, extrémní svislá deformace D_z je pouze -23 mm (obr. 7-25). Pozoruhodný je však směr vodorovných deformací D_{xy} (obr. 7-24). Vodorovné deformace směřují do středu konstrukce, to je v rozporu s poznatky o statickém působení konstrukce získaných v kapitole 7.2.3. Dle směru vodorovných reakcí (obr. 7-16) by bylo oprávněné očekávat opačný směr deformace.

Neočekávané statické působení vykazuje rovněž průběh svislých posouvajících sil V_z (obr. 7-28). Nejstrmější nárůst hodnoty posouvající síly, čili největší transfer zatížení ze skořepiny do obvodového trámu, je lokalizován v oblasti do 2 m od podpory. To je v rozporu s působením konstrukce uložené neposuvně, kdy největší přenos zatížení do liniové podpory je v jejím středu (obr. 7-17).

Na základě popsání zjištění lze vyvodit závěr, že obvodový trám nepředstavuje ekvivalentní náhradu neposuvnému uložení. Konstrukce s obvodovým trámem vykazuje ze statického hlediska zcela jiné působení než konstrukce uložená neposuvně. To i přes to, že tvarově, pomineme-li obvodový trám, se jedná o konstrukce naprosto shodné. Je tedy potvrzen závěr z [25]. Tedy že u konstrukce s předpjatým obvodovým trámem nelze dosáhnout stavu napjatosti odpovídající konstrukci neposuvně uložené. Nicméně pomocí vhodného trasování kabelu a vhodné velikosti předpínací síly lze nalézt jiný stav napjatosti, který se bude membránovému působení alespoň přibližovat.

Obr. 7-20 Hlavní napětí $\sigma_{1,horni}$, [kPa], SWObr. 7-21 Hlavní napětí $\sigma_{1,spodni}$, [kPa], SWObr. 7-22 Hlavní napětí $\sigma_{2,horni}$, [kPa], SWObr. 7-23 Hlavní napětí $\sigma_{2,spodni}$, [kPa], SWObr. 7-24 Deformace D_{xy} [m], SW
měřítko deformace 139,3Obr. 7-25 Deformace D_z [m], SW

Obr. 7-26 Normálová síla F_x [kN], SWObr. 7-27 Posouvající síla V_y [kN], SWObr. 7-28 Posouvající síla V_z [kN], SWObr. 7-29 Torzní moment M_x [kNm], SWObr. 7-30 Ohybový moment M_y [kNm], SWObr. 7-31 Ohybový moment M_z [kNm], SW

Vlastní tíha + Předpětí

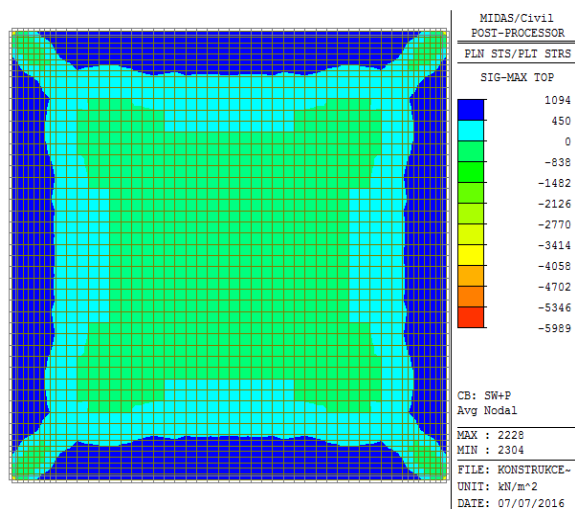
Po předepnutí konstrukce poklesla maximální hodnota hlavních napětí σ_1 pod hodnotu +1,25 MPa (obr. 7-33). Hlavní napětí σ_1 jsou tedy výrazně nižší než průměrná tahová pevnost betonu $f_{ctm} = 3,5$ MPa, takže trhliny při této kombinaci zatížení nevzniknou.

U hlavních napětí σ_2 je minima -10 MPa dosaženo v blízkosti podpor (obr. 7-34, obr. 7-35). Absolutní hodnota tlakového napětí je pod hranicí, při které beton nelineárně dotvaruje $k_2 f_{ck} = 0,45 \times 40 = 18$ MPa.

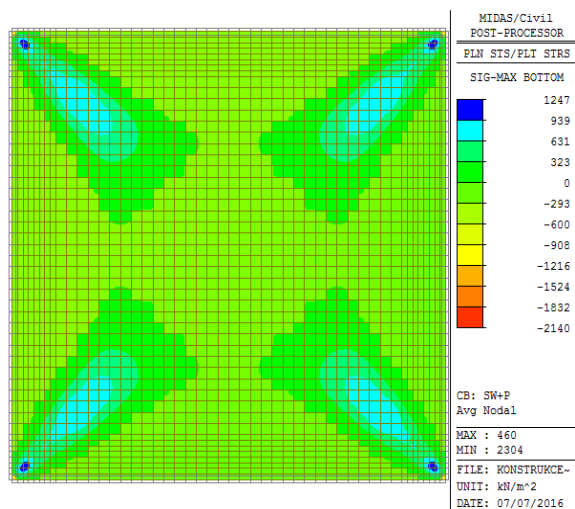
Předpětí způsobuje svislé nadvýšení konstrukce a obvodového trámu uprostřed rozpětí o 14 mm (obr. 7-37). Půdorysné deformace ve vodorovném směru s extrémem v podpoře dosahují hodnoty až 3 mm (obr. 7-36).

Předepnutí obvodového trámu má vliv na změnu extrémní hodnoty ohybového momentu M_y z +257 kNm na hodnotu -143 kNm (obr. 7-42). Další podstatným důsledkem předpětí je změna hodnoty normálové síly F_x , která z původních maximální hodnoty +921 kN poklesla na hodnoty v intervalu -1519 kN až -2110 kN (obr. 7-38).

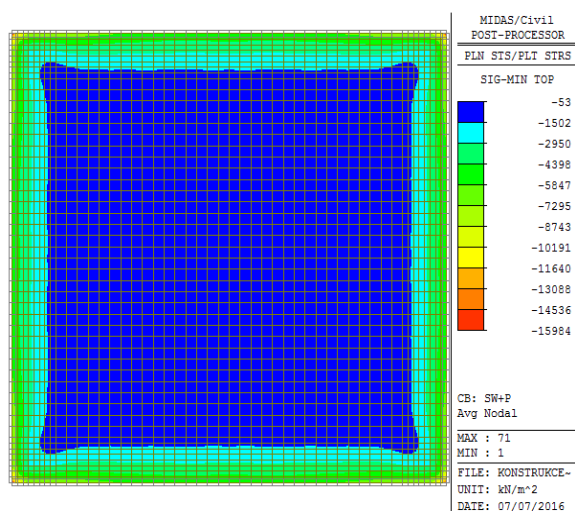
Z hlediska potenciálního vzniku tahových trhlin a nelineárního dotvarování v obvodovém trámu je nejkritičtější stav napjatosti na začátku životnosti. Ve všech částech obvodového trámu se napětí v betonovém průřezu pohybují v intervalu -1,85 MPa až -13,25 MPa. Předpětí lze jednoznačně klasifikovat jako *plné*, tím je primárně zajištěna odolnost proti vzniku trhlin. Extrémní tlakové napětí nedosahuje hodnoty, při které beton nelineárně dotvaruje.



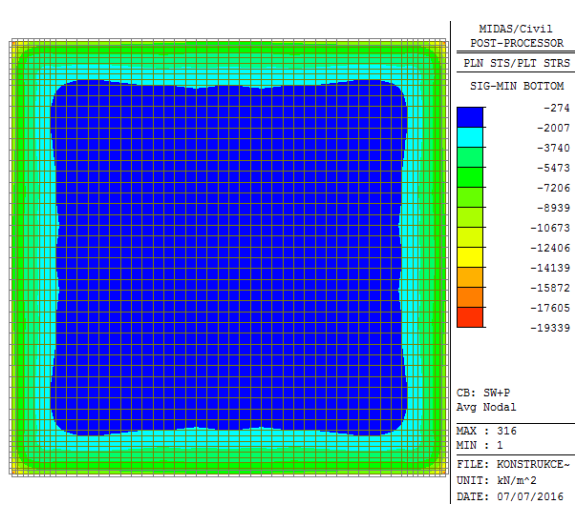
Obr. 7-32 Hlavní napětí $\sigma_{1,horní}$, [kPa],
SW+P



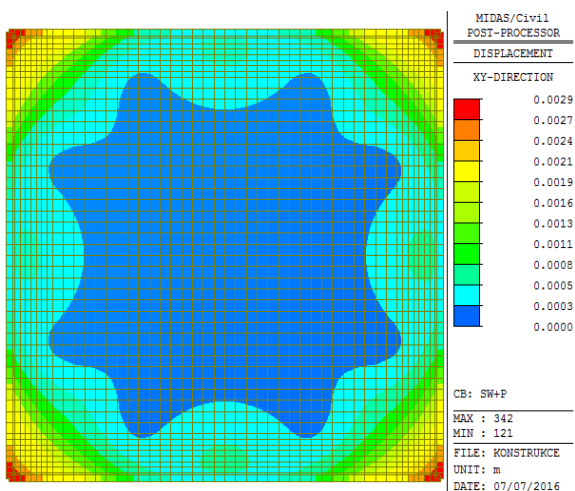
Obr. 7-33 Hlavní napětí $\sigma_{1,spodní}$, [kPa],
SW+P



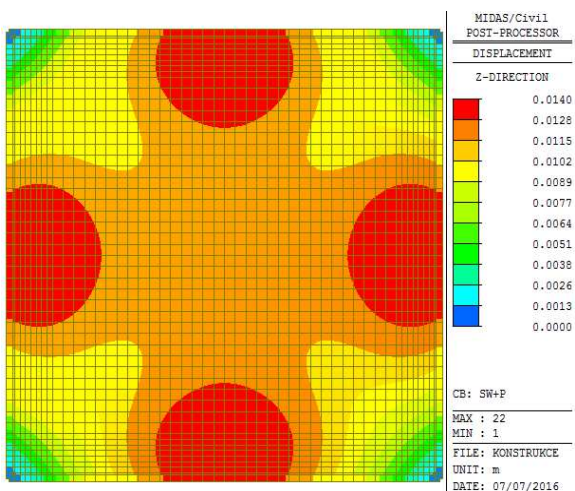
Obr. 7-34 Hlavní napětí $\sigma_{2,horní}$, [kPa],
SW+P



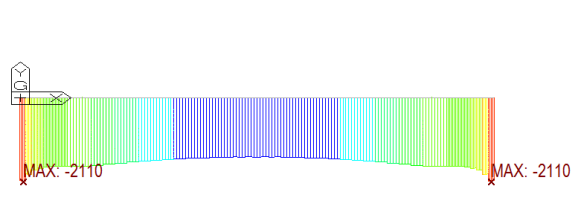
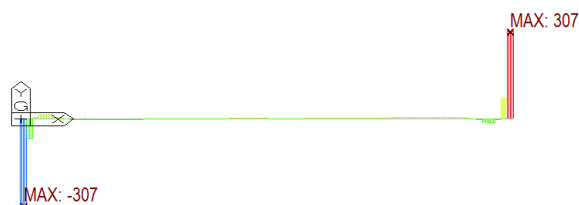
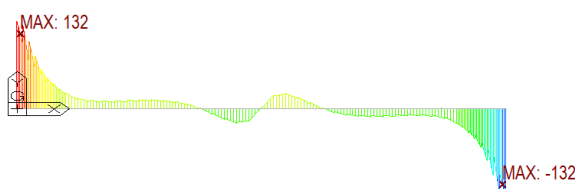
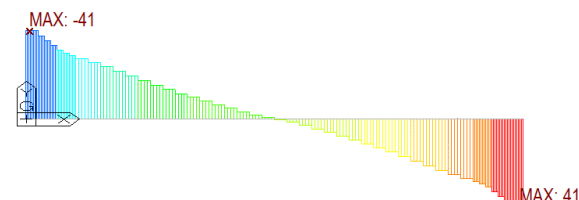
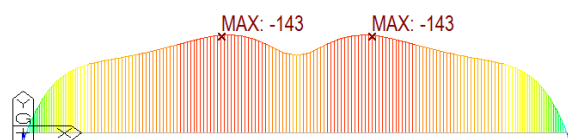
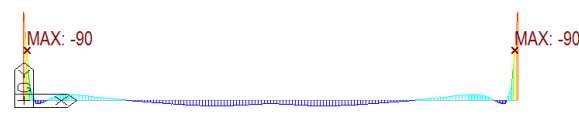
Obr. 7-35 Hlavní napětí $\sigma_{2,spodní}$, [kPa],
SW+P



Obr. 7-36 Deformace D_{xy} [m], SW+P



Obr. 7-37 Deformace D_z [m], SW+P

**Obr. 7-38** Normálová síla F_x [kN], SW+P**Obr. 7-39** Posouvající síla V_y [kN], SW+P**Obr. 7-40** Posouvající síla V_z [kN], SW+P**Obr. 7-41** Torzní moment M_x [kNm], SW+P**Obr. 7-42** Ohybový moment M_y [kNm], SW+P**Obr. 7-43** Ohybový moment M_z [kNm], SW+P

Kombinace vlastní tíhy a předpětí se zatížením sněhem na začátku životnosti

V jednotlivých kombinacích vlastní tíhy a předpětí společně se zatížením sněhem je při spodním povrchu dosaženo maximální hodnoty hlavního napětí $\sigma_{1, \text{spodní}} = +2,3$ MPa. To je méně než hodnota průměrné tahové pevnosti betonu $f_{ctm} = 3,5$ MPa. Při horním povrchu není dosaženo významných hodnot tahových napětí.

Minimální hodnota hlavního napětí σ_2 je $-11,5$ MPa, jeho absolutní hodnota je pod hodnotou kritického napětí betonu v tlaku $k_1 f_{ck} = 0,6 \times 40 = 24$ MPa.

Svislé deformace v žádném ze zatěžovacích stavů neodčerpají nadvýšení skořepinové konstrukce, které vzniklo v důsledku předpětí. Maximální svislý pokles od přitížení sněhem je cca -7 mm a je lokalizován uprostřed obvodového trámu. Z toho plyne, že maximální hodnota nadvýšení obvodového trámu poklesla z původních 14 mm na minimálně 7 mm. Vodorovné deformace nevykazují významné změny v porovnání s kombinacemi bez zatížení sněhem.

U obvodového trámu po instalaci zatížení sněhem vzrostl minimální ohybový moment M_y na hodnotu -69 kNm, hodnota normálové síly je ovlivněna pouze minimálně.

Lineární výpočet

Midas Civil neumožňuje provést geometricky nelineární, časově závislou analýzu plošných konstrukcí. Proto kromě geometricky nelineárního výpočtu je proveden i lineární výpočet. Na základě obou výpočtů je stanovena orientační hodnota vlivu II. řádu na napětí a deformace. Pokud vliv účinků II. řádu nepřesáhne 10% účinků I. řádu, jsou účinky II. řádu v časově závislé analýze zanedbány.

Vliv II. řádu je vyčíslen pro dvě kombinace zatížení: SW + P a SW + P + SN3, jejichž lineární průběhy napětí a deformací jsou uvedeny v příloze E. Vliv II. řádu je stanovena na základě změny maximální velikosti svislé deformace D_z .

Stanovení vlivu II. řádu je na konstrukci s předpětím relativně komplikované. Jak předpětí, tak zatížení způsobují relativně velké deformace o velikosti několika centimetrů, avšak opačné orientace (cca 36 mm vs., cca -31 mm), jejichž součet se přibližuje hodnotě 0, tzn. hodnotou malá odchylka mezi lineárním a nelineárním výpočtem znamená velký relativní rozdíl a způsobuje zdánlivě velký vliv II. řádu.

Aby tomuto nežádoucímu efektu bylo zabráněno, je za výchozí geometrii konstrukce považována zdeformovaná konstrukce od samotného předpětí. Předpětí způsobuje nadvýšení konstrukce 35,8 mm pro lineární výpočet, respektive 36,9 mm pro nelineární výpočet. Přetížení vlastní tíhou způsobí pokles na 13,1 mm, respektive na 14,0 mm, tzn. změnu deformace 22,7 mm, respektive 22,9 mm. Vliv II. řádu je tedy:

$$(22,9 - 22,7) / 22,7 \times 100 = 0,9 \%$$

Pro kombinaci zatížení SW + P + SN3 je, vzhledem ke shodným hodnotám změny deformace, vliv II. řádu 0 %. Stanovení vlivu II. řádu a vyčíslení rozhodujících veličin je prezentováno v tab. 7-5. Pro kombinace zatížení SW + P a SW + P + SN3 lze konstatovat, že vliv II. řádu je zanedbatelný. Vzhledem k tomu, že samotné předpětí vykazuje největší rozdíl deformací, je vliv II. řádu vyčíslen i pro ně:

$$(36,9 - 35,8) / 35,8 \times 100 = 3,1 \%$$

Avšak ani tato hodnota nepřekračuje limitní hodnotu 10 %.

Na základě tohoto zjednodušeného výpočtu, na takto komplikované konstrukci, nelze jednoznačně tvrdit, že v některých částech konstrukce, pro některou ze sledovaných veličin, nemůže být účinek II. řádu větší než 10 % účinků I. řádu. Vzhledem k tomu, že práce neslouží jako podklad pro dimenzování, ale je pouze studií statického působení jsou účinky II. řádu v časově závislém výpočtu zanedbány.

kombinace zatížení	nadvýšení předpjaté konstrukce lin. / nelin. výpočet [mm]	nadvýšení zatížené konstrukce lin. / nelin. výpočet [mm]	změna deformace lin. / nelin. výpočet [mm]	vliv II. řádu
SW + P	35,8/36,9	13,1/14	22,7/22,9	0,9 %
SW + P + SN3	35,8/36,9	5,2/6,3	30,6/30,6	0 %

Tab. 7-5 Stanovení vlivu II. řádu

Vlastní tíha + Předpětí (100 let)

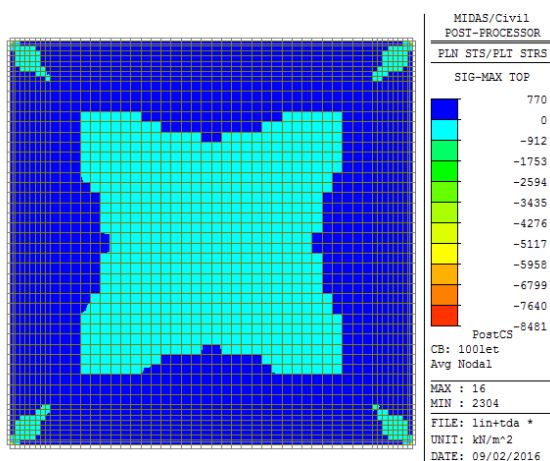
Hodnoty proměnných ovlivňující reologické chování konstrukce, stejně jako předpisy, které je popisují, jsou uvedeny v kapitole 4.2.

Na podkladě vlivu dotvarování, smrštění betonu a relaxace předpínací výztuže narůstá hodnota normálové síly na konci životnosti o cca 20%. Hodnota tlakové normálové síly F_x v obvodovém trámu se pohybuje v rozsahu -1804 kN až -1260 kN (obr. 7-50). Důsledkem

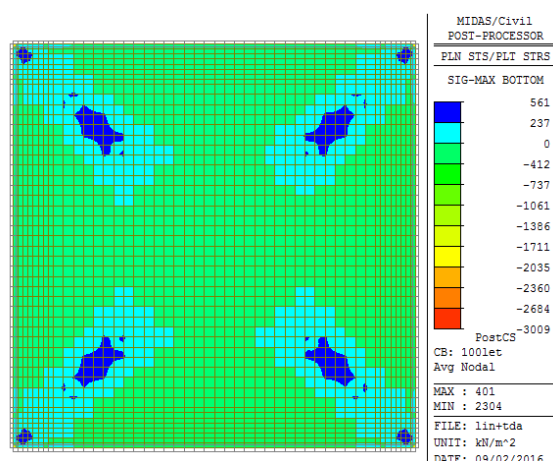
nárůstu předpínací síly je rovněž nárůst ohybového momentu M_y , jehož extrémní záporná hodnota je -95 kNm (obr. 7-54).

Díky, po celou dobu životnosti převládajícímu vlivu předpětí nad vlastní tíhou a v důsledku dotvarování vzrostla svislá deformace (nadvýšení) uprostřed obvodového trámu až na 29 mm (obr. 7-49). Deformace ve vodorovném směru s extrémem v místě podpor dosahuje hodnoty až 9 mm (obr. 7-48).

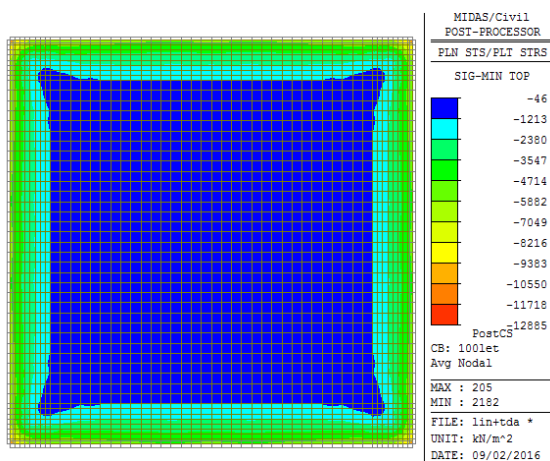
Z hlediska hlavních napětí σ_1 klesá jejich maximální hodnota jak v horních, tak spodních vláknech skořepiny. Maximální hodnota při horním povrchu $\sigma_{1,horní}$ je $+0,77 \text{ MPa}$, při spodním povrchu $\sigma_{1,spodní} = +0,56 \text{ MPa}$ (obr. 7-44 a obr. 7-45). V hlavních napětích σ_2 nedochází z hlediska reologie k podstatným změnám (obr. 7-46 a obr. 7-47).



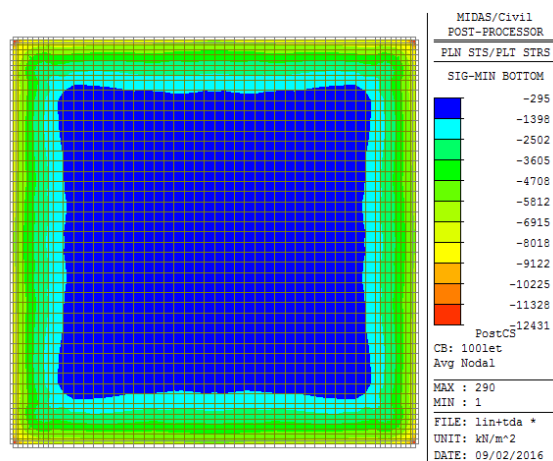
Obr. 7-44 Hlavní napětí $\sigma_{1,horní}$, [kPa],
SW+P(na konci životnosti – 100 let)



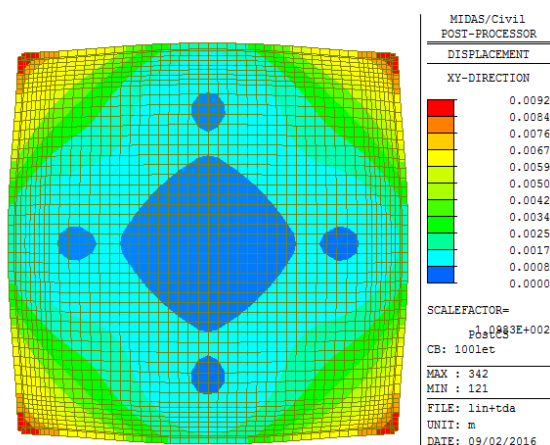
Obr. 7-45 Hlavní napětí $\sigma_{1,spodní}$, [kPa],
SW+P(na konci životnosti – 100 let)



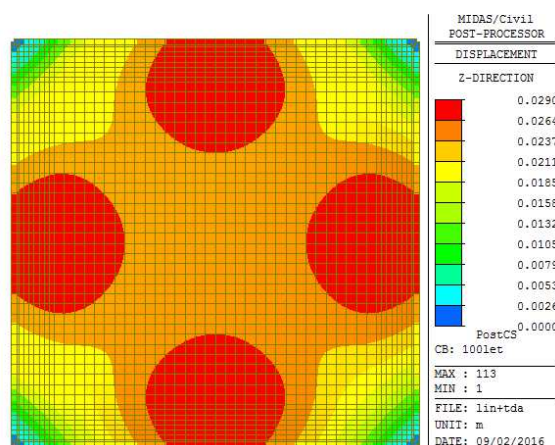
Obr. 7-46 Hlavní napětí $\sigma_{2,horní}$, [kPa],
SW+P(na konci životnosti – 100 let)



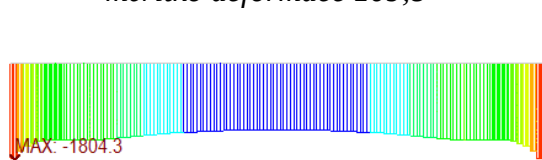
Obr. 7-47 Hlavní napětí $\sigma_{2,spodní}$, [kPa],
SW+P(na konci životnosti – 100 let)



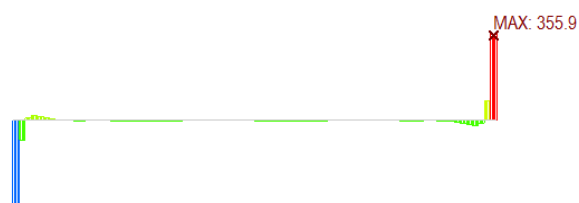
Obr. 7-48 Deformace D_{xy} [m],
SW+P(na konci životnosti – 100 let),
měřítko deformace 109,8



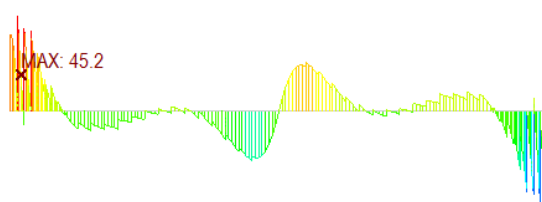
Obr. 7-49 Deformace D_z [m],
SW+P(na konci životnosti – 100 let)



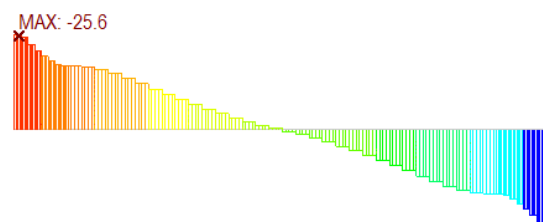
Obr. 7-50 Normálová síla F_x [kN],
SW+P(na konci životnosti – 100 let)



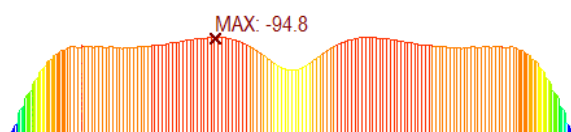
Obr. 7-51 Posouvající síla V_y [kN],
SW+P(na konci životnosti – 100 let)



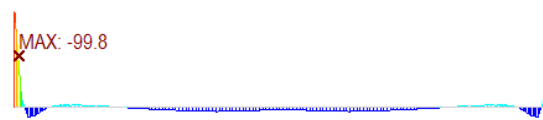
Obr. 7-52 Posouvající síla V_z [kN],
SW+P(na konci životnosti – 100 let)



Obr. 7-53 Torzní moment M_x [kNm],
SW+P(na konci životnosti – 100 let)



Obr. 7-54 Ohybový moment M_y [kNm],
SW+P(na konci životnosti – 100 let)



Obr. 7-55 Ohybový moment M_z [kNm],
SW+P(na konci životnosti – 100 let)

Kombinace vlastní tíhy a předpětí se zatížením sněhem na konci životnosti

Na podkladě reologických vlivů dochází ke změně napjatosti a deformací rovněž při přitížení konstrukce nahodilým zatížením. Pokles předpínací síly, v porovnání se stavem na počátku životnosti, vyvolává nárůst hlavního napětí σ_1 při spodním povrchu až o 0,7 MPa, tzn. lokální růst maximálního napětí $\sigma_{1,horní}$ až na +1,55 MPa.

Při spodním povrchu se maximální hodnota hlavních napětí $\sigma_{1,spodní}$ zmenšila o 0,65 MPa na hodnotu 1,65 MPa.

V nejnepríznivější kombinaci zatížení poklesne obvodový trám uprostřed rozpětí a přilehlá část skořepiny až o -9 mm. Přesto je zachováno nadvýšení minimálně o 20 mm.

Hodnota ohybového momentu M_y , v obvodovém trámu se pohybuje v rozsahu -71 kNm až $+21$ kNm. Normálová tlaková síla F_x nevroste nad -960 kN.

7.4. Stabilita konstrukce

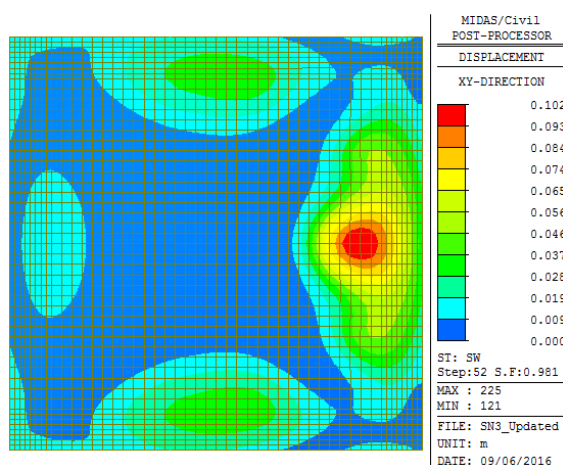
Nedílnou součástí posouzení tlačných konstrukcí je výpočet stability. Numerickým výpočtem je ověřováno, zda ztráta stability konstrukce nastane při výrazně vyšší než projektované úrovni zatížení. Rovněž je žádoucí, aby ztrátě stability předcházel nadměrný rozvoj trhlin, deformací a dosažení mezních napětí v materiálu konstrukce.

Pro analýzu stability jsou vytvořeny tři stabilitní kombinace. Jedná se o zatížení *neměnným* zatížením – vlastní tíhou a předpětím a *proměnným* zatížením – vždy jeden ze tří zatěžovacích stavů typu sněh. Kombinace jsou vytvořeny ve smyslu [37], dle pravidel pro mezní stav únosnosti.

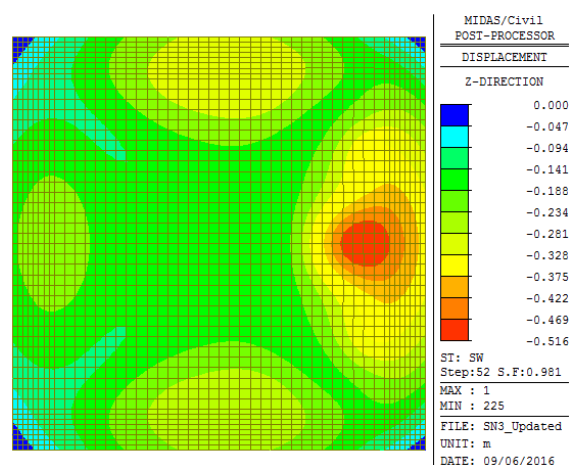
Na základě postupu uvedeného v kapitole 4.4, vzorce (4.10) a hodnoty rozpětí $l = 20,0$ m, je určena maximální imperfekce $e_i = 33$ mm. Lineární stabilitní analýzou je pro každou kombinaci zatížení určen první vlastní tvar, jehož normovaný průběh slouží pro vytvoření imperfektního tvaru modelu konstrukce geometricky nelineárních výpočtů stability.

Z nelineární analýzy stability vyplývá, že nejkritičtějším zatížením je kombinace vlastní tíhy a předpětí společně se zatížením sněhem SN3 ($1,35SW + P + 1,5\lambda SN3$). Při této kombinaci zatížení konstrukce ztratí stabilitu pro zatížení přesahující 35 násobek výpočtového zatížení sněhem SN3.

Teoretické deformace, které jsou dosaženy před ztrátou stability, přesahují $0,5$ m (obr. 7-56, obr. 7-57). Tato deformace je zřejmě viditelná pouhým okem. Tím je z hlediska ztráty stability zajištěna bezpečnost uživatelům konstrukce. Dosažení této teoretické úrovně zatížení předchází vyčerpání únosnosti konstrukce a značný rozvoj trhlin.



Obr. 7-56 Deformace D_{xy} bezprostředně před ztrátou stability[m], $(1,35SW+P+1,5\lambda SN3)$



Obr. 7-57 Deformace D_z bezprostředně před ztrátou stability[m], $(1,35SW+P+1,5\lambda SN3)$

Součinitele kritického zatížení určené lineárním i nelineárním postupem jsou pro jednotlivé stabilitní kombinaci uvedeny v tab. 7-6.

výpočet	lineární	nelineární
konstrukce	ideální	imperfektní
zatížení	součinitel kritického zatížení λ	
1,35SW+P+1,5 λ SN1	112	44
1,35SW+P+1,5 λ SN2	135	48
1,35SW+P+1,5 λ SN3	93	35

Tab. 7-6 Součinitel kritického zatížení

7.5. Závěr

V kapitole 7 je navržena a staticky analyzována skořepinová konstrukce typu „Buckleschale“. Nejprve je iterativním způsobem nalezen výslednicový tvar. Následně je konstrukce staticky analyzovaná při ideálních okrajových podmínkách (dokonalém neposuvném uložení). Při zatížení vlastní tíhou je skořepina převažujícím způsobem namáhána membránovými silami. Membránové působení skořepiny je zachováno i při instalaci nahodilých zatížení. Napětí v konstrukci je rovnoměrné, v intervalu ± 1 MPa. Deformace jsou do 1 mm.

Ve třetí části kapitoly je navrženo zastřešení podporované obvodovým předpjatým trémem. Konstrukce v tomto uspořádání staticky působí výrazně odlišně, dochází k větší dominanci ohybových momentů a tím pádem i nárůstu napětí a deformací. Na druhou stranu je konstrukce navržena tak, že během celé doby životnosti, pro definovaná zatížení, není dosaženo mezního stavu únosnosti ani použitelnosti. Tahová napětí nedosahují průměrné hodnoty pevnosti betonu v tahu, takže lze předpokládat, že trhliny nevzniknou. Rovněž tlaková napětí nedosahují limitních hodnot.

8. Čerpací stanice, Deitingen Süd

Jako druhá studijní konstrukce je vybrána skořepina čerpací stanice Deitingen Süd. Zastřešení je tvořeno dvěma identickými skořepinami, tvaru rovnoramenného trojúhelníku, soustředěných kolem servisní budovy. Horizontální poloha vrcholů skořepiny je fixována důmyslným systémem táhel, který využívá symetrii dvou skořepin. Konstrukce, jejíž tvar byl získán pomocí modelové zkoušky se zavěšenou tkaninou, je podrobně popsána v kapitole 2.6.2 na straně 27.

Nalezení tvaru je provedeno MKP simulací modelové zkoušky se zavěšenou tkaninou. Metoda numerického nalezení tvaru vychází ze zásad popsaných v kapitole 6.

Analyzovaná je skořepina půdorysného tvaru rovnoramenného trojúhelníku rozměrů 25,2×30,75 m (základna × odpovídající výška). Vzepětí je 11,5 m a je definováno jako svislá vzdálenost mezi hlavním vrcholem skořepiny a jejím nejvyšším bodem. Výškový rozdíl mezi hlavním a vedlejšími vrcholy skořepiny je 3,5 m.

Návrh tvaru a statická analýza výsledné konstrukce je provedena pomocí MKP programu Midas Civil. Navržená konstrukce je studována ve dvou variantách – konstrukce uložená neposuvně a konstrukce s předpjatými táhly.

8.1. Nalezení tvaru skořepiny

8.1.1. První iterace

Model

Modelem první iterace je rovinná membrána tvaru rovnoramenného trojúhelníka. Membrána je situována v šikmé rovině, která je určena podporami definitivní konstrukce. Konstrukce je ve směru globální kladné osy z (směrem vzhůru) zatížena 0,75násobkem vlastní tíhy a je neposuvně uložena v rozích (obr. 8-1).

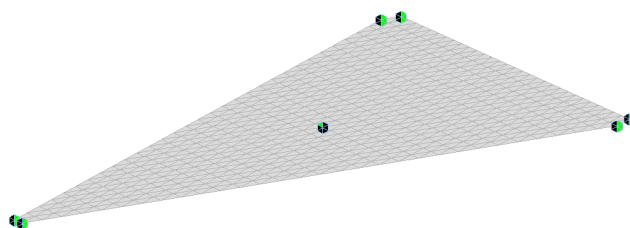
Neposuvné uložení simuluje upnutí látky k tuhému rámu, svislé zatížení její hmotnost. Zvolené uspořádání numerického modelu odpovídá modelové zkoušce se zavěšenou tkaninou (obr. 2-15a). Tvar membrány je definován souřadnicemi uzlů:

$$[x_{i,1}; y_{i,1}; z_{i,1}].$$

Jako konečné prvky jsou použity trojúhelníkové prvky Thick Plate konstantní tloušťky 100 mm. Materiál konstrukce je beton C 30/37. Základní údaje o modelu jsou uvedeny v tab. 8-1.

počet uzlů	558
počet prvků	1021
typ prvku	Thick Plate
tloušťka skořepiny [m]	0.1
materiál	beton C 30/37 (viz tab. a-1)

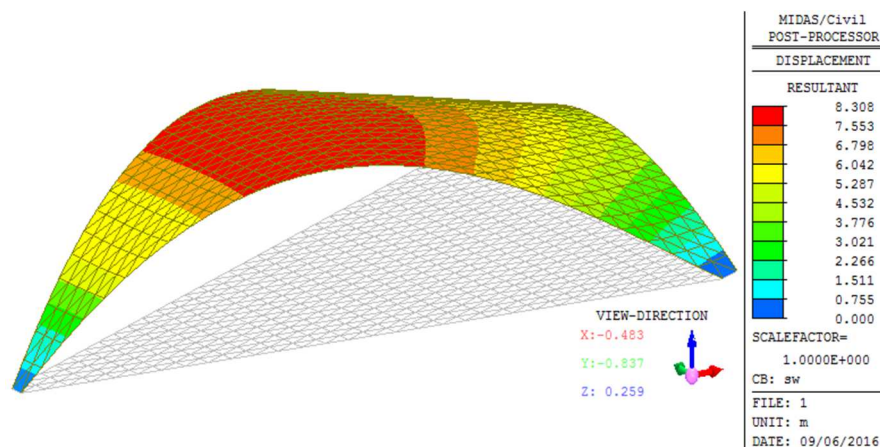
Tab. 8-1 Základní údaje o modelu



Obr. 8-1 Model první iterace – axonometrie

Výsledky

Membrána je řešena lineárním výpočtem. Půdorysné deformace $D_{x,1}$, $D_{y,1}$ jsou v první iteraci zanedbány. Výsledkem výpočtu jsou svislé deformace membrány $D_{z,i,1}$ s extrémem 8,308 m (obr. 8-2). Maximální svislá souřadnice zdeformované konstrukce $z'_{i,1,max}$, jejíž poloha se neshoduje s polohou extrému deformace, je 10,639 m.



Obr. 8-2 Deformace D_{xyz} po první iteraci, 1x převýšená [m]

8.1.2. Druhá iterace

Model

Model druhé iterace je, co se týče podepření a materiálů, identický s modelem pro první iteraci (8.1.1). Geometrie modelu vychází ze zdeformované konstrukce první iterace. Výchozí souřadnice uzlů druhé iterace jsou:

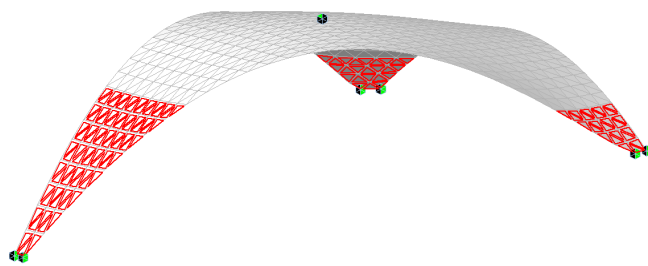
$$[x_{i,2} = x_{i,1}; y_{i,2} = y_{i,1}; z_{i,2} = z_{i,1} + D_{z,i,1}].$$

Konstrukce je ve směru globální kladné osy z zatížena 515násobkem vlastní tíhy. Intenzita zatížení je volena tak, aby bylo dosaženo vzepětí 11,5 m. Rozložení zatížení membrány po její ploše respektuje předpokládanou proměnnou tloušťku budoucí konstrukce. To je řešeno odpovídajícím zvětšením objemové hmotnosti materiálu v blízkosti podpor. Na obr. 8-3 jsou vyznačeny prvky s dvojnásobnou a trojnásobnou objemovou hmotností.

Základní údaje o modelu jsou uvedeny v tab. 8-2.

počet uzlů	558
počet prvků	1021
typ prvku	Thick Plate
tloušťka skořepiny [m]	0.1
materiál	beton C 30/37 s proměnnou objemovou hmotností (viz příloha A, tab. a-1)

Tab. 8-2 Základní údaje o modelu



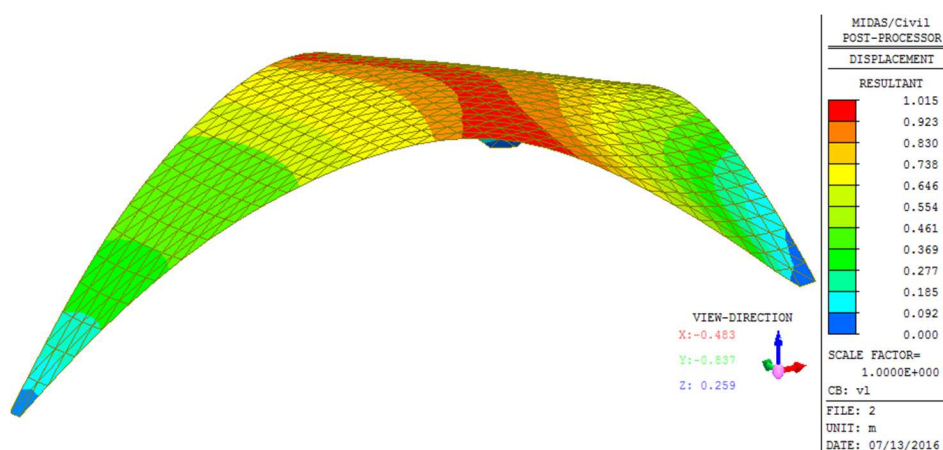
Obr. 8-3 Model druhé iterace – axonometrie

Výsledky

Geometricky nelineárním výpočtem je získána deformace membrány. Poloha uzlů výsledné konstrukce je dána součtem výchozích souřadnic uzlů a jejich deformací:

$$[x'_{i,2} = x_{i,2} + D_{x,i,2}, y'_{i,2} = y_{i,2} + D_{y,i,2}, z'_{i,2} = z_{i,2} + D_{z,i,2}].$$

Maximální svislá deformace membrány v druhé iteraci je 1,015 m (obr. 8-4). Maximálního vzepětí $z'_{i,2}$ je však dosaženo v jiném místě, a to na ose symetrie konstrukce ve vzdálenosti cca 20 m od hlavního vrcholu. Jeho hodnota je $10,639 + 0,861 = 11,500$ m, což je hodnota definovaná zadáním.



Obr. 8-4 Deformace D_{xyz} po druhé iteraci, $1 \times$ převýšená [m]

8.1.3. Výsledný tvar konstrukce

Na základě iterativního postupu popsaného v kapitolách 8.1.1 a 8.1.2 je navržen tvar skořepinové konstrukce (obr. 8-5). Výsledný tvar se opticky odlišuje od obdobné konstrukce vyvinuté Heinzem Islerem (obr. 2-18 a obr. 2-22), protože v části skořepiny přilehlé k hlavnímu vrcholu není patrné příčné zakřivení (obr. 8-5 a).

Je vytvořen numerický model konstrukce, který se skládá z trojúhelníkových skořepinových prvků typu Thick Plate. Typická tloušťka skořepiny v poli je 120 mm. Směrem k rohovým podporám je konstrukce náběhována až na 360 mm. Konstrukce je uložena neposuvně. Základní údaje o modelu jsou uvedeny v tab. 8-3.

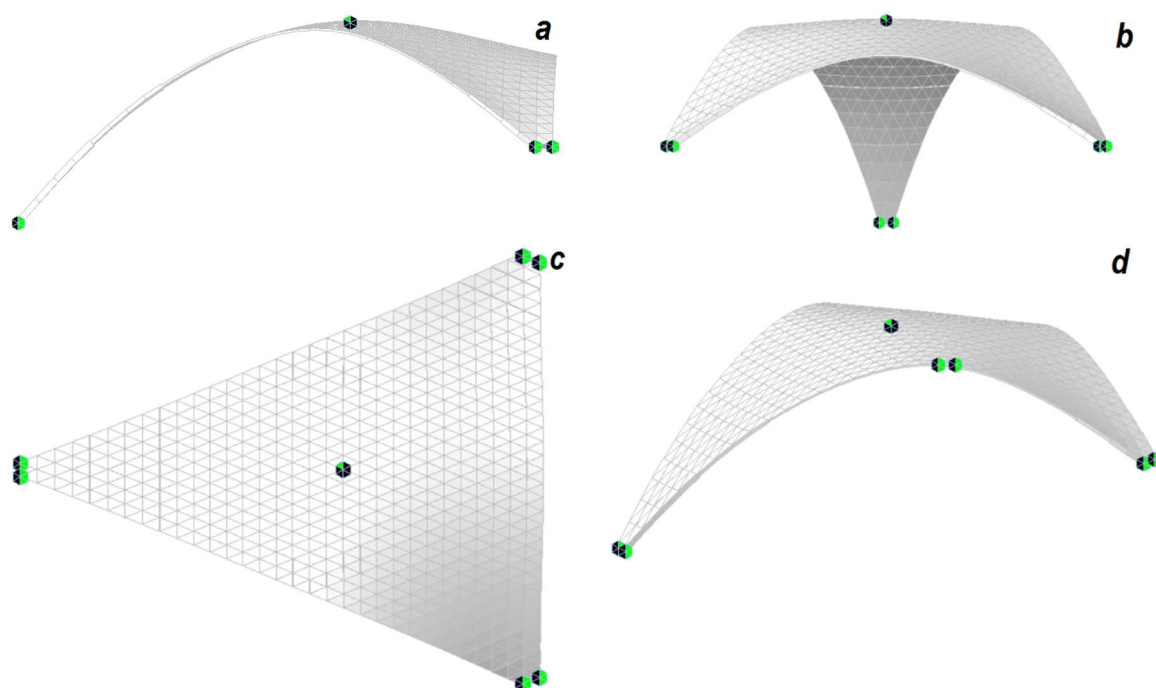
Je proveden orientační lineární výpočet pro stabilitní kombinaci vlastní tíhy se sněhem dle schématu SN1 (definice zatěžovacích stavů viz kapitola 8.2.2). Z analýzy vyplynul součinitel kritického zatížení λ 14,5. Ve zbývajících částech kapitoly 8 je vyvinuta a analyzována skořepinová konstrukce obdobných rozměrů s větším příčným zakřivením, která vykazuje přibližně třikrát větší stabilitu.

počet uzlů	558
počet prvků	1021
typ prvku	Thick Plate
tloušťka skořepiny [m]	0.12 až 0.36 po 0.12
materiál	beton C 30/37 (viz tab. a-1)
hmotnost konstrukce [t]	161,3

Tab. 8-3 Základní údaje o modelu kapitoly 8.1.3

počet uzlů	558
počet prvků	1021
typ prvku	Thick Plate
tloušťka skořepiny [m]	0.1
materiál	beton C 30/37 (viz příloha A, tab. a-1)

Tab. 8-4 Základní údaje o modelu A, „iterace“ 1b



Obr. 8-5 Výsledný tvar konstrukce –
a) pohled z boku, b) pohled z čela, c) půdorys, d) axonometrie

8.1.4. „Iterace“ 1b

V práci [29] je uvedeno, že při modelovém hledání tvaru skořepinových konstrukcí je možné změnou velikosti a stříhu výchozího kusu látky měnit tvar finální konstrukce. Tento poznatek je využit pro návrh variantního výslednicového tvaru.

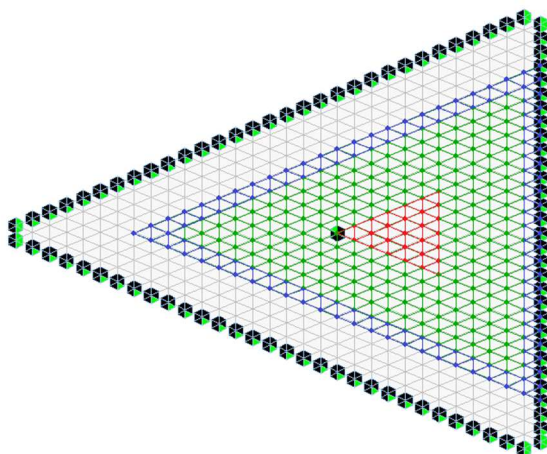
Snahou je zakomponovat do iteračních modelů příčné zakřivení, které v tvaru výsledné konstrukce na obr. 8-5 chybí. Model „iterace“ 1b je nahrazen dvěma modely. První model vnáší do výsledného tvaru příčné konkávní zakřivení, druhý model navyšuje vzepětí. Důvodem rozdělení iterace 1b na dva modely je separace jednotlivých „typů“ deformací, pro případnou jednodušší parametrickou úpravu výchozího tvaru (podrobně vysvětleno v kapitole 9.2.1).

Na základě součtu deformací obou modelů je získán tvar membrány pro iteraci 2b. Podepření a zatížení jednotlivých modelů nesouvisí s podepřením finální konstrukce a neřídí se žádnými exaktními pravidly, ale snahou zdůraznit nedostatečné tvarové charakteristiky konstrukce.

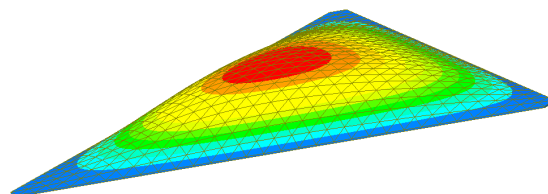
A Konkávní zakřivení v příčném směru

Model rovinné trojúhelníkové membrány je vytvořen z trojúhelníkových deskostěnových prvků Thick Plate konstantní tloušťky 100 mm. Materiál konstrukce je beton C 30/37. Membrána je podepřena v rohových uzlech trojúhelníkové konstrukce, kde je jí zabráněno posunu ve směru globálních os x , y , z a ve všech zbývajících obvodových uzlech, kde je jí zabráněno posunu ve směru globální osy z . Konstrukce je v kladném směru globální osy z zatížena 0,35násobkem vlastní tíhy a v záporném směru osy z plošným zatížením proměnné intenzity. Proměnná intenzita zatížení je v rozsahu od 0,2 do 1,4 kN/m², rozmístění zatížení na ploše skořepiny je patrné z obr. 8-6. Základní údaje o modelu jsou uvedeny v tab. 8-4.

Konstrukce je řešena geometricky nelineárním výpočtem, získané svislé deformace jsou 40násobně extrapolovány, maximální svislá deformace je +1,455 m (obr. 8-7). Tento model vykazuje výrazné deformace uprostřed rozpětí, přičemž okraje skořepiny svoji polohu nemění. To vytváří konkávní zakřivení ve směru rovnoběžném se základnou rovnoramenného trojúhelníka.



Obr. 8-6 Zatížení a podepření modelu –
přehled
(intenzita zatížení – červeně 1,4 kN/m²,
modře 0,2 kN/m², zeleně – mezilehlé hodnoty)



Obr. 8-7 Svislá deformace s maximální
hodnotou +1,455 m

B Zvětšení vzepětí

Geometrie modelu, podepření a způsob řešení je shodný s modelem uvedeným v kapitole 8.1.1. Jediným rozdílem je intenzita plošného zatížení, která odpovídá 0,62násobku vlastní tíhy. Výsledná maximální deformace je +6,79 m.

8.1.5. Iterace 2b

Model

Tvar konstrukce pro iteraci 2b (obr. 8-8), definovaný polohou uzlů, je získán součtem svislých deformací dvou výše uvedených modelů a výchozích souřadnic uzlů první iterace. Maximální svislá souřadnice $z_{i,2b}$ je 10,78 m, souřadnice uzlů jsou:

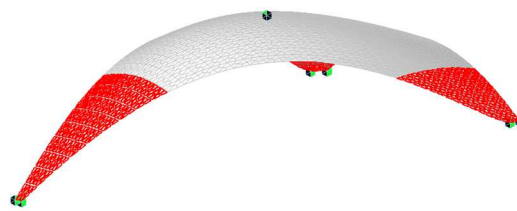
$$[x_{i,2b} = x_{i,1b}; y_{i,2b} = y_{i,1b}; z_{i,2b} = z_{i,1b} + D_{z,i,1b,A} + D_{z,i,1b,B}].$$

Na základě dřívějších zkušeností [41] je zjemněna síť na trojnásobný počet prvků. Jako konečné prvky jsou použity obdélníkové prvky Thick Plate, konstantní tloušťky 100 mm.

Membrána je ve směru kladné osy z zatížena 527násobkem vlastní tíhy. Rozložení zatížení membrány po její ploše respektuje předpokládanou proměnnou tloušťku budoucí konstrukce. To je řešeno odpovídajícím zvětšením objemové hmotnosti materiálu v blízkosti podpor (na obr. 8-8 jsou vyznačeny prvky až trojnásobnou objemovou hmotností). Základní parametry modelu jsou uvedeny v tab. 8-5.

počet uzlů	3157
počet prvků	3063
typ prvku	Thick Plate
tloušťka skořepiny [m]	0.1
materiál	beton C 30/37 s proměnnou objemovou hmotností (viz příloha A, tab. a-1)

Tab. 8-5 Základní údaje o modelu



Obr. 8-8 Model iterace 2b – axonometrie

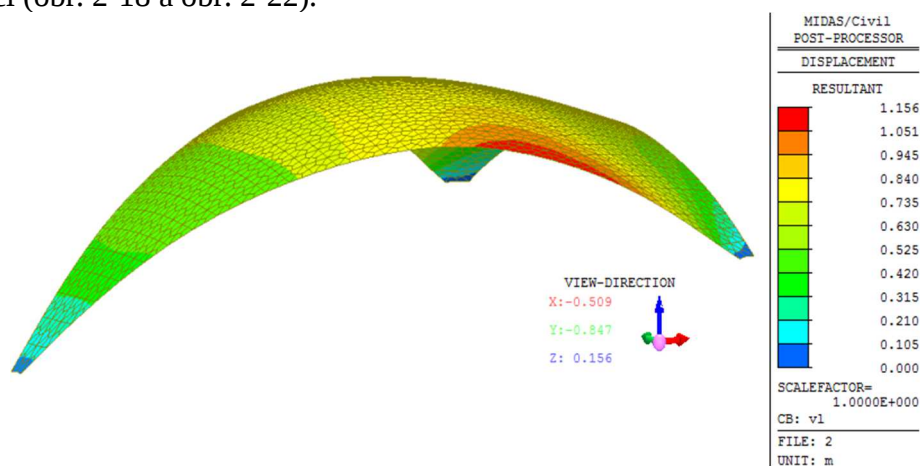
Výsledky

Geometricky nelineárním výpočtem je získána deformace membrány. Výsledná poloha uzlů konstrukce je dána součtem výchozích souřadnic uzlů a jejich deformací:

$$[x'_{i,2b} = x_{i,2b} + D_{x,i,2b}, y'_{i,2b} = y_{i,2b} + D_{y,i,2b}, z'_{i,2b} = z_{i,2b} + D_{z,i,2b}].$$

Maximální svislá deformace membrány v iteraci 2b je 1,156 m (obr. 8-9). Maximálního vzepětí $z'_{i,2b}$ je však dosaženo v jiném místě, a to ve vzdálenosti cca 19,9 m od hlavního vrcholu. Jeho hodnota je $10,78 + 0,72 = 11,500$ m, což je hodnota definovaná zadáním.

Nalezený tvar (obr. 8-9 a obr. 8-10) vykazuje mnohem větší příčné konkávní zakřivení než tvar konstrukce v kapitole 8.1.3 a mnohem lépe vizuálně odpovídá obdobné Islerově konstrukci (obr. 2-18 a obr. 2-22).



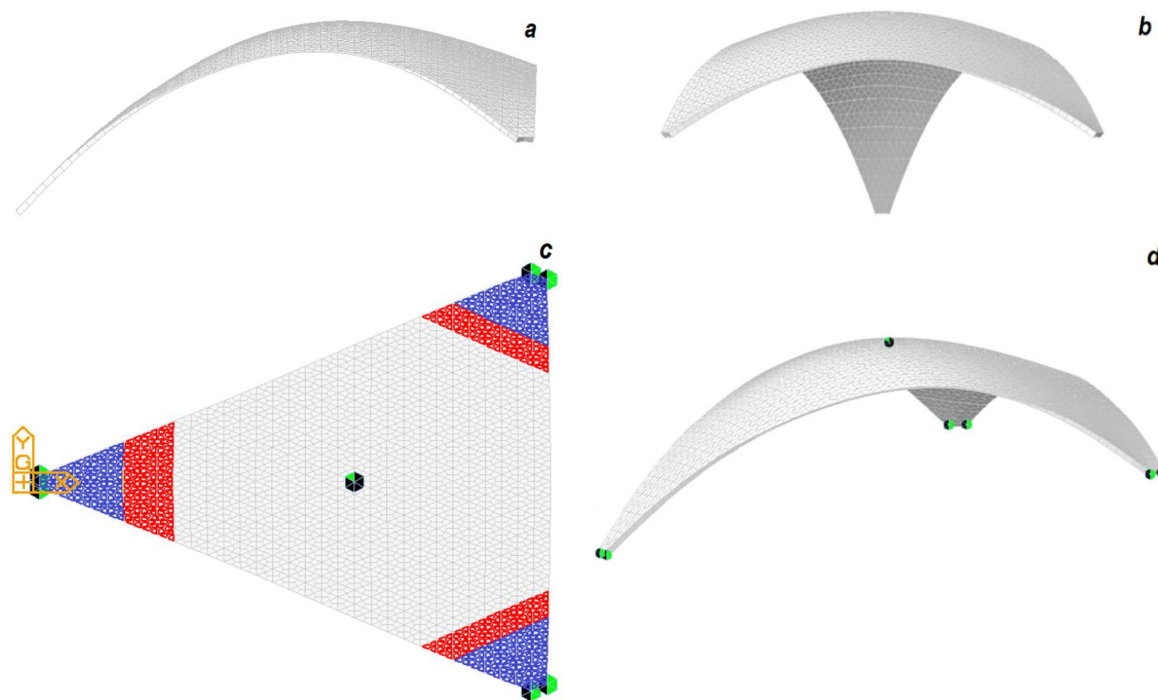
Obr. 8-9 Deformace D_{xyz} po iteraci 2b, $1 \times$ převýšená [m]

8.2. Konstrukce uložená neposuvně

Pro ověření statického působení konstrukce a pro kontrolu optimálnosti nalezeného tvaru je nejdříve analyzována konstrukce uložená neposuvně. Dokonale neposuvné uložení odpovídá okrajovým podmínkám, pro které je tvar vyvinut, proto je kontrola výslednicového tvaru provedena právě pro tyto okrajové podmínky.

8.2.1. Model

Na základě iterativního postupu popsaného v kapitole 8.1 je navržen tvar skořepinové konstrukce (obr. 8-10). Model konstrukce se skládá z obdélníkových skořepinových prvků typu Thick Plate. Typická tloušťka skořepiny v poli je 120 mm. Směrem k rohovým podporám je konstrukce náběhována až na 360 mm (obr. 8-10 c). Náběhování je modelováno postupným zvětšováním konstantní tloušťky jednotlivých prvků s krokem 60 mm. Skořepina je neposuvně uložena v rozích. Základní parametry modelu jsou uvedeny v tab. 8-3.



Obr. 8-10 Výsledný tvar konstrukce – a) pohled z boku, b) pohled z čela, c) půdorys s vyznačenými náběhy 0,16–0,24 m červeně, 0,30–0,36 m modře, d) axonometrie

počet uzlů	3157
počet prvků	3063
typ prvku	Thick Plate
tloušťka skořepiny [m]	0.12 až 0.36 po 0.06
materiál	beton C 30/37 (viz příloha A, tab. a-1)
hmotnost konstrukce [t]	175,44

Tab. 8-6 Základní údaje o modelu

8.2.2. Zatížení

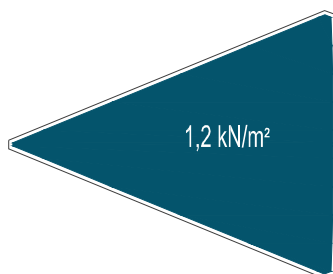
SW – Vlastní tíha

Vlastní tíha je generována výpočetním programem na základě objemové hmotnosti a rozměrů konstrukce.

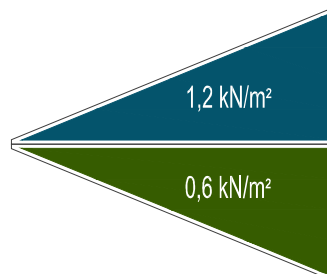
SN1 – Sníh 1

Pro konstrukci jsou definovány čtyři zatěžovací stavy typu sníh. Je předpokládáno, že konstrukce se nachází ve III. sněhové oblasti, tj. v oblasti s charakteristickou hodnotou zatížení sněhu na zemi $1,5 \text{ kN/m}^2$. V normě [42] neexistují zatěžovací schémata pro obdobné střechy, proto jsou vytvořena vlastní.

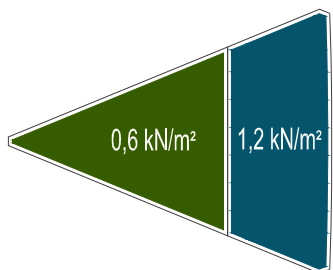
V zatěžovacím stavu SN1 je střecha po celé ploše zatížena rovnoměrným zatížením intenzity $1,2 \text{ kN/m}^2$ (obr. 8-11).



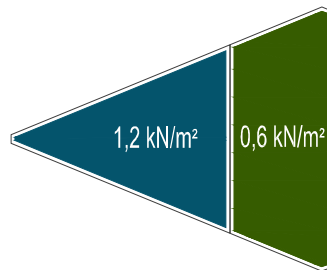
Obr. 8-11 Zatížení sněhem – SN1



Obr. 8-12 Zatížení sněhem – SN2



Obr. 8-13 Zatížení sněhem – SN3



Obr. 8-14 Zatížení sněhem – SN4

SN2 – Sníh 2

V zatěžovacím stavu SN2 je jedna podélná polovina konstrukce zatížena rovnoměrným plošným zatížením intenzity $1,2 \text{ kN/m}^2$, druhá podélná polovina rovnoměrným plošným zatížením intenzity $0,6 \text{ kN/m}^2$ (obr. 8-12).

SN3 – Sníh 3

V zatěžovacím stavu SN3 je plocha skořepiny v příčném směru pomyslně rozdělena na dvě části. V části skořepiny přiléhající ke dvěma vedlejším vrcholům je uvažováno rovnoměrné plošné zatížení sněhem intenzity $1,2 \text{ kN/m}^2$, v části skořepiny přiléhající k hlavnímu vrcholu skořepiny rovnoměrné plošné zatížení intenzity $0,6 \text{ kN/m}^2$ (obr. 8-13).

SN4 – Sníh 4

Zatěžovací stav SN4 vychází ze zatěžovacího stavu SN3. Poloha maximálního ($1,2 \text{ kN/m}^2$) a minimálního ($0,6 \text{ kN/m}^2$) zatížení sněhem je však opačná (obr. 8-14).

8.2.3. Výsledky

Z pěti výše uvedených zatěžovacích stavů je vytvořeno pět nelineární kombinací zatížení – samotná vlastní tíha konstrukce a vlastní tíha společně v kombinaci s jednotlivými případy zatížení sněhem.

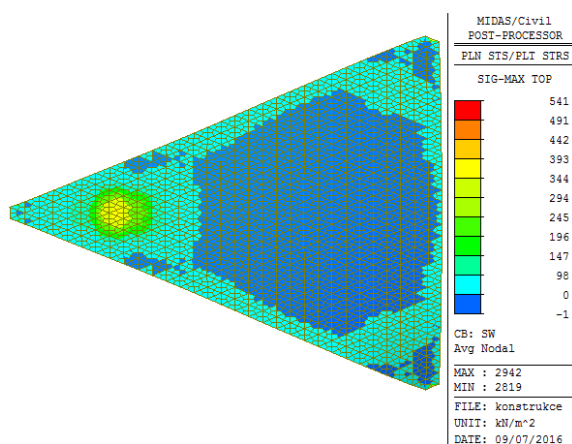
Konstrukce je analyzována geometricky nelineárním výpočtem. Vyhodnocovány jsou deformace a napětí. Slovní popis výsledků nezahrnuje konečné prvky do vzdálenosti cca 1 m od podpory. V těchto diskontinuitních oblastech není zobrazen reálný stav napjatosti. Vybrané výsledky jsou prezentovány v následujícím textu, ostatní výsledky jsou uvedeny v příloze E.

Vlastní tíha (SW)

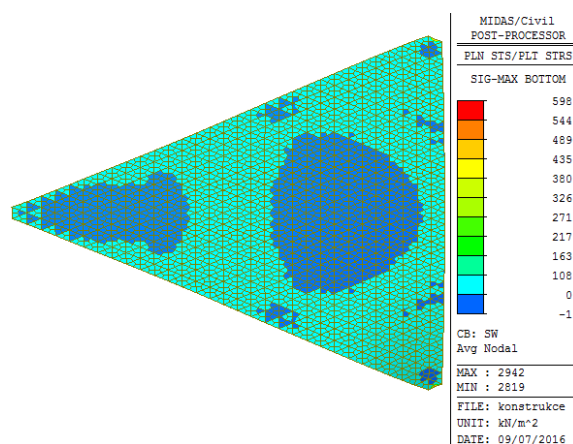
Hlavní napětí σ_1 nabývá hodnot v intervalu 0 až $+0,1 \text{ MPa}$. Výjimku tvoří oblast při horním povrchu ve vzdálenosti cca 8 m od hlavního vrcholu. Hlavní napětí $\sigma_{1,\text{horní}}$ zde narůstá na maximální hodnotu $+0,31 \text{ MPa}$ (obr. 8-15).

Minima hlavních napětí σ_2 se vyskytují v náběhovaných oblastech a nabývají při obou površích hodnoty cca $-2,9 \text{ MPa}$ (obr. 8-17 a obr. 8-18). Velikost a rozdělení napětí dokládá převládající přenos vlastní tíhy konstrukce tlakovými membránovými silami do podpor.

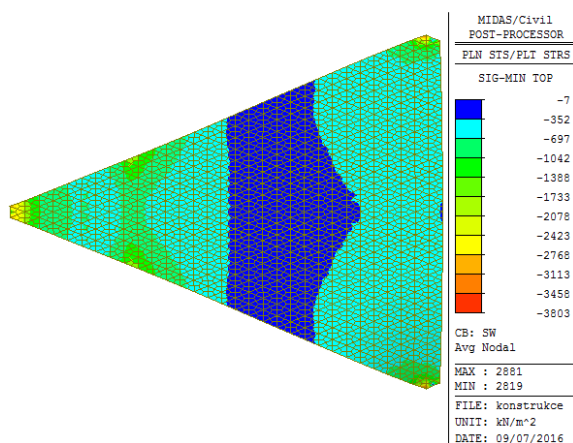
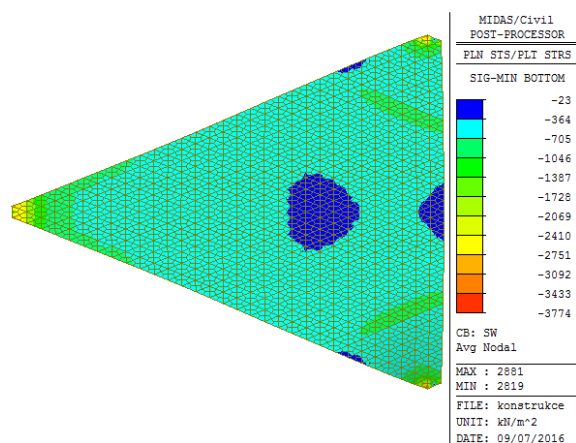
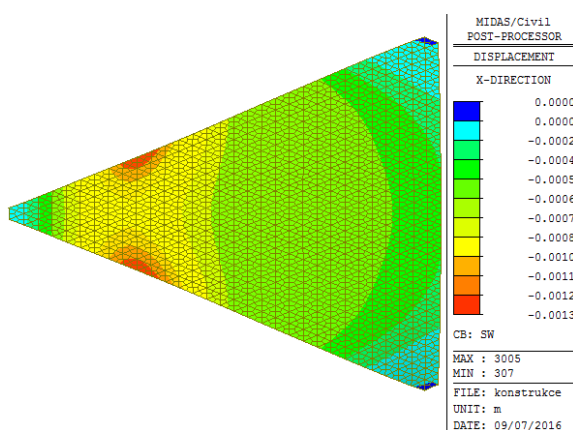
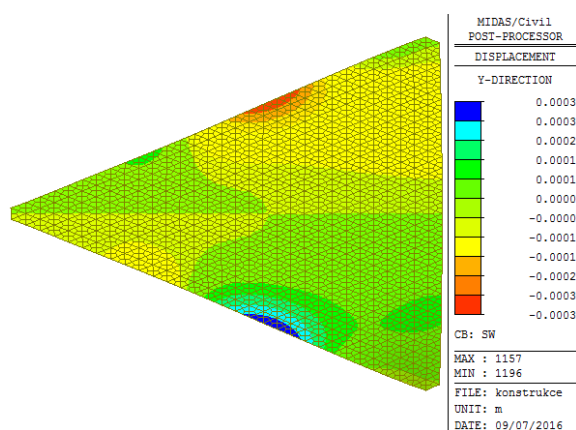
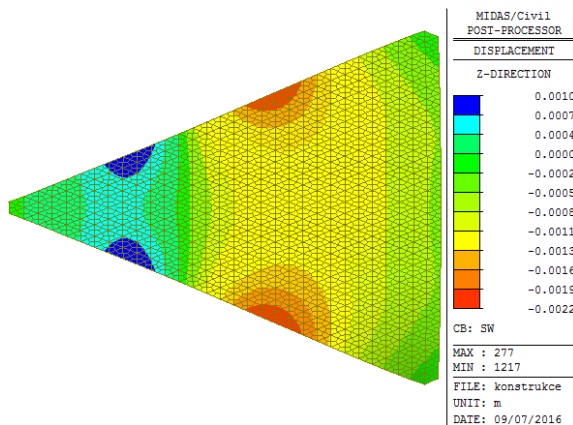
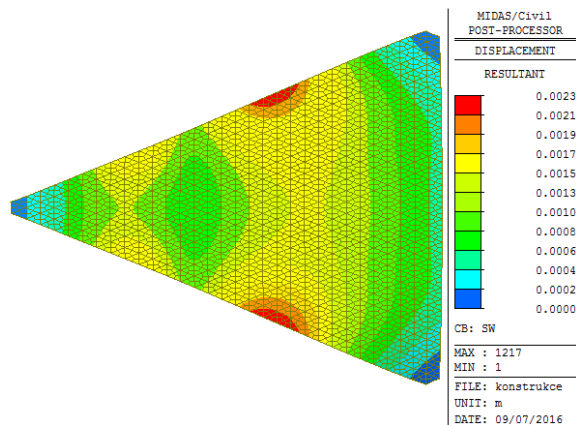
Převažující vliv membránových sil rovněž naznačuje hodnota deformací. Svislá deformace D_z je při rozpětí 30,75 m a při zatížení vlastní tíhou (cca 3 kN/m^2) pouze $-2,2 \text{ mm}$. Pozoruhodný je tvar svislé deformace. V části přilehlé k hlavnímu vrcholu má konstrukce tendenci k nadvýšení, kdežto uprostřed rozpětí k poklesu (obr. 8-21).



Obr. 8-15 Hlavní napětí $\sigma_{1,\text{horní}}$, [kPa], SW



Obr. 8-16 Hlavní napětí $\sigma_{1,\text{spodní}}$, [kPa], SW

Obr. 8-17 Hlavní napětí $\sigma_{2,horní}$, [kPa], SWObr. 8-18 Hlavní napětí $\sigma_{2,spodní}$, [kPa], SWObr. 8-19 Deformace D_x [m], SWObr. 8-20 Deformace D_y [m], SWObr. 8-21 Deformace D_z [m], SWObr. 8-22 Deformace D_{xyz} [m], SW

Kombinace vlastní tíhy se zatížením sněhem

Při dalším přitížení konstrukce nahodilým zatížením lokálně narůstá hlavní napětí σ_1 při horním povrchu. Maximální hodnoty napětí $\sigma_{1,horní} + 1,8$ MPa je dosaženo pro kombinaci zatížení SW + SN3 podél hrany ramen trojúhelníkové konstrukce. Při spodním povrchu narůstá hodnota hlavního napětí $\sigma_{1,spodní}$ až na +1,3 MPa (SW + SN1), a to v blízkosti hlavního vrcholu. Hlavní napětí σ_2 nabývají minimální hodnoty cca -5,6 MPa.

Deformace mají pro všechny zatěžovací stavy obdobný charakter jako pro zatížení vlastní tíhou. Extrémních hodnot svislých deformací je dosaženo pro kombinaci zatížení SW + SN3. V části přilehlé k hlavnímu vrcholu se konstrukce až o +8,1 mm nadvyšuje, kdežto ve střední části rozpětí klesá až o -10,8 mm.

Hodnota vodorovné reakce ve směru globální osy x u hlavního vrcholu skořepiny je pro rozhodující kombinaci zatížení SW + SN1 860 kN, u dvou vedlejších vrcholů ve směru y 704 kN.

Závěr

Při zatížení vlastní tíhou není konstrukce významně ohybově namáhána a nachází se v membránovém stavu. Statické působení konstrukce při zatížení sněhem nelze již označit přívlastkem „membránové“, protože do přenosu zatížení je významně zapojen ohyb. Hodnoty napětí však nenabývají nepřiměřených hodnot. V konstrukci není zdaleka dosaženo napjatosti odpovídající průměrné hodnotě pevnosti betonu v tahu, ani napjatosti, při které beton nelineárně dotvaruje. Deformace konstrukce jsou pouze v řádech jednotek milimetrů.

Na základě analýzy neposuvně uložené konstrukce lze konstatovat, že tvar konstrukce i konstrukce samotná jsou, s ohledem na membránové působení při zatížení vlastní tíhou a statické chování při přetížení nahodilým zatížením, navrženy optimálně.

8.3. Konstrukce s předpjatými táhly

V této kapitole je analyzována varianta konstrukce, u které jsou některé vodorovné vazby nahrazeny táhly. Táhla vzájemně spojují vedlejší vrcholy skořepiny a hlavní vrcholy obou skořepin. Přičemž táhlo hlavního vrcholu je, díky symetrickému uspořádání konstrukce jako celku, zakončeno neposuvnou vazbou ve směru globální osy x v místě předpokládané servisní budovy. Pro zamezení poklesu tuhosti táhla vlivem trhlin jsou tato táhla předepnuta.

8.3.1. Model

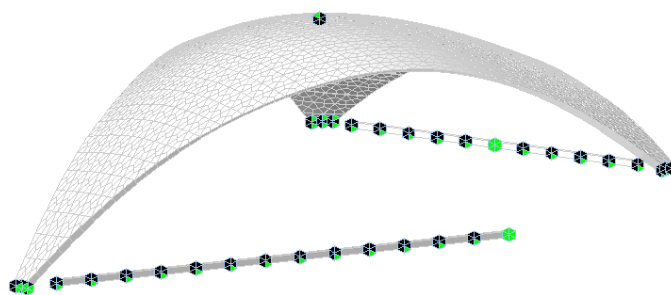
Geometrie a tloušťka skořepiny je převzata z kapitoly 8.2. Třída betonu konstrukce je zvýšena na C 40/50.

Podstatná změna nastává ve způsobu podepření. Konstrukce je nadále podepřena v rozích. Hlavnímu vrcholu konstrukce je zabráněno posunu ve směru globálních os y a z . Vodorovná reakce ve směru globální osy x je tuhými vazbami přenášena do předpjatého táhla, které je na protilehlém konci uloženo neposuvně (obr. 8-23).

Ve vedlejších vrcholech je přímo zabráněno posunu ve směru globálních os x a z , reakce ve směru globální osy y je tuhými vazbami přenášena do předpjatého táhla. Táhlo vzájemně spíná oba vedlejší vrcholy. Rozdíl obou reakcí je přenesen do vazby uprostřed délky táhla, to simuluje přenos nevyrovnaných sil do servisní budovy. Táhla jsou modelována Beam prvky obdélníkového průřezu 300/300 mm. Základní údaje o modelu jsou uvedeny v tab. 8-7.

počet uzlů	3182
počet prvků	3063/23
typ prvku	Thick Plate/Beam
tloušťka skořepiny [m]	0.12 až 0.36 po 0.06
materiál	beton C 40/50 (viz tab. a-2)
hmotnost konstrukce [t]	181,91

Tab. 8-7 Základní údaje o modelu



Obr. 8-23 Model – axonometrie

8.3.2. Zatížení

Vyjma zatěžovacích stavů definovaných v kapitole 8.2.2 je výčet zatížení působících na konstrukci rozšířen o zatěžovací stav předpětí. Zatěžovací stav předpětí je doplněn ke každé z pěti kombinací zatížení.

P – Předpětí

Velikost předpínacích sil je stanovena na základě hodnot reakcí uvedených v kapitole 8.2.3. Horní táhlo je předepnuto z obou konců silou 900 kN, spodní táhlo je, z konce přilehlého k hlavnímu vrcholu, předepnuto silou 1100 kN. Při stanovování hodnot přepínacích sil jsou zohledněny ztráty předpětí. Velikost předpínacích sil je volena tak, aby během celé doby životnosti, při žádném ze zatěžovacích stavů v táhlech nevznikly trhliny. Případný pokles tuhosti by měl za následek značný nárůst deformací a napětí ve vlastní skořepině (viz [41]).

Táhla jsou předepnuta 5lannými kabely z oceli Y 1860 S7. Plocha průřezu kabelu A_p je 750 mm^2 . Centricky uložené, přímé kabely jsou vedeny v kabelovém kanálku průměru 80 mm. Hodnota pokluzu v kotvách je 6 mm a koeficient tření v přímé je $0,001 \text{ m}^{-1}$.

8.3.3. Výsledky

Konstrukce je analyzována geometricky nelineárním, respektive časově závislým výpočtem. Vzhledem k tomu, že Midas Civil neumožňuje provést geometricky nelineární časově závislou analýzu skořepinových konstrukcí, je pro vybrané zatěžovací stavy rovněž provedena lineární analýza, jejíž pomocí je stanoven orientační vliv II. řádu na napětí a deformace. Pokud vliv účinků II. řádu nepřesáhne 10 % účinků I. řádu, jsou účinky II. řádu v časově závislého analýze zanedbány.

Vybrané výsledky jsou prezentovány v následujícím textu, ostatní výsledky jsou uvedeny v příloze E.

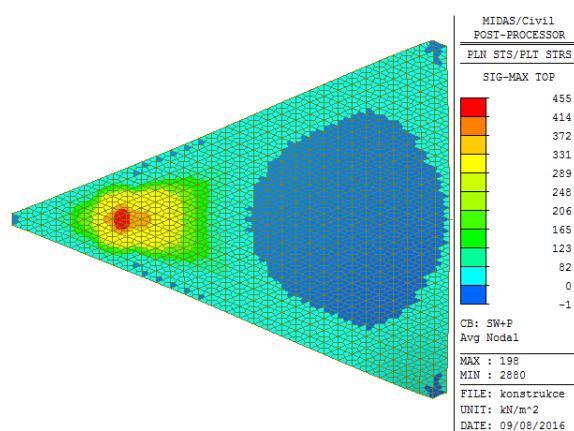
Vlastní tíha + Předpětí

Základním požadavkem na předpětí je, aby po celou dobu životnosti bylo v táhlech zamezeno vzniku tahových trhlin. Proto je logické, že při neplném zatížení konstrukce na počátku její životnosti je v táhlech značná tlaková rezerva. Tlaková rezerva odpovídá hodnotě

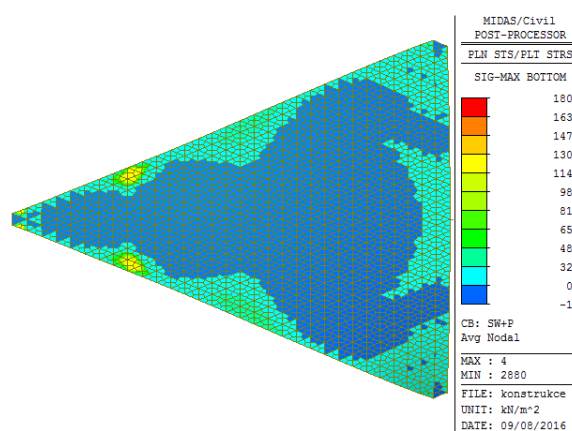
normálové síly F_x . Ve spodním předpjatém táhle je hodnota F_x cca -400 kN, v horním táhle cca -280 kN (obr. 8-31).

Předepnutí táhel souvisí s horizontálními posuny vrcholů skořepin. Hlavní vrchol se posouvá ve směru x o $3,6$ mm (obr. 8-28) a vedlejších podpor ve směru y o $0,9$ mm (obr. 8-29). Směr vodorovných deformací je totožný se směrem předpětí. Tyto vodorovné posuny sekundárně způsobují nadvýšení konstrukce až o $4,3$ mm (obr. 8-30).

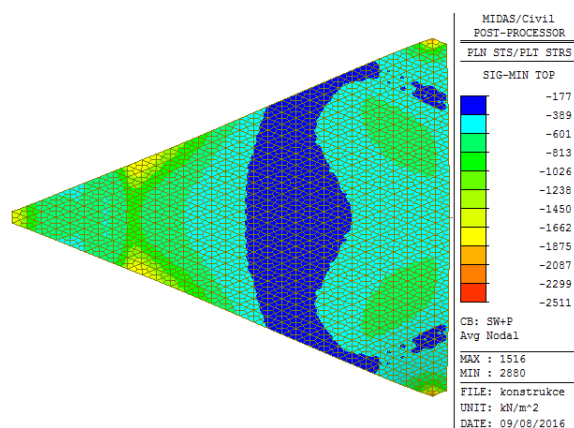
Průběhy hlavních napětí nevykazují výrazné odchylky v porovnání s konstrukcí neposuvně uloženou (kapitola 8.2.3). Maximální hodnoty hlavního napětí $\sigma_1 = +0,45$ MPa je dosaženo při horním povrchu (obr. 8-24). Hodnota napětí je však mnohem menší než průměrná pevnost betonu v tahu $f_{ctm} = 3,5$ MPa, takže tahové, respektive ohybové trhliny při zatížení vlastní tíhou nevzniknou. Minimální hodnota hlavního napětí σ_2 je $-3,9$ MPa (obr. 8-27). Absolutní hodnota minimálního napětí je však pod hodnotou napětí, při které beton nelineárně dotvaruje $k_2 f_{ck} = 0,45 \times 40 = 18$ MPa.



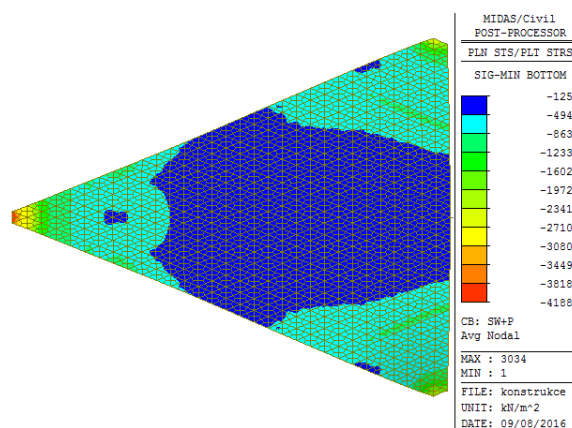
Obr. 8-24 Hlavní napětí $\sigma_{1,horní}$, [kPa],
SW+P



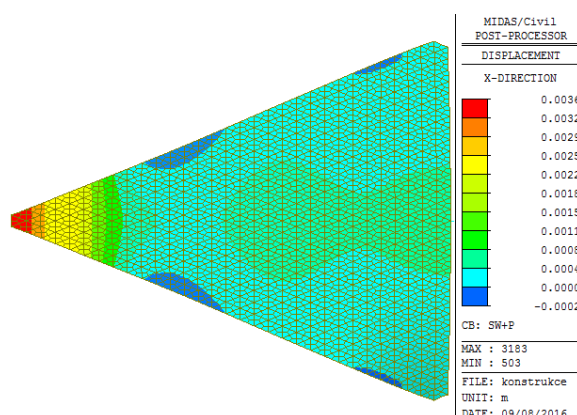
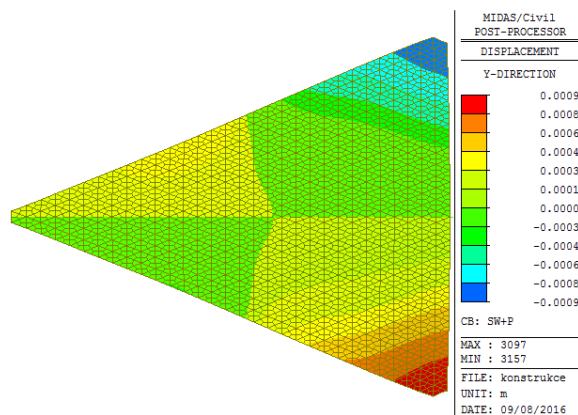
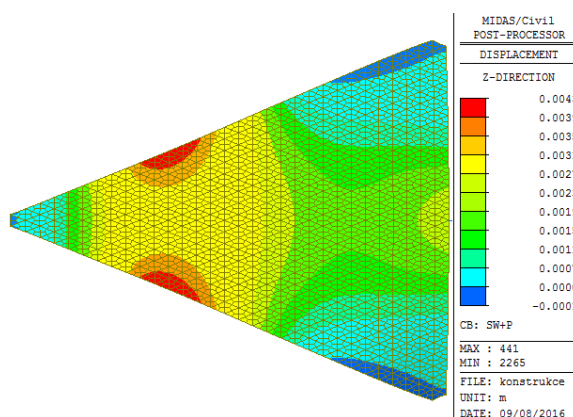
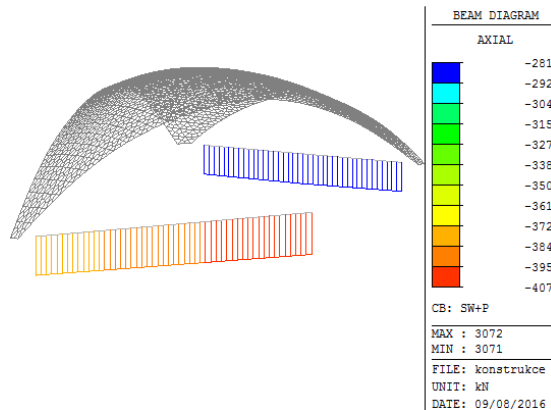
Obr. 8-25 Hlavní napětí $\sigma_{1,spodní}$, [kPa],
SW+P



Obr. 8-26 Hlavní napětí $\sigma_{2,horní}$, [kPa],
SW+P



Obr. 8-27 Hlavní napětí $\sigma_{2,spodní}$, [kPa],
SW+P

Obr. 8-28 Deformace D_x [m], SW+PObr. 8-29 Deformace D_y [m], SW+PObr. 8-30 Deformace D_z [m],
SW+PObr. 8-31 Normálová síla F_x [kN],
SW+P

Kombinace vlastní tíhy a předpětí se zatížením sněhem na začátku životnosti

V jednotlivých kombinacích vlastní tíhy a předpětí společně se zatížením sněhem klesá tlaková rezerva v předpjatých táhlech. I v nejnepriznivější kombinaci zatížení SW + SN1 + P je v táhlech nadále zachována tlaková rezerva F_x , jejíž hodnota ve spodním táhle je -162 kN, v horním táhle -99 kN.

Pokles tlakové rezervy způsobuje zmenšení vodorovných deformací podpor. Při kombinaci SW + SN1 + P je vodorovný posun hlavního vrcholu skořepiny o -2,0 mm menší ve srovnání s geometrií bezprostředně po předepnutí.

Charakter svislých deformací D_z v kombinacích s nahodilým zatížením je obdobný jako u konstrukce uložené neposuvně (kapitola 8.2.3). Získané hodnoty jsou, vzhledem k svislému nadvýšení konstrukce předpětím, obecně menší na předepnuté konstrukci. Rozhodující kombinací z hlediska svislých deformací je SW + SN3 + P. V části přilehlé k hlavnímu vrcholu se konstrukce až o +7,9 mm nadvyšuje, kdežto ve střední části rozpětí, v porovnání s ideálním tvarem, klesá až o -6,2 mm.

Průběhy a hodnoty hlavních napětí nevykazují výrazné změny v porovnání s konstrukcí uloženou neposuvně. Obecně lze spíše pozorovat mírný pokles hodnot napětí. Maximální hodnoty hlavního napětí při horním povrchu $\sigma_{1,horní}$ je dosaženo v kombinaci SW + SN3 + P. Místo s maximální hodnotou tahového napětí +1,5 MPa se nachází podél hran ramen trojúhelníkové konstrukce, nedaleko bodu s největší z souřadnic. Při stejné kombinaci

zatížení je na spodním povrchu konstrukce detekován extrém hlavního napětí $\sigma_{1,spodní}$, hodnoty $+0,7$ MPa. Hodnota tahových napětí je však mnohem menší než průměrná pevnost betonu v tahu $f_{ctm} = 3,5$ MPa.

Hlavní napětí σ_2 nabývá minimální hodnoty cca $-6,4$ MPa. Absolutní hodnota tlakových napětí je pod hodnotou kritického napětí betonu v tlaku $k_1 f_{ck} = 0,6 \times 40 = 24$ MPa.

Lineární výpočet

Midas Civil neumožňuje provést geometricky nelineární, časově závislou analýzu plošných konstrukcí. Proto kromě geometricky nelineárního výpočtu je proveden i lineární výpočet. Na základě obou výpočtů je stanovena orientační hodnota vlivu II. řádu na napětí a deformace. Pokud vliv účinků II. řádu nepřesáhne 10 % účinků I. řádu, jsou účinky II. řádu v časově závislé analýze zanedbány.

Vliv II. řádu je vyšetřen pro dvě kombinace zatížení: SW + P a SW + P + SN1, jejichž lineární napětí a deformací jsou uvedeny v příloze E.

Zatížení vlastní tíhou vyvolává maximální svislou deformaci D_z 4,1 mm při lineárním řešení a 4,3 mm při nelineárním řešení konstrukce. Výsledný vliv II. řádu je pak:

$$(4,3 - 4,1) / 4,1 \times 100 = 4,9 \, \%$$

Pro kombinaci zatížení SW + P + SN1 je maximální svislá deformace D_z 5,7 mm při lineárním řešení a 5,9 mm při nelineárním řešení konstrukce. Výsledný vliv II. řádu je pak:

$$(5,9 - 5,7) / 5,7 \times 100 = 3,5 \, \%$$

Na základě orientačního výpočtu lze konstatovat, že vliv II. řádu není větší než 10 % účinků I. řádu. Vzhledem k tomu, že práce neslouží jako podklad pro dimenzování, ale je pouze studií statického působení, jsou účinky II. řádu v časově závislém výpočtu zanedbány.

Vlastní tíha + Předpětí (100 let)

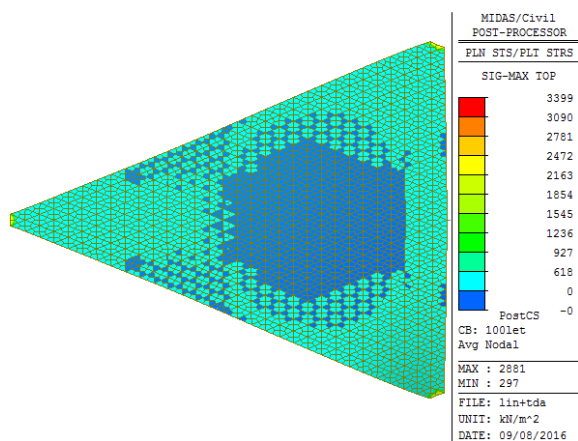
Hodnoty proměnných ovlivňující reologické chování konstrukce stejně jako předpisy, které je popisují, jsou uvedeny v kapitole 4.2.

V důsledku dotvarování, smršťování a relaxace je na konci životnosti zaznamenán značný pokles tlakové rezervy F_x v obou předpjatých táhlech na hodnotu -105 kN (obr. 8-39).

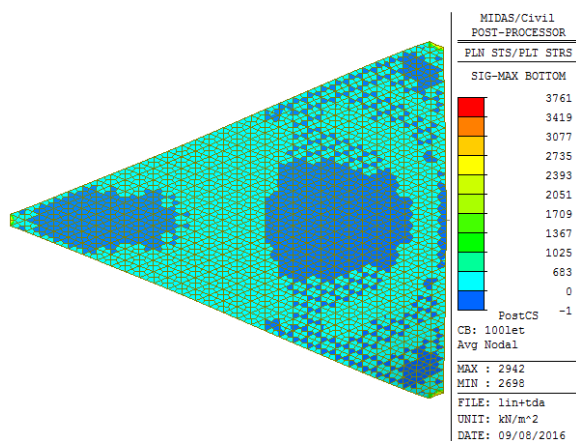
Nadále však narůstají horizontální deformace konců táhel, které dosahují svých extrémů v místech uložení. Konkrétně u hlavního vrcholu se jedná o nárůst deformace z 3,6 mm na 10,8 mm (obr. 8-36), u vedlejších vrcholů o nárůst deformace z 0,9 mm na 3,7 mm (obr. 8-37). Směr vodorovných deformací je totožný se směrem předpětí.

Naproti tomu u svislých deformací již nedochází k dalšímu nadvyšování konstrukce, ale k poklesu. Svislé deformace D_z od vlastní tíhy konstrukce jsou v intervalu ± 3 mm, tvar svislé deformace v podélném směru konstrukce má charakter sinusové vlny (obr. 8-38).

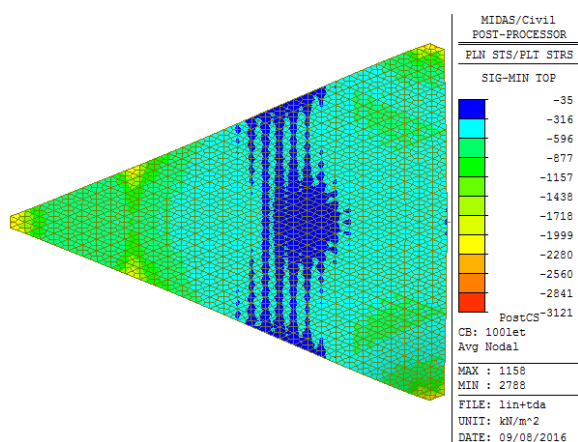
Napětí nevykazují, žádné výrazné změny v porovnání se stavem na počátku životnosti konstrukce. Maximální hodnota hlavního napětí σ_1 je $+0,4$ MPa a nachází se na horním povrchu konstrukce, cca 8 m od hlavního vrcholu skořepiny (obr. 8-32). Hlavní napětí σ_2 dosahuje minimální hodnoty cca $-2,1$ MPa v blízkosti podpor (obr. 8-34, obr. 8-35).



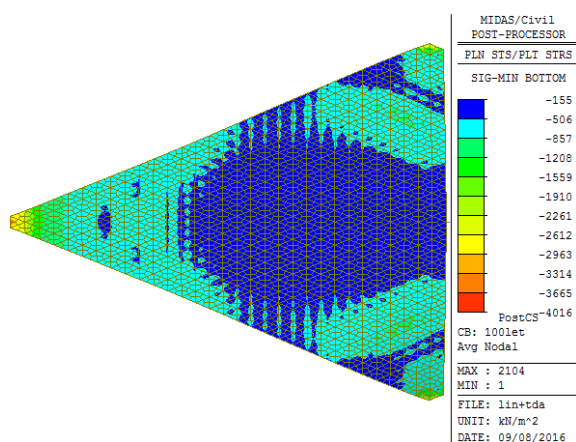
Obr. 8-32 Hlavní napětí $\sigma_{1,\text{horní}}$, [kPa],
SW+P(na konci životnosti – 100 let)



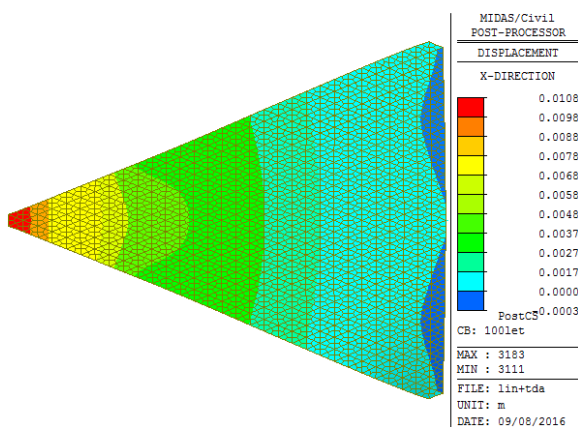
Obr. 8-33 Hlavní napětí $\sigma_{1,\text{spodní}}$, [kPa],
SW+P(na konci životnosti – 100 let)



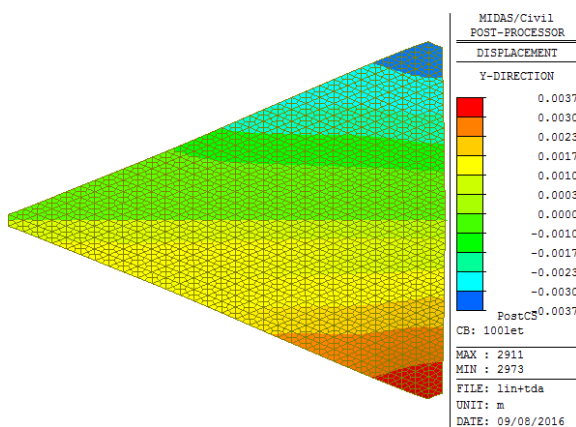
Obr. 8-34 Hlavní napětí $\sigma_{2,\text{horní}}$, [kPa],
SW+P(na konci životnosti – 100 let)



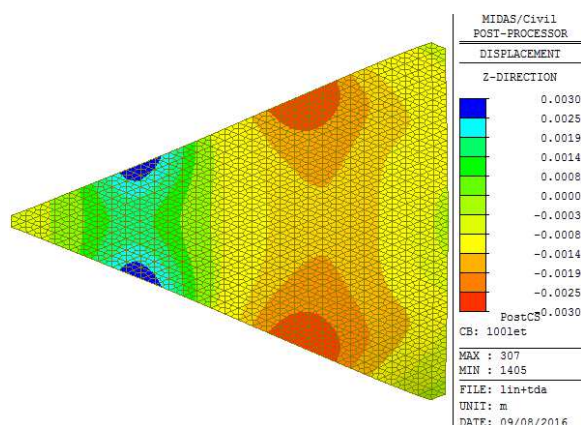
Obr. 8-35 Hlavní napětí $\sigma_{2,\text{spodní}}$, [kPa],
SW+P(na konci životnosti – 100 let)



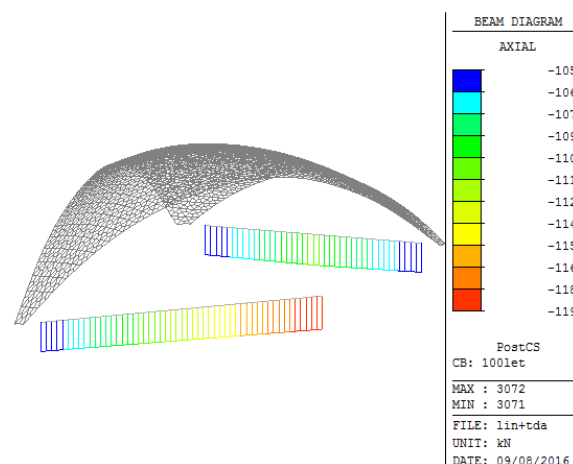
Obr. 8-36 Deformace D_x [m],
SW+P(na konci životnosti – 100 let)



Obr. 8-37 Deformace D_y [m],
SW+P(na konci životnosti – 100 let)



Obr. 8-38 Deformace D_z [m],
SW+P(na konci životnosti – 100 let)



Obr. 8-39 Normálová síla F_x [kN],
SW+P(na konci životnosti – 100 let)

Kombinace vlastní tíhy a předpětí se zatížením sněhem na konci životnosti

Na podkladě reologických vlivů se mění napjatost a deformace rovněž při přitížení konstrukce nahodilým zatížením. V předpjatých táhlech je v rozhodující kombinaci SW + P(100 let) + SN1 zcela odčerpána tlaková rezerva. Spodní táhlo je namáháno tahovou silou +111 kN. Na základě rozměrů průřezu a průměrné tahové pevnosti betonu je stanovena hodnota tahové síly na mezi vzniku trhlin:

$$N_{rk} = 300 \times 300 \times 3,5 \times 10^{-3} = 315 \text{ kN.}$$

Velikost normálové síly v předpjatém táhle je menší než hodnota tahové síly na mezi vzniku trhlin, z toho vyplývá, že tuhost táhla nebude ovlivněna trhlínami.

Z hlediska napjatosti ve vlastní skořepině nejsou zaznamenány žádné významné změny v porovnání se stavem na začátku životnosti. Extrémní hodnoty maximálního hlavního napětí $\sigma_1 = +1,5$ MPa je dosaženo při horním povrchu. Extrémní minimální hlavní napětí σ_2 je $-5,8$ MPa.

Žádná ze složek deformací D_x , D_y , D_z , v žádném ze zatěžovacích stavů, nepřekročí, v porovnání s ideálním tvarem konstrukce, hodnotu 10 mm.

8.4. Stabilita konstrukce

Pro analýzu stability jsou vytvořeny čtyři stabilitní kombinace. Jedná se o zatížení *neměnným* zatížením – vlastní tíhou a předpětím a *proměnným* zatížením – vždy jeden ze čtyř zatěžovacích stavů typu sněh. Kombinace jsou vytvořeny ve smyslu [37], dle pravidel pro mezní stav únosnosti.

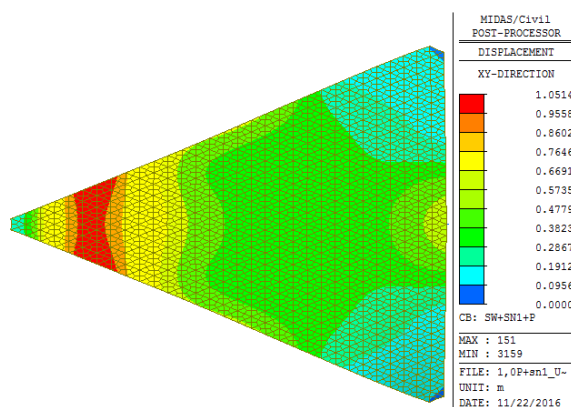
Lineární analýzou je pro každou kombinaci zatížení určen první vlastní tvar, jehož normovaný průběh slouží pro vytvoření imperfektního tvaru modelu konstrukce geometricky nelineárních výpočtů stability. Maximální hodnota imperfekce je stanovena dle postupu uvedeného v kapitole 4.4. Velikost rozpětí l je 31,6 m, z toho vyplývá maximální hodnota imperfekce $e_i = 53$ mm.

Z nelineární stabilitní analýzy vyplývá, že nejkritičtější je kombinace vlastní tíhy a předpětím společně se zatížením sněhem SN1 (1,35SW + P + 1,5λSN1). Při této kombinaci konstrukce ztratí stabilitu pro zatížení přesahující 81 násobek výpočtového zatížení sněhem

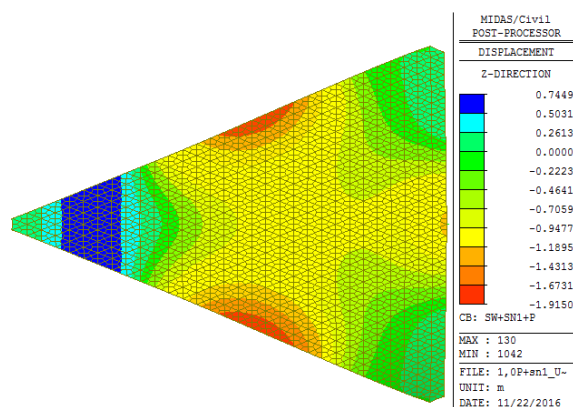
SN1. V řádu jednotek metrů jsou teoretické deformace těsně před ztrátou stability (obr. 8-40, obr. 8-41). Tato deformace je zřejmě viditelná pouhým okem. Tím je z hlediska ztráty stability zajištěna bezpečnost uživatelům konstrukce. Dosažení této teoretické úrovně zatížení předchází vyčerpání únosnosti konstrukce a značný rozvoj trhlin.

Součinitele kritického zatížení určené lineárním i nelineárním postupem jsou uvedeny v tab. 8-8. Neobvyklé je, že součinitele kritického zatížení stanovené lineární analýzou jsou, až na jeden případ, mnohem menší než součinitele stanovené nelineárním postupem. Tento efekt nastává u konstrukcí, kde přírůstek zatížení a tedy i deformace zlepšuje geometrické podmínky konstrukce. Důvodem tohoto neobvyklého působení lze hledat ve tvaru deformace konstrukce zatížené sněhem. Typicky v části konstrukce přilehlé hlavnímu vrcholu má konstrukce tendenci k nadvýšení, kdežto ve střední části k poklesu.

Zatížení sněhem dle schématu SN4 (obr. 8-14) působí proti této deformaci a konstrukci svým způsobem stabilizuje. Proto při dalším zatěžování nejsou výrazně zhoršovány geometrické podmínky a rozdíl mezi lineárním a nelineárním řešením je zde největší. Při zatížení sněhem dle schématu SN3 (obr. 8-13) je situace opačná. Rozdělení sněhu po skořepině podporuje nárůst typické deformace, tím v případě geometricky nelineárního výpočtu se výrazně zhoršují geometrické podmínky, proto tato kombinace zatížení má jako jediná menší součinitel kritického zatížení při nelineárním řešení.



Obr. 8-40 Deformace D_{xy} bezprostředně před ztrátou stability [m], (1,35SW+P+1,5λSN1)



Obr. 8-41 Deformace D_z bezprostředně před ztrátou stability [m], (1,35SW+P+1,5λSN1)

výpočet	lineární	nelineární
konstrukce	ideální	imperfektní
zatížení	součinitel kritického zatížení λ	
1,35SW+P+1,5λSN1	45	81
1,35SW+P+1,5λSN2	55	96
1,35SW+P+1,5λSN3	93	85
1,35SW+P+1,5λSN4	55	153

Tab. 8-8 Součinitel kritického zatížení

8.5. Závěr

V kapitole 8 je navržena a staticky analyzována skořepinová konstrukce půdorysného tvaru rovnoramenného trojúhelníku. Nejprve je iterativním způsobem navržen výslednicový tvar. Následně je konstrukce staticky analyzovaná při ideálních okrajových podmínkách (dokonalém neposuvném uložení). Při zatížení vlastní tíhou je skořepina převážně namáhána membránovými silami. Při přetížení konstrukce nahodilým zatížením je narušeno membránové působení skořepiny, ale i přesto jsou zachována napětí a deformace v přijatelných mezích.

Ve třetí části jsou některé vodorovné vazby nahrazeny táhly. Táhla vzájemně spojují vedlejší vrcholy skořepiny a hlavní vrcholy obou skořepin. Pro zamezení poklesu tuhosti táhla na základě vzniku trhlin, jsou tato táhla opatřena *omezeným* předpětím.

Průběhy a hodnoty napětí ve vlastní skořepině se během celé životnosti konstrukce výrazně nemění a jsou přibližně shodné s rozdělením napětí na neposuvně uložené konstrukci.

Maximální hlavní napětí σ_1 nepřekročí hodnotu +1,5 MPa a extrémní minimální hlavní napětí σ_2 je cca -6,4 MPa. Extrémní hodnota deformace při zkoumaných zatěžovacích stavech je -10,6 mm, a to při zohlednění reologických vlivů.

9. Zastřešení sportovních hal a plaveckých bazénů

Třetí analyzovanou konstrukcí je skořepina, kterou Heinz Isler vyvinul pro zastřešení sportovních hal a plaveckých bazénů. Skořepina dvojí křivosti je situována nad půdorysem protáhlého obdélníka a je uložena na čtyřech rohových podporách, které jsou vzájemně spojeny táhly. Celkové únosnosti a stabilitě napomáhá výrazné profilování v příčném směru, které svým tvarem připomíná vlnu trapézového plechu. Díky tomu je konstrukce, i přes svoji malou tloušťku, schopna překlenout velká rozpětí. Podrobný popis konstrukce je uveden v kapitole 2.6.2 na straně 27.

Nalezení tvaru je provedeno MKP simulací modelové zkoušky se zavěšenou tkaninou. Metoda numerického nalezení tvaru vychází ze zásad popsanych v kapitole 6.

Důležitým funkčním požadavkem je půdorysná přímota delší strany skořepiny. Přímá hrana umožní umístit několik modulů vedle sebe a zastřešit tak rozsáhlé prostory bez vnitřních podpor. V následující textu je zpracován návrh konstrukce o půdorysných rozměrech 17×50 m, s maximálním vzepětím ve střednici 10 m. Touto konstrukcí se rovněž zabývá práce [54].

Stejně jako u předchozích studijních skořepin je tvar navržen a výsledná skořepinová konstrukce staticky analyzována pomocí MKP programu Midas Civil. Navržená konstrukce je studována ve dvou variantách – konstrukce uložená neposuvně a konstrukce s předpjatými táhly.

9.1. Odvození tvaru skořepiny z rovinné membrány

9.1.1. První iterace

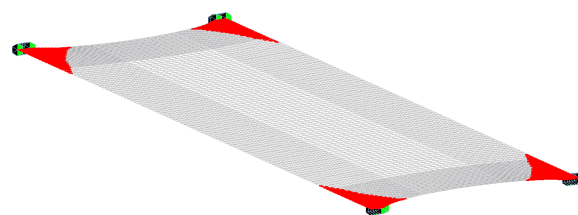
Model

Modelem první iterace je rovinná membrána přibližně obdélníkového tvaru – pouze kratší stranu tvoří křivka (získání zakřivené hrany viz kapitola 9.2.1, oddíl A). Membrána je neposuvně uložena na čtyřech rohových podporách šířky 1 m. Konstrukce je ve směru globální kladné osy z (směrem vzhůru) zatížena 0,1 násobkem vlastní tíhy. Neposuvné uložení simuluje upnutí látky k tuhému rámu, svislé zatížení její hmotnost. Zvolené uspořádání numerického modelu odpovídá modelové zkoušce se zavěšenou tkaninou (obr. 2-15a).

Materiál konstrukce je beton C 30/37. Jako konečné prvky jsou použity obdélníkové prvky Thick Plate konstantní tloušťky 100 mm. Podrobnější údaje o modelu jsou přehledně zpracovány v tab. 9-1. Proměnná tloušťka konstrukce v místě podpor (obr. 9-1) je vyjádřena až dvojnásobným zvětšením objemové hmotnosti materiálu jednotlivých prvků. Uzly konstrukce v blízkosti podpor jsou v rastru cca 0,2×0,2 m, v pásech mezi podporami v rastru cca 0,2×0,5 m, respektive cca 0,5×0,2 m a ve střední části konstrukce cca 0,5×0,5 m. Výchozí souřadnice uzlů jsou:

$$[x_{i,1}; y_{i,1}; z_{i,1}], \text{ kde } z_{i,1} = 0.$$

počet uzlů	8905
počet prvků	8704
typ prvku	Thick Plate
tloušťka skořepiny [m]	0.1
materiál	beton C 30/37 s proměnnou objemovou hmotností (příloha A, tab. a-1)

Tab. 9-1 Základní údaje o modelu**Obr. 9-1** Model první iterace – axonometrie

Výsledky

Konstrukce je řešena geometricky nelineárním výpočtem. Získané svislé deformace jsou $21,5\times$ extrapolovány, takže se o nelineární deformace v pravém slova smyslu nejedná. Půdorysné deformace $D_{x,i,1}$, $D_{y,i,1}$ jsou v první iteraci zanedbány. Maximální svislá deformace ve střednici $D_{z,i,1}$ je 7,08 m.

9.1.2. Druhá až pátá iterace

Model pro druhou iteraci (obr. 9-2), co se týče většiny parametrů, je shodný s modelem kapitoly 9.1.1. Výjimkou je intenzita zatížení a výchozí tvar membrány, který odpovídá tvaru zdeformované membrány z iterace první:

$$[x_{i,2} = x_{i,1}; y_{i,2} = y_{i,1}; z_{i,2} = z_{i,1} + D_{z,i,1}].$$

Membrána je zatížena 10násobkem vlastní tíhy s orientací ve směru globální kladné osy z . Model je řešen geometricky nelineárním výpočtem.

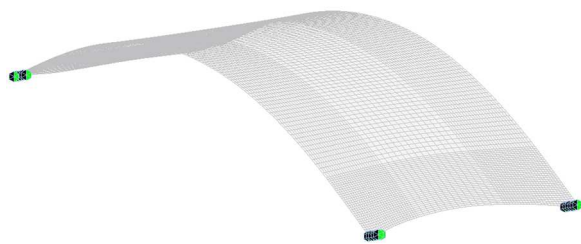
V druhé iteraci ohybově netuhá konstrukce minimalizuje svoji deformační energii a přechází do tvaru, kterým redukuje svoje energeticky neefektivní ohybové namáhání [1]. Z tohoto důvodu dochází uprostřed konstrukce k jejímu poklesu (obr. 9-4).

Model třetí až páté iterace je opět založen na stejném modelu. Postupně je však upravován výchozí tvar membrány o deformace z iterace předchozí. Výchozí tvary membrány, definované prostřednictvím souřadnic uzlů, jsou modifikovány dle následujícího předpisu:

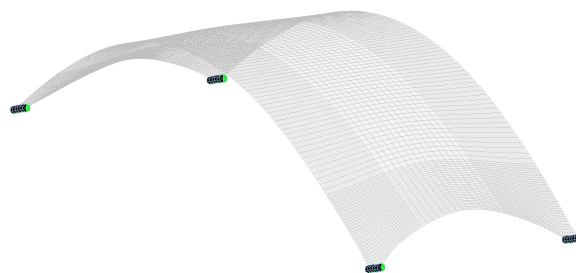
$$[x_{i,r} = x_{i,r-1} + D_{x,i,r-1}; y_{i,r} = y_{i,r-1} + D_{y,i,r-1}; z_{i,r} = z_{i,r-1} + D_{z,i,r-1}],$$

kde r značí aktuální číslo iterace. V této části iteračního procesu jsou všechny tvary konstrukce výslednicové, nebo se k nim velmi blíží a je hledáno pouze projektované vzepětí (obr. 9-5). Informace o zatíženích, deformacích a o maximálním dosažených vzepětí v jednotlivých iteracích jsou prezentovány v tab. 9-2.

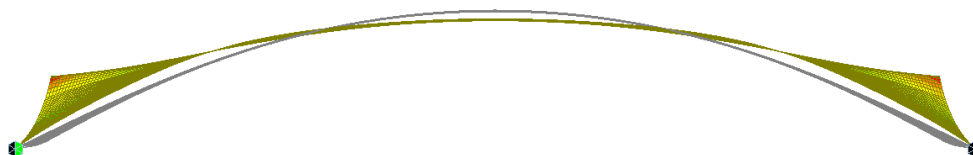
Iterování je ukončeno v páté iteraci, při dosažení maximálního vzepětí 10 m.



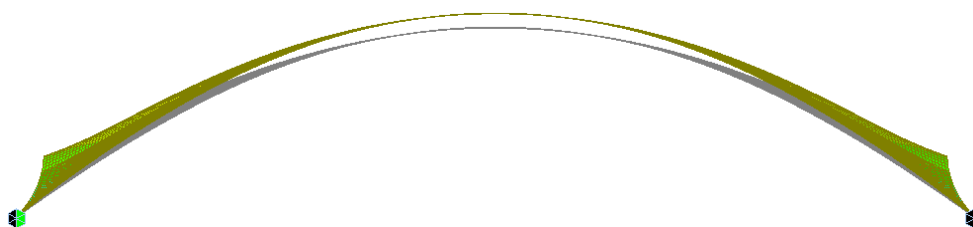
Obr. 9-2 Model druhé iterace – axonometrie



Obr. 9-3 Model páté iterace – axonometrie



Obr. 9-4 Deformace D_z po druhé iteraci – měřítko deformace 4



Obr. 9-5 Deformace D_z po páté iteraci-měřítko deformace 4

r iterace	násobek vlastní tíhy	D_z uprostřed konstrukce [m]	dosažené celkové vzepětí uprostřed konstrukce [m]
2	10×	-0,12	6,96
3	150×	+0,62	7,58
4	800×	+2,23	9,81
5	66×	+0,19	10,00

Tab. 9-2 Přehled o zatížení a dosažených deformacích v jednotlivých iteracích

9.1.3. Výsledný tvar konstrukce

Vezmeme-li v potaz architektonické hledisko, tak výsledný tvar konstrukce (obr. 9-6) se od tvaru konstrukcí navržených Heinzem Islerem značně liší (obr. 2-19, obr. 2-20, obr. 2-21). Tvar postrádá výrazné zakřivení v příčném směru. Iterativním postupem je v podstatě získána válcová skořepina, u které je všeobecně známo, že nevykazuje dobrou stabilitní odolnost. Statické vlastnosti této konstrukce jsou analyzovány následovně.

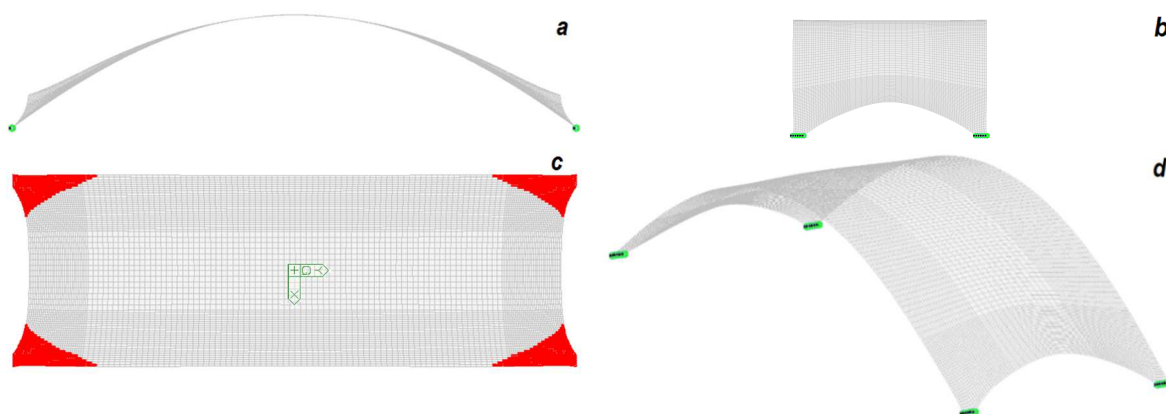
Model a zatížení

Model konstrukce se skládá ze skořepinových prvků typu Thick Plate. Základní tloušťka skořepiny je 120 mm. Směrem k bodovým podporám je konstrukce postupně náběhována až na 240 mm (s krokem 12 mm). Náběh je modelován postupným zvětšováním konstantní tloušťky jednotlivých prvků (obr. 9-6 c). Model je uložen na čtyřech rohových

podporách, kde je zabráněno posunu ve směru globálních os x , y , z a pootočení kolem osy z a x . Materiál konstrukce je beton C 30/37. Popis zatěžovacích stavů je uveden v kapitole 9.4.3, základní údaje o modelu v tab. 9-3.

počet uzlů	8905
počet prvků	8704
typ prvku	Thick Plate
tloušťka skořepiny [m]	0.12 s povoleným náběhem až na 0.24 (po 0.012)
materiál	beton C 30/37 (viz příloha A, tab. a-1)
hmotnost konstrukce [t]	272,12

Tab. 9-3 Základní údaje o modelu



Obr. 9-6 Výsledný tvar konstrukce – a) pohled z boku, b) pohled z čela, c) půdorys s vyznačenou proměnnou tloušťkou, d) axonometrie

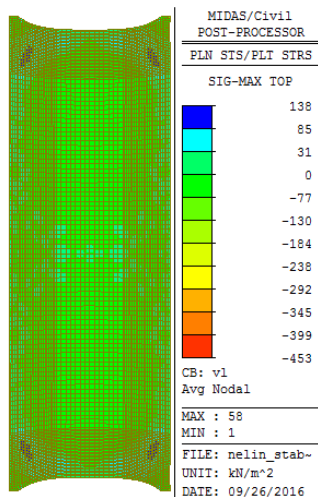
9.1.4. Výsledky

Konstrukce je analyzována geometricky nelineárním výpočtem. Vyhodnocovány jsou deformace a napětí. Slovní popis výsledků nezahrnuje konečné prvky v bezprostřední blízkosti podpor, protože v těchto diskontinuitních oblastech není zobrazen reálný stav napjatosti.

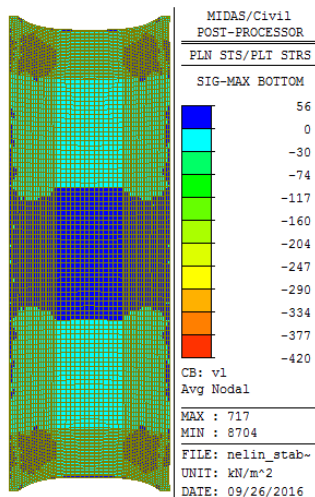
Vlastní tíha (SW)

Hlavní napětí σ_1 nedosahují ani při jednom z povrchů signifikantních hodnot, maximální hodnota je 0,14 MPa (obr. 9-7). Hlavní napětí σ_2 je lokalizováno v blízkosti podpory a jeho minimální hodnota je -6,0 MPa (obr. 9-9 a obr. 9-10). Extrémní svislá deformace při rozpětí 50 m je pouze -2,6 mm (obr. 9-12).

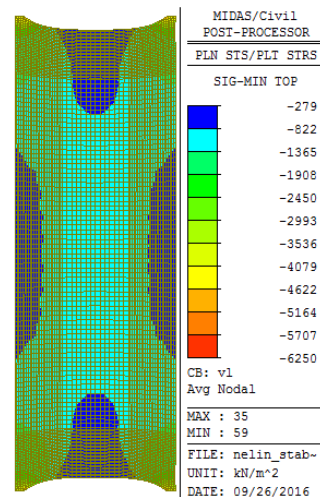
Na základě prezentovaných hodnot napětí a deformací je možné usuzovat, že navržený tvar pro zatížení vlastní tíhou odpovídá výslednicovému tvaru.



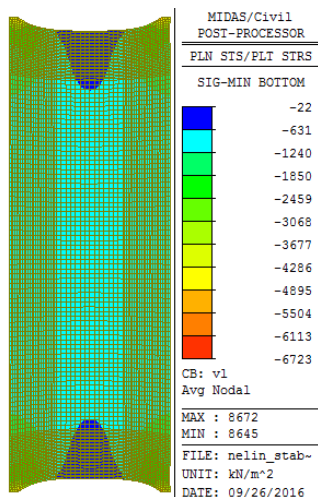
Obr. 9-7 Hlavní napětí
 $\sigma_{1,\text{horní}}, [\text{kPa}], \text{SW}$



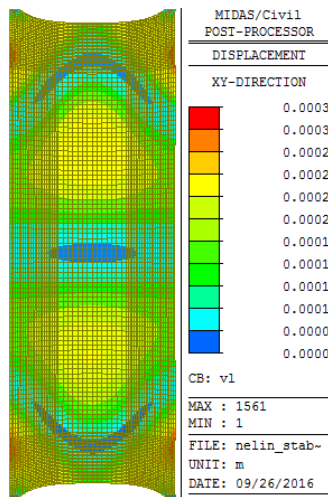
Obr. 9-8 Hlavní napětí
 $\sigma_{1,\text{spodní}}, [\text{kPa}], \text{SW}$



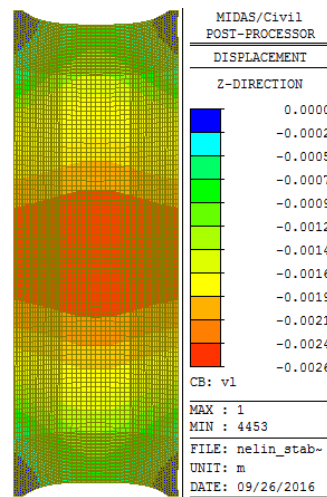
Obr. 9-9 Hlavní napětí
 $\sigma_{2,\text{horní}}, [\text{kPa}], \text{SW}$



Obr. 9-10 Hlavní napětí
 $\sigma_{2,\text{spodní}}, [\text{kPa}], \text{SW}$



Obr. 9-11 Deformace
 $D_{xy} [\text{m}], \text{SW}$



Obr. 9-12 Deformace
 $D_z [\text{m}], \text{SW}$

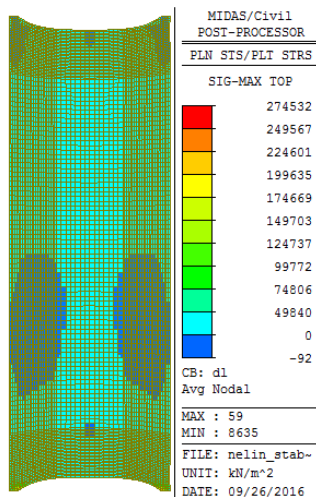
Vlastní tíha + Sníh 2 (SW + SN2)

Reálně použitelná konstrukce musí vykazovat přijatelné deformace a napětí pro všechna zatížení, kterým může být vystavena.

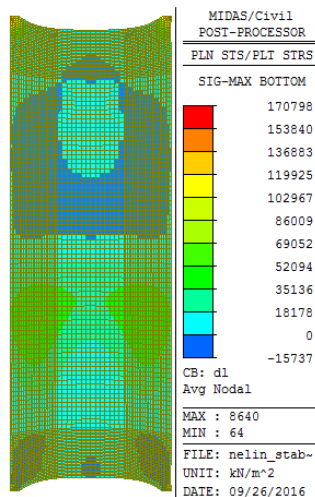
V tomto odstavci je prezentováno statické působení konstrukce při kombinace vlastní tíhy s plošným zatížením na podélné polovině konstrukce – SW+SN2 (obr. 9-45).

Stanovíme-li jako limitní deformaci 1/500 rozpětí, pak hodnota průhybu je omezena hodnotou $w_{\text{max}} = 50 / 500 = 0,1 \text{ m}$. Hodnota maximální svislé deformace je $-1,1 \text{ m}$ (obr. 9-18), tzn. jedenáctinásobné překročení limitních hodnoty průhybů.

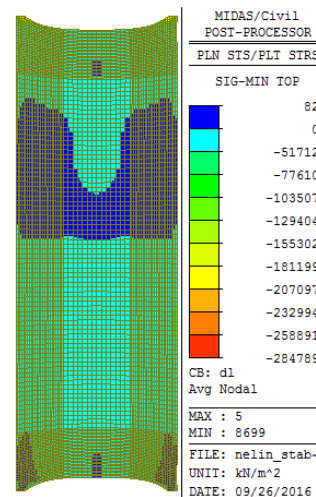
Z hlediska stavu napjatosti je poměrně běžný výskyt tahových i tlakových napětí v řádu desítek megapascalů, lokálně až stovek megapascalů (obr. 9-13 až obr. 9-16). Tato konstrukce je očividně nedimenzovatelná a nevyhoví z hlediska mezních stavů únosnosti ani použitelnosti.



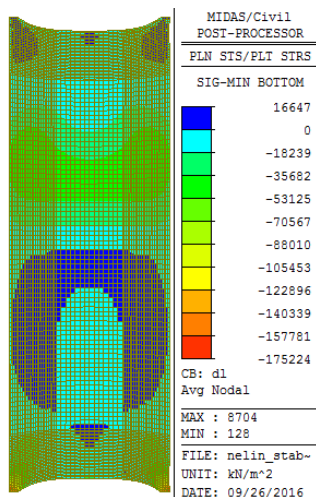
Obr. 9-13 Hlavní napětí $\sigma_{1,\text{horní}}$, [kPa], SW+SN2



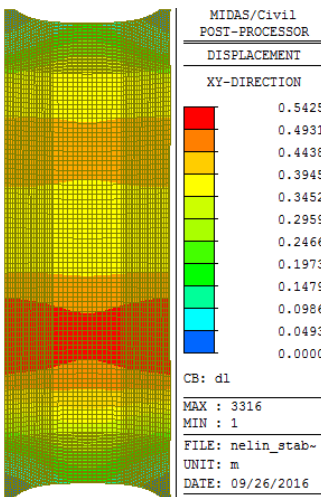
Obr. 9-14 Hlavní napětí $\sigma_{1,\text{spodní}}$, [kPa], SW+SN2



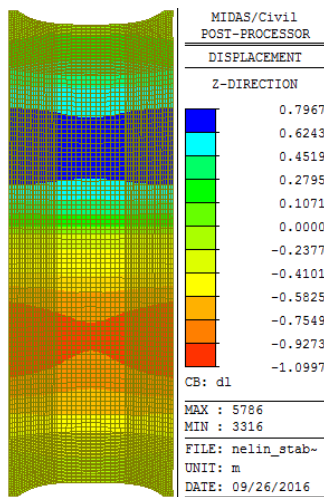
Obr. 9-15 Hlavní napětí $\sigma_{2,\text{horní}}$, [kPa], SW+SN2



Obr. 9-16 Hlavní napětí $\sigma_{2,\text{spodní}}$, [kPa], SW+SN2



Obr. 9-17 Deformace D_{xy} [m], SW+SN2



Obr. 9-18 Deformace D_z [m], SW+SN2

Závěr

Na základě výsledků, získaných geometricky nelineárním analýzou ideální konstrukce, autor práce shledal, že nalezená konstrukce odpovídá výslednicovému tvaru, protože při zatížení vlastní tíhou není výrazně ohybově namáhána a deformace jsou v řádu jednotek milimetrů.

Při nerovnoměrném rozdělení zatížení je konstrukce nadměrně deformována a namáhána, jsou překročeny všechny limity mezních stavů únosnosti a použitelnosti.

Konstrukce tohoto typu, realizované Heinzem Islerem, jsou v příčném směru výrazněji zakřiveny. Toto zakřivení (stejně jako např. u trapézových plechů) zajišťuje konstrukci tuhost a stabilitu. Proto je nutné hledat jiný výslednicový tvar konstrukce na daném půdorysu.

9.2. Odvození tvaru skořepiny z prostorové membrány

Je zřejmé, že pokud má být dosaženo požadovaného tvaru konstrukce, nemůže být jako výchozí tvar použita rovina. V podstatě je nutné do iteračních modelů začlenit tvarové charakteristiky, které jsou v konstrukci (viz kapitola 9.1) zastoupeny v nedostatečné míře nebo zcela chybí. Vhodný výchozí tvar lze pouze odhadovat, protože výsledný tvar konstrukce je získán na základě geometricky nelineárního iteračního procesu. V případě, že získaný výsledný tvar neodpovídá technickým nebo architektonickým požadavkům, je nutné opětovně provést úpravy výchozího tvaru a iterační proces opakovat.

9.2.1. První „iterace“

Model první iterace je nahrazen čtyřmi modely. Na základě součtu jejich deformací je získán tvar membrány pro druhý iterační krok. Modely jsou řešeny geometricky nelineárně, získané deformace jsou lineárně extrapolovány na potřebnou velikost. Podepření a zatížení jednotlivých modelů nesouvisí s podepřením finální konstrukce a neřídí se žádnými exaktními pravidly, ale spíše snahou zdůraznit nedostatečné tvarové charakteristiky konstrukce.

Uspořádání modelů je nastaveno tak, že v každém modelu jsou přítomny výrazné deformace pouze v jedné oblasti konstrukce (např. podél delších nebo kratších stran konstrukce nebo uprostřed rozpětí). Tato koncepce zajišťuje případnou snazší parametrickou úpravu výchozího tvaru.

Jako příklad lze uvést model ze strany 101 (obr. 9-21). V tomto modelu jsou zadány svislé pružiny pro omezení deformací ve střední části konstrukce, přičemž výrazné deformace se vyskytují výhradně podél delších hran konstrukce (obr. 9-22). Pro porovnání jsou uvedeny deformace na modelu bez pružin (obr. 9-23). Při stejné maximální hodnotě deformace delší hrany (+6,07 m) je rovněž deformován střed konstrukce o cca 0,9 m. V případě, že by z iteračního procesu vzešel požadavek na drobnou úpravu tvaru pouze v místě podélné hrany a byl by použit model bez pružin, byl by úpravou podélné hrany rovněž ovlivněn tvar uprostřed konstrukce. To by v podstatě znamenalo namísto drobné úpravy úplně nový výchozí tvar. Výsledný tvar konstrukce určený na základě nového výchozího tvaru by se od požadované geometrie mohl odchýlovat více než předchozí výsledný tvar. To znamená, že namísto cíleného iterativního hledání požadovaného výslednicového tvaru by výslednicové tvary byly určovány víceméně náhodně.

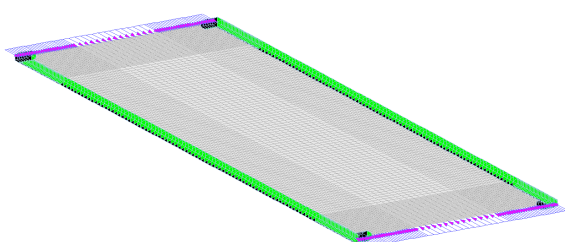
A Zakřivení kratší strany membrány

Model rovinné membrány půdorysných rozměrů 17×50 m je vytvořen z deskostěnových prvků Thick Plate, tloušťky 100 mm. Uzly konstrukce v blízkosti podpor jsou v rastru 0,2×0,2 m, v pásech mezi podporami v rastru 0,2×0,5 m, respektive 0,5×0,2 m a ve střední části konstrukce v rastru 0,5×0,5 m. Materiál konstrukce je beton C 30/37. Model je neposuvně uložen v místě budoucích podpor a po celé delší straně. Po celém obvodu konstrukce je umístěn prut kruhového průřezu o průměru 0,5 m (prvky typu Beam), který umožňuje zadání spojitého zatížení. Spojité rovnoměrné zatížení paralelní s osou y, intenzity 1000 kN/m, je zadáno na kratší stranu konstrukce. Zatížení směřuje do středu konstrukce (obr. 9-19). Základní údaje o modelu jsou uvedeny v tab. 9-4.

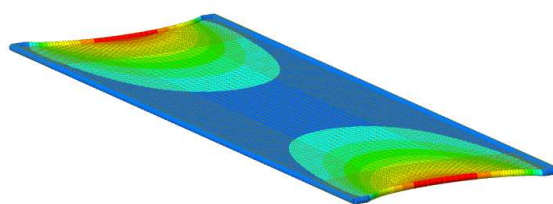
Výsledkem geometricky nelineárního výpočtu je vodorovná deformace kratší strany. Deformace je 622násobně extrapolována, tím je dosaženo maximálního posunu $\pm 1,85$ m (obr. 9-20). Tato úprava tvaru je rovněž použita v kapitole 9.1.

počet uzlů	8905
počet prvků	8704/400
typ prvku	Thick Plate/Beam
tloušťka skořepiny/ průměr prutu [m]	$0.1/\phi=0.5$
materiál	beton C 30/37 (viz příloha A, tab. a-1)

Tab. 9-4 Základní údaje o modelu A



Obr. 9-19 Zatížení a podepření modelu

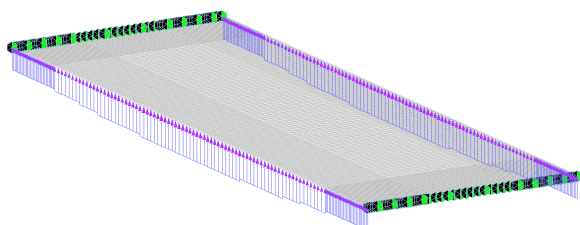


Obr. 9-20 Vodorovná deformace D_{xy} s maximální hodnotou $\pm 1,85$ m

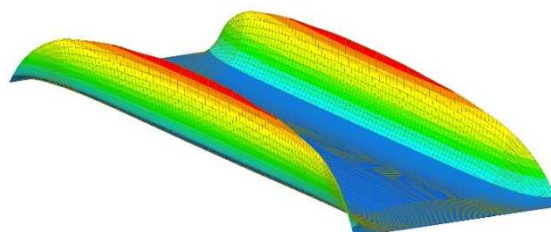
B Úprava delší strany membrány

Model vychází z modelu popsaného v oddílu A. Membrána je neposuvně uložena po celé delší straně. Jako v předchozím případě je i zde po celém obvodu umístěn prut (Beam) kruhového průřezu. Průměru prutu je 0,1 m a umožňuje zadání spojitého zatížení. Základní údaje o modelu rekapituluje tab. 9-5.

Obě podélné strany jsou zatíženy svislým liniovým zatížením působícím v kladném směru globální osy z , intenzita zatížení je proměnná – postupně narůstá z 1000 kN/m u podpory až na 1400 kN/m uprostřed rozpětí (obr. 9-21). Každý uzel je podepřen svislou pružinou. Tuhost jednotlivých pružin je 60 kN/m, respektive 150 kN/m, respektive 375 kN/m, v závislosti na rastru uzlů. Tuhost pružin je volena tak, aby bylo dosaženo plošné tuhosti 1500 kN/m/m². Získaná deformace je 6,4násobně extrapolována, tím je dosaženo maximální hodnoty $D_z +6,07$ m (obr. 9-22).



Obr. 9-21 Zatížení a podepření modelu

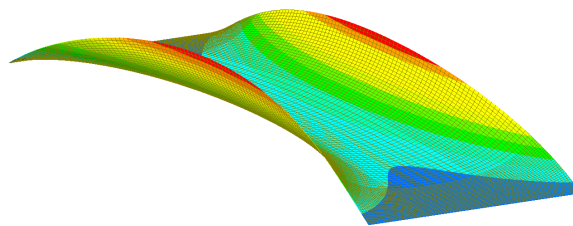


Obr. 9-22 Svislá deformace D_z s maximální hodnotou $+6,07$ m

Pružiny mají za úkol omezit deformaci ve střední části konstrukce. Pro srovnání jsou uvedeny deformace z obdobného modelu bez pružin s maximální hodnotou svislé deformace rovněž +6,07 m (obr. 9-23). Význam pružin je popsán v úvodu kapitoly 9.2.1.

počet uzlů	8905
počet prvků	8704/400
typ prvku	Thick Plate/Beam
tloušťka skořepiny/ průměr prutu [m]	0.1/ $\Phi=0.1$
materiál	beton C 30/37 (viz příloha A, tab. a-1)

Tab. 9-5 Základní údaje o modelu B

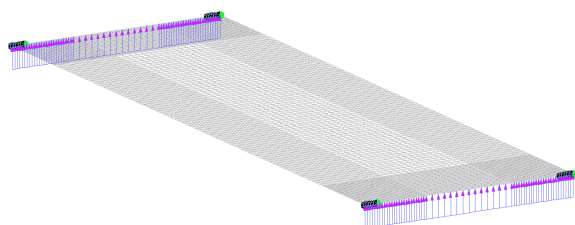


Obr. 9-23 Svislá deformace D_z na modelu bez pružin s maximální hodnotou +6,07 m

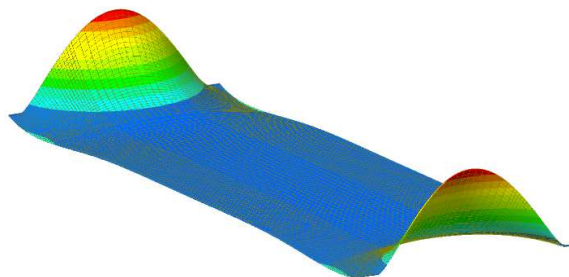
C Úprava kratší strany membrány

Model vychází z modelu popsaného v oddílu A. Membrána je neposuvně podepřena v místě budoucích podpor. Po celém obvodu je umístěn prut (Beam) kruhového průřezu, průměru 0,1 m, který umožňuje zadání spojitého zatížení. Základní údaje o modelu uvádí tab. 9-6.

Kratší strany jsou zatíženy svislým liniovým spojitým zatížením o intenzitě 300 kN/m působícím v kladném směru globální osy z (obr. 9-24). Každý uzel je podepřen svislou pružinou o tuhosti 50 kN/m. Výsledkem výpočtu je svislá deformace D_z , která je 30,2násobně extrapolována, tím je dosaženo maximální hodnoty +6,50 m (obr. 9-25).



Obr. 9-24 Zatížení a podepření modelu



Obr. 9-25 Svislá deformace D_z s maximální hodnotou +6,50 m

počet uzlů	8905
počet prvků	8704/400
typ prvku	Thick Plate/Beam
tloušťka skořepiny/ průměr prutu [m]	0.2/ $\Phi=0.1$
materiál	beton C 30/37 (viz příloha A, tab. a-1)

Tab. 9-6 Základní údaje o modelu C

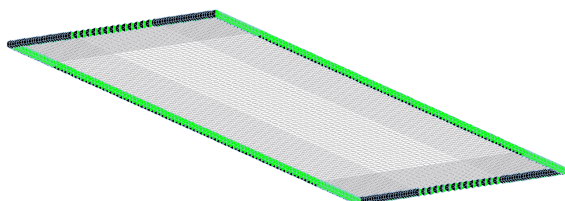
počet uzlů	8905
počet prvků	8704
typ prvku	Thick Plate
tloušťka skořepiny [m]	0.1
materiál	beton C 30/37 (viz příloha A, tab. a-1)

Tab. 9-7 Základní údaje o modelu D

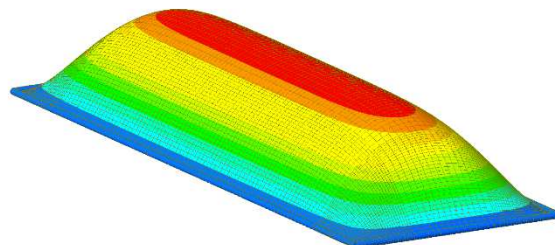
D Úprava středu konstrukce

Model vychází z modelu popsaného v oddílu A. Membrána je neposuvně uložena po celém obvodu (obr. 9-26). Konstrukce je zatížena 20násobkem vlastní tíhy. Základní údaje o modelu jsou uvedeny v tab. 9-7.

Získaná deformace je $19,2\times$ extrapolována, tím je dosaženo maximální svislé deformace $+7,38$ m (obr. 9-27).



Obr. 9-26 Podpoření modelu



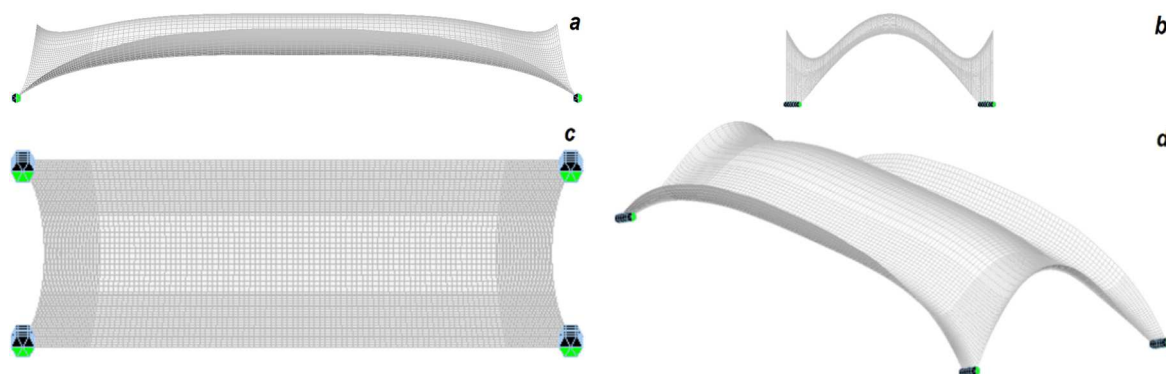
Obr. 9-27 Svislá deformace D_z s maximální hodnotou $+7,38$ m

9.2.2. Druhá a třetí iterace

Tvar konstrukce pro druhou iteraci (obr. 9-28), definovaný polohou uzlů, je získán na základě součtu výchozích souřadnic uzlů a svislých (oddíl B, C, D), respektive vodorovných (oddíl A) deformací určených na základě analýzy jednotlivých modelů z kapitoly 9.2.1. Výchozí polohy uzlů pro druhou iteraci jsou:

$$[x_{i,2} = x_{i,1} + D_{x,i,1,A}; y_{i,2} = y_{i,1} + D_{y,i,1,A}; z_{i,2} = z_{i,1} + D_{z,i,1,B} + D_{z,i,1,C} + D_{z,i,1,D}].$$

Maximální svislá souřadnice $z_{i,2}$ je $7,41$ m a nachází se uprostřed konstrukce. Při porovnání obr. 9-28 s obr. 9-2 je patrné, že konstrukce je výrazněji profilována jak v příčném, tak v podélném směru. Nicméně vliv této úpravy na celkové statické působení konstrukce je možné zhodnotit až na základě statické analýzy výsledné konstrukce.



Obr. 9-28 Model druhé iterace –
a) pohled z boku, b) pohled z čela, c) půdorys, d) axonometrie

Model konstrukce druhé iterace, vyjma geometrie a zatížení, se nijak neliší od modelu popsaného v kapitole 9.1.1. Membrána je ve směru globální kladné osy z zatížena 300násobkem vlastní tíhy, při tomto zatížení konstrukce vykazuje maximální svislou deformaci $D_{z,i,2} = +1,32$ m, která je lokalizovaná uprostřed konstrukce. Maximální celkové vzepětí po druhé iteraci je $7,41 + 1,32 = 8,73$ m.

Model konstrukce třetí iterace opět vychází z modelu popsaného v kapitole 9.1.1. Ve třetí iteraci jsou výchozí souřadnice uzlů dány polohou uzlů v druhé iteraci a jejich nelineární deformací:

$$[x_{i,3}=x_{i,2} + D_{x,i,2}; y_{i,3}=y_{i,2} + D_{y,i,2}; z_{i,3}=z_{i,2} + D_{z,i,2}].$$

Membrána je zatížena 347násobkem vlastní tíhy. Tomuto zatížení odpovídá maximální svislá deformace středu konstrukce $D_{z,i,3} = +1,27$ m, takže maximální vzepětí střednice konstrukce po třetí iteraci je $8,73 + 1,27 = 10,00$ m. Což je hodnota definovaná v zadání. Poloha uzlů výsledné konstrukce je:

$$[x'_{i,3} = x_{i,3} + D_{x,i,3}, y'_{i,3} = y_{i,3} + D_{y,i,3}, z'_{i,3} = z_{i,3} + D_{z,i,3}].$$

9.2.3. Výsledný tvar konstrukce

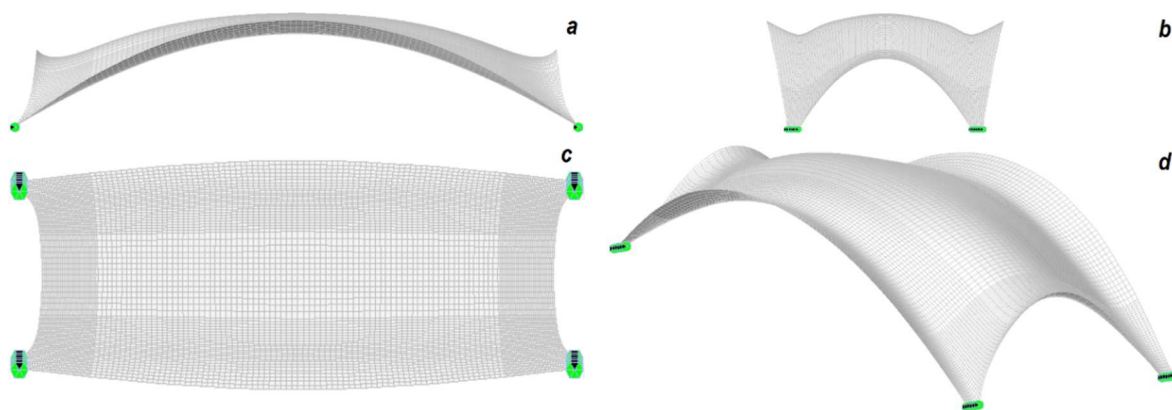
Výsledný tvar konstrukce má na rozdíl od tvaru uvedeného v kapitole 9.1.3 výraznější profilování příčného řezu, konstrukce však nesplňuje tvarové požadavky na přímost delší hrany (obr. 9-29). Vodorovná výchylka dosahuje hodnoty až 1,73 m. Přesto je tato konstrukce analyzována, aby bylo zjištěno její statické působení.

Model a zatížení

Charakteristiky modelu, zatížení a způsob řešení se naprosto shodují s modelem popsaným v kapitole 9.1.3. Rozdílný je pouze tvar konstrukce a veličiny z něj plynoucí (např. vlastní tíha konstrukce). Základní parametry modelu jsou uvedeny v tab. 9-8.

počet uzlů	8905
počet prvků	8704
typ prvku	Thick Plate
tloušťka skořepiny [m]	0.12 s povoleným náběhem až na 0.24 (po 0.012)
materiál	beton C 30/37 (viz příloha A, tab. a-1)
hmotnost konstrukce [t]	318,64

Tab. 9-8 Základní údaje o modelu



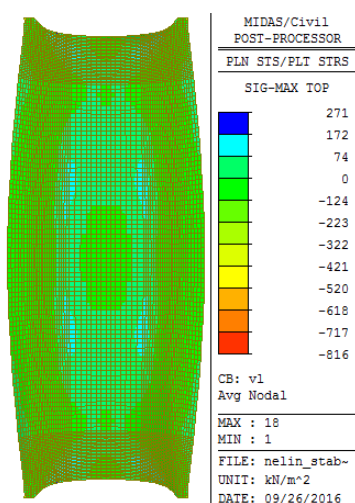
Obr. 9-29 Výsledný tvar konstrukce –
a) pohled z boku, b) pohled z čela, c) půdorys, d) axonometrie

9.2.4. Výsledky

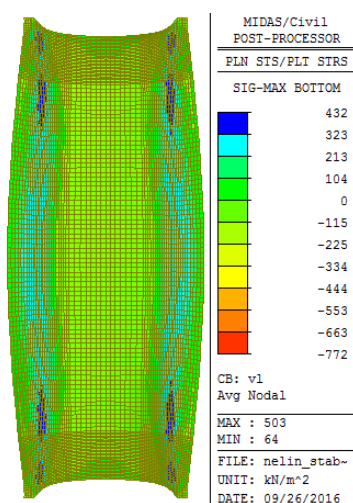
Vlastní tíha (SW)

Hlavní napětí σ_1 nedosahují ani při jednom z povrchů významných hodnot, maximální hodnota je 0,43 MPa (obr. 9-31). Minimální hlavní napětí $\sigma_2 = -6,7$ MPa je lokalizováno v blízkosti podpor (obr. 9-32, obr. 9-33). Extrémní svislá deformace D_z je $-4,1$ mm (obr. 9-35).

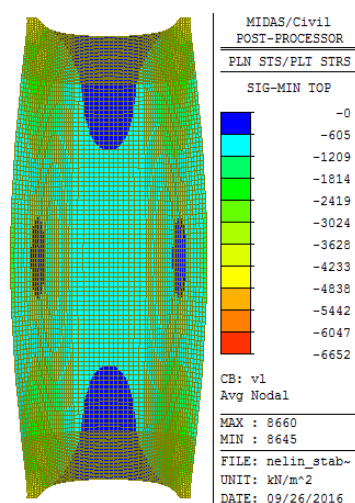
U nově vyvinutého typu konstrukce lze pozorovat mírný nárůst hodnot napětí a deformací v porovnání s konstrukcí popsanou v kapitole 9.1. Tento nárůst je z části nepochybně způsoben o 17 % vyšší hmotností konstrukce. I přes méně příznivé statické působení lze z technického hlediska tento tvar jednoznačně považovat za výslednicový.



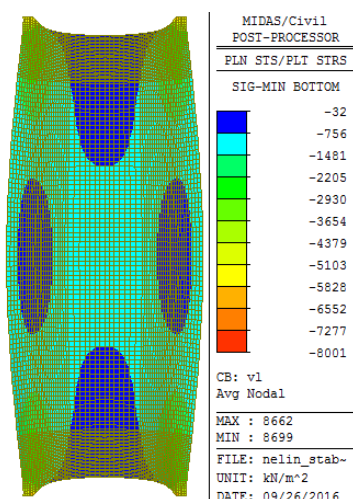
Obr. 9-30 Hlavní napětí $\sigma_{1,\text{horní}}$, [kPa], SW



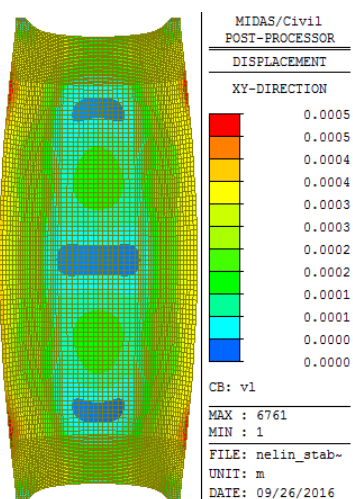
Obr. 9-31 Hlavní napětí $\sigma_{1,\text{spodní}}$, [kPa], SW



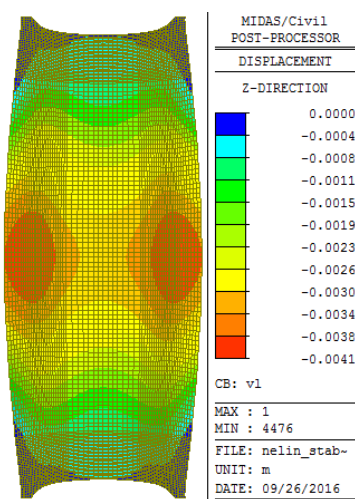
Obr. 9-32 Hlavní napětí $\sigma_{2,\text{horní}}$, [kPa], SW



Obr. 9-33 Hlavní napětí $\sigma_{2,\text{spodní}}$, [kPa], SW



Obr. 9-34 Deformace D_{xy} [m], SW

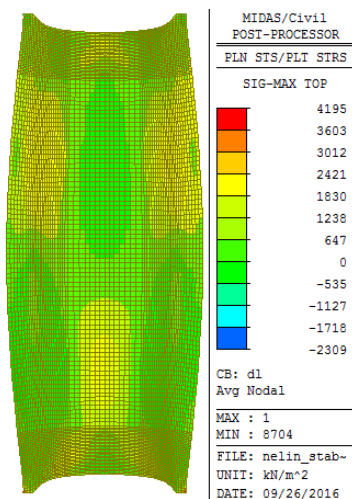


Obr. 9-35 Deformace D_z [m], SW

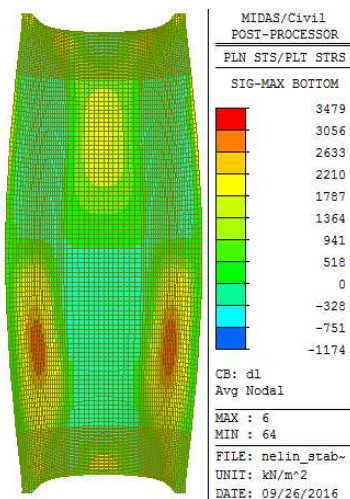
Vlastní tíha + Sníh 2 (SW + SN2)

Při zatížení konstrukce sněhem dle schématu SN2 je zjištěna maximální svislá deformace $D_z = -16,2$ mm (obr. 9-41), to je ve srovnání s kapitolou 9.1.4 68násobný pokles.

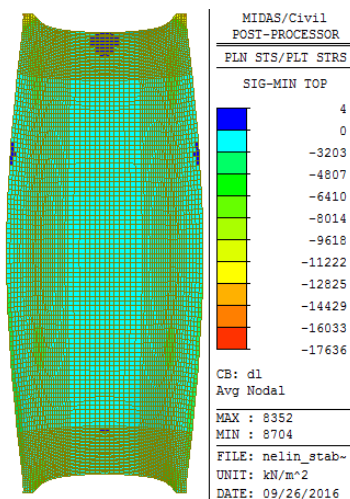
Hlavní napětí se pohybují v intervalu od $-15,3$ MPa do $+3,5$ MPa (obr. 9-36 až obr. 9-39).



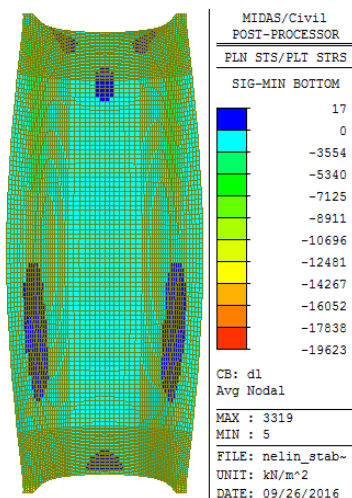
Obr. 9-36 Hlavní napětí $\sigma_{1,\text{horní}}$, [kPa], SW+SN2



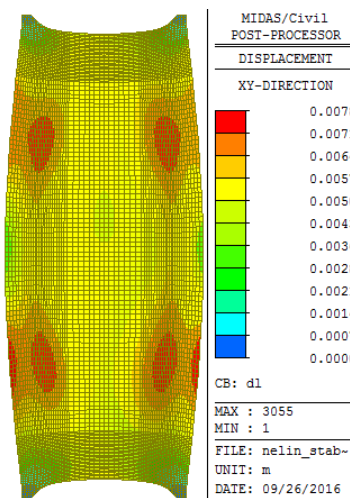
Obr. 9-37 Hlavní napětí $\sigma_{1,\text{spodní}}$, [kPa], SW+SN2



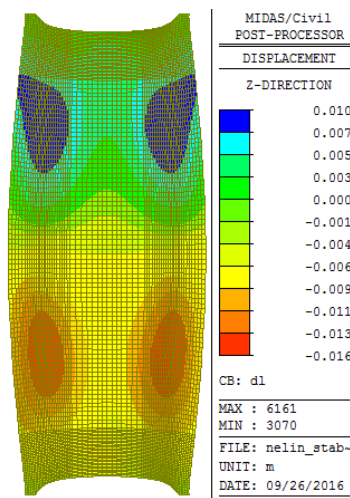
Obr. 9-38 Hlavní napětí $\sigma_{2,\text{horní}}$, [kPa], SW+SN2



Obr. 9-39 Hlavní napětí $\sigma_{2,\text{spodní}}$, [kPa], SW+SN2



Obr. 9-40 Deformace D_{xy} [m], SW+SN2



Obr. 9-41 Deformace D_z [m], SW+SN2

Závěr

Na základě geometricky nelineární analýzy ideální konstrukce prezentované v této kapitole shledal autor práce, že nalezená konstrukce při zatížení vlastní tíhou nevykazuje výrazné ohybovému namáhání konstrukce a lze říci, že se nachází v membránovém stavu. Současně je u konstrukce díky změně tvaru zaručena dostatečná tuhost a stabilita.

Bohužel konstrukce nedisponuje přímou delší hranou, to je v přímém rozporu se zadáním. Napřímení hrany je řešeno v kapitole 9.3.

9.3. Napřímení delší hrany konstrukce – získání tvaru

Delší hrana je vychýlena směrem z konstrukce, maximální vodorovná výchylka $\Delta x_{i,2}$ činí 1,73 m. Korekce půdorysné polohy uzlů je provedena postupnou úpravou výchozího tvaru, ve smyslu kapitoly 6.3.3. Rozdílem od předchozích aplikací tohoto postupu je, že výsledných tvarů je dosaženo ve dvou iteračních krocích (2b a 3b apod.). Souřadnice uzlů výsledné konstrukce (viz též kapitola 9.2.2) jsou:

$$[x'_{i,3} = x_{i,3} + D_{x,i,3}, y'_{i,3} = y_{i,3} + D_{y,i,3}, z'_{i,3} = z_{i,3} + D_{z,i,3}],$$

ty jsou získány prostřednictvím iterační série *a* (kapitola 9.2) a vykazují následující půdorysné odchylky od jejich výchozí polohy:

$$[\Delta x_{i,2} = x'_{i,3} - x_{i,2}; \Delta y_{i,2} = y'_{i,3} - y_{i,2}].$$

Z hlediska řešení konstrukce je postačující korekce pouze ve směru globální osy *x*, nicméně kvůli zachování přiměřené vzdálenosti uzlů je jejich poloha korigována i ve směru *y*. Odchylky $\Delta x_{i,2}$ a $\Delta y_{i,2}$ slouží pro úpravu výchozího tvaru membrány v iteraci 2b:

$$[x_{i,2,b} = x_{i,2} - \Delta x_{i,2}; y_{i,2,b} = y_{i,2} - \Delta y_{i,2}; z_{i,2,b} = z_{i,2}].$$

Postup je dále opakován analogicky s kapitolou 9.2.2. Na konci iterační série *b*, v iteraci 3b jsou opět zjištěny půdorysné odchylky jednotlivých uzlů od výchozí polohy:

$$[\Delta x_{i,2,b} = x'_{i,3,b} - x_{i,2}; \Delta y_{i,2,b} = y'_{i,3,b} - y_{i,2}],$$

jejichž maximální hodnota činí pouze 0,568 m, to představuje 67% redukci ve srovnání s iterační sérií iterací *a*. Na základě půdorysných odchylek $\Delta x_{i,2,b}$ a $\Delta y_{i,2,b}$ je stanoven výchozí tvar membrány pro iteraci 2c:

$$[x_{i,2,c} = x_{i,2,b} - \Delta x_{i,2,b}; y_{i,2,c} = y_{i,2,b} - \Delta y_{i,2,b}; z_{i,2,c} = z_{i,2}].$$

Tímto způsobem je pokračováno, dokud maximální vodorovná výchylka neklesne na zanedbatelnou hodnotu. Tohoto cíle je dosaženo v iterační sérii *i*, kdy maximální výchylka $\Delta x_{i,3,i}$ klesne na 0,7 mm.

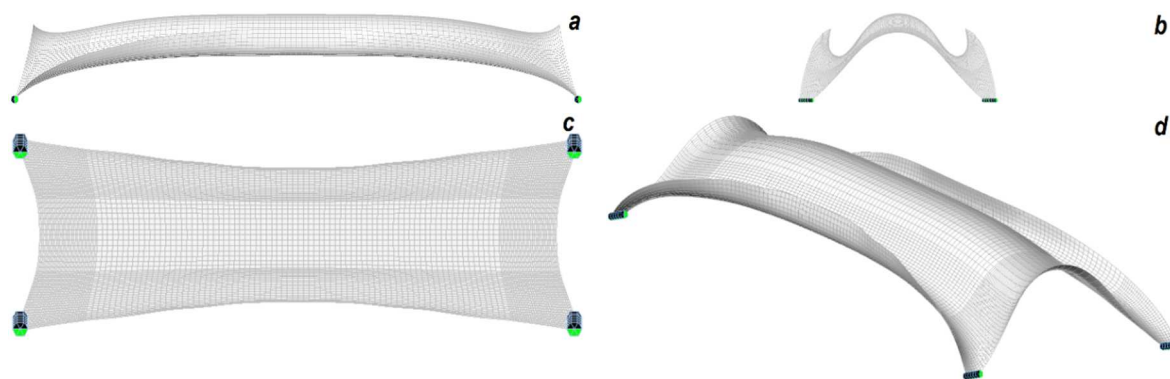
Hodnoty maximálních půdorysných výchylek pro jednotlivé iterační série a ostatní parametry iteračního procesu jsou přehledně zpracovány v tab. 9-9. Z tabulky je rovněž patrné, že proces hledání tvaru skořepiny neprobíhá v jednotlivých iteračních sériích zcela stejně. Poslední iterační série, při které je výchozí tvar membrány stanoven pro druhou iteraci, je série iterací *e*. Model iterací 2e je vyobrazen na obr. 9-42. Tvar je charakterizován především výrazným vychýlením delší hrany směrem do konstrukce.

V iteracích *f* je již kumulativní půdorysná výchylka natolik velká, že zde jsou zaznamenány problémy s konvergencí. Na základě toho je stanoven výchozí tvar membrány až pro iteraci 3f:

$$[x_{i,3,f} = x_{i,3,e} - \Delta x_{i,2,e}; y_{i,3,f} = y_{i,3,e} - \Delta y_{i,3,e}; z_{i,3,f} = z_{i,3,e}], \text{ kde}$$

$$[\Delta x_{i,2,e} = x'_{i,3,e} - x_{i,2}, \Delta y_{i,2,e} = y'_{i,3,e} - y_{i,2}].$$

Současně je řešení doplněno o čtvrtou iteraci.



Obr. 9-42 Výchozí tvar pro iteraci 2e –
a) pohled z boku, b) pohled z čela, c) půdorys, d) axonometrie

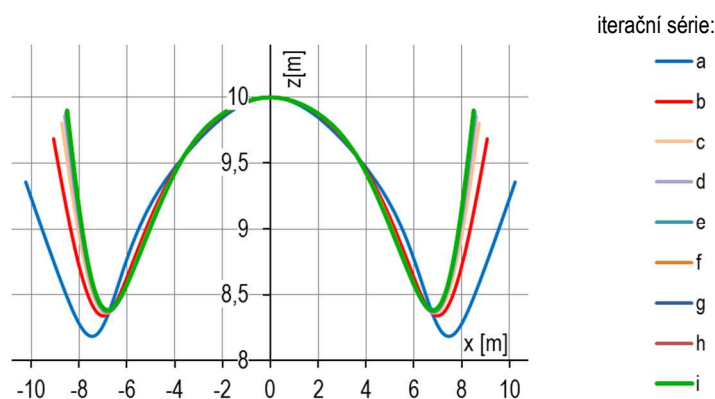
Vzhledem již pouze k drobným korekcím tvaru je od iterace h stanoven výchozí tvar membrány až pro iteraci $4h$:

$$[x_{i,4,h} = x_{i,4,g} - \Delta x_{i,3,g}; y_{i,4,h} = y_{i,4,g} - \Delta y_{i,3,g}; z_{i,4,h} = z_{i,4,g}], \text{ kde}$$

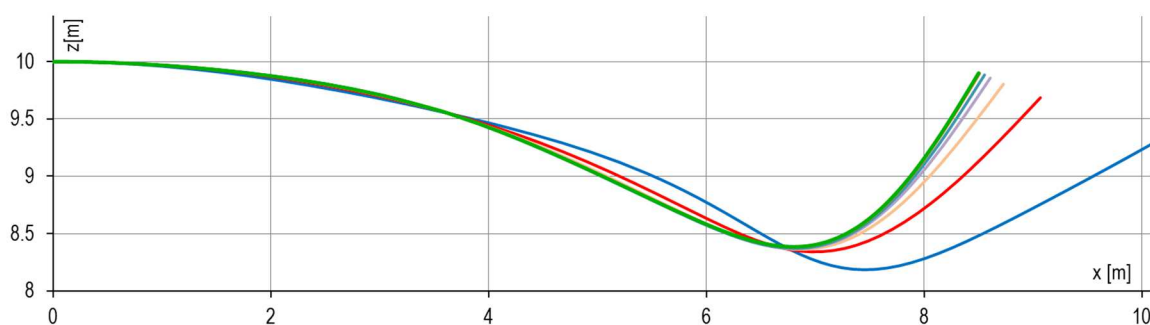
$$[\Delta x_{i,3,g} = x'_{i,4,g} - x_{i,2}; \Delta y_{i,3,g} = y'_{i,4,g} - y_{i,2}].$$

V principu se na řešení všech iteračních sérií nic nemění.

O tvarech finálních konstrukcí a velikostech maximálních odchylek získaných na základě jednotlivých iteračních sérií pojednává graf 9-1, detailně pak graf 9-2. Grafy znázorňují tvar střednice v řezu vedeném příčnou osou symetrie.



Graf 9-1 Tvary finálních konstrukcí v příčné ose symetrie – 6× převýšené



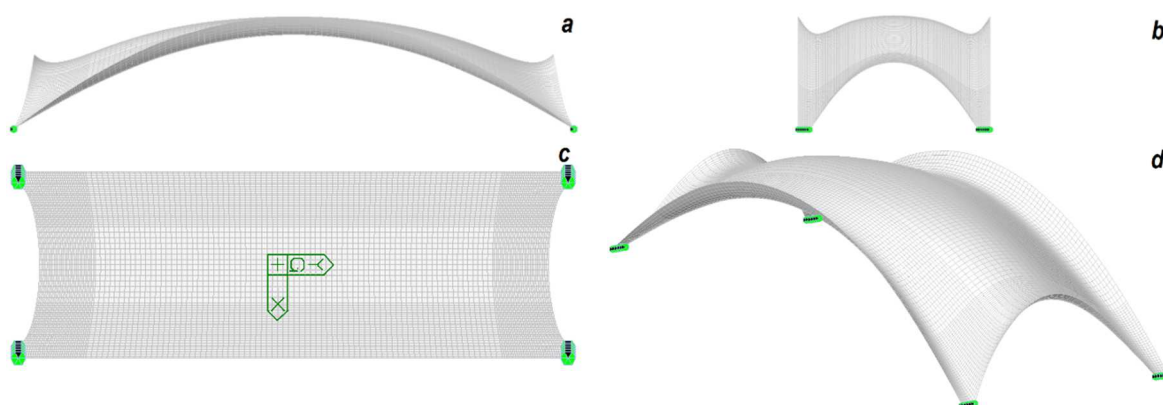
Graf 9-2 Tvary finálních konstrukcí v příčné ose symetrie – detail

iterační série	maximální vodorovná výchylka [m]	kumulativní vodorovná výchylka [m]	násobek vlastní tíhy pro		
			druhou iteraci	třetí iteraci	čtvrtou iteraci
a	1,733	1,733	300	347	–
b	0,568	2,301	300	342	–
c	0,228	2,529	300	340	–
d	0,107	2,636	300	339	–
e	0,058	2,694	300	339	–
f	0,016	2,710	– –	235	85
g	0,008	2,718	– –	235	85
h	0,002	2,720	– –	– –	85
i	0,0007	2,721	– –	– –	85

Tab. 9-9 Základní parametry iteračního procesu

9.4. Konstrukce uložená neposuvně

9.4.1. Statická analýza



Obr. 9-43 Výsledný tvar konstrukce – a) pohled z boku, b) pohled z čela, c) půdorys, d) axonometrie

Výše popsaným postupem je získán tvar konstrukce (obr. 9-43), který v rozhodujících znacích vizuálně odpovídá konstrukcím vyvinutých Heinzem Islerem (obr. 2-19 až obr. 2-21). V příčném řezu, vedeným osou symetrie (obr. 9-43b), je mezi vrcholem skořepiny a dnem úžlabí výšková diference více než 1,6 m. V podélném směru je rovněž přítomen vyvýšený okraj konstrukce. Výšková diference mezi příčným okrajem skořepiny a dnem úžlabí v místě podélné osy symetrie je 0,74 m (obr. 9-43a).

9.4.2. Model

Model konstrukce se skládá ze skořepinových prvků typu Thick Plate. Základní tloušťka skořepiny je 120 mm. Směrem k bodovým podporám je konstrukce postupně náběhována až na 240 mm (s krokem 12 mm). Náběh je modelován postupným zvětšováním konstantní tloušťky jednotlivých prvků. Model je uložen na čtyřech rohových podporách, kde je zabráněno posunu ve směru globálních os x , y , z a pootočení kolem osy z a x . Materiál konstrukce je beton C 30/37. Základní parametry modelu jsou uvedeny v tab. 9-10.

počet uzlů	8905
počet prvků	8704
typ prvku	Thick Plate
tloušťka skořepiny [m]	0.12 s pozvolným náběhem až na 0.24 (po 0.012)
materiál	beton C 30/37 (viz příloha A, tab. a-1)
hmotnost konstrukce [t]	293,24

Tab. 9-10 Základní údaje o modelu**9.4.3. Zatížení****SW – Vlastní tíha**

Vlastní tíha je generována výpočetním programem na základě objemové hmotnosti a rozměrů konstrukce.

SN1 – Sníh 1**(plné plošné zatížení)**

Vzhledem k tomu, že v normě [42] neexistují schémata zatížení sněhem pro obdobnou střechu a vzhledem k záměru realizovat kontrolní měření na fyzikálním modelu, jsou zatěžovací stavy koncipovány tak, aby je bylo možné vytvořit s minimálním počtem závaží.

Intenzita zatížení sněhem na střeše je uvažována hodnotou $1,5 \text{ kN/m}^2$ což přibližně odpovídá IV. sněhové oblasti.

V zatěžovacím stavu SN1 je plošné zatížení intenzity $1,5 \text{ kN/m}^2$ rovnoměrně rozmístěno po celé ploše konstrukce, schéma zatížení je znázorněno na obr. 9-44.

SN2 – Sníh 2**(zatížení na podélné polovině konstrukce)**

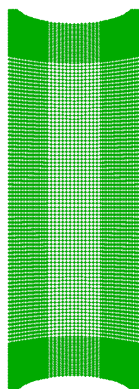
V zatěžovacím stavu SN2 je rovnoměrné plošné zatížení intenzity $1,5 \text{ kN/m}^2$ umístěno na podélné polovině konstrukce, schéma zatížení je znázorněno na obr. 9-45.

SN3 – Sníh 3**(zatížení na příčné polovině konstrukce)**

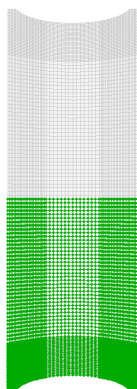
V zatěžovacím stavu SN3 je rovnoměrné plošné zatížení intenzity $1,5 \text{ kN/m}^2$ umístěno na příčné polovině konstrukce, schéma zatížení je znázorněno na obr. 9-46.

SN4 – Sníh 4**(zatížení ve střední části konstrukce)**

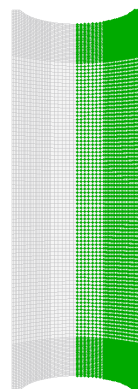
V zatěžovacím stavu SN4 je rovnoměrné plošné zatížení intenzity $1,5 \text{ kN/m}^2$ umístěno ve střední části konstrukce, schéma zatížení je znázorněno na obr. 9-47.



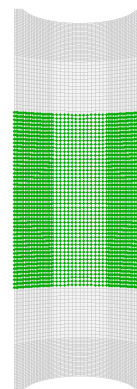
Obr. 9-44 Zatížení
sněhem – SN1



Obr. 9-45 Zatížení
sněhem – SN2



Obr. 9-46 Zatížení
sněhem – SN3



Obr. 9-47 Zatížení
sněhem – SN4

9.4.4. Výsledky

Z pěti výše uvedených zatěžovacích stavů je vytvořeno pět nelineární kombinací zatížení – samotná vlastní tíha konstrukce a vlastní tíha společně v kombinaci s jednotlivými případy zatížení sněhem.

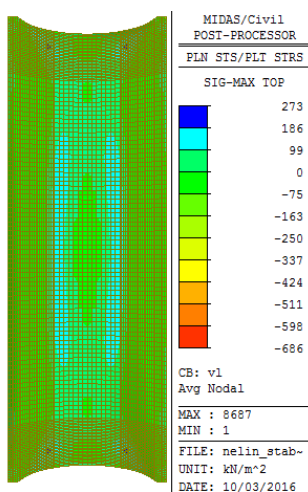
Konstrukce je analyzována geometricky nelineárním výpočtem. Vyhodnocovány jsou deformace a napětí. Slovní popis výsledků nezahrnuje konečné prvky v bezprostřední blízkosti podpory. V těchto diskontinuitních oblastech není zobrazen reálný stav napjatosti.

Vybrané výsledky jsou prezentovány v následujícím textu, ostatní výsledky jsou uvedeny v příloze E.

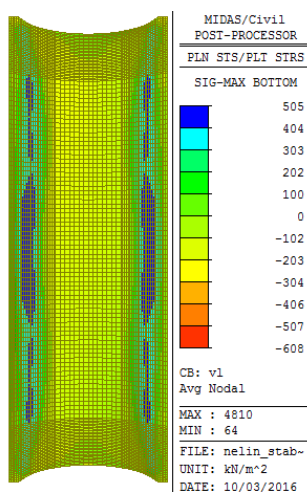
Vlastní tíha (SW)

Hlavní napětí σ_1 nedosahují ani při jednom z povrchů významných hodnot. Maximální hodnota $\sigma_{1, \text{spodní}}$ je +0,5 MPa (obr. 9-49) a je lokalizována na spodním povrchu podélného úžlabí. Minima hlavního napětí σ_2 se vyskytují v blízkosti podpor a dosahují při obou površích cca -6,4 MPa (obr. 9-50, obr. 9-51).

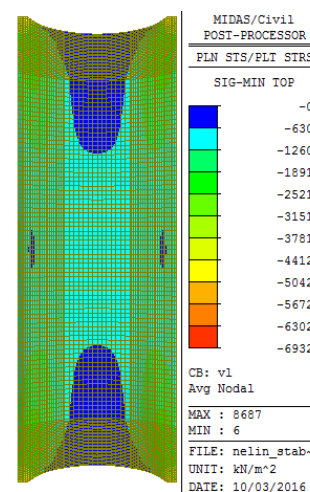
Převažující vliv membránových sil dokládá rovněž hodnota deformací. Extrémní svislá deformace D_z je při rozpětí 50 m a při zatížení vlastní tíhou (cca 3 kN/m²) pouze -3,9 mm (obr. 9-53).



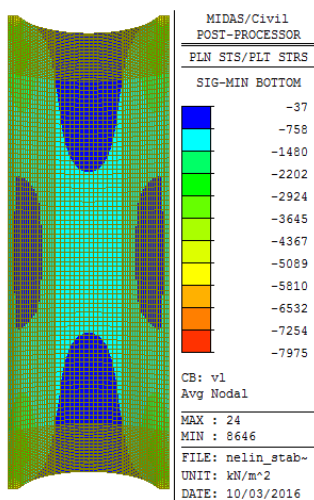
Obr. 9-48 Hlavní napětí
 $\sigma_{1, \text{horní}}$, [kPa], SW



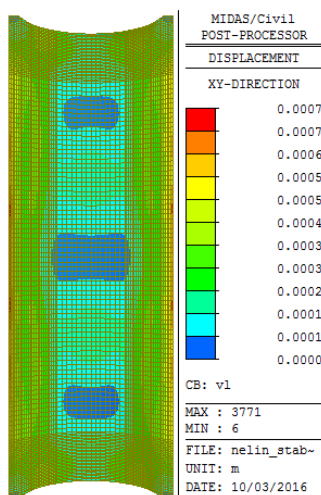
Obr. 9-49 Hlavní napětí
 $\sigma_{1, \text{spodní}}$, [kPa], SW



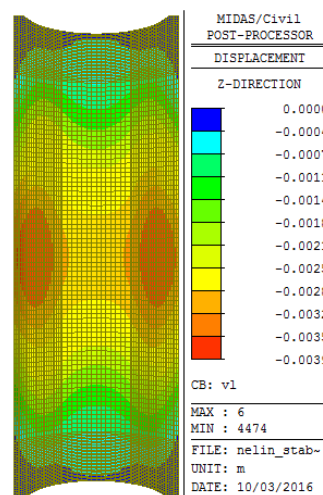
Obr. 9-50 Hlavní napětí
 $\sigma_{2, \text{horní}}$, [kPa], SW



Obr. 9-51 Hlavní napětí
 $\sigma_{2,spodní}$, [kPa], SW



Obr. 9-52 Deformace
 D_{xy} [m], SW



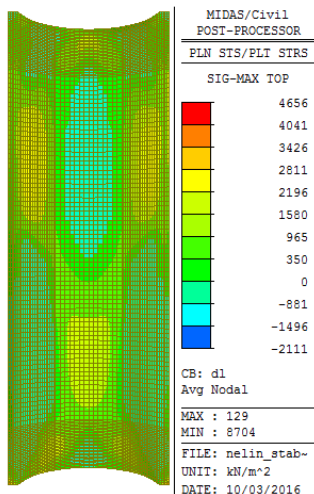
Obr. 9-53 Deformace
 D_z [m], SW

Vlastní tíha + Sníh 2 (SW+SN2)

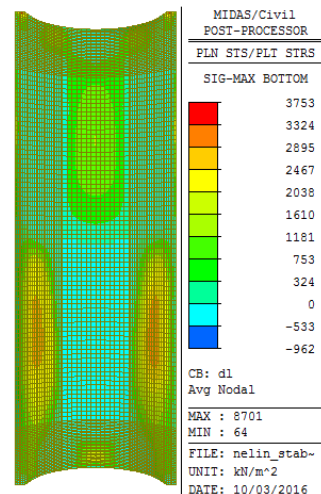
Ze všech čtyř kombinací zatížení je z hlediska extrémních hodnot napětí a deformací rozhodující kombinace SW+SN2.

Svislá deformace D_z má v podélném směru charakter sinusové vlny. Část konstrukce přímo zatížená sněhem klesá až o $-14,4$ mm, na opačné polovině je konstrukce nadvýšena až o $+8,5$ mm (obr. 9-59).

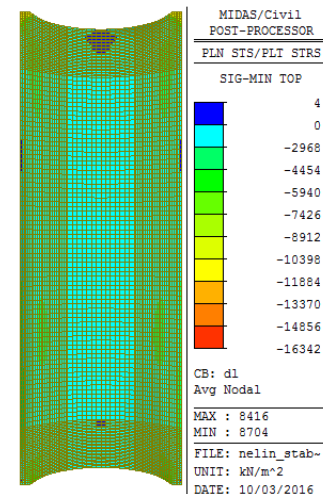
Maximální hlavní napětí σ_1 je cca $+3,3$ MPa (obr. 9-55). Této hodnoty je dosaženo v podélném úžlabí při spodním povrchu konstrukce. Minima tlakového napětí σ_2 $-15,3$ MPa se vyskytují při obou površích v blízkosti podpory (obr. 9-56 a obr. 9-57).



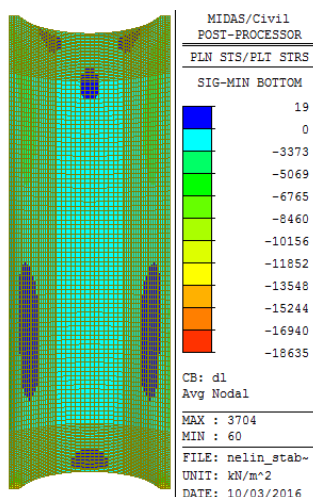
Obr. 9-54 Hlavní napětí
 $\sigma_{1,horní}$, [kPa], SW+SN2



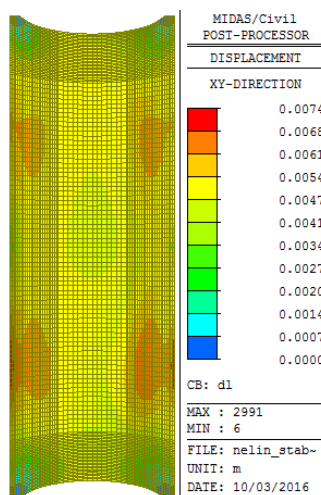
Obr. 9-55 Hlavní napětí
 $\sigma_{1,spodní}$, [kPa], SW+SN2



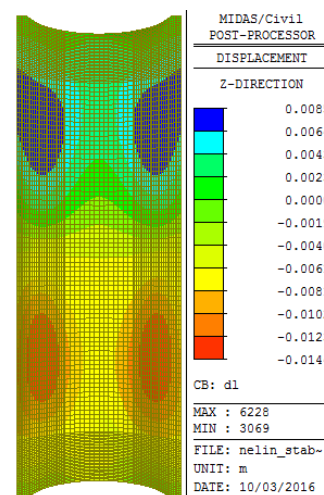
Obr. 9-56 Hlavní napětí
 $\sigma_{2,horní}$, [kPa], SW+SN2



Obr. 9-57 Hlavní napětí
 $\sigma_{2,spodní}$, [kPa], SW+SN2



Obr. 9-58 Deformace
 D_{xy} [m], SW+SN2



Obr. 9-59 Deformace
 D_z [m], SW+SN2

Ostatní kombinace zatížení

Ostatní kombinace zatížení nejsou tak významné jako kombinace SW+SN2. Hlavní napětí se pohybují v intervalu od +2,2 MPa do -9,9 MPa, extrémní svislá deformace je 8,6 mm.

Maximálních hodnot reakcí je dosaženo při kombinaci zatížení vlastní tíhou konstrukce s plným zatížením sněhem (SW + SN1). Vodorovná reakce ve směru většího rozpětí (směr globální osy y) je 1447 kN, ve směru menšího rozpětí 445 kN.

Závěr

Při zatížení vlastní tíhou není neposuvně uložená konstrukce významně ohybově namáhána a lze říci, že se nachází v membránovém stavu. Statické působení při zatížení sněhem nelze již označit přívlastkem „membránové“, protože do přenosu zatížení je významně zapojen ohyb. Hodnota tahových napětí pro kombinaci zatížení SW + SN2 lokálně dosahuje hodnoty až +3,3 MPa a je o cca 14 % překročena pevnost betonu v tahu. V ostatních případech není dosaženo napjatosti odpovídající průměrné hodnotě pevnosti betonu v tahu ani limitních tlakových napětí. Deformace konstrukce jsou v přijatelných mezích.

Na základě analýzy neposuvně uložené konstrukce lze konstatovat, že tvar konstrukce i konstrukce samotná jsou, s ohledem na membránové působení při zatížení vlastní tíhou a statické chování při přitížení nahodilým zatížením, až na jednu výjimku, navrženy optimálně.

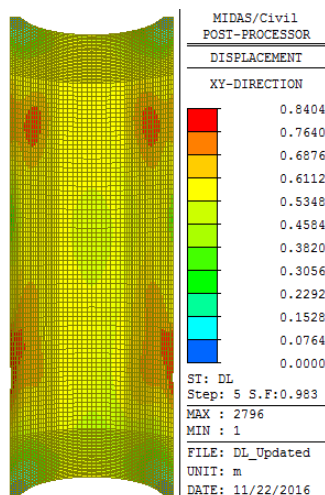
9.4.5. Stabilita konstrukce

Pro analýzu stability jsou vytvořeny čtyři stabilitní kombinace. Jedná se o zatížení *neměnným* zatížením – vlastní tíhou – a *proměnným* zatížením – vždy jeden ze čtyř zatěžovacích stavů typu sněh. Kombinace jsou vytvořeny ve smyslu [37], dle pravidel pro mezní stav únosnosti.

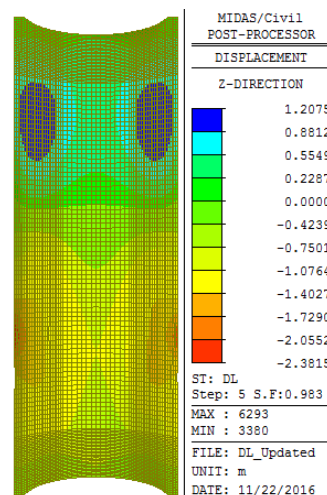
Lineární analýzou je pro každou kombinaci zatížení určen první vlastní tvar, jehož normovaný průběh slouží pro vytvoření imperfektního tvaru modelu konstrukce geometricky nelineárních výpočtů stability. Maximální hodnota imperfekce je stanovena dle postupu

uvedeného v kapitole 4.4. Velikost rozpětí l je 50,0 m, z toho vyplývá maximální hodnota imperfekce e_i 83 mm.

Z nelineární stabilitní analýzy vyplývá, že nejkritičtější je kombinace vlastní tíhy se zatížením sněhem na podélné polovině konstrukce ($1,35SW + 1,5\lambda SN2$). Ztráta stability nastane při 39násobku výpočtové hodnoty zatížení sněhu SN2. Při této úrovni zatížení se konstrukce v podélném směru zvlní a vykazuje výrazné deformace, v některých místech převyšující hodnotu 2 m (obr. 9-60 a obr. 9-61). Deformace má charakter sinusové vlny.



Obr. 9-60 Deformace D_{xy} bezprostředně před ztrátou stability[m], ($1,35SW+1,5\lambda SN2$)



Obr. 9-61 Deformace D_z bezprostředně před ztrátou stability[m], ($1,35SW+1,5\lambda SN2$)

Přehled součinitelů kritických zatížení stanoveným na základě lineárního a nelineárního výpočtu, pro jednotlivé kombinace zatížení je uveden v tab. 9-11.

výpočet	lineární	nelineární
konstrukce	ideální	imperfektní
zatížení	součinitel kritického zatížení λ	
1,35SW+1,5 λ SN1	54	48
1,35SW+1,5 λ SN2	56	39
1,35SW+1,5 λ SN3	86	69
1,35SW+1,5 λ SN4	75	48

Tab. 9-11 Součinitel kritického zatížení

9.5. Konstrukce s předpjatými táhly

V následující kapitole je analyzována varianta konstrukce, u které jsou nahrazeny vodorovné podpory táhly. Čtyři táhla, umístěná pod terénem, vytvářejí na obvodu konstrukce tuhý rám a zajišťují vodorovnou polohu podpor. Pro zamezení poklesu tuhlosti táhla vlivem trhlin jsou tato táhla předepnuta.

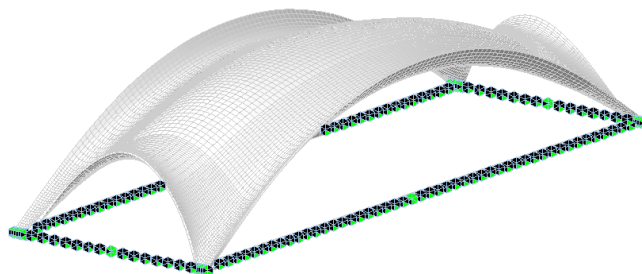
9.5.1. Model

Model je založen na modelu popsáném v kapitole 9.4.2. Do modelu jsou doplněna táhla, která prostřednictvím tuhých vazeb vzájemně spojují vrcholy skořepiny. Táhla

nahrazují neposuvné vazby ve směru globální osy x a y a jsou modelována prvky typu Beam. V podélném směru (směr globální osy y) je rozměr táhla 500/500 mm, v příčném (směr globální osy x) 300/300 mm (obr. 9-62).

počet uzlů	9033
počet prvků	8704/124
typ prvku	Thick Plate/Beam
tloušťka skořepiny [m]	0.12 s pozvolným náběhem až na 0.24 (po 0.012)
materiál	beton C 30/37 (viz příloha A, tab. a-1)
hmotnost konstrukce [t]	359,54

Tab. 9-12 Základní údaje o modelu



Obr. 9-62 Model – axonometrie

9.5.2. Zatížení

Vyjma zatěžovacích stavů definovaných v kapitole 9.4.3 je výčet zatížení působících na konstrukci rozšířen o zatěžovací stav předpětí. Zatěžovací stav předpětí je doplněn ke každé z pěti kombinací zatížení.

P – Předpětí

Návrh předpínacích sil reflektuje maximální hodnoty vodorovných reakcí získaných analýzou modelu v kapitole 9.4 a předpokládané ztráty předpětí.

Táhlo obdélníkového průřezu 500/500 mm, orientované ve směru globální osy y , je centricky předepnuto silou 1700 kN, táhlo průřezu 300/300 mm, je centricky předepnuto silou 600 kN.

Konstrukce je předepnuta přímými kabely s 8, respektive 3 lany. Materiál předpínacích kabelů je Y 1860 S7. Plocha kabelu A_p je 1200 mm², respektive 450 mm². Předpokládá se, že kabel je veden v kabelovém kanálku průměru 80 mm, respektive 50 mm. Hodnota pokluzu v kotvách je 6 mm a koeficient tření v přímé je 0,001 m⁻¹. Parametry předpětí jsou rekapitulovány v příloze A, tab. a-3.

9.5.3. Výsledky

Konstrukce je analyzována geometricky nelineárním, respektive časově závislým výpočtem. Vzhledem k tomu, že Midas Civil neumožňuje provést geometricky nelineární časově závislou analýzu skořepinových konstrukcí, je pro vybrané zatěžovací stavy rovněž provedena lineární analýza, jejíž pomocí je stanoven orientační vliv II. řádu na napětí a deformace. Pokud vliv účinků II. řádu nepřesáhne 10 % účinků I. řádu, jsou účinky II. řádu v časově závislé analýze zanedbány.

Vybrané grafické výsledky jsou prezentovány v následujícím textu, ostatní výsledky jsou uvedeny v příloze E.

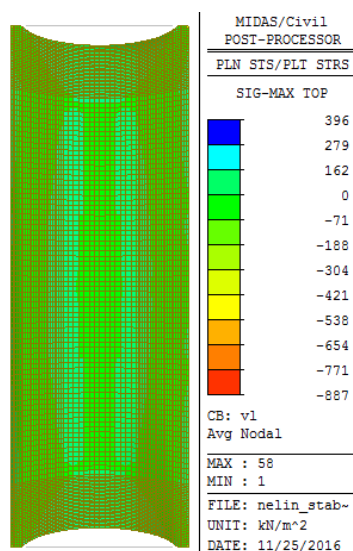
Vlastní tíha + Předpětí (SW+P)

Vzhledem ke koncepci předpětí je zřejmé, že předpjatá táhla disponují na počátku životnosti konstrukce, při neplném zatížení, značnou tlakovou rezervou. Tlaková rezerva F_x je v táhle průřezu 300/300 mm –220 kN, v průřezu 500/500 mm –670 kN (obr. 9-70).

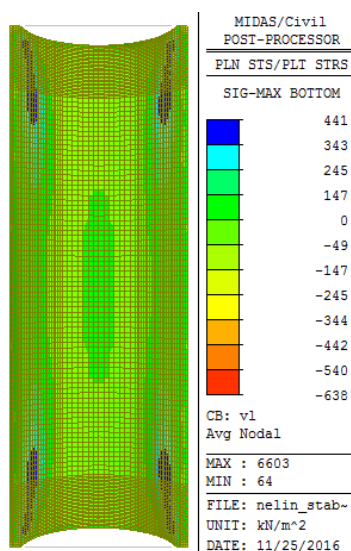
Zřejmým důsledkem předpětí je vzájemné přiblížení podpor, byť nedosahuje významných hodnot. Maximální vodorovný posun podpor D_x je 0,5 mm (obr. 9-67) a D_y je 1,8 mm (obr. 9-68). Současně je konstrukce až o +1,4 mm nadvýšena (obr. 9-69).

Z hlediska stavu napjatosti vlastní skořepinové konstrukce je maximální hodnoty napětí σ_1 dosaženo v podélném úžlabí v blízkosti podpory při spodním povrchu konstrukce $\sigma_{1,spodní} = 0,44$ MPa (obr. 9-64), při horním povrchu je maximální hodnota $\sigma_{1,horní} = 0,16$ MPa (obr. 9-63). Hodnota tahových napětí je mnohem menší než průměrná pevnost betonu v tahu $f_{ctm} = 2,9$ MPa, takže tahové, respektive ohybové trhliny při zatížení vlastní tíhou nevzniknou.

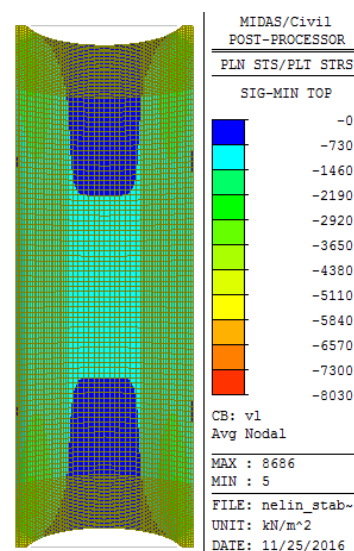
Minimální hodnoty napětí $\sigma_2 = -4,8$ MPa, je dosaženo v blízkosti podpor. Absolutní hodnota minimálního napětí je pod hodnotou, při které beton nelineárně dotvaruje $k_2 f_{ck} = 0,45 \times 30 = 13,5$ MPa (obr. 9-65 a obr. 9-66).



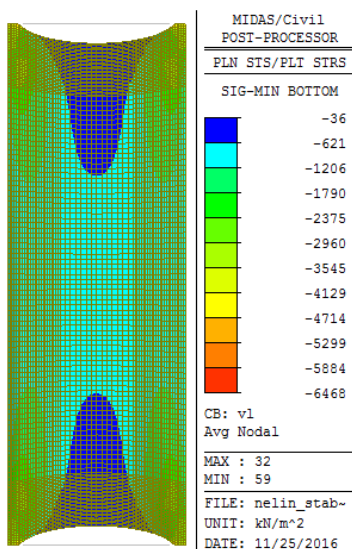
Obr. 9-63 Hlavní napětí $\sigma_{1,horní}$, [kPa], SW+P



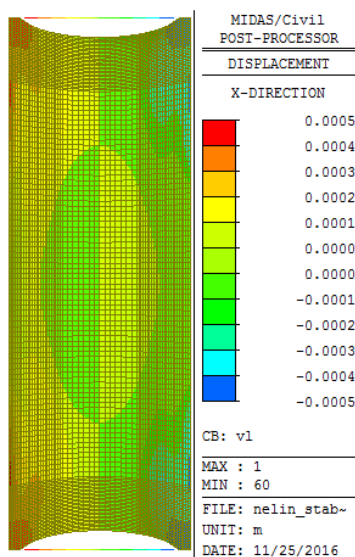
Obr. 9-64 Hlavní napětí $\sigma_{1,spodní}$, [kPa], SW+P



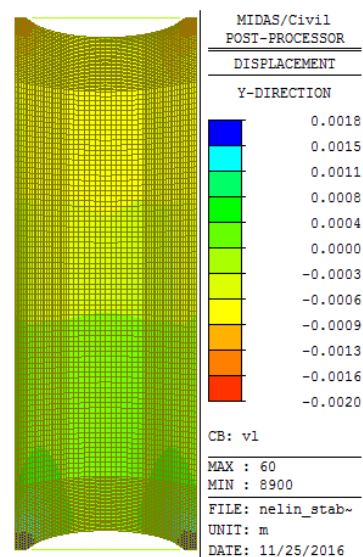
Obr. 9-65 Hlavní napětí $\sigma_{2,horní}$, [kPa], SW+P



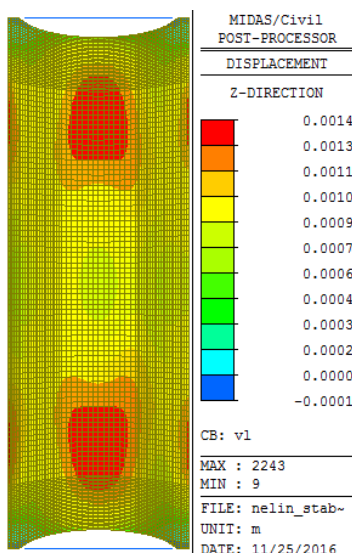
Obr. 9-66 Hlavní napětí
 $\sigma_{2,spodní}$, [kPa], SW+P



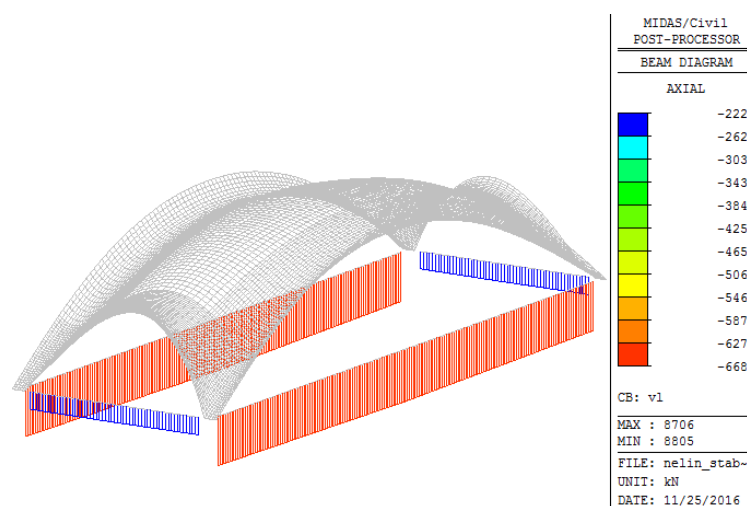
Obr. 9-67 Deformace
 D_x [m], SW+P



Obr. 9-68 Deformace
 D_y [m], SW+P



Obr. 9-69 Deformace
 D_z [m], SW+P



Obr. 9-70 Normálová síla F_x [kN], SW+P

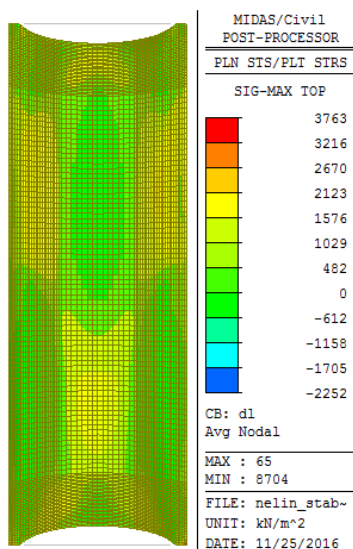
Vlastní tíha + Předpětí + Sníh 2 (SW + P + SN2)

V důsledku přetížení poklesla tlaková rezerva v předpjatých táhlech F_x na minimálně -99 kN, respektive cca -392 kN (obr. 9-78).

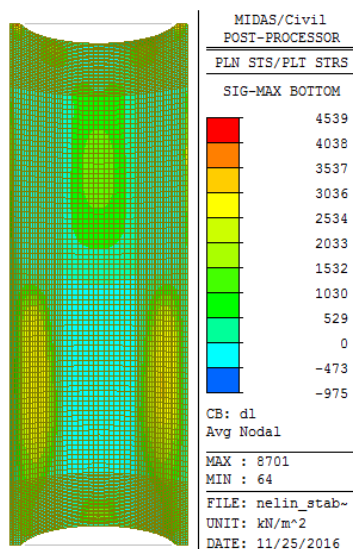
Hlavní napětí σ_1 dosahuje maximálně +3,1 MPa (obr. 9-72). Je tedy lokálně překročena hodnota průměrné tahové pevnosti betonu $f_{ctm} = 2,9$ MPa a trhliny vzniknou.

Minimální hlavní napětí σ_2 je -11,6 MPa (obr. 9-73 a obr. 9-74). Absolutní hodnota tlakového napětí je pod hodnotou kritického napětí betonu v tlaku $k_1 f_{ck} = 0,6 \times 30 = 18$ MPa.

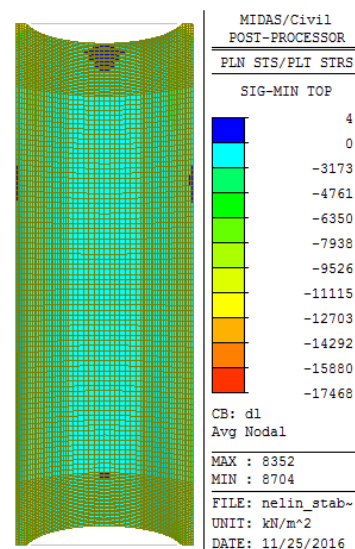
Extrémní svislá deformace D_z činí pouze -12,2 mm (obr. 9-77). Hodnota svislého poklesu je, díky přetrvávající tlakové rezervě a z ní plynoucího nadvýšení, až o 20 % menší než u stejné kombinace při neposuvném uložení.



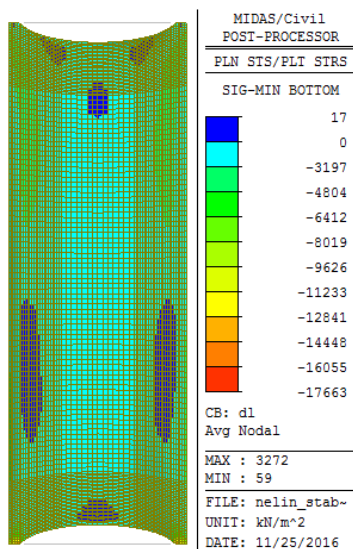
Obr. 9-71 Hlavní napětí
 $\sigma_{1,\text{horní}}, [\text{kPa}], \text{SW}+\text{P}+\text{SN2}$



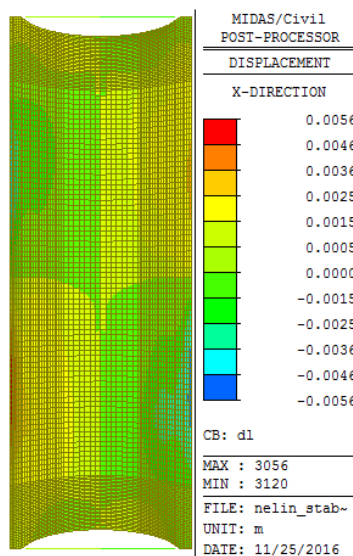
Obr. 9-72 Hlavní napětí
 $\sigma_{1,\text{spodní}}, [\text{kPa}], \text{SW}+\text{P}+\text{SN2}$



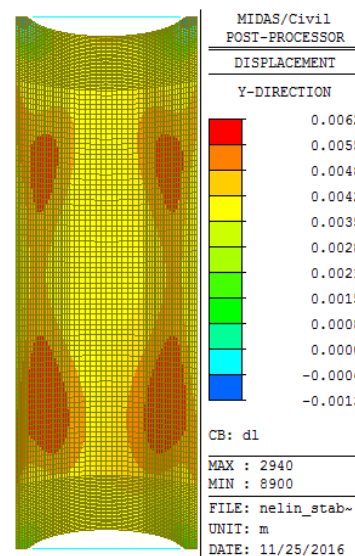
Obr. 9-73 Hlavní napětí
 $\sigma_{2,\text{horní}}, [\text{kPa}], \text{SW}+\text{P}+\text{SN2}$



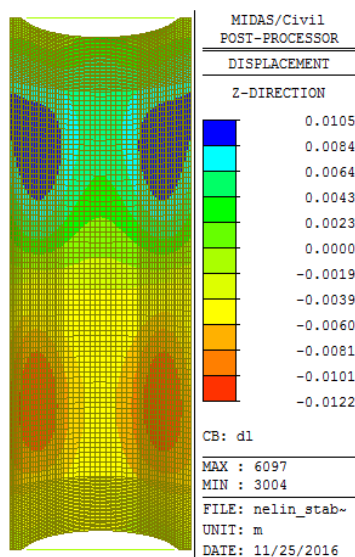
Obr. 9-74 Hlavní napětí
 $\sigma_{2,\text{spodní}}, [\text{kPa}], \text{SW}+\text{P}+\text{SN2}$



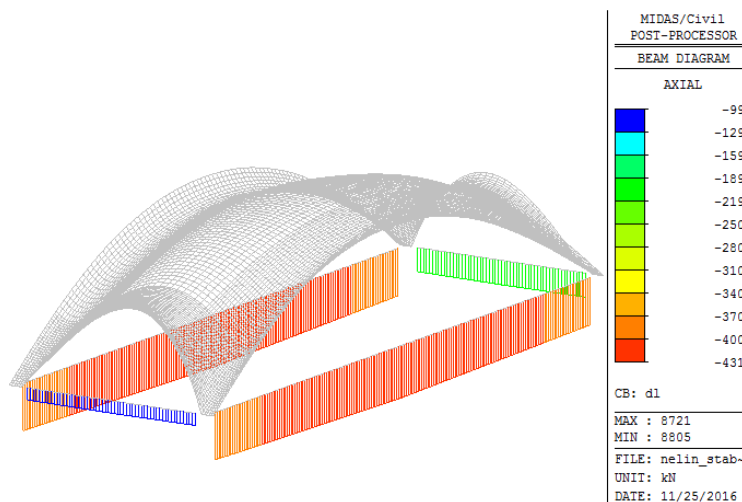
Obr. 9-75 Deformace
 $D_x [\text{m}], \text{SW}+\text{P}+\text{SN2}$



Obr. 9-76 Deformace
 $D_y [\text{m}], \text{SW}+\text{P}+\text{SN2}$



Obr. 9-77 Deformace
 D_z [m], SW+P+SN2



Obr. 9-78 Normálová síla F_x [kN], SW+P+SN2

Ostatní kombinace zatížení na začátku životnosti

Při kombinaci zatížení (SW + P + SN1) klesá tlaková rezerva F_x v předpjatých táhlech na -75 kN, respektive -154 kN.

Hlavní napětí σ_1 , σ_2 se pohybují v intervalu od -11,1 MPa do +2,2 MPa. Extrémní svislá deformace D_z je -6,1 mm.

Lineární výpočet

Midas Civil neumožňuje provést geometricky nelineární, časově závislou analýzu plošných konstrukcí. Proto kromě geometricky nelineárního výpočtu je proveden i lineární výpočet. Na základě obou výpočtů je stanovena orientační hodnota vlivu II. řádu na napětí a deformace. Pokud vliv účinků II. řádu nepřesáhne 10 % účinků I. řádu, jsou účinky II. řádu v časově závislé analýze zanedbány.

Vliv II. řádu je analyzován pro dvě kombinace zatížení: SW + P a SW + P + SN2, jejichž lineární průběhy napětí a deformací jsou uvedeny v příloze E.

Při kombinaci zatížení SW + P je maximální deformace zjištěná pomocí nelineárního i lineárního přístupu shodná ($D_z = -1,4$ mm), z čehož plyne nulový vliv druhého řádu.

Kombinace zatížení SW + P + SN2 vyvolává maximální svislou deformaci D_z 12,1 mm při lineárním a 12,2 mm při nelineárním řešení konstrukce. Výsledný vliv II. řádu je pak:

$$(12,2 - 12,1) / 12,1 \times 100 = 0,8 \%$$

Pro analyzované kombinace zatížení lze konstatovat, že vliv II. řádu není větší než 10 % účinků I. řádu. Vzhledem k tomu, že práce neslouží jako podklad pro dimenzování, ale je pouze studií statického působení, jsou účinky II. řádu v časově závislém výpočtu zanedbány.

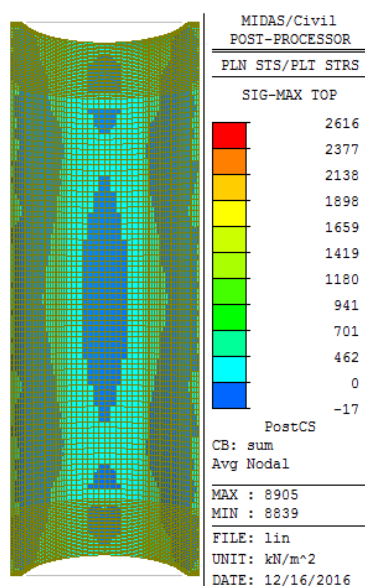
Vlastní tíha + Předpětí (100 let), (SW+P(100 let))

Hodnoty proměnných ovlivňující reologické chování konstrukce stejně jako předpisy, které je popisují, jsou uvedeny v kapitole 4.2.

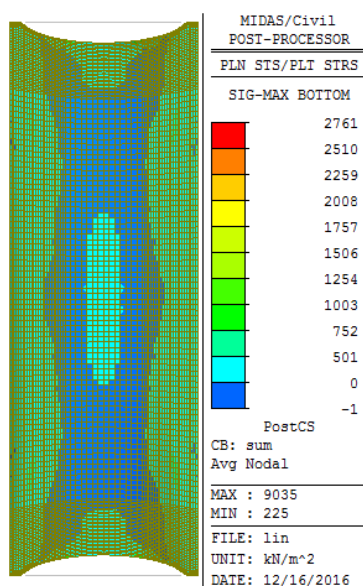
V důsledku dotvarování, smršťování a relaxace poklesla na konci životnosti tlaková rezerva F_x na -179 kN, respektive -524 kN (obr. 9-86). Dotvarování a smršťování rovněž zapříčiňuje další vodorovný posun konců předpjatých nosníků a pat skořepin. Posun D_y vzrostl až na $10,8$ mm (obr. 9-84), posun D_x až na 4 mm (obr. 9-83). Reologie má rovněž vliv průběh a hodnotu svislé deformace D_z . Uprostřed konstrukce klesá až -5 mm, kdežto do vzdálenosti cca 8 m od podpory zůstává konstrukce maximálně o 1 mm nadvýšená (obr. 9-85).

Z hlediska napjatosti vlastní skořepinové konstrukce jsou maximální hodnoty detekovány v blízkosti podélného úžlabí. Maximální hlavní napětí σ_1 při horním povrchu konstrukce je $0,7$ MPa (obr. 9-79), při spodním povrchu σ_1 je $0,97$ MPa (obr. 9-80). Tahová napětí jsou výrazně nižší, než je hodnota průměrné pevnosti v betonu v tahu, takže trhliny při zatížení konstrukce vlastní tíhou nevzniknou.

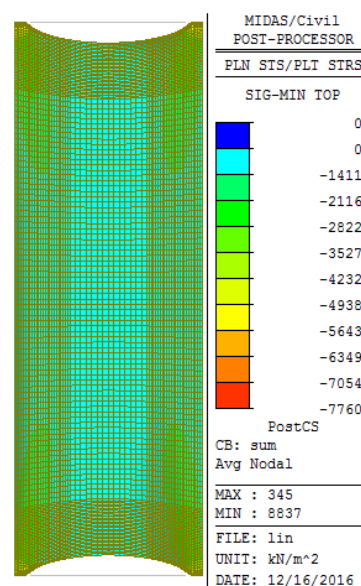
Minimální hodnota napětí σ_2 je $-6,3$ MPa (obr. 9-81 a obr. 9-82). Absolutní hodnota tlakového napětí je tedy výrazně nižší než hodnota, při které beton nelineárně dotvaruje $k_2 f_{ck} = 13,5$ MPa.



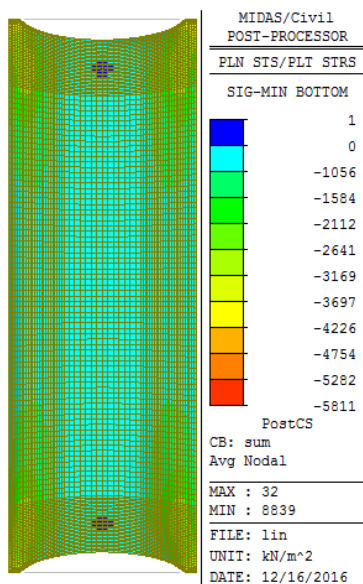
Obr. 9-79 Hlavní napětí
 $\sigma_{1,\text{horní}}$, [kPa],
SW+P (100 let)



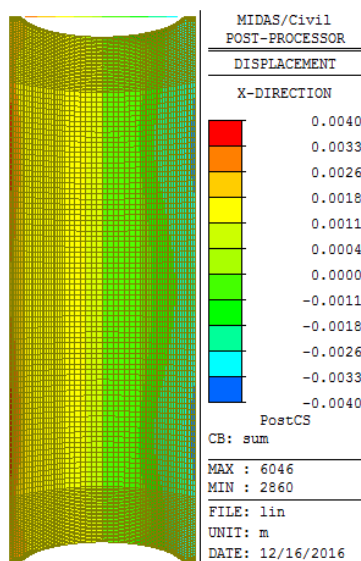
Obr. 9-80 Hlavní napětí
 $\sigma_{1,\text{spodní}}$, [kPa],
SW+P (100 let)



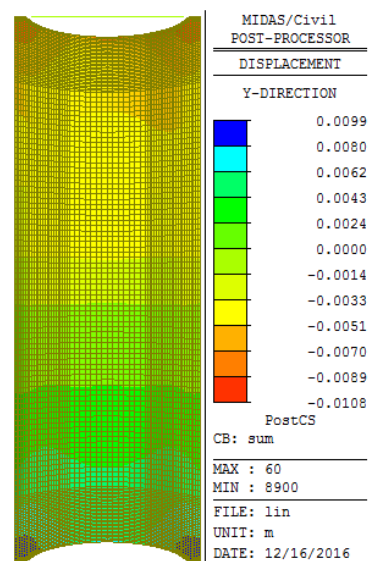
Obr. 9-81 Hlavní napětí
 $\sigma_{2,\text{horní}}$, [kPa],
SW+P (100 let)



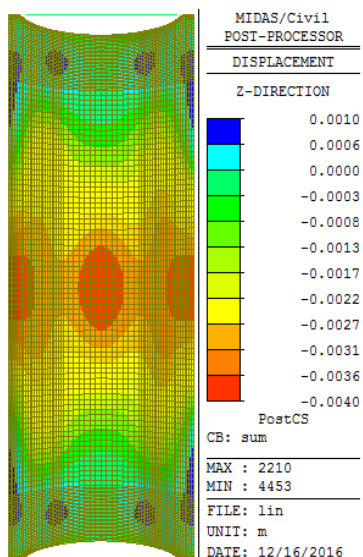
Obr. 9-82 Hlavní napětí
 $\sigma_{2, \text{spodní}}$, [kPa],
SW+P (100 let)



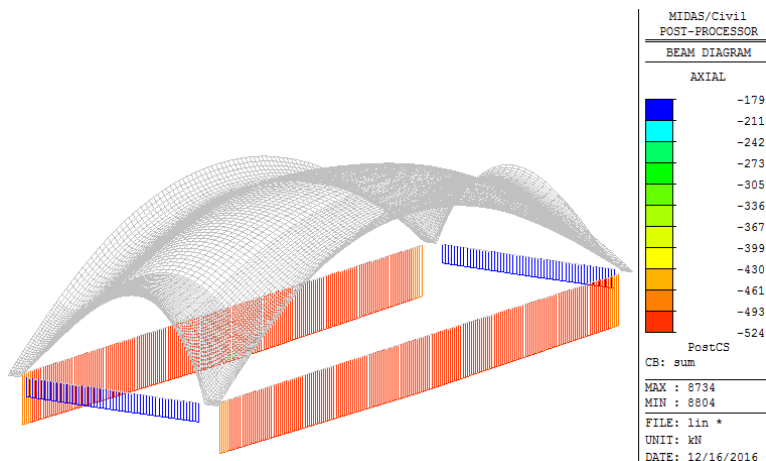
Obr. 9-83 Deformace
 D_x [m],
SW+P (100 let)



Obr. 9-84 Deformace
 D_y [m],
SW+P (100 let)



Obr. 9-85 Deformace
 D_z [m], SW+P (100 let)



Obr. 9-86 Normálová síla F_x [kN], SW+P (100 let)

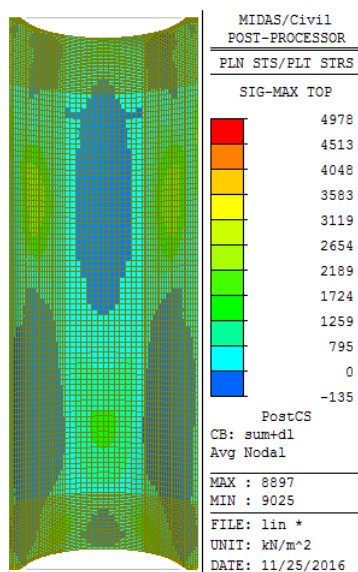
Vlastní tíha + Předpětí (100 let) + Sníh 2 (SW + P(100 let) + SN2)

V důsledku přetížení a ztrát předpětí poklesla tlaková rezerva F_x v předpjatých táhlech na hodnotu -59 kN, respektive -250 kN (obr. 9-94).

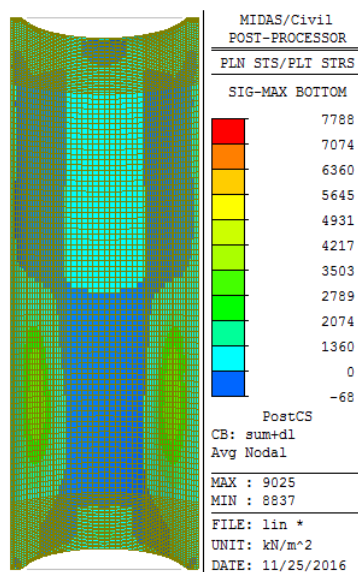
Svislé deformace D_z se pohybují v rozmezí +8,8 mm až -15,3 mm (obr. 9-93).

Extrémní maximální hlavní napětí σ_1 , dosahuje hodnoty až cca +3,3 MPa, tzn. v místě podélného úžlabí je stejně jako na počátku životnosti konstrukce překročena tahová pevnost betonu (obr. 9-88).

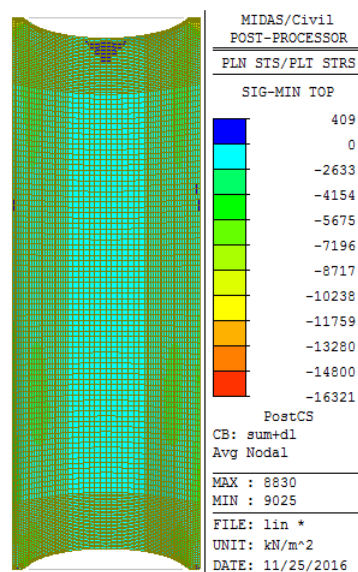
Minimální hlavní napětí σ_2 je cca -12,4 MPa (obr. 9-89 a obr. 9-90), jeho absolutní hodnota je tedy pod hodnotou kritického napětí betonu v tlaku $k_1 f_{ck} = 18$ MPa.



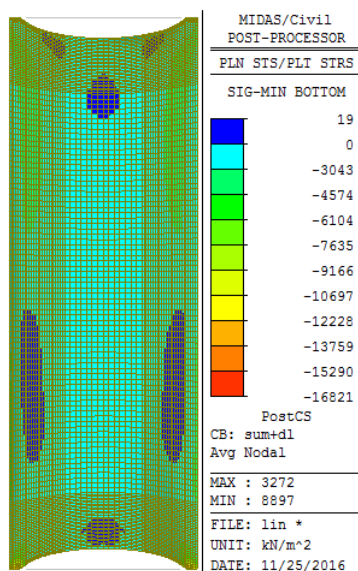
Obr. 9-87 Hlavní napětí
 $\sigma_{1,\text{horní}}$, [kPa],
SW+P(100 let)+SN2



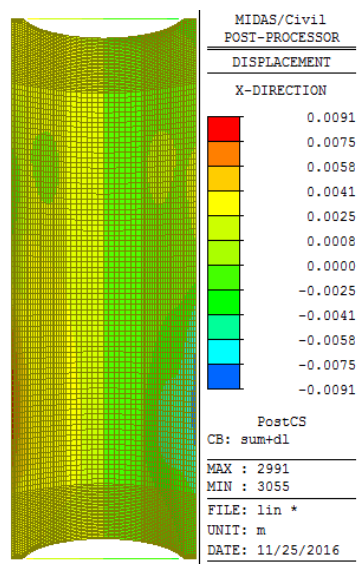
Obr. 9-88 Hlavní napětí
 $\sigma_{1,\text{spodní}}$, [kPa],
SW+P(100 let)+SN2



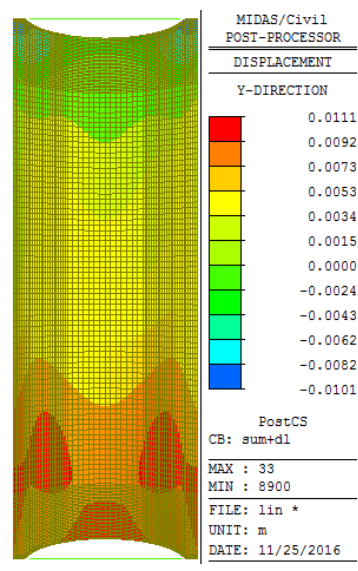
Obr. 9-89 Hlavní napětí
 $\sigma_{2,\text{horní}}$, [kPa],
SW+P(100 let)+SN2



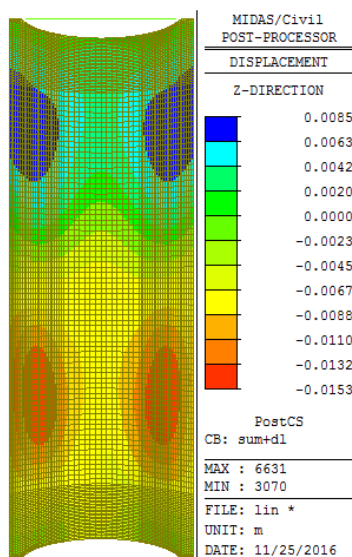
Obr. 9-90 Hlavní napětí
 $\sigma_{2,\text{spodní}}$, [kPa],
SW+P(100 let)+SN2



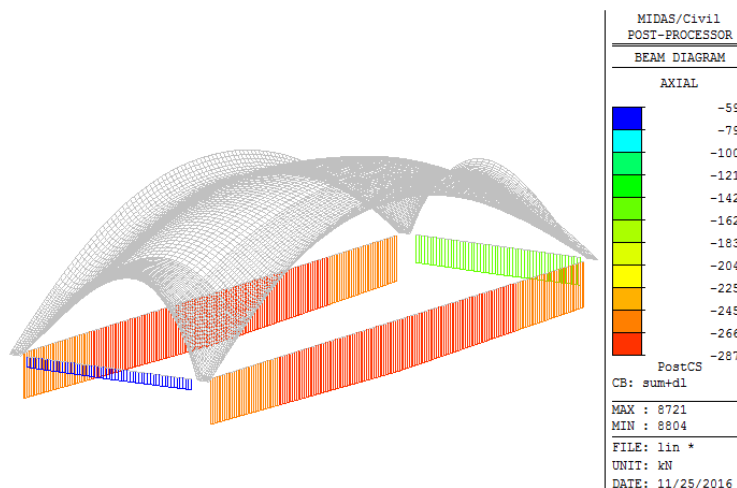
Obr. 9-91 Deformace
 D_x [m],
SW+P(100 let)+SN2



Obr. 9-92 Deformace
 D_y [m],
SW+P(100 let)+SN2



Obr. 9-93 Deformace
 D_z [m],
SW+P(100 let)+SN2



Obr. 9-94 Normálová síla F_x [kN],
SW+P(100 let)+SN2

Kombinace vlastní tíhy a předpětí se zatížením sněhem na konci životnosti

Při rozhodující kombinaci zatížení (SW + P + SN1) klesá hodnota tlakové rezervy F_x v předpjatých táhlech 300/300 mm na -34 kN, respektive v táhlech 500/500 mm na -18 kN.

Extrémní maximální hlavní napětí σ_1 dosahuje hodnoty až cca +2,2 MPa. Extrémní minimální hlavní napětí σ_2 cca -11,2 MPa. Svislá deformace D_z nepřekročí hodnotu -10,3 mm.

9.6. Závěr

V kapitole 9 je navržena a staticky analyzována skořepinová konstrukce obdélníkového tvaru. V počáteční fázi vývoje je nejprve nalezen výslednicový tvar konstrukce, který však nevykazuje dostatečnou tuhost a stabilitu pro nesymetrická rozložení zatížení. Na základě úpravy výchozího tvaru membrány je vyvinut výslednicový tvar, který je sice dostatečně tuhý a stabilní, ale nesplňuje vstupní tvarová kritéria. Dalšími postupnými úpravami výchozího tvaru je vyvinut dostatečně tuhý a stabilní tvar, který splňuje tvarové požadavky.

Ve druhém kroku je konstrukce staticky analyzovaná při ideálních okrajových podmínkách (dokonalém neposuvném uložení). Při zatížení vlastní tíhou je statické působení skořepiny charakterizováno nízkou úrovní napjatosti a deformacemi v řádech jednotek milimetrů. Konstrukce se nachází v membránovém stavu. Při přitížení nahodilým zatížením je narušeno membránové působení skořepiny, ale i přesto jsou zachována napětí a deformace v přijatelných mezích. Výjimkou je kombinace zatížení SW + SN2, při které je na poměrně rozsáhlé části podélných úžlabí překročena pevnost betonu v tahu.

Následně je analyzována varianta konstrukce, u které půdorysnou polohu podpor fixující čtyři *plně* předpjatá táhla. Při zatížení vlastní tíhou jsou napětí σ_1 pod hodnotou 1 MPa. Největší hodnota žádné složky deformace nepřekročí 2 mm.

V rozhodující kombinaci zatížení SW + P + SN2, stejně jako u konstrukce uložené neposuvně, je při spodním povrchu konstrukce překročena průměrná tahová pevnost betonu

$f_{ctm} = 2,9$ MPa. Maximální tahové napětí je $+3,3$ MPa. Extrémní deformace konstrukce je ve směru globální osy z a činí $-12,2$ mm.

Reologie konstrukce má z hlediska hlavních napětí σ_1 téměř zanedbatelný význam, jinak je tomu u deformací. Na základě dotvarování a smrštění betonu a relaxace předpínací výztuže nastal relativně velký posun podpor. Ve směru globální osy y o 9 mm, ve směru osy x o 3,5 mm ve srovnání s polohou bezprostředně po předepnutí. Ve svislém směru je maximální hodnota poklesu -5 mm.

Minimální napětí σ_2 v kvazistálé kombinaci po celou dobu životnosti nepřekročí $-6,3$ MPa, absolutní hodnota tlakového napětí nedosáhne hodnoty, při které beton nelineárně dotvaruje $k_2 f_{ck} = 13,5$ MPa. Napětí σ_2 v charakteristické kombinaci po celou dobu životnosti nepřekročí $-12,4$ MPa, absolutní hodnota minimálního tlakového napětí nepřekročí hodnotu kritického napětí betonu v tlaku $k_1 f_{ck} = 0,6 \times 30 = 18$ MPa.

Konstrukce je zpracována v úrovni studie a neřeší detailně všechny jevy, které souvisí s realizací konstrukce. Při případné realizaci je nutné rozšířit analýzu konstrukce o další zatěžovací stavy (vítr, pokles podpor, teplota apod.) a zohlednit porušení konstrukce trhlinami.

10. Fyzikální model konstrukce

10.1. Volba materiálu a způsobu výroby

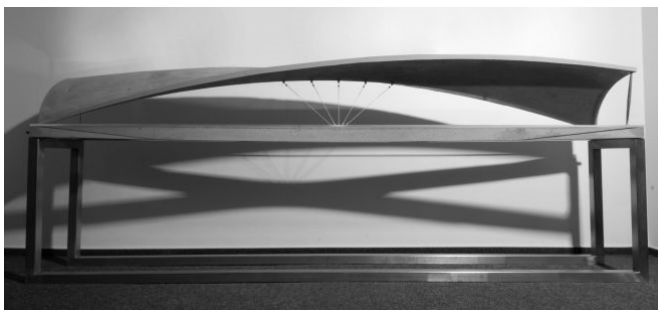
Zásadním faktorem úspěšného fyzikálního experimentu je volba vhodného materiálu a dostatečně přesné metody výroby modelu. Potřeba přesného tvaru je dána geometricky nelineárním charakterem konstrukce, kde velikost napětí a deformací je ovlivněna aktuálním a tedy i výchozím tvarem konstrukce.

Jako první varianta se logicky nabízela výstavba klasického bednění za použití materiálu na cementové bázi. Výhodou je, že materiál modelu by měl přibližně stejné vlastnosti jako materiál skutečné konstrukce. Tato metoda byla již dříve na ÚBZK VUT FAST v Brně s úspěchem použita na výstavbu skořepinové mostní konstrukce (obr. 10-1). Vyobrazená konstrukce vznikla průsečíkem dvou válcových skořepin, na které je zavěšena konstrukce mostovky. Připravovaný model konstrukce má však neporovnatelně komplikovanější tvar a tedy i bednění. Navíc má relativně malou tloušťku a lokálně poměrně velký sklon. To by vyžadovalo použití bednění pro oba povrchy a zřejmě i betonáž prováděnou injektáží. Lze předpokládat, že klasické řemeslné bednění by mohlo vykazovat značné odchylky v tvaru. Na základě pospaných skutečností je zřejmé, že metoda není pro danou konstrukci vhodná.

Další zvažovanou možností byla výroba bednění pomocí robotického obrábění (obr. 10-2). Počítačově řízená hlavička obrábí měkké materiály, jako je dřevo či plasty. Při tomto způsobu je pravděpodobně zaručena dostatečná přesnost, nicméně zůstává relativně technologicky náročná injektáž.

Pro stavbu modelu byla nakonec vybrána metoda, u které odpadá mokrá proces, technologická přestávka a přitom lze předpokládat, že je dostatečně přesná. Jedná se o relativně novou, avšak již hojně používanou metodu 3D tisku. Tato metoda se například používá pro výrobu architektonických modelů nebo ve strojním inženýrství pro stavbu funkčních modelů částí strojů.

Se zdokonalováním této metody se otevírají nové možnosti využití, spekuluje se o možnosti tisku celých domů, lidských orgánů, pokrmů, stejně jako o výrobě libovolného nástroje či součástky při meziplanetárním letu s lidskou posádkou.



Obr. 10-1 Skořepinová mostní konstrukce [43]



Obr. 10-2 Robotické obrábění [44]

10.2. Výstavba modelu

Před zahájením tisku fyzikálního modelu je nejdříve nutné převést deskostěnový model definovaný střednicovou plochou na těleso.

Metodami analytické geometrie jsou, na základě diskrétně definovaného tvaru a tloušťky jednotlivých prvků, vyjádřeny souřadnice horního a spodního povrchu konstrukce. Obě plochy jsou následně exportovány do programu pro modelování prostorových objektů Rhinoceros 3D. Zde jsou domodelována táhla a detail uložení skořepiny. Následně jsou všechny útvary převedeny na jedno těleso a exportovány do souboru formátu *stl*, který slouží 3D tiskárně jako zdroj dat pro tisk modelu.

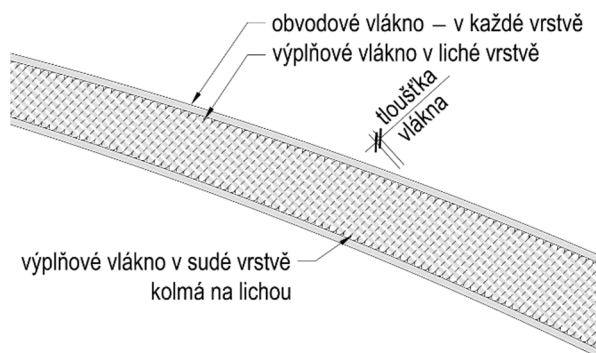
Pro výstavbu modelu je zvolena metoda 3D tisku typu FDM (Fused Deposition Modelling), která využívá dvou polymerních materiálů – stavěcího a materiálu podpor. Funguje na podobném principu jako tavná pistole – do tiskové hlavičky je vháněn tiskový materiál – termoplast, který je zde roztaven. Počítačově ovládaná hlavička se pohybuje nad tiskovým stolem a vytváří výsledný objekt. Materiál podpor se využívá v místech, kde by při tisku musel stavěcí materiál „viset“ ve vzduchu. Po vytvoření modelu se buď odláme, nebo rozpustí ve speciální lázni. Podpurná konstrukce je generována automaticky pomocí speciálního programu.

Materiál je nanášen ve formě vláken, po vrstvách. Tisk každé vrstvy začíná vytvořením minimálně jedné obvodové kontury. Vnitřní prostor mezi konturami je šikmo vyplněn vlákny, přičemž výplň následující vrstvy je kolmá na předchozí (obr. 10-3). Z uvedeného popisu 3D tisku je zřejmé, že touto technikou vzniká anizotropní vrstevnatý materiál. Jsou rozlišovány dva základní směry – příčný a podélný. Příčný směr je kolmý na rovinu vrstev, podélný směr nebo lépe řečeno směry jsou rovnoběžné s rovinou vrstev.

Jako materiál pro stavbu modelu je použit ABS M 30 (akrylonitrilbutadienstyren). Jedná se o jeden z nejběžněji používaných polymerů, který je relativně cenově dostupný a velmi pevný. Dle technického listu (tab. a-4) vykazuje materiál pro různé způsoby a směry namáhání odlišné moduly pružnosti a odlišné, ale vysoké hodnoty pevností. Nejnižší pevnost, 28 MPa, má materiál při namáhání tahem v příčném směru. Mez kluzu při stejném namáhání je 26 MPa. Tyto hodnoty jsou pro realizaci experimentu zcela dostatečné.

Modul pružnosti je pro ohybové i tahové namáhání jak v podélném, tak i příčném směru v relativně malém rozsahu 1760 až 2230 MPa.

Pro tisk byl použit přístroj s největším dostupným pracovním prostorem 914×610×914 mm – FORTUS 900mc (obr. 10-4), který umožňoval tisk modelu v měřítku 1:55,56. Průměr vláken je 0,33 mm.



Obr. 10-3 Schéma 3D tisku



Obr. 10-4 FORTUS 900mc [45]

10.2.1. Orientační ověření základních materiálových charakteristik

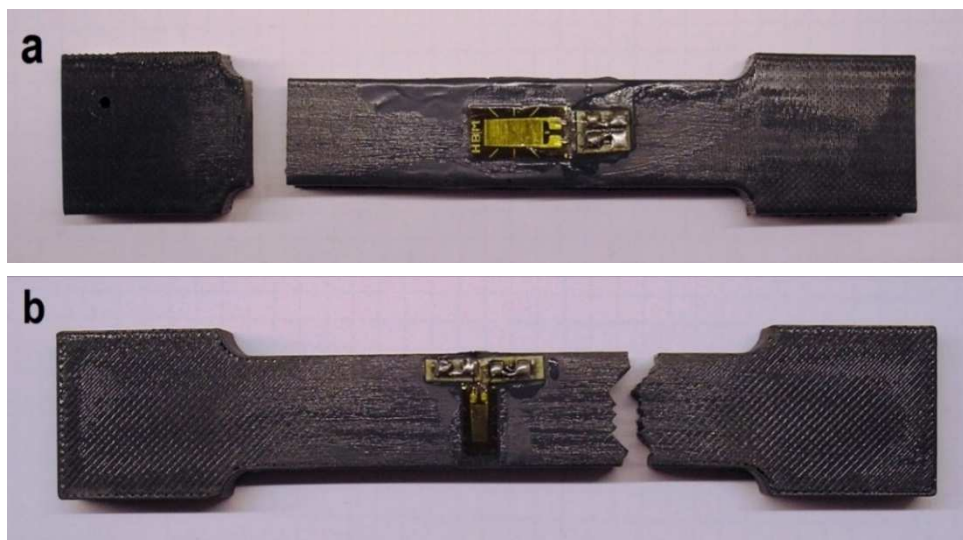
Pro orientační ověření materiálových charakteristik ABS M30 a pro osvojení práce s neznámým materiálem (především lepení tenzometrů) byla vytvořena sada zkušebních těles.

Šedě pigmentované zkušební krychle o hraně 20 mm (obr. 10-5) pro zkoušku tlakem a trámečky průřezu 10×20 mm s rozšířenými konci (obr. 10-6) pro zkoušku tahem.

Od každého tělesa byly vyhotoveny 2 vzorky – první vzorek pro zatěžování v příčném směru (kolmo na rovinu vláken) a druhý pro zatěžování v podélném směru (rovnoběžně s rovinou vláken).

Během tahové zkoušky byly kromě podélných deformací měřeny i příčné deformace pro stanovení Poissonova čísla. Tělesa byla z jedné strany osazena tenzometrem 1-LY11-6/350 pro měření podélné deformace (obr. 10-5 a) a z druhé strany tenzometrem 1-LY11-3/350 pro měření příčné deformace (obr. 10-5 b). Tenzometry byly na lehce zbroušený povrch přilepeny jednokomponentním, tenkovrstvým lepidlem Z 70.

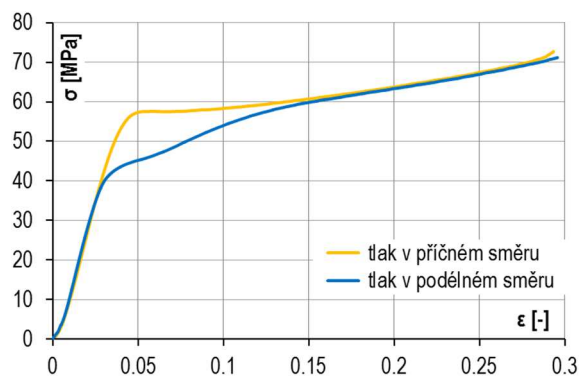
Tělesa pro zkoušku tlakem byla ponechána bez tenzometrů.



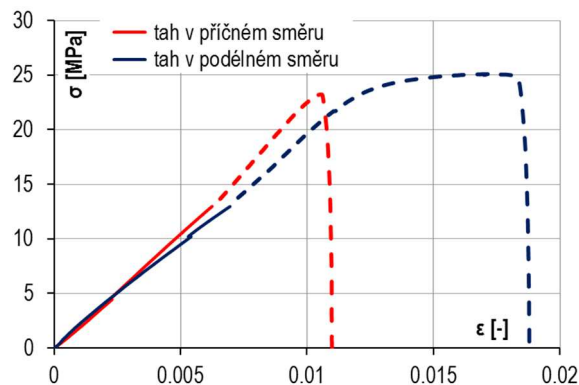
Obr. 10-5 Porušení tahem a) v příčném směru, b) v podélném směru



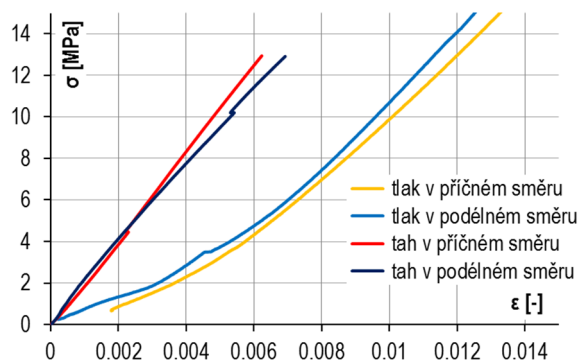
Obr. 10-6 Porušení tlakem v podélném a příčném směru



Graf 10-1 Závislost napětí na poměrném přetvoření při zkoušce tlakem



Graf 10-2 Závislost napětí na poměrném přetvoření při zkoušce tahem



Graf 10-3 Závislost napětí na poměrném přetvoření při zkoušce tahem a tlakem – detail

popis	E	μ
	[MPa]	[-]
tah v příčném směru	2014	0,264
tah v podélném směru	1992	0,243
tlak v příčném směru	1621	–
tlak v podélném směru	1730	–

Tab. 10-1 Hodnoty modulu pružnosti a Poissonova čísla

V počátečních fázi tlakové zkoušky je patrný menší sklon křivky závislosti napětí na přetvoření (graf 10-3). To lze přisoudit dotlačování nerovností povrchu zkušebního tělesa k tlačným plochám lisu. Materiál zdánlivě vykazuje nižší modul pružnosti. Od cca 5 MPa lze již pozorovat lineární závislost napětí na přetvoření. To platí až do hodnoty cca 40 MPa. Poté podélně namáhaný vzorek zpevňuje. V případě příčně zatěžovaného vzorku pokračuje lineární nárůst napětí vzhledem k přetvoření až do hodnoty cca 58 MPa, kdy je dosažena mez kluzu (graf 10-1). Při poměrném přetvoření 0,075 začíná příčně zatížený materiál zpevňovat a od napětí cca 60 MPa obě křivky mají přibližně stejný průběh. Vzhledem k rozsahu napětí při zatížení fyzikálního modelu a vzhledem k již značným plastickým deformacím byla zkouška ukončena při napětí cca 70 MPa.

Graf 10-2 prezentuje závislost napětí na poměrném přetvoření při zkoušce tahem. Do hodnoty cca 13 MPa lze pozorovat pro oba dva směry přibližně shodný, lineární průběh. Při napětí vyšším jak 13 MPa se tenzometry ocitly mimo pracovní rozsah a nebyly schopny dodávat relevantní informace. Čárkovaná část grafu je získána na základě velikosti síly a posunu lisu.

Při příčném zatížení tahem vykazuje materiál lineární chování až do hodnoty napětí cca 23 MPa, kdy nastal křehký lom na rozhraní dvou vrstev (obr. 10-5 a). Při podélném zatížení tahem lze rovněž pozorovat lineární chování materiálu až do napětí 23 MPa, poté dochází k výrazným plastickým deformacím, porušení nastává cca při 25 MPa (obr. 10-5 b).

Modul pružnosti je pro oba typy zkoušek stanoven jako podíl změny napětí a poměrného přetvoření v lineární oblasti chování:

$$E = \frac{\sigma_b - \sigma_a}{\varepsilon_b - \varepsilon_a} . \quad (10.1)$$

Poissonovo číslo je definováno jako absolutní hodnota poměru příčného poměrného přetvoření (směr kolmý na rovinu namáhání) a poměrného přetvoření v podélném směru (směr roviny namáhání):

$$\mu = \left| \frac{\varepsilon_{b,c} - \varepsilon_{a,c}}{\varepsilon_b - \varepsilon_a} \right| . \quad (10.2)$$

Rozsah napětí a odpovídajících poměrných přetvoření pro stanovení modulu pružnosti (v případě tahové zkoušky i Poissonova čísla) byl pro zkoušku tlakem $\sigma_a = 10$ MPa a $\sigma_b = 20$ MPa, pro zkoušku tahem $\sigma_a = 2$ MPa a $\sigma_b = 3$ MPa. Výsledné hodnoty modulů pružnosti a Poissonových čísel jsou uvedeny v tab. 10-1.

Z výsledků orientačních zkoušek se vyplývá, že orientace vláken má poměrně malý vliv na hodnotu modulu pružnosti. Relativní rozdíl modulů pružnosti je menší než 7 %. Materiál lze z hlediska mechanických vlastností považovat za přibližně izotropní.

Mnohem větší rozdíly v modulech pružnosti je možné pozorovat pro různé způsoby namáhání.

Průměrná hodnota Poissonova čísla je 0,254. Podrobněji jsou zkoumány mechanické vlastnosti materiálu v následující kapitole.

10.2.2. Zkoušky základních materiálových charakteristik

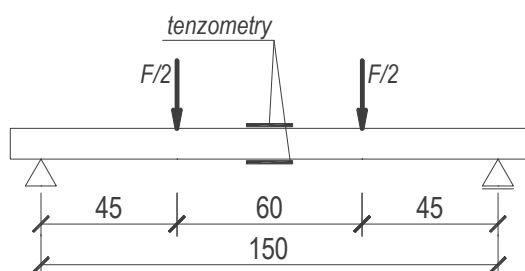
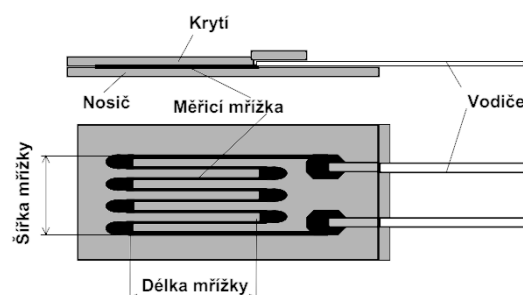
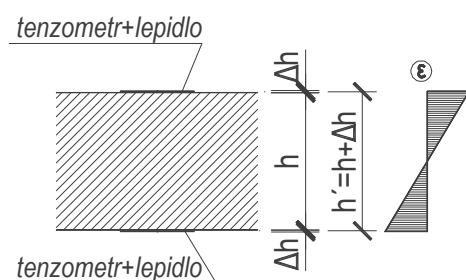
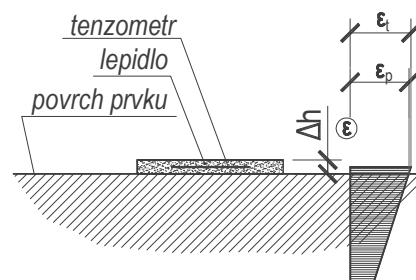
Pro podrobnější ověření materiálových charakteristik byla vytvořena sada zkušebních těles pro zkoušku ohybem. Materiál je shodný jako v kapitole 10.2.1, tentokrát však není pigmentován. Bylo vyrobeno šest trámeček profilu 20×10 mm, tři trámečky pro zatěžování v podélném a tři pro zatěžování v příčném směru (obr. 10-11).

Každý z trámeček byl osazený dvojicí tenzometrů 1–LY11–6/350. Vzorky byly zkoušeny čtyřbodovým ohybem dle obr. 10-7 a obr. 10-12.

U dvou trámeček bylo naplánováno měření příčných deformací pro stanovení Poissonova čísla, proto tyto trámečky byly navíc osazené dvojicí příčně orientovaných tenzometrů. Vzhledem k tomu, že po celém povrchu vzorku bylo nanášeno velké množství lepidla a při každém povrchu byly nalepeny dvě svorkovnice, byl výsledek měření negativně ovlivněn (cca o 20 % větší modul pružnosti než v ostatních případech), proto tato měření byla z výsledků vyřazena, Poissonovo číslo tedy nebylo na této sadě těles stanoveno.

Obvykle se při měření deformací tenzometry nijak nezohledňuje tuhost tenzometrů a lepidla a předpokládá se, že tenzometr měří poměrná přetvoření na povrchu konstrukce. Zkušební vzorky, na rozdíl od předchozího případu, nebyly tentokrát vybroušeny dohladka a pro lepení bylo použito dvousložkové lepidlo X60, které bylo nanášeno v poměrně silné vrstvě. Dle dostupných informací (obr. 10-8) byl stanoven průměrný modul pružnosti tenzometru, který je 4410 MPa (tab. 10-2), modul pružnosti lepidla je dle [48] cca 950 MPa. Na základě rozměrů a modulu pružnosti tenzometru a na základě rozsahu zalepené plochy, tloušťky vrstvy lepidla a jeho modulu pružnosti byly korigovány naměřené hodnoty poměrných přetvoření.

popis	materiál	šířka [mm]	tloušťka [mm×10 ⁻³]	E [MPa]
nosič	polyimid	6	45	2200
měřicí mřížka	konstantan	1,5	3,8	163000
krytí	polyimid	6	25	2200
hodnoty za tenzometr jako celek		6	70	4410

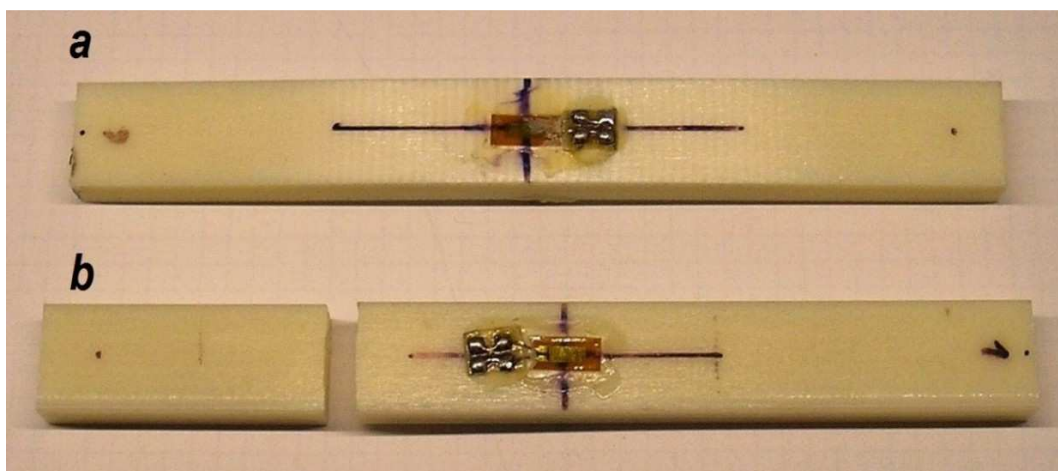
Tab. 10-2 Modul pružnosti a rozměry tenzometru**Obr. 10-7** Geometrie zkoušky ohybem**Obr. 10-8** Schéma tenzometru [47]**Obr. 10-9** Řez zkušebním tělesem v místě přilepených tenzometrů**Obr. 10-10** Řez přilepeným tenzometrem – detail povrchu

Bylo předpokládáno, že tenzometr se nachází uprostřed vrstvy lepidla, takže hodnoty poměrného přetvoření získané tenzometrickým měřením ε_t neodpovídají přetvoření povrchu prvku (obr. 10-10). Proto byly hodnoty poměrného přetvoření na povrchu ε_p získány redukcí změřeného poměrného přetvoření (obr. 10-9) dle vztahu:

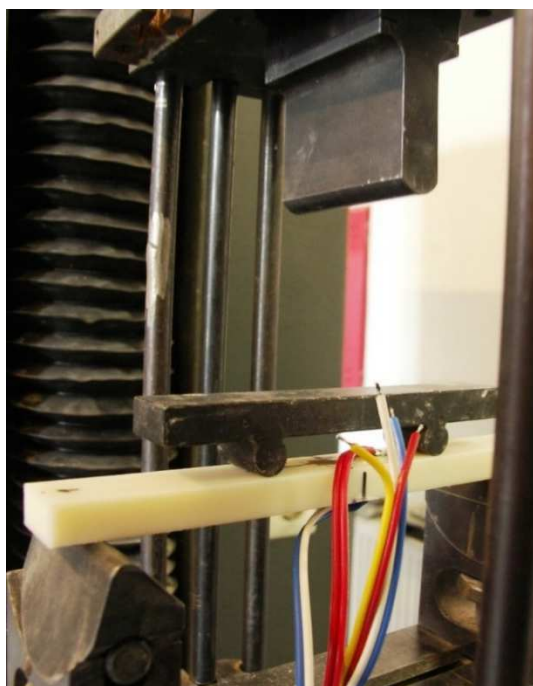
$$\varepsilon_p = \frac{h}{h'} \varepsilon_t . \quad (10.3)$$

Na základě poměrného přetvoření na povrchu prvku, momentu setrvačnosti ideálního průřezu a hodnoty ohybového momentu byl stanoven modul pružnosti. Zohledněním tuhosti tenzometrů a lepidla poklesl výsledný modul pružnosti o cca 40 až 50 MPa. Modul pružnosti byl stanoven dle (10.4) pro interval $M_a=330$ Nmm a $M_b=660$ Nmm, to odpovídá povrchovým napětím 1 až 2 MPa.

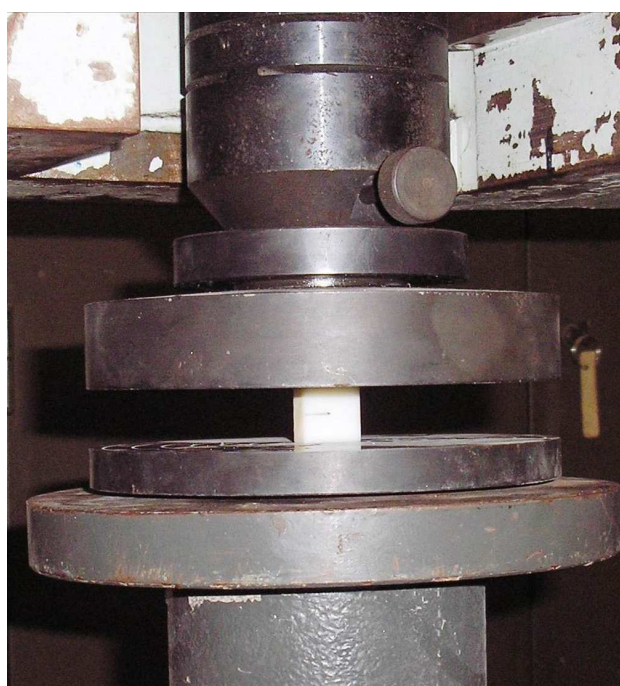
$$E = \frac{h(M_b - M_a)}{2I_i(\varepsilon_{p,b} - \varepsilon_{p,a})} \quad (10.4)$$



Obr. 10-11 Vzorky po ohybové zkoušce a) v podélném směru b) v příčném směru

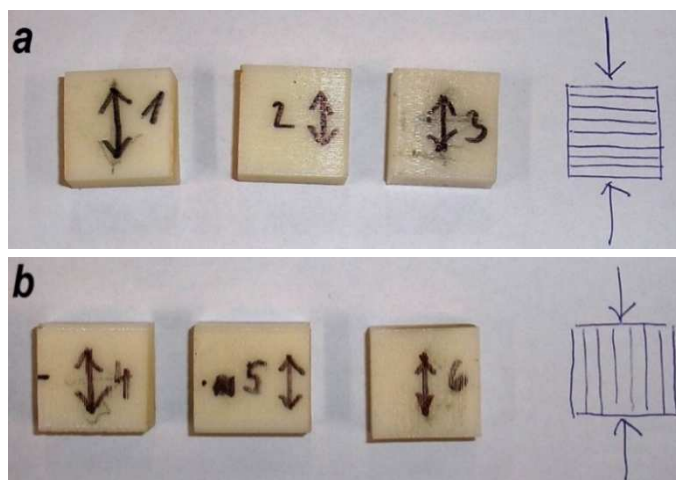


Obr. 10-12 Zkouška čtyřbodovým ohybem



Obr. 10-13 Zkouška centrickým tlakem

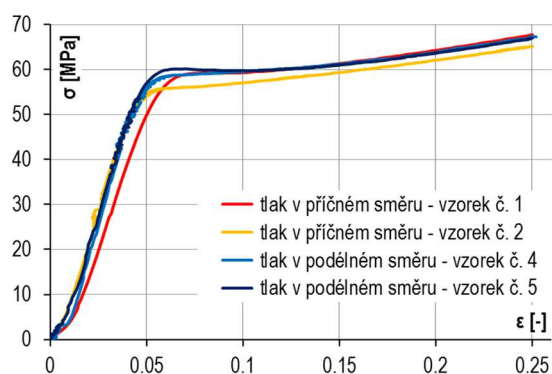
Z torza vzorků pro zkoušku ohybem bylo vyrobeno 6 zkušebních tělísek pro zkoušku v tlaku. Tělesa měla rozměr cca 10×20×20 mm (obr. 10-14) a byla rovněž zatěžována v podélném a příčném směru (obr. 10-13). Vzhledem k problémům se záznamovým zařízením byly pro vyhodnocení použity hodnoty pouze ze 4 zkoušek.



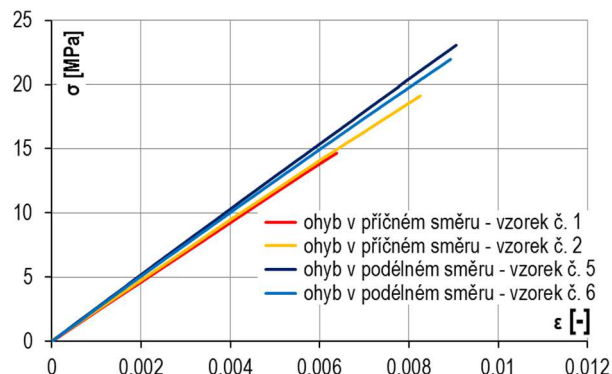
Obr. 10-14 Zkušební tělesa pro zkoušku tlakem a) v příčném směru b) v podélném směru

Graf 10-4 až graf 10-6 prezentuje závislost napětí na poměrném přetvoření při zkoušce tlakem a ohybem.

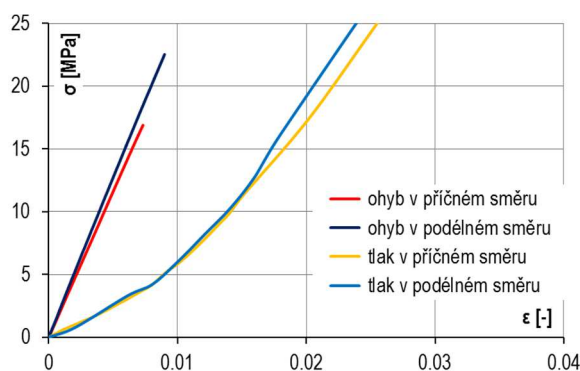
Modul pružnosti z tlakové zkoušky byl stanoven dle postupu popsaného v kapitole 10.2.1, pro rozmezí napětí $\sigma_a = 10$ MPa a $\sigma_b = 20$ MPa. Výsledné hodnoty modulů pružnosti jsou uvedeny v tab. 10-3.



Graf 10-4 Závislost napětí na poměrném přetvoření při zkoušce tlakem



Graf 10-5 Závislost napětí na poměrném přetvoření při zkoušce ohybem



Graf 10-6 Závislost napětí na poměrném přetvoření při zkoušce tlakem a ohybem – detail

popis	E
	[MPa]
ohyb v podélném směru	2527
ohyb v příčném směru	2348
tlak v podélném směru	1501
tlak v příčném směru	1263

Tab. 10-3 Hodnoty modulů pružnosti

Zkoušky potvrdily obecné závěry konstatované v kapitole 10.2.1, tzn. orientace vláken má poměrně malý vliv na modul pružnosti a materiál lze pokládat za izotropní. Dále lze konstatovat, že materiál vykazuje pro provedení experimentu dostatečnou pevnost a že změna

napětí je, pro hodnoty napětí dosahované během experimentu, lineárně závislá na přetvoření, tedy platí Hookův zákon.

Výsledný modul pružnosti v tlaku v podélném směru $E_{c,0}$ je 1501 MPa, v příčném směru $E_{c,90}$ je 1263 MPa, modul pružnosti v ohybu v podélném směru $E_{m,0}$ je 2527 MPa, v příčném směru $E_{m,90}$ je 2348 MPa.

Rozptyl hodnot modulů pružností je poměrně značný. Program Midas Civil sice umožňuje zadat ortotropní materiál, tedy pro každý směr jiný modul pružnosti, ale neumožňuje zadat rozdílné moduly pružnosti pro rozdílné způsoby namáhání. Vzhledem k tomu, že rozdíl modulů pružnosti v závislosti na směru (238 MPa, respektive 179 MPa) je v porovnání s rozdílem hodnot modulů pružnosti v závislosti na způsobu namáhání (1026 MPa, respektive 1085 MPa) zanedbatelný. Bylo rozhodnuto, že bude stanoven jeden modul pružnosti pro celou konstrukci.

Autorovi disertační práce se jeví jako nevhodnější stanovení modulu pružnosti se zohledněním směru a velikosti povrchového napětí připadající na ohybový moment a normálovou sílu, tedy stanovení váženého modulu pružnosti.

Pro každý prvek, směr a kombinaci zatížení jsou určeny velikosti napětí na povrchu prvku od ohybového momentu a normálové síly (10.5), na jejichž základě a na základě naměřených modulů pružnosti (tab. 10-3) jsou stanoveny vážené moduly pružnosti (10.6).

Vzhledem k tomu, že nebyl stanoven modul pružnosti v tahu a že hodnoty normálových tahových napětí jsou malé, je příspěvek tahové normálové síly na výslednou hodnotu modulu pružnosti zanedbán.

$$\begin{aligned} |\sigma_{x,N}| &= |\sigma_{x,dolní} + \sigma_{x,horní}|, \\ |\sigma_{x,M}| &= |\sigma_{x,dolní} - \sigma_{x,horní}|, \\ |\sigma_{y,N}| &= |\sigma_{y,dolní} + \sigma_{y,horní}|, \\ |\sigma_{y,M}| &= |\sigma_{y,dolní} - \sigma_{y,horní}|. \end{aligned} \quad (10.5)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\phi,i,x} &= |\sigma_{x,i,N}| + |\sigma_{x,i,M}|, \\ \sigma_{\phi,i,y} &= |\sigma_{y,i,N}| + |\sigma_{y,i,M}|. \\ E_{\phi,i,90} &= \frac{|\sigma_{x,i,N}| E_{c,90} + |\sigma_{x,i,M}| E_{m,90}}{\sigma_{\phi,i,x}}, \\ E_{\phi,i,0} &= \frac{|\sigma_{y,i,N}| E_{c,0} + |\sigma_{y,i,M}| E_{m,0}}{\sigma_{\phi,i,y}}. \end{aligned} \quad (10.6)$$

Následně je stanoven vážený modul pružnosti pro každou kombinaci zatížení na celé konstrukci (10.7).

$$E_{\phi,j} = \frac{\sum_{i=1}^n \sigma_{\phi,i,x} \sum_{i=1}^n E_{\phi,i,90} + \sum_{i=1}^n \sigma_{\phi,i,y} \sum_{i=1}^n E_{\phi,i,0}}{n \left(\sum_{i=1}^n \sigma_{\phi,i,x} + \sum_{i=1}^n \sigma_{\phi,i,y} \right)}, \quad (10.7)$$

Výsledné hodnoty vážených modulů pružnosti pro jednotlivé kombinace zatížení $E_{\phi,j}$ jsou prezentovány v tab. 10-4. Výsledný modul pružnosti pro celou konstrukci E_{ϕ} je stanoven jako průměrná hodnota vážených modulů pružnosti pro jednotlivé zatěžovací stavy. Výsledný

vážený modul pružnosti pro celou konstrukci je $E_\phi = 1820$ MPa. Hodnota Poissonova čísla $\mu=0,254$ je převzata z kapitoly 10.2.1.

kombinace zatížení	$E_{\phi j}$	E_ϕ
	[MPa]	[MPa]
SW	1767	1820
SW + SN1	1772	
SW + SN2	1900	
SW + SN3	1809	
SW + SN4	1826	

Tab. 10-4 Vážené hodnoty modulů pružnosti

10.3. Modelová podobnost

V této kapitole je popsán teoretický návrh tří variant fyzikálních modelů, dle teorie modelové podobnosti. Jedná se o:

- model v měřítku 1:55,56, který zachovává poměrné deformace,
- model v měřítku 1:55,56, který zachovává napětí,
- model s měřítkem délek 1:55,56 a s měřítkem tlouštěk 1:24, který zachovává napětí.

Pro každý ze tří fyzikálních modelů je zpracována MKP statická analýza. Získané deformace a napětí jsou dle teorie modelové podobnosti lineárně extrapolovány, aby hodnoty z fyzikálních modelů odpovídaly hodnotám na reálné konstrukci. Prověřuje se vliv zjednodušujících předpokladů na přesnost výsledků v porovnání s reálnou konstrukcí a jsou činěny závěry z hlediska praktické použitelnosti dané modelové podobnosti pro vlastní experiment.

Vyhodnocovány jsou deformace a napětí dvou kombinací zatížení (SW, SW+SN2). Tyto dvě kombinace zatížení představují v jistém slova smyslu extrémní zatížení.

Vlastní tíha (SW) je zatěžovací stav, na základě kterého je navržen tvar konstrukce. Konstrukce se deformuje minimálně a zatížení je přenášeno do podpor téměř výhradně membránovými silami.

Naproti tomu konstrukce při zatížení vlastní tíhou a sněhem na podélné polovině (SW + SN2) vykazuje ze všech kombinací zatížení největší deformace a nejmenší součinitel kritického zatížení. Zatížení je přenášeno do podpor nezanedbatelnou měrou ohybovým namáháním.

Základní veličiny modelové podobnosti jsou uvedeny v tab. 10-5.

veličina	Skutečná konstrukce	fyzikální Model	měřítko veličiny (M/S)
modul pružnosti E	32836 MPa	1820 MPa	$1/\omega = 1:18,04$
Poissonovo číslo	0,2	0,254	$1/\eta = 1,27:1$
půdorysné rozměry	17,0 m×50,0 m	0,306 m×0,900 m	$1/\alpha = 1:55,56$
tloušťka	0,12 m až 0,24 m	0,00215 m až 0,00432 m	$1/\beta = 1:55,56$
objemová hmotnost	25 kN/m ³	0 kN/m ³ *	–
* Reálně je objemová hmotnost cca 10 kN/m ³ , ale vzhledem k tomu, že konstrukce bude zatížena vlastní tíhou již před aplikací tenzometrů, je nutné vlastní hmotnost uvažovat hodnotou 0 kN/m ³ .			

Tab. 10-5 Výchozí hodnoty základních veličin modelové podobnosti

10.3.1. Model se zachováním poměrných deformací

Jak již bylo zmíněno v kapitole 5.1.3, aby bylo možné vytvořit model dle *dokonalé modelové podobnosti* pro konstrukci s významným vlivem nelinearity, musí být délky modelu ve stejném měřítku jako posuny (rovnice (5.18)).

Pro dosažení předepsaných deformací musí být intenzita plošného zatížení modelu (dle rovnice (5.19)):

$$p_M = p_S \alpha^2 / \pi = p_S \alpha^2 / (\omega \alpha^2) = p_S / \omega = p_S / 18,04.$$

Modelová podobnost požaduje rovnost Poissonových čísel materiálu modelu a skutečné konstrukce. Poměr Poissonových čísel je 1,27:1. Nicméně Poissonovo číslo se v rovnicích (5.2) vyskytuje ve tvaru $(1+\mu)$, takže rozhodující vliv na přesnost výsledků má poměr těchto výrazů, který je 1,045:1. Odchylka je tedy menší než 5 %.

MKP analýza modelu

Pro ověření předpokladů návrhu modelu dle teorie modelové podobnosti je vypracován MKP model polymerního modelu konstrukce. MKP model vychází z modelu konstrukce prezentovaného v kapitole 9.4. Jsou upraveny rozměry konstrukce v měřítku 1:55,56 a zadán modul pružnosti a Poissonovo číslo odpovídající polymernímu materiálu (viz tab. 10-5). Podepření modelu konstrukce je v rozích, kde je zabráněno posunu ve směru globálních os x , y , z a pootočení kolem osy z a x . Základní parametry modelu jsou uvedeny v tab. 10-6.

Intenzita plošných zatížení je zmenšena v měřítku 1:18,04. To v případě vlastní tíhy znamená navýšení objemové hmotnosti materiálu modelu (úpravou rovnic (5.14) a (5.18)) dle předpisu:

$$\rho_M = \alpha \rho_S / \omega = 55,56 \times 25 / 18,04 \text{ na } 77,00 \text{ kN/m}^3,$$

intenzita nahodilých zatížení poklesla $18,04 \times$ z $1,5 \text{ kN/m}^2$ na $0,083 \text{ kN/m}^2$.

počet uzlů	8905
počet prvků	8704
typ prvku	Thick Plate
tloušťka skořepiny [m]	0.00215 s pozvolným náběhem až na 0.00430 (po 0.000215)

Tab. 10-6 Základní údaje o modelu

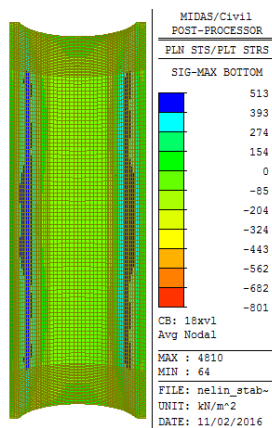
Pro možnost porovnání hodnot deformací modelu s deformacemi konstrukce musejí, ve shodě s definovanou modelovou podobností, být $55,56 \times$ zvětšeny. Obdobně je tomu v případě napětí, kde zvětšení je $18,04$ násobné. Hodnoty extrapolovaných napětí a deformací, dobře, i když ne zcela odpovídají napětím a deformacím získaným na reálné konstrukci (obr. 10-15 až obr. 10-18, výsledky ostatních veličin viz příloha E). Diference je způsobena odlišným Poissonovým číslem (bylo ověřeno na MKP modelu – pro stejná Poissonova čísla – dokonalá shoda).

I přes *dokonalou modelovou podobnost* je tato konfigurace modelu nevhodná. Důvody lze shrnout do dvou bodů:

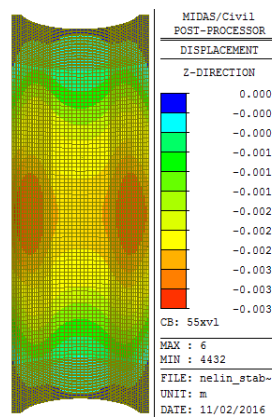
První překážkou je nízká intenzita zatížení, to lze názorně ukázat například na zatížení vlastní tíhou. Typická tloušťka skutečné konstrukce je 0,12 m, což představuje intenzitu

plošného zatížení cca 3 kN/m^2 , odpovídající hodnota pro model je cca $0,17 \text{ kN/m}^2$. Celková hmotnost závaží pro nahrazení vlastní hmotnosti konstrukce je pak cca $5,4 \text{ kg}$, to při předpokládaném počtu 60 závaží znamená, že průměrná hmotnost jednoho závaží je 90 g . To klade značné nároky na výrobu závaží přesné hmotnosti.

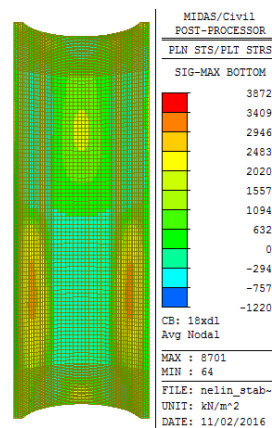
Druhým důvodem je měřitelnost deformací a napětí při nízké intenzitě zatížení. Maximální svislé posuny na reálné konstrukci jsou $3,9 \text{ mm}$ pro zatížení vlastní tíhou (SW) a $14,4 \text{ mm}$ pro zatížení vlastní tíhou a sněhem na podélné polovině (SW+SN2), čemuž dle teorie modelové podobnosti odpovídají deformace $55,56\times$ menší, tj. $0,07 \text{ mm}$ pro SW, respektive $0,26 \text{ mm}$ pro SW+SN2. To je potřeba vzít v potaz, že se jedná o hodnoty maximální. Napětí by pokleslo na $1:18,04$ hodnoty modelu (rovnice (5.21)). Přesné měření deformací v řádu desítek mikrometrů a napětí v řádu jednotek kilopascalů je možné, ale výsledky mohou být značně ovlivněny provozem v laboratoři (např. kolísáním teploty v místnosti).



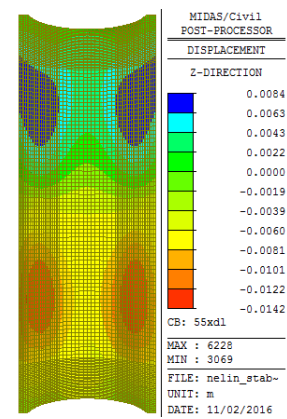
Obr. 10-15 SW,
 $\sigma_{1,\text{spodní}}$,
 $18,04\times$ zvětšeno
[kPa]



Obr. 10-16 SW,
Deformace D_z ,
 $55,56\times$ zvětšeno
[m]



Obr. 10-17
SW+SN2, $\sigma_{1,\text{spodní}}$,
 $18,04\times$ zvětšeno
[kPa]



Obr. 10-18
SW+SN2,
Deformace D_z ,
 $55,56\times$ zvětšeno [m]

10.3.2. Model se zachováním napětí

Vzhledem k výše uvedeným nedostatkům je v další variantě navržen model, který zachovává hodnoty povrchových napětí. Vzhledem k nelineárnímu charakteru konstrukce se jedná o *podobnost přibližnou*. Dle rovnice (5.8) platí:

$$\sigma_s / \sigma_M = \pi / \alpha^2,$$

to za předpokladu rovnosti napětí $\sigma_s / \sigma_m = 1$ znamená, že druhá mocnina délek α^2 a poměr sil π mají mít stejnou hodnotu. Při splnění této podmínky platí rovnice (5.24), která udává rovnost intenzit plošných zatížení na modelu p_m a konstrukci p_s . Poměr průhybů lze určit dle rovnice (5.8):

$$y_s / y_M = \pi / \alpha / \omega = \alpha / \omega = 55,56 / 18,04 = 3,0798.$$

Model s touto konfigurací je po všech praktických stránkách komfortní k provádění. Jeho jedinou, avšak podstatnou nevýhodou je malá stabilita konstrukce, která je dána stabilitou původní konstrukce a poměrem modulů pružnosti ω . Model při této konfiguraci vykazuje hodnoty λ cca od 2 do 4.

MKP analýza modelu

Pro analýzu je použit identický model jako v kapitole 10.3.1. Vzhledem k definované modelové podobnosti se modely odlišují pouze intenzitou plošných zatížení, která je stejná jako u reálné konstrukce. Praktickým dopadem je změna objemové hmotnosti materiálu. Na základě vztahů (5.5), (5.14) a podmínky $\pi = \alpha^2$ je stanovena náhradní objemová hmotnost materiálu:

$$\rho_M = \alpha \rho_S = 55,56 \times 25 \text{ na } 1389 \text{ kN/m}^3,$$

intenzita nahodilých zatížení je $1,5 \text{ kN/m}^2$.

Pro možnost porovnání hodnot deformací modelu s deformacemi konstrukce jsou, ve shodě s definovanou modelovou podobností, $3,0798\times$ zvětšeny. Napětí jsou v měřítku 1:1.

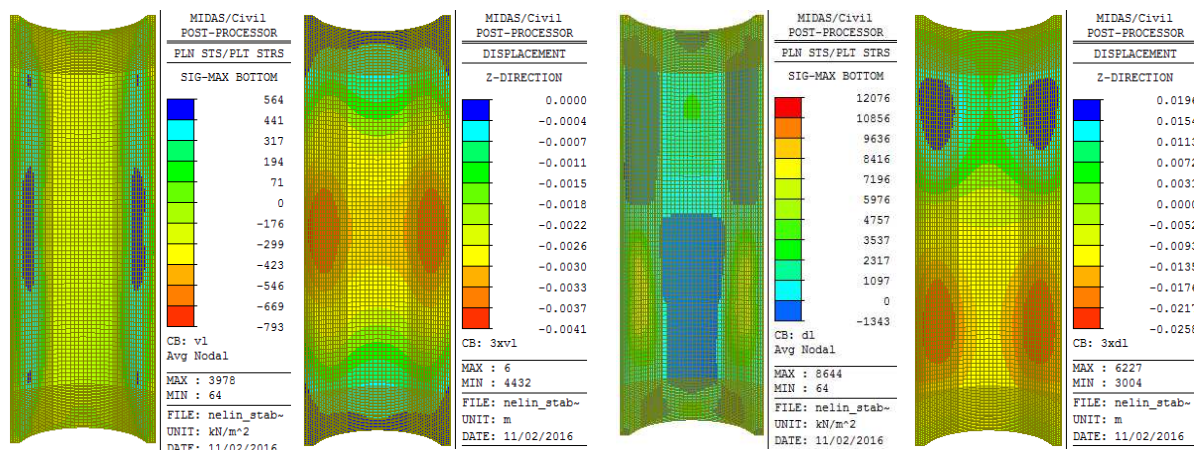
U konstrukce necitlivé na účinky II. řádu by bylo dosaženo shody mezi modelem a reálnou konstrukcí. Výsledky, dle dosažené míry shody, se pro jednotlivé zatěžovací stavy diametrálně odlišují.

Při zatížení vlastní tíhou (SW) napětí a deformace modelu svým rozložením a intenzitou dobře odpovídají napětím a deformacím na reálné konstrukci (obr. 10-19, obr. 10-20).

Při nelineární kombinaci vlastní tíhy a zatížení sněhem na podélné polovině (SW+SN2) je patrný výrazný vliv II. řádu. Namísto predikované maximální deformace $14,4 \text{ mm}$ je maximální deformace $25,8 \text{ mm}$ (obr. 10-22), tedy o 79% více. Podobnou měrou jsou ovlivněna i napětí (obr. 10-21). Výsledky ostatních veličin viz příloha E. Dle zavedené terminologie se jedná o *podobnost přibližnou*.

Vzhledem k tomu, že se v tomto případě jedná o stejnou konstrukci jako v kapitole 10.3.1, která je více zatížená, lze i tuto modelovou podobnost za určitých podmínek označit jako *dokonalou*. Jedná se však o teoretický případ, kdy zatížení na reálné konstrukci je $18,04\times$ větší. Pak by měřením byly získány hodnoty odpovídající reálné konstrukci. Je nutno však podotknout, že reálná konstrukce, pokud by již nedošlo k jejímu zřícení, by zřejmě byla porušena trhlinami a betonu by plastizoval. To však neklade překážku pro porovnání naměřených a numericky určených hodnot deformací a napětí.

Vzhledem k tomu, že je, na základě modelové podobnosti, definován vztah mezi modelem a reálnou konstrukcí. Netvoří překážku pro realizaci experimentu s tímto uspořádáním rozdílů v deformacích a napětích, ale fakt, že součinitel kritického zatížení je blízký 1, to by za určitých okolností mohlo vést ke ztrátě stability modelu a ke zmaření celého experimentu.



Obr. 10-19 SW,

 $\sigma_{1,spodní}$
[kPa]

Obr. 10-20 SW,

Deformace D_z ,
3,0798× zvětšeno [m]

Obr. 10-21 SW+SN2,

 $\sigma_{1,spodní}$
[kPa]

Obr. 10-22 SW+SN2,

Deformace D_z ,
3,0798× zvětšeno [m]

10.3.3. Model se zachováním napětí, rozdílné měřítko délek a tloušťek

Pro zvětšení stability modelu a omezení nadměrného vlivu II. řádu je měřítko tloušťky navrženo odlišné od měřítka půdorysných rozměrů. Tloušťka, ve srovnání s předchozí variantou, je 2,315× zvětšena, měřítko tloušťek je 1:24. Upravené parametry modelové podobnosti popisuje tab. 10-7. Výchozí podmínkou modelové podobnosti zůstává zachování napětí.

Pro zachování hodnot napětí na ohýbaném modelu platí jiné zásady než pro zachování napětí na modelu namáhaném normálovou silou. V případě namáhání ohybovým momentem je napětí v krajních vláknech úměrné podílu velikosti ohybového momentu a druhé mocniny výšky. V případě zvětšení tloušťky musí být zvětšení ohybového momentu a tedy i intenzity plošného zatížení na konstrukci rovno druhé mocnině podílu zvětšené a původní tloušťky konstrukce.

V případě zachování hodnot napětí na modelu namáhaném normálovou silou je situace jednodušší. Napětí koresponduje s první mocninou výšky konstrukce. Případnému zvětšení tloušťky konstrukce musí odpovídat proporcionálně stejné zvětšení hodnoty normálové síly.

Analyzovaná konstrukce je obecně namáhána jak ohybovými, tak normálovými silami s proměnným vzájemným poměrem, proto přesný způsob přepočtu nelze určit. Na druhou stranu u skořepinové konstrukce, už z podstaty jejího působení, lze předpokládat, že dominantním způsobem namáhání je normálová síla. Proto zvětšení instalovaného zatížení je v poměru:

$$p_M = p_S \alpha / \beta = 2,315 p_S,$$

vzhledem k tomu, že je „zachováno“ napětí, nemění se ani měřítko průhybů, tj. 3,0798.

MKP analýza modelu

Pro analýzu je použit identický model jako v kapitole 10.3.2, v modelu je zvětšena tloušťka konstrukce 2,315násobně. Dle modelové podobnosti musí být intenzita nahodilých zatížení 3,50 kN/m². Objemová hmotnost materiálu a měřítko pro přepočet povrchových napětí a deformací mezi modelem a konstrukcí jsou shodná s kapitolou 10.3.2.

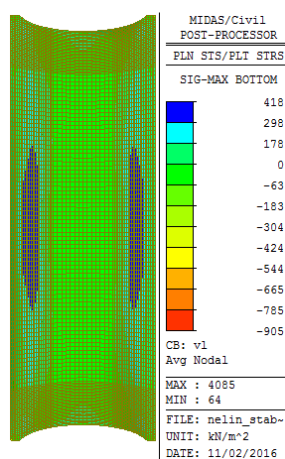
Při zatížení vlastní tíhou (SW) je dosaženo dobré shody v napětích a deformacích (obr. 10-24 a obr. 10-23). Je to z důvodu, že je zde nejlépe naplněn předpoklad o dominantním namáhání normálovou silou.

V případě kombinace vlastní tíhy a nahodilým zatížením na podélné polovině shoda již není tak dobrá (SW + SN2). Maximální deformace je 9,9 mm (obr. 10-26) oproti očekávaným 14,4 mm, tzn. hodnota je o 31 % menší. V řádu desítek procent se pohybují difference i v napětích (obr. 10-25). Tento rozdíl je zřejmě způsoben zanedbáním ohybového namáhání při stanovení ekvivalentního modelového zatížení. Výsledky ostatních veličin a kombinací zatížení viz příloha E.

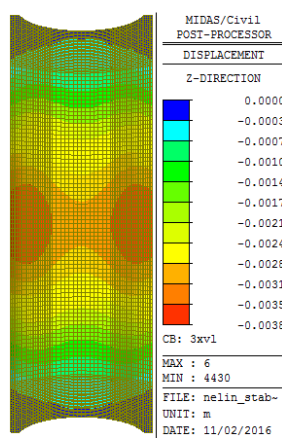
Důležité je, že charakter deformací a napětí je přibližně shodný. Bylo ověřeno, že součinitel kritického zatížení se pohybuje mezi hodnotami 5 a 10, tzn. vliv II. řádu je významný, ale model konstrukce je dostatečně stabilní.

Dle zavedené terminologie se jedná o *přibližnou modelovou podobnost*, velikost zjištěných deformací a napětí koresponduje s reálnou konstrukcí pouze přibližně. Na tuto modelovou podobnost lze také nahlížet tak, že se jedná o model jiné konstrukce, s podobným statickým působením. Budou-li naplněny předpoklady, získané numerickou analýzou, o statickém působení tohoto fyzikálního modelu, lze předpokládat, že i reálná konstrukce se bude chovat ve shodě s numerickou analýzou.

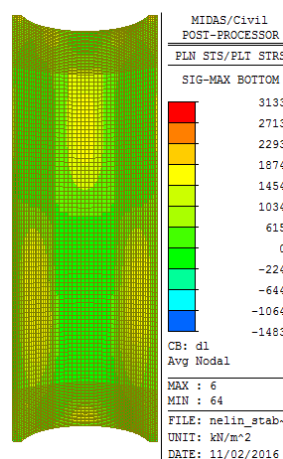
Tato konfigurace modelu, ze všech tří prezentovaných, nabízí nejlepší předpoklady pro úspěšnou realizaci. Napětí a deformace jsou dostatečně velké a tedy dobře měřitelné, případný nežádoucí vliv vnějšího prostředí bude mít v porovnání s naměřenými hodnotami relativně malou váhu. Model není náchylný ke ztrátě stability a hmotnosti závaží (viz tab. b-6) umožňují jejich realizaci s odchylkami v řádu jednotek gramů, a to bez výrazného vlivu na přesnost výsledků měření.



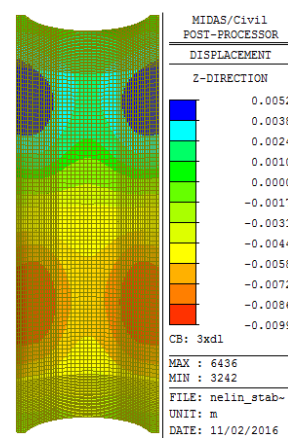
Obr. 10-23 SW,
 $\sigma_{1,\text{spodní}}$
[kPa]



Obr. 10-24 SW,
Deformace D_z ,
 $3,0798 \times$ zvětšeno [m]



Obr. 10-25 SW+SN2,
 $\sigma_{1,\text{spodní}}$
[kPa]



Obr. 10-26 SW+SN2,
Deformace D_z ,
 $3,0798 \times$ zvětšeno [m]

veličina	Skutečná konstrukce	fyzikální Model	měřítko veličiny (M/S)
modul pružnosti E	32836 MPa	1820 MPa	$1/\omega = 1:18,04$
Poissonovo číslo	0,2	0,254	$1/\eta = 1,27:1$
půdorysné rozměry	17,0 m×50,0 m	0,306 m×0,900 m	$1/\alpha = 1:55,56$
tloušťka	0,12 m až 0,24 m	0,005 m až 0,01 m	$1/\beta = 1:24$
objemová hmotnost	25 kN/m ³	0 kN/m ³ *	–
* Reálně je objemová hmotnost cca 10 kN/m ³ , ale vzhledem k tomu, že konstrukce bude zatížena vlastní tíhou již před aplikací tenzometrů, je nutné vlastní hmotnost uvažovat hodnotou 0 kN/m ³ .			

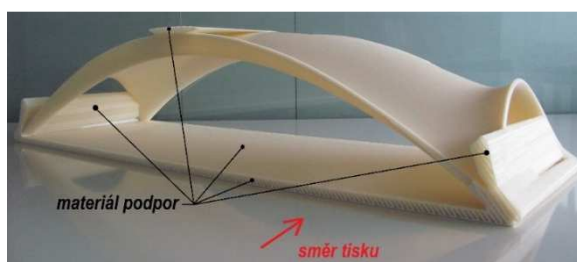
Tab. 10-7 Finální hodnoty základních veličin modelové podobnosti

10.4. Model konstrukce

Na základě parametrů specifikovaných v kapitole 10.3.3 je výše zmíněnou metodou 3d tisku vystavěn model konstrukce. Stavba modelu probíhala v poloze na boku. Tato orientace je zvolena, protože tímto způsobem je značně minimalizován rozsah podpůrného materiálu a současně dominantní směr namáhání je souhlasný se směrem vláken, tj. směrem, ve kterém je materiál nejúnosnější. Stavba modelu přesáhla 50 hodin. Před další prací s modelem byl odlámán materiál podpor (obr. 10-27).

Místa podepření modelu jsou po obvodě konstrukce spojena táhly profilu 18/10 mm v příčném směru, respektive 22/10 mm v podélném směru. Táhla pomáhají ztužit model a zajišťují neměnnost tvaru během manipulace. Táhla jsou však nedostatečně tuhá pro zatěžovací zkoušku, proto je model usazen do tuhého duralového rámu (obr. 10-28 a obr. 10-29). Základní fyzikální parametry duralové slitiny jsou uvedeny v tab. a-5.

Duralový rám je vytvořen z profilu 40/20 mm s vyfrézovanou drážkou 25/10 mm, do které jsou volně vložena táhla modelu. V místě uložení skořepiny, tedy v rohu rámu je vnější hrana drážky o 1,5 mm odsazena, v tomto místě doléhají táhla až k rámu. Pro minimalizaci nežádoucích důsledků plynoucích z dotlačení nerovností povrchu k rámu je prostor mezi rámem a modelem v místě uložení zainjektován epoxidovým lepidlem.



Obr. 10-27 Fyzikální model po vyjmutí z tiskárny



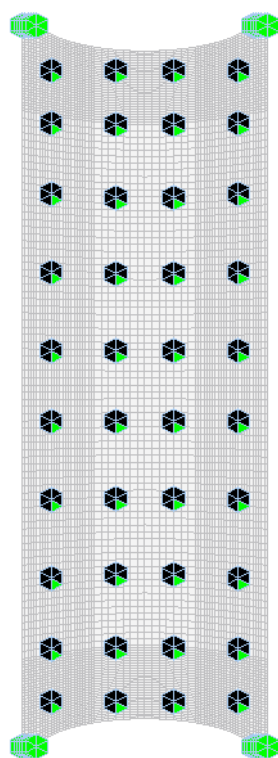
Obr. 10-28 Fyzikální model – čelní pohled



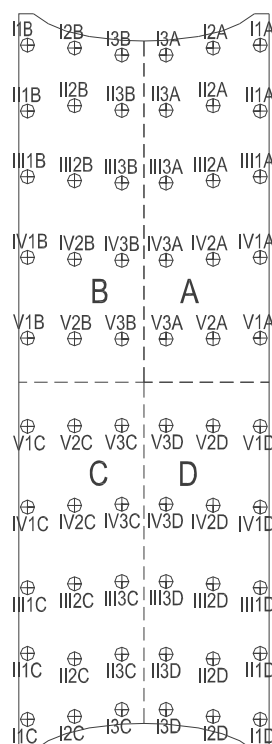
Obr. 10-29 Fyzikální model – boční pohled

S ohledem na rozměry modelu je určeno 60 míst pro zavěšení závaží. Hmotnost jednotlivých závaží je určena MKP analýzou. MKP model je převzat z kapitoly 10.3.3, do tohoto modelu jsou doplněny svisle neposuvné podpory v místech předpokládaných poloh závaží (obr. 10-30). Je provedena lineární analýza pro zatížení vlastní tíhou (SW) a pro plné plošné zatížení (SN1), jejímž výsledkem jsou hodnoty svislých reakcí v místě jednotlivých závaží. Velikosti reakcí odpovídají ekvivalentním bodovým silám pro náhradu plošného zatížení. Hmotnosti závaží (viz tab. b-6) pro náhradu vlastní tíhy se pohybují v rozsahu 2,583 kg až 4,401 kg, pro náhradu nahodilého zatížení v rozsahu 1,052 kg až 2,225 kg. Celková hmotnost závaží pro náhradu vlastní tíhy je 202,534 kg, pro náhradu plného nahodilého zatížení 99,440 kg. Model bude při plném zatížení přenášet 301,974 kg.

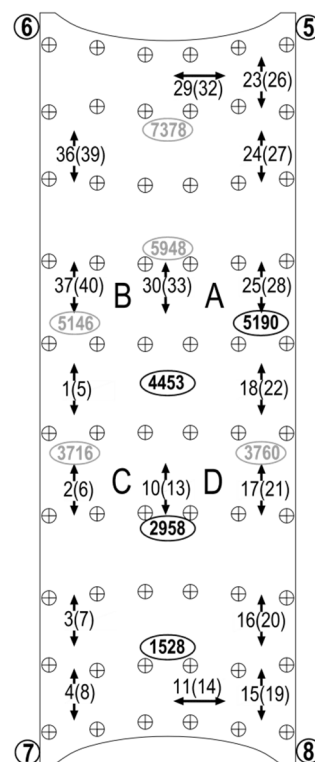
Vzhledem k rozdílným hmotnostem závaží je nutné mít závaží přesně popsána. Pro popis je využito faktu, že půdorys konstrukce je dvojse symetrický. Konstrukce je rozdělena do čtyř stejných kvadrantů označených písmenky A až D (obr. 10-31, obr. 10-32). V rámci jednoho kvadrantu jsou závaží ve směru osy y (svisle) číslována od okraje ke středu konstrukce římskými číslicemi I až V. Ve směru osy x (vodorovně) jsou závaží číslována od okraje ke středu konstrukce arabskými číslicemi 1 až 3. K číselným označením je doplněno písmenné označení kvadrantu (obr. 10-31).



Obr. 10-30 Podepření modelu pro určení ekvivalentních bodových sil



Obr. 10-31 Značení závaží



Obr. 10-32 Značení tenzometrů a míst pro měření svislých deformací

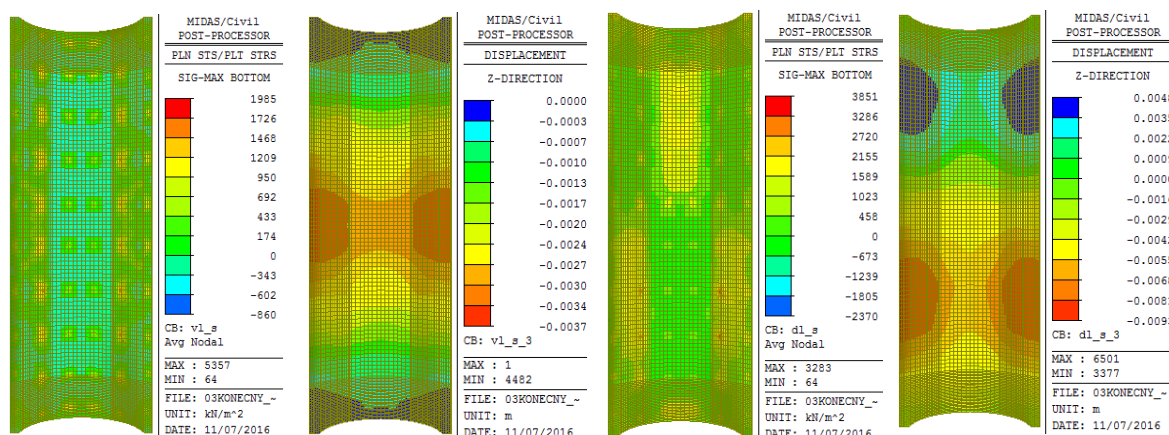
Celý model je osazen na 20 pozicích 40 tenzometry (vždy jeden tenzometr ze zdola a jeden shora), orientace tenzometrů a jejich značení je uvedeno na obr. 10-32, čísla v závorce označují tenzometry nalepené na spodním povrchu. Většina tenzometrů je osazena ve směru dominantního namáhání, tj. ve směru osy y . Na obr. 10-32 nejsou vyznačeny tenzometry, u nichž nastala porucha, nebo výsledky měření nebyly z jiných technických důvodů brány v potaz.

Na témže obrázku jsou čísla v kroužku či oválu označena místa měření svislých deformací. Model byl reálně osazen osmi měřidly pro měření svislých deformací. Čtyři měřidla byla umístěna poblíž podpor pro stanovení jejich nerovnoměrného sednutí, čtyři měřidla byla umístěna v ploše konstrukce. Měřidla vyznačená šedou barvou jsou virtuální, hodnoty v těchto místech jsou získány zaměněním zatížených kvadrantů na dvouose symetrické konstrukci. Měřidla jsou připevněna na masivním ocelovém nosníku, který je uložen na betonových pilířcích (obr. 10-40).

10.4.1. Převod plošného zatížení na bodové

V této části práce je zhodnocen vliv změny zatížení modelu z plošného na bodové. Porovnání je provedeno na základě MKP analýzy polymerního modelu. Geometrie bodové zatíženého modelu vychází z kapitoly 10.3.3. Hodnoty bodových sil jsou odvozeny z tab. b-6. Ekvivalentní nahodilé bodové zatížení, pro zatěžovací stavy SN1 až SN4, je po konstrukci rozmístěno obdobně jako na obr. 9-44 až obr. 9-47. Zatěžovací stavy s ekvivalentním silovým zatížením budou nadále značeny písmenem (S) – tedy např. SW + SN2 (S).

Z obr. 10-23 a obr. 10-25 je patrné, že v místě ekvivalentních bodových sil je konstrukce lokálně ohybově namáhána. Polohy tenzometrů jsou voleny tak, aby měřené hodnoty byly co nejméně ovlivněny lokálním ohybovým namáháním.



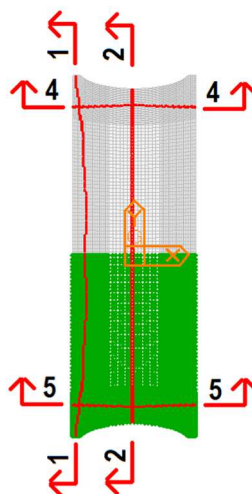
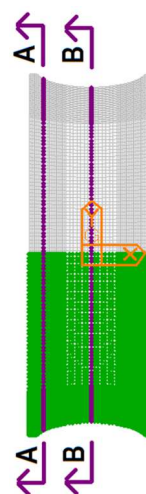
Přesnější srovnání numerických výsledků je provedeno v řezech, ve kterých jsou vyhodnocována napětí (obr. 10-38) a deformace (obr. 10-39). V grafech jsou uvedeny průběhy deformací a napětí, pro polymerní model konstrukce zatížený plošným a bodovým zatížením. Pro dokreslení představy o celkové míře zjednodušení jsou zde uvedeny průběhy napětí a deformací i pro reálnou konstrukci, míra shody je však okomentována již v předchozí kapitole. Legenda k níže prezentovaným grafům je uvedena na obr. 10-37.

Legenda – napětí

- horní vlákna - MKP výpočet - skutečná konstrukce
- horní vlákna - MKP výpočet modelu konstrukce - plošné zatížení
- - - horní vlákna - MKP výpočet modelu konstrukce - bodové zatížení
- dolní vlákna - MKP výpočet - skutečná konstrukce
- dolní vlákna - MKP výpočet modelu konstrukce - plošné zatížení
- - - dolní vlákna - MKP výpočet modelu konstrukce - bodové zatížení
- střednice - MKP výpočet - skutečná konstrukce
- střednice - MKP výpočet modelu konstrukce - bodové zatížení
- - - střednice - MKP výpočet modelu konstrukce - plošné zatížení

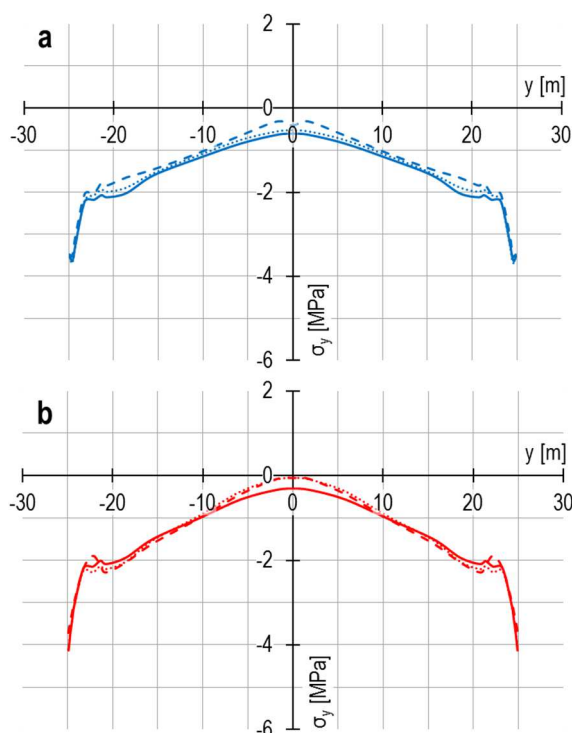
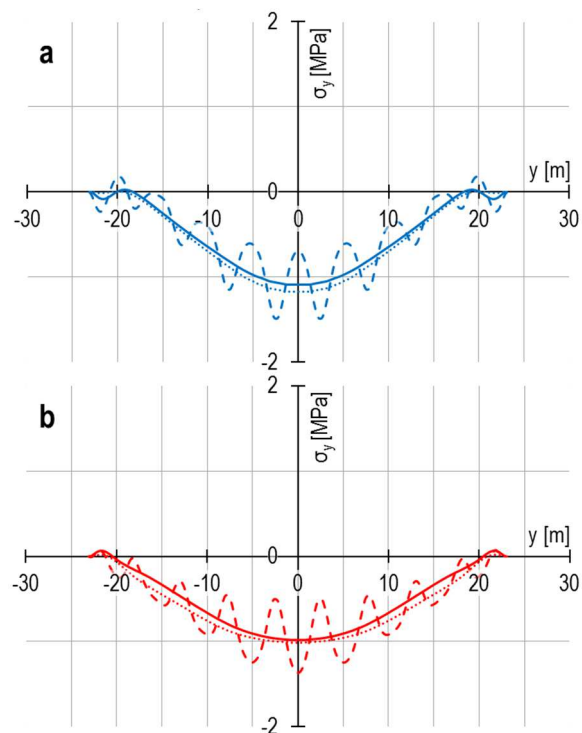
Legenda – deformace

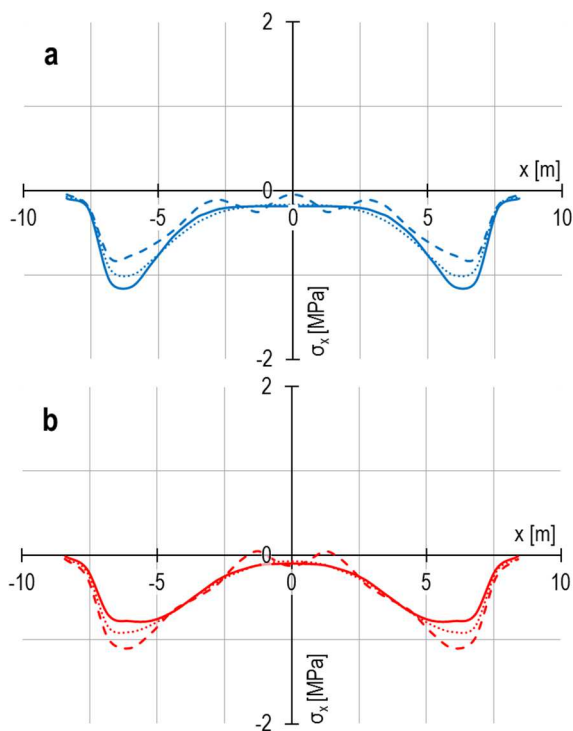
- MKP výpočet - skutečná konstrukce
- MKP výpočet modelu konstrukce - plošné zatížení
- - - MKP výpočet modelu konstrukce - bodové zatížení

Obr. 10-37 Legenda napětí a deformací**Obr. 10-38** Řezů pro vyhodnocení napětí**Obr. 10-39** Řezů pro vyhodnocení deformací

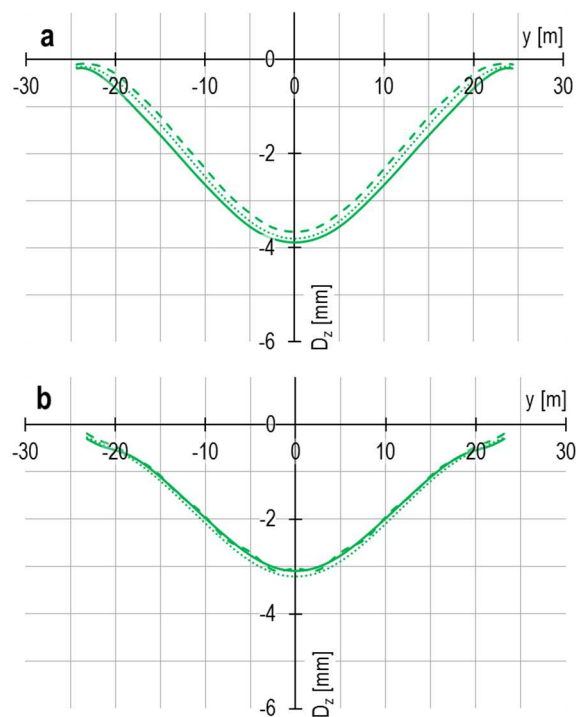
Pro zatížení vlastní tíhou (SW) lze konstatovat, že v řezech 1–1 a 4–4 (graf 10-7 a graf 10-9) dochází k minimálním odchylkám napětí pro bodově a plošně zatížený model. V řezu 2–2 (graf 10-8) je patrná oscilace napětí na bodově zatíženém modelu. Minimální a maximální extrémy napětí na horním povrchu konstrukce odpovídají maximálním a minimálním extrémům napětí na dolním povrchu. To znamená, že oscilace napětí je zapříčiněna lokálním ohybovým momentem bodově zatíženého modelu, a to i přes to, že řez 2–2 je veden mimo bodové síly.

Průběhy svislých deformací v řezech A–A a B–B (graf 10-10) jsou pro oba dva modely v téměř shodné.

**Graf 10-7** SW, řez 1–1, napětí σ_y – a) horní vlákna, b) spodní vlákna [MPa]**Graf 10-8** SW, řez 2–2, napětí σ_y – a) horní vlákna, b) spodní vlákna [MPa]



Graf 10-9 SW, řez 4-4, napětí σ_x –
a) horní vlákna, b) spodní vlákna [MPa]



Graf 10-10 SW, Deformace D_z –
a) v řezu A-A, b) v řezu B-B [mm]

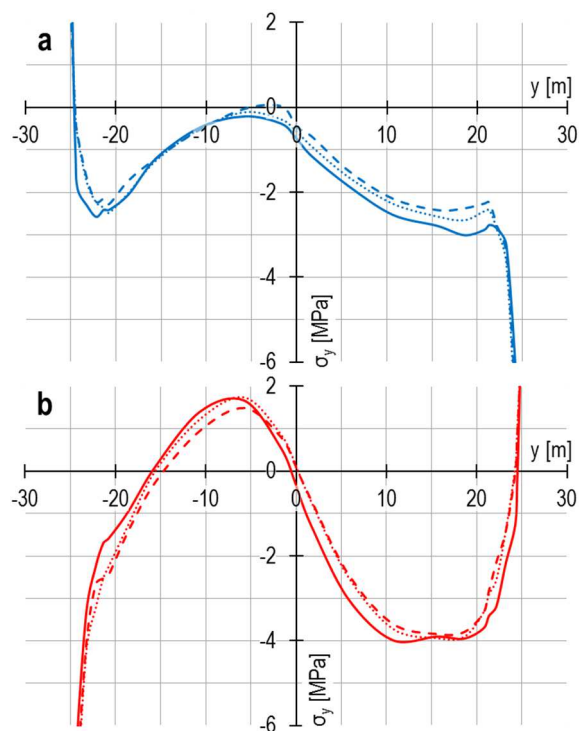
Pro zatížení vlastní tíhou a sněhem na podélné polovině (SW + SN2) lze konstatovat, že je pro oba dva modely dosaženo dobré shody napětí v řezech 1-1, 4-4, 5-5 (graf 10-11, graf 10-13, graf 10-14). V řezu 2-2 (graf 10-12) je opět patrný vliv lokálního ohybového momentu bodově zatížené konstrukce.

Průběhy svislých deformací v řezech A-A a B-B (graf 10-15) jsou pro oba dva modely téměř totožné.

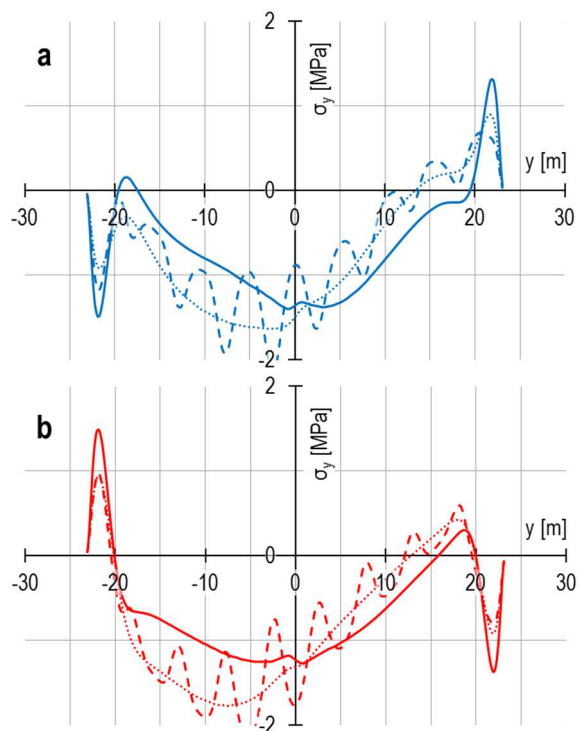
Pro řez 2-2 byla, kromě povrchových napětí, vyjádřena i napětí ve střednicové rovině, a to pro oba dva zatěžovací stavy (graf 10-16 a, b). Průběhy napětí ve střednicové rovině jsou pro obě dvě kombinace zatížení téměř totožné, to jednoznačně potvrzuje, že oscilace napětí je způsobena lokálním ohybovým momentem.

Vzhledem k tomu, že oscilace napětí není příliš velká (cca $\pm 0,5$ MPa), že střídání extrémů se realizuje na krátkých vzdálenostech a že napětí od normálové síly jsou pro plošně a bodově zatížený model přibližně shodná. Je zřejmé, že lokální ohybové momenty nemají výrazný vliv na celkové působení konstrukce. Toto tvrzení rovněž dokládá dobrá shoda deformací lokálně a plošně zatíženého modelu.

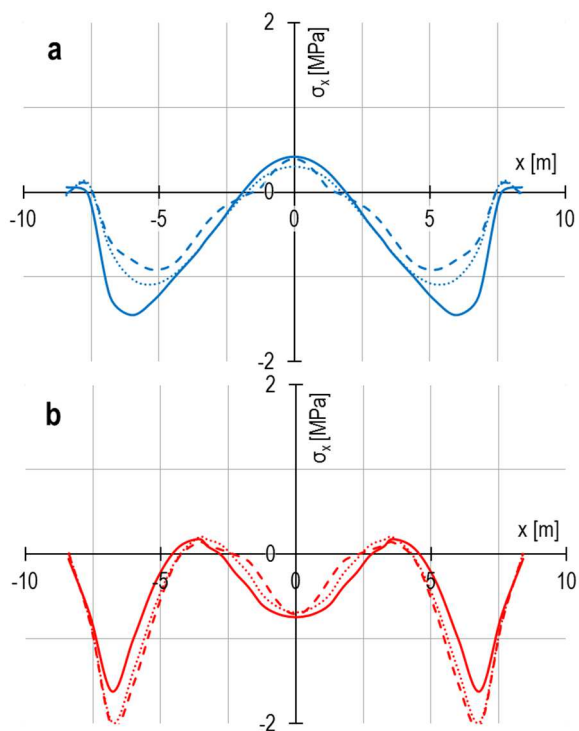
Obecně lze říci, že je dosaženo dobré shody napětí a deformací mezi bodově a plošně zatížením modelem a konstrukcí. Rozdílná napětí v řezu 2-2 nejsou dána nevhodným nebo nepřesným převodem plošného zatížení na bodové, ale jsou vlastností bodově zatíženého modelu, která však podstatně nemění chování konstrukce jako celku.



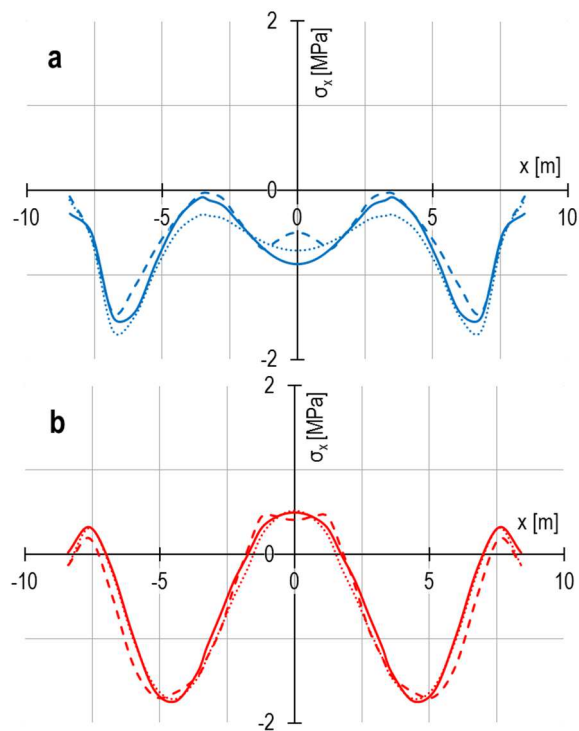
Graf 10-11 SW + SN2, řez 1–1, napětí σ_y –
a) horní vlákna, b) spodní vlákna [MPa]



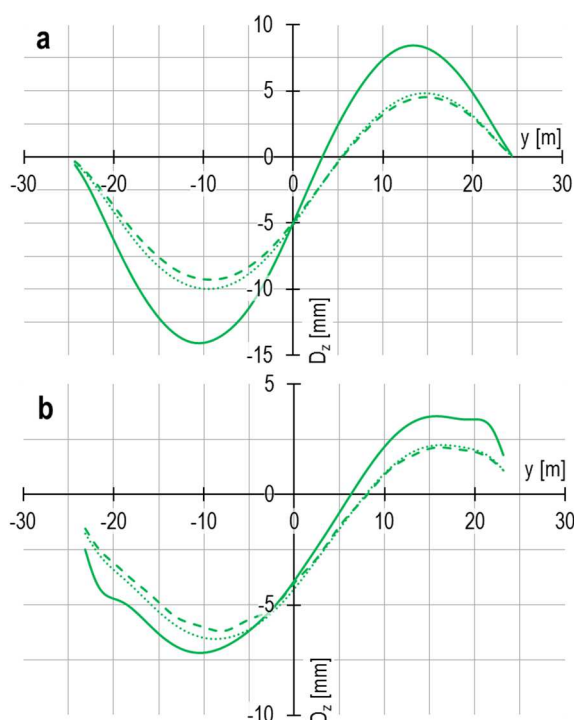
Graf 10-12 SW + SN2, řez 2–2, napětí σ_y –
a) horní vlákna, b) spodní vlákna [MPa]



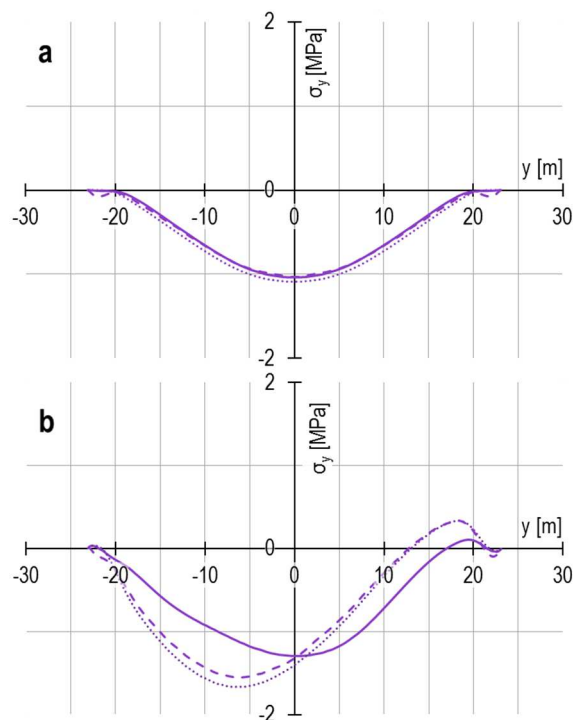
Graf 10-13 SW + SN2, řez 4–4, napětí σ_x –
a) horní vlákna, b) spodní vlákna [MPa]



Graf 10-14 SW + SN2, řez 5–5, napětí σ_x –
a) horní vlákna, b) spodní vlákna [MPa]



Graf 10-15 SW + SN2, Deformace D_z –
a) v řezu A–A, b) v řezu B–B [mm]



Graf 10-16 Řez 2–2, napětí σ_x ve střednici –
a) SW, b) SW + SN2 [MPa]

10.4.2. Realizace experimentu

Před vlastní realizací experimentu byla vyrobena závaží. Pro minimalizaci nežádoucích nerovnoměrných deformací při zatěžování modelu ekvivalentem vlastní tíhy je zatížení vlastní tíhou realizováno pomocí dvou stejných sad závaží. Pro experiment bylo tedy vyrobeno 120 závaží pro náhradu vlastní tíhy a 60 závaží pro náhradu nahodilých zatížení.

Pro výrobu závaží byla zvolena ocelová kulatina ϕ 50 mm, která vzhledem k rozteči závěsných bodů umožňuje zavěšení závaží do jedné roviny.

Před samotnou výrobou závaží byly stanoveny délky kulatiny odpovídající požadovaným hmotnostem, a to s přihlédnutím k hmotnosti háčku pro zavěšení a nátěru. Kulatina byla rozřezána pásovou pilou chlazenou emulzí. Do podstavy (případně podstav) vzniklých polotovarů byl vyvrtán otvor, který byl opatřen závitem pro osazení závěsných háčků.

Závaží jsou vyrobena s maximální pečlivostí tak, aby maximální odchylka hmotnosti jednotlivých závaží nepřesáhla 10 g. Maximální kladná relativní odchylka v hmotnosti závaží činí +5,1 ‰, minimální záporná odchylka –4,8 ‰, průměrná odchylka pouze –0,3 ‰, to na celém modelu konstrukce představuje rozdíl oproti teoretické hmotnosti menší než 0,1 kg.

Konstrukce je v místech osazení závaží provrtána, otvorem je provlečen provazec, který je na konci opatřen podložkou. Podložka je osazena do silikonového lože.

Model konstrukce byl uložen na dvě ocelové podpory. Pro zajištění rovnoměrného uložení modelu na podpory bylo místo styku rámu a podpory (obr. 10-41), stejně jako nohy podpory a podlahy, podlito vysokopevnostní maltou Groutex.



Obr. 10-40 Uspořádání experimentu při kombinaci zatížení SW+SN4



Obr. 10-41 Detail uložení konstrukce na podporu

Experiment probíhal v laboratoři ÚBZK FAST v Brně. Během experimentu byla konstrukce vystavena dvěma zatěžovacím cyklům. Výchozím stavem každého zatěžovacího cyklu je nezatížená konstrukce, na kterou byla postupně navěšována závaží pro dovážení vlastní tíhy. Závaží byla zavěšována postupně tak, aby nedocházelo k výrazně nesymetrickému rozdělení zatížení. Následně byly postupně realizovány všechny předepsané kombinace zatížení, a to i v jejich zrcadlových uspořádáních. Při zavěšení všech předepsaných závaží pro danou kombinaci zatížení bylo vyčkáno 60 sekund, dokud se měřené hodnoty neustálily. Na závěr zatěžovacího cyklu byla odstraněna všechna závaží.

Aby naměřené hodnoty byly co nejpřesnější a měly co možná nejlepší vypovídací hodnotu o statickém působení konstrukce pod mechanickým zatížením, jsou naměřené hodnoty „očištěny“ od vlivu dotvarování, změny teploty a poklesu podpor.

Změna teploty

V průběhu experimentu byla zaznamenávána teplota vzduchu v laboratoři. Teplota kolísala v rozmezí $+19,3\text{ }^{\circ}\text{C}$ až $+22,9\text{ }^{\circ}\text{C}$, přičemž výchozí hodnota byla $+22,1\text{ }^{\circ}\text{C}$. Aby výsledky měření nebyly zkresleny, byly korigovány naměřené hodnoty deformací a napětí (poměrných přetvoření) v závislosti na relativní změně teploty.

Na již výše popsaném MKP modelu je provedena analýza statického působení konstrukce v závislosti na rovnoměrné změně teploty. Konstrukce je vystavena rovnoměrnému oteplení o $+1\text{ }^{\circ}\text{C}$ a vodorovnému posunu podpor, který představuje protažení duralového rámu. Posun podpor je stanoven na základě součinitele teplotní roztažnosti duralu ($\alpha = 2,3 \times 10^{-5}\text{ mm/mm/}^{\circ}\text{C}$) a délky rámu l v příslušném směru dle vztahu (10.8).

$$D_x = \frac{\alpha l_x}{2}, \quad D_y = \frac{\alpha l_y}{2}. \quad (10.8)$$

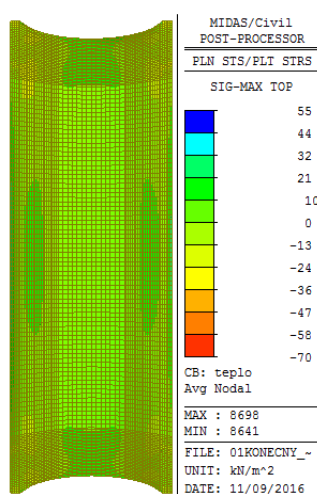
Posun podpory D_x ve směru globální osy x při oteplení o $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ je $3,5 \times 10^{-6}\text{ m}$, ve směru globální osy y D_y je $1,04 \times 10^{-5}\text{ m}$. Směr protažení odpovídá kladné změně teploty.

Hodnota součinitele teplotní roztažnosti materiálu ABS M30 je převzata z technického listu výrobce ($\alpha = 8,8 \times 10^{-5}\text{ mm/mm/}^{\circ}\text{C}$).

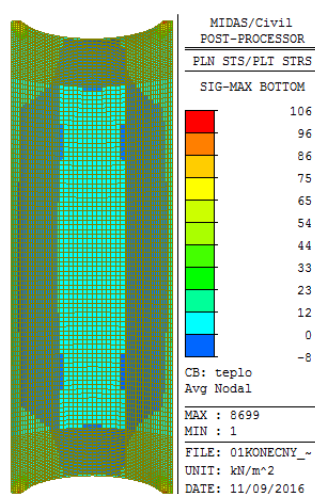
Prezentované hodnoty deformací a napětí jsou, dle měřítek definovaných příslušnou modelovou podobností, uvedeny v hodnotách odpovídající reálné konstrukci.

Vezmeme-li v potaz pouze místa, kde je prováděno měření, pohybuje se změna napětí při změně teploty modelu o $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ v řádech desítek kilopascalů a svislá deformace je maximálně $0,22\text{ mm}$. Hodnoty naměřených deformací a poměrných přetvoření jsou korigovány v závislosti na rozdílu aktuální a výchozí teploty vzduchu v laboratoři.

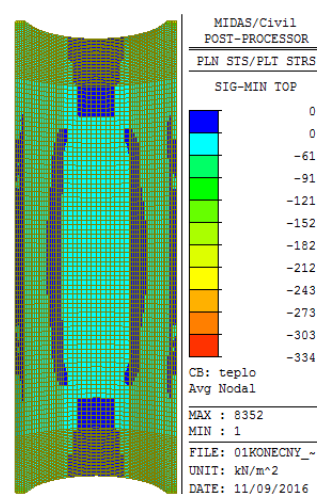
Vzhledem k tomu, že modelová podobnost mezi modelem a konstrukcí nebyla pro zatížení teplotou stanovena, nelze na základě analýzy modelu usuzovat na statické působení reálné konstrukce při zatížení teplotou.



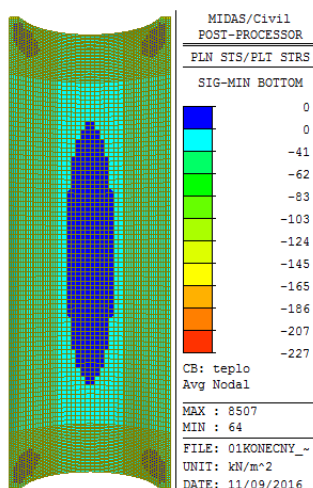
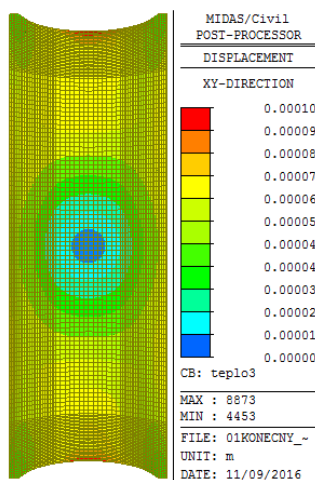
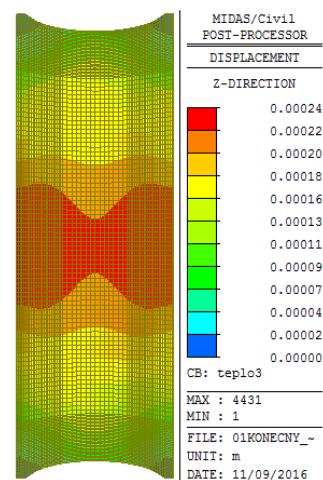
Obr. 10-42 $\sigma_{1,\text{horní}}$ [kPa]



Obr. 10-43 $\sigma_{1,\text{spodní}}$ [kPa]



Obr. 10-44 $\sigma_{2,\text{horní}}$ [kPa]

Obr. 10-45 σ_1 , spodní [kPa]Obr. 10-46 Deformace D_{xy} ,
3,0798× zvětšeno [m]Obr. 10-47 Deformace D_z ,
3,0798× zvětšeno [m]

Dotvarování

Cílem experimentu není zjišťování reologických vlastností polymerního materiálu ani ověřování chování modelu při dlouhodobém zatížení. Proto modelové měření probíhalo pouze jeden den a případný vliv trvalých deformací byl eliminován postupem popsáním níže.

Na počátku a na konci každého zatěžovacího cyklu je model nezatížen. Rozdíly svislých deformací na počátku a na konci zatěžovacího cyklu jsou považovány za trvalé, dotvarováním způsobené. Předpokládá se, že nárůst trvalých deformací probíhá, v rámci jednoho zatěžovacího cyklu, lineárně v závislosti na čase. Změnu trvalé deformace v daném čase lze vyjádřit dle vztahu (10.9). Obdobný vztah platí rovněž pro poměrné deformace získané tenzometrickým měřením.

$$\Delta D_{z,t} = \frac{D_{z,t2} - D_{z,t1}}{t_2 - t_1} t \quad (10.9)$$

Pokles podpor

Měření svislých deformací probíhalo v blízkosti všech čtyř podpor. Maximální naměřený pokles podpory byl 0,796 mm, přičemž maximální nerovnoměrný pokles byl 0,246 mm. Dle modelové podobnosti to odpovídá hodnotě 2,45 mm, respektive 0,76 mm na reálné konstrukci.

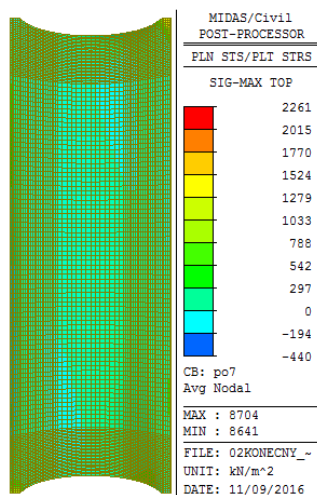
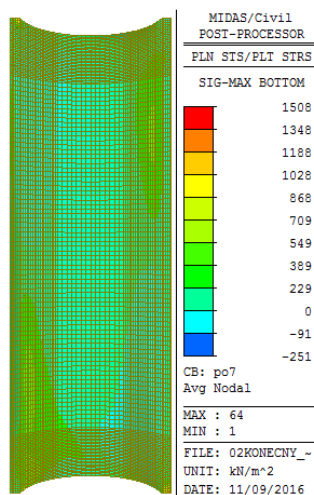
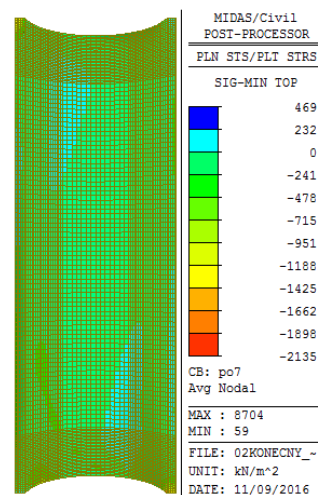
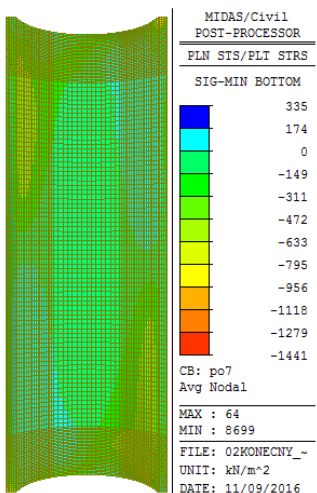
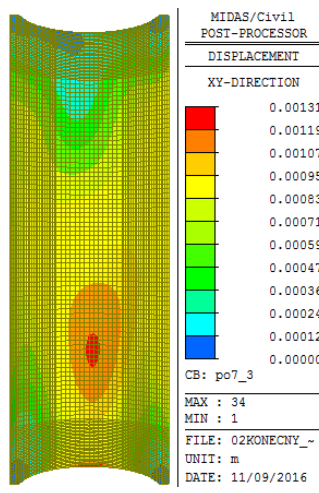
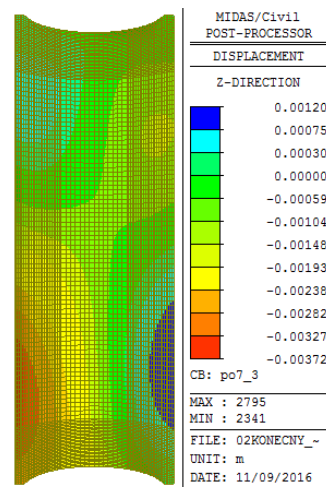
Korekce nerovnoměrného poklesu podpor je provedena na základě MKP analýzy polymerního modelu. Jsou definovány čtyři zatěžovací stavy, ke každému zatěžovacímu stavu je přisouzeno deformační zatížení – pokles jedné z podpor o 1 mm.

Na obr. 10-48 až obr. 10-53 je znázorněno statické působení konstrukce při poklesu podpory č. 7 (levé dolní) o 1 mm.

Maximální korekce napětí v místě tenzometrů činí 61 kPa, maximální korekce deformací v místě jejich měření činí 0,762 mm (to odpovídá 2,35 mm na reálné konstrukci).

Velikost hodnot oprav deformací a poměrných přetvoření jsou stanoveny na základě reálných poklesů jednotlivých podpor a odpovídající změně sledovaných veličin při jednotkovém poklesu podpor.

Vzhledem k tomu, že nebyl, dle modelové podobnosti, stanoven vztah pro nerovnoměrný pokles podpory mezi modelem a reálnou konstrukcí, nelze na základě chování modelu usuzovat na chování reálné konstrukce.

Obr. 10-48 σ_1 , horní [kPa]Obr. 10-49 σ_1 , spodní [kPa]Obr. 10-50 σ_2 , horní [kPa]Obr. 10-51 σ_2 , spodní
[kPa]Obr. 10-52 Deformace D_{xy} ,
3,0798× zvětšeno [m]Obr. 10-53 Deformace D_z ,
3,0798× zvětšeno [m]

Vyhodnocení

Pro lepší představu o průběhu zkoušky a velikosti vlivu dotvarování, změny teploty a poklesu podpor na naměřených hodnotách deformací a napětí jsou pro vybrané body vypracovány grafy závislosti deformace a napětí na čase.

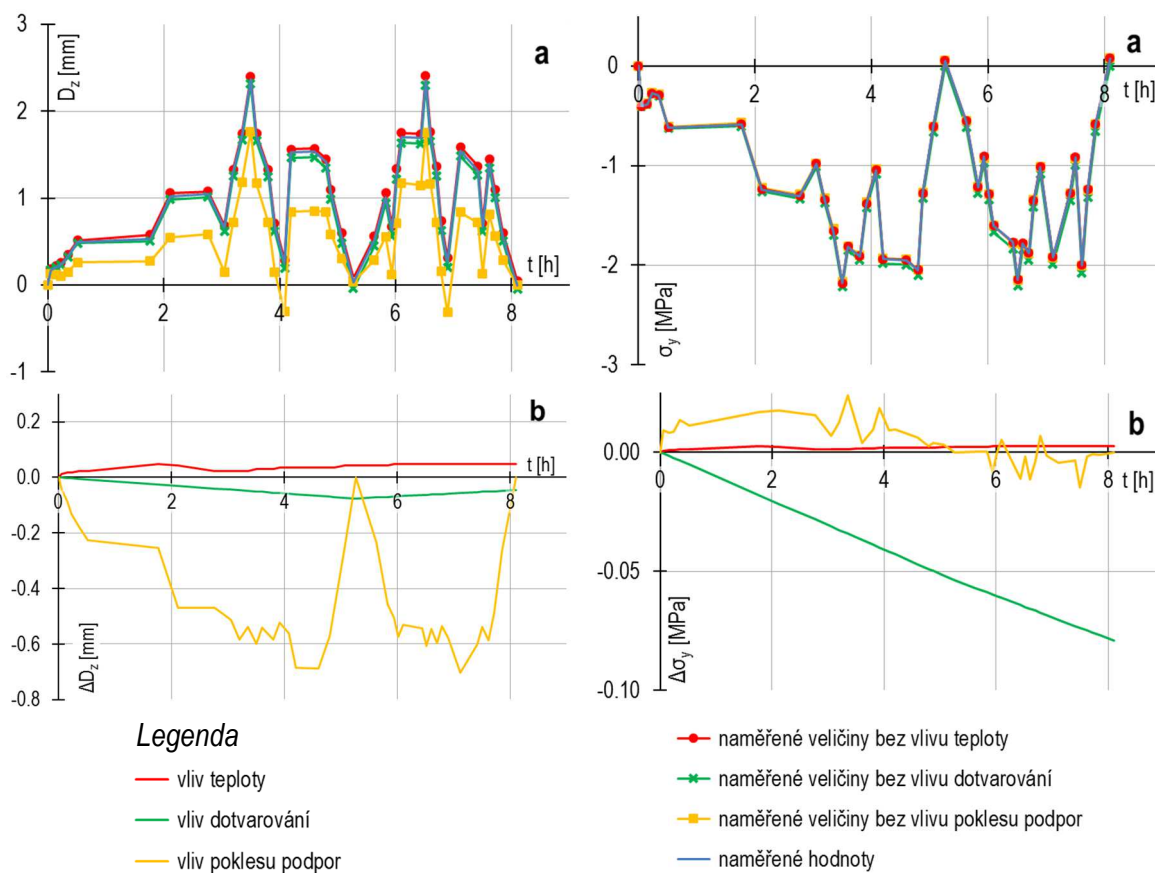
Svislá deformace D_z je vyhodnocována v bodě č. 2958, tento bod se nachází na podélné ose symetrie, přibližně v 1/4 rozpětí (obr. 10-32). Graf 10-17 a znázorňuje svislou deformaci během 8hodinové zatěžovací zkoušky. Z grafu je patrný rozsah změny deformace v daném bodě. Průběh deformace je vypracován v dalších třech alternativách. V každé alternativě je potlačen jeden ze tří nežádoucích vlivů. Graf 10-17 b znázorňuje velikost korekce svislé deformace ΔD_z pro změnu teploty, dotvarování či poklesu podpor.

Z obou grafů je patrné, že jediným významným vlivem v bodě č. 2958 je poklesu podpor. Při eliminaci poklesu podpor je nutné korigovat výsledky až o 0,7 mm, to při

maximální deformaci 2,3 mm představuje signifikantní hodnotu. Vliv teploty a dotvarování se pohybuje do 0,1 mm a shodou okolností se obě hodnoty vzájemně ruší.

Vliv nežádoucích účinků na velikost napětí σ_y je vyhodnocen v místě tenzometru č. 24. Graf 10-18 a znázorňuje průběh napětí σ_y naměřený během zatěžovací zkoušky. V grafu jsou opět prezentovány tři alternativní průběhy napětí po odstranění jednotlivých nežádoucích vlivů. Graf 10-18 b znázorňuje velikost korekce napětí $\Delta\sigma_y$ pro jednotlivé nežádoucí vlivy. Je patrné, že teplota a pokles podpor.

Největší vliv na změnu napjatosti má dotvarování. Maximální hodnota korekce napjatosti v souvislosti s dotvarováním je 0,08 MPa, tato hodnota je dosažena v závěru experimentu. Velikost korekcí napětí v souvislosti hodnotami napětí naměřenými během experimentu nedosahuje v místě tenzometru č. 24 významných hodnot.



Graf 10-17 Deformace D_z v bodě 2958 během dvou cyklů fyzikálního experimentu
 a) průběh deformace se zohledněním jednotlivých vlivů,
 b) velikost změny deformace na základě jednotlivých vlivů [mm]

Graf 10-18 Napětí σ_y na tenzometru č. 24 během dvou cyklů fyzikálního experimentu
 a) průběh napětí se zohledněním jednotlivých vlivů,
 b) velikost změny napětí na základě jednotlivých vlivů [MPa]

10.4.3. Výsledky

Na konstrukci je definováno celkem 5 řezů pro vyhodnocení napětí a tři řezy pro vyhodnocení deformací. Vzhledem k dvojose symetrickému půdorysu konstrukce a symetrickému, případně dvojose symetrickému rozdělení zatížení (tedy i napětí a deformací) nejsou zobrazeny symetrické řezy s identickými průběhy sledovaných veličin.

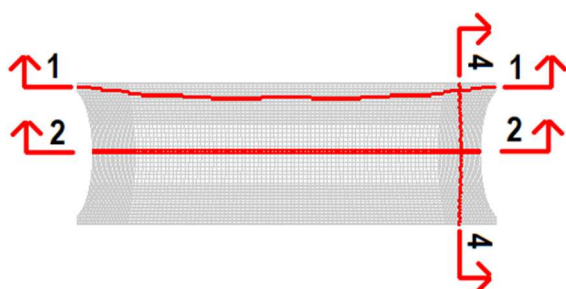
V řezech je, kromě zaznamenaného měření, vynesena průběh napětí a deformací získaný geometricky nelineární analýzou konstrukce a polymerního, bodově zatíženého modelu. V obou variantách se jedná o ideální, neposuvně uloženou konstrukci.

Pro možnost přímého porovnání s hodnotami na reálné konstrukci jsou naměřené deformace na fyzikálním modelu, stejně jako deformace polymerního modelu vynásobeny poměrem deformací 3,0798.

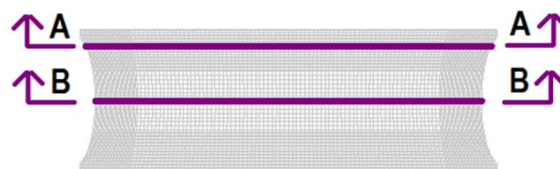
Stejně jako v kapitole 10.4.1, je v řezu 2–2 pro každý ze zatěžovacích stavů patrný vliv lokálního ohybového momentu. V kapitole 10.4.1 bylo konstatováno, že lokální ohybový moment nemá výrazný vliv na celkové statické působení konstrukce v porovnání s plošně zatíženým polymerním modelem.

Vlastní tíha (SW)

Na základě vyhodnocení výsledků lze konstatovat, že při zatížení vlastní tíhou dochází k velmi dobré shodě naměřených hodnot deformací a napětí s hodnotami určenými na základě nelineární analýzy polymerního modelu konstrukce (graf 10-19 až graf 10-22).



Obr. 10-54 Vedení řezů pro vyhodnocení napětí, SW



Obr. 10-55 Vedení řezů pro vyhodnocení deformací, SW

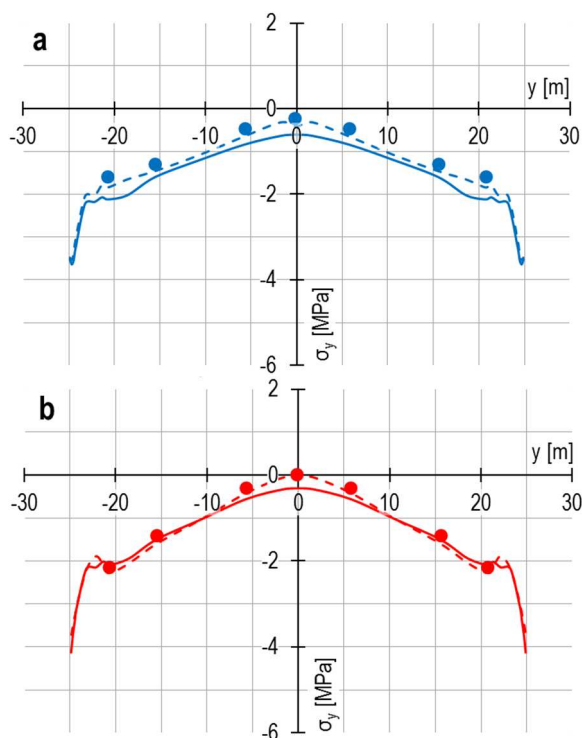
Legenda – napětí

- horní vlákna - MKP výpočet - skutečná konstrukce
- - - horní vlákna - MKP výpočet modelu konstrukce - bodové zatížení
- horní vlákna - měření
- dolní vlákna - MKP výpočet - skutečná konstrukce
- - - dolní vlákna - MKP výpočet modelu konstrukce - bodové zatížení
- dolní vlákna - měření

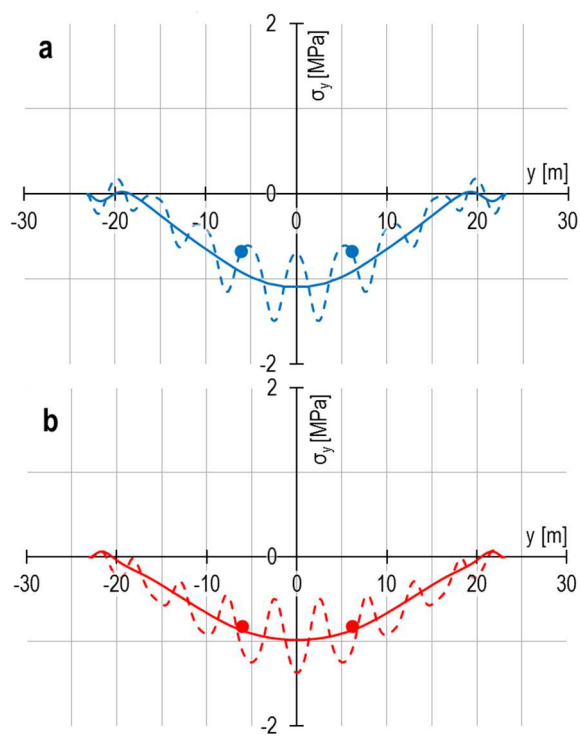
Legenda – deformace

- MKP výpočet - skutečná konstrukce
- - - MKP výpočet modelu konstrukce - bodové zatížení
- měření

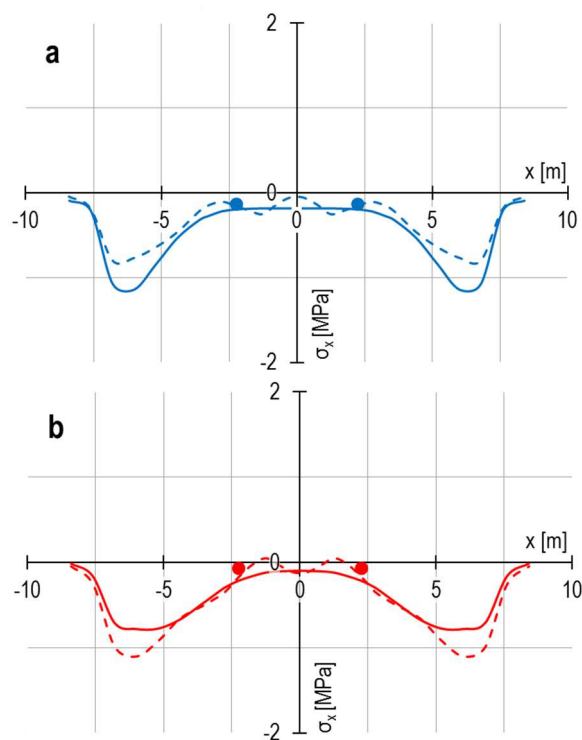
Obr. 10-56 Legenda napětí a deformací



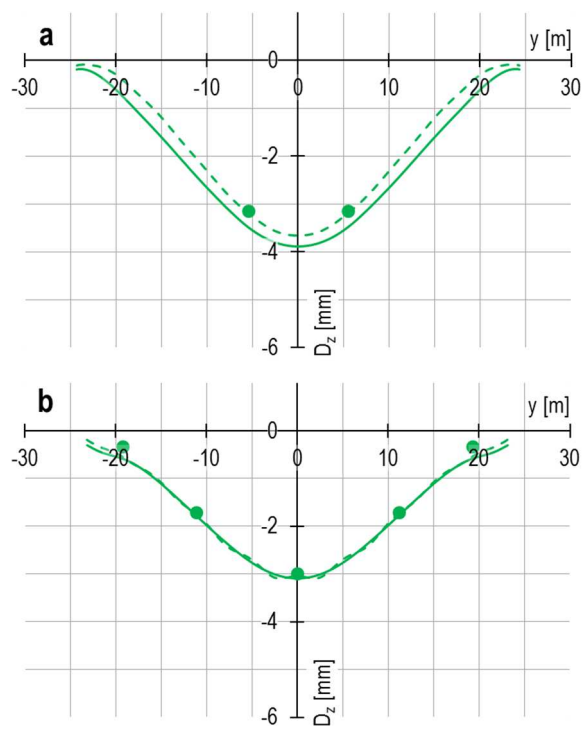
Graf 10-19 SW, řez 1-1, napětí σ_y –
a) horní vlákna, b) spodní vlákna [MPa]



Graf 10-20 SW, řez 2-2, napětí σ_y –
a) horní vlákna, b) spodní vlákna [MPa]



Graf 10-21 SW, řez 4-4, napětí σ_x –
a) horní vlákna, b) spodní vlákna [MPa],
SW



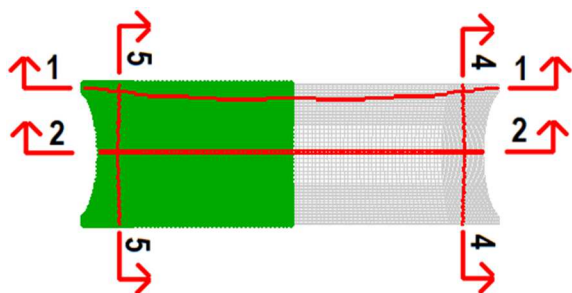
Graf 10-22 SW, Deformace D_z –
a) v řezu A-A,
b) v řezu B-B [mm], SW

Vlastní tíha + Sníh 2 (SW + SN2)

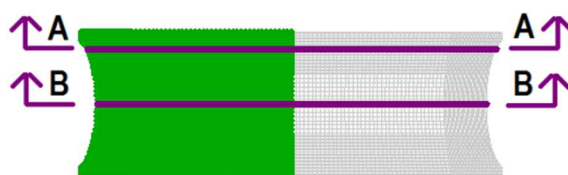
Naměřené hodnoty napětí dosahují dobré shody s hodnotami určenými na základě nelineární analýzy polymerního modelu konstrukce (graf 10-23 až graf 10-26).

Jedinou významnou výjimkou jsou hodnoty napětí na spodním povrchu v řezu 1–1 (graf 10-23 b), na tenzometru č. 39 je zaznamenán rozdíl cca 0,7 MPa mezi naměřenými a numericky určenými hodnotami napětí.

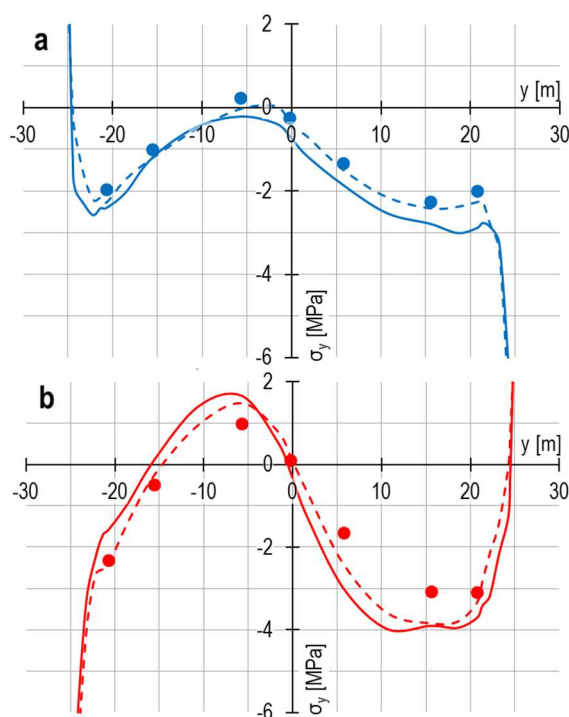
Naměřené hodnoty deformací dobře korespondují s jejich numericky stanovenými průběhy (graf 10-27).



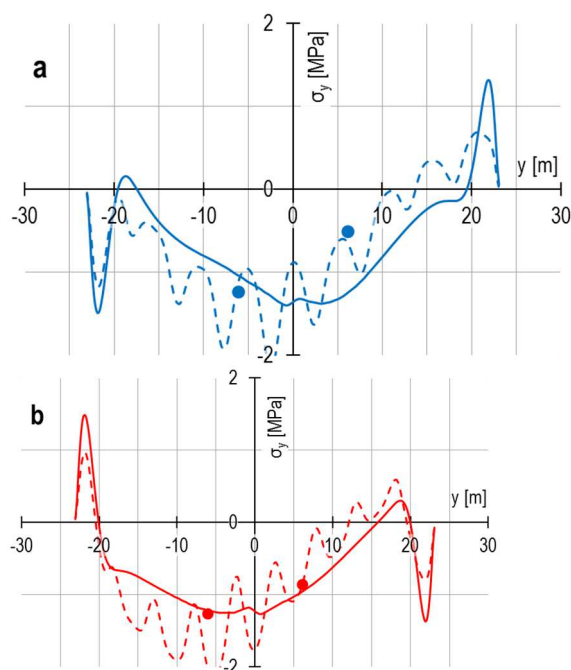
Obr. 10-57 Vedení řezů pro vyhodnocení napětí, SW+SN2



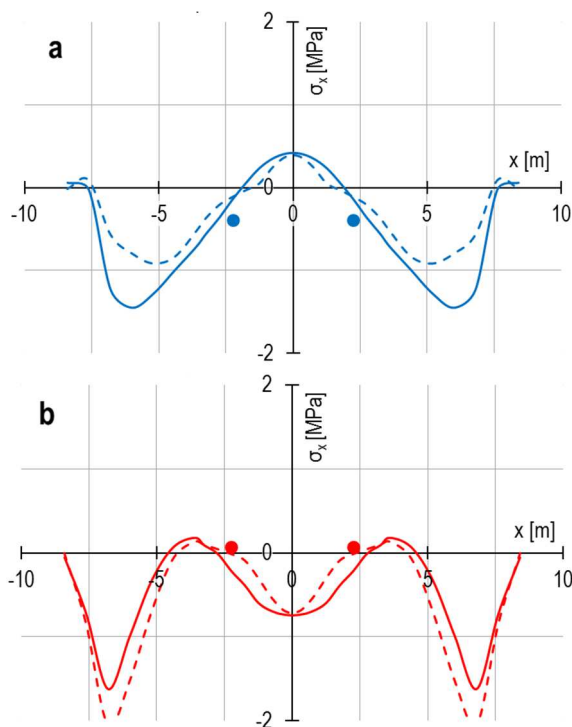
Obr. 10-58 Vedení řezů pro vyhodnocení deformací, SW+SN2



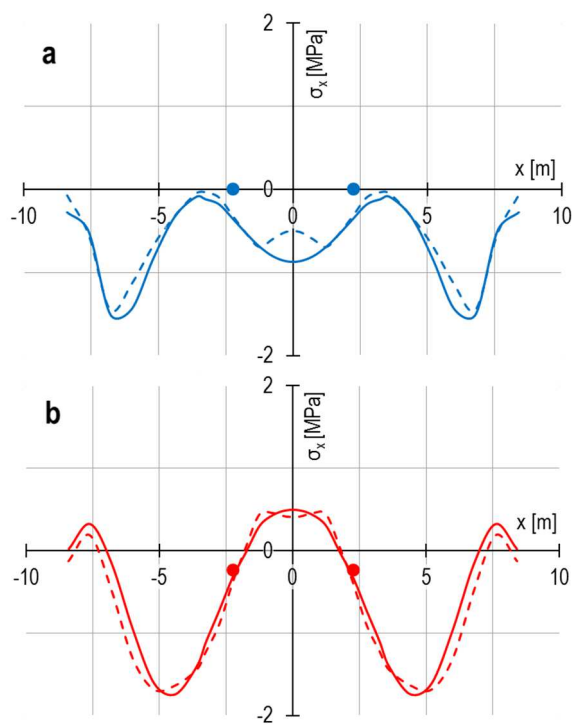
Graf 10-23 SW+SN2, řez 1–1, napětí σ_y – a) horní vlákna, b) spodní vlákna [MPa]



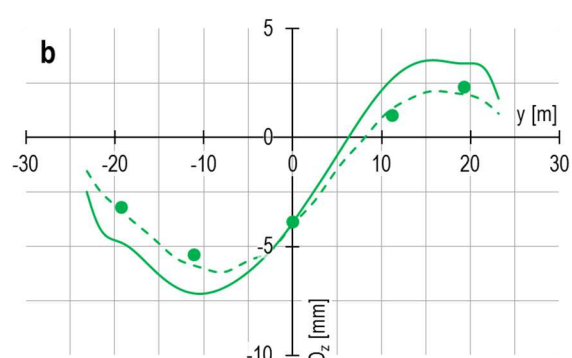
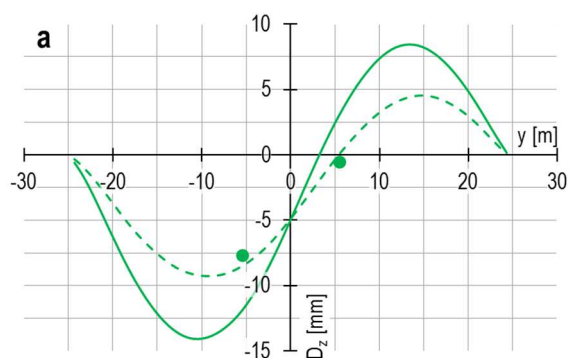
Graf 10-24 SW+SN2, řez 2–2, napětí σ_y – a) horní vlákna, b) spodní vlákna [MPa]



Graf 10-25 SW+SN2, řez 4–4, napětí σ_x – a) horní vlákna, b) spodní vlákna [MPa]



Graf 10-26 SW+SN2, řez 5–5, napětí σ_x – a) horní vlákna, b) spodní vlákna [MPa]



Graf 10-27 SW+SN2, Deformace D_z – a) v řezu A–A, b) v řezu B–B [mm]

Ostatní kombinace zatížení

V ostatních kombinacích zatížení dochází k velmi dobré shodě mezi naměřenými a numericky určenými hodnotami napětí a deformací na polymerním modelu.

Průběhy sledovaných veličin v těchto kombinacích zatížení jsou uvedeny v příloze D.

Závěr

V práci je prokázána dobrá shoda mezi modelovým měřením a mezi numericky stanovenými hodnotami napětí a deformací na polymerním modelu.

Rozdílnost numericky stanovených průběhů napětí a deformací na betonové konstrukci a modelovým měřením je již o něco větší, avšak dle názorů autora nijak nevybočuje z hranic *přibližné modelové podobnosti*.

Ze shody modelového měření a numericky stanovených hodnot vyplývá, že pro návrh tvaru železobetonové skořepiny lze použít MKP iterativní metodu deformace membrány. Navrženou konstrukci lze následně spolehlivě staticky analyzovat stejným MKP programem, a to minimálně v pružné oblasti chování betonu.

11. Závěr disertační práce

Disertační práce se zabývá studiem betonových skořepinových konstrukcí se zřetelem na numerický návrh jejich tvaru pomocí deformace membrány. Prostřednictvím názorných příkladů je popsána a ověřena metoda návrhu tvaru skořepinových konstrukcí, pomocí MKP softwaru.

Pro popis, vysvětlení a ověření metody numerického návrhu tvaru jsou v kapitole 3 stanoveny tyto hlavní cíle disertační práce:

- Objasnění základních principů MKP metody návrhu tvaru.
- Pomocí MKP metody naleznout tvar, navrhnout a analyzovat tři funkčních skořepinové konstrukce.
- Experimentální ověření návrhu vybrané skořepinové konstrukce.

Na základě níže uvedeného popisu zpracování jednotlivých dílčích úkolů je zřejmé, že cíle disertační práce byly naplněny.

Disertační práce nabízí metodu návrhu tvaru skořepinových konstrukcí, která je přiměřeně časově náročná, využívá cenově dostupný a relativně hojně rozšířený typ softwaru a je proveditelná a pochopitelná při běžné úrovni znalostí stavebního inženýra se zaměřením na statické výpočty.

11.1. Základní principy návrhu tvaru

Pro popis a objasnění základních principů návrhu je využito známého vztahu mezi tvarem zavěšeného řetězu a inverzním tvarem oblouku, který je při zatížení vlastní tíhou namáhán pouze tlakem.

Nejdříve je na názorném příkladu prokázána velmi dobrá shoda mezi analyticky definovaným tvarem průřesové křivky lana a numericky nalezeným tvarem deformace ohybově netuhého prutu, respektive netuhé membránové konstrukce. Jednotlivé tvary, nalezené geometricky nelineárním výpočtem, se od sebe téměř neodlišují, a je možné je z hlediska standardní přesnosti provádění považovat za adekvátní náhradu analyticky definovaného tvaru.

Následně je na základě numericky získaných tvarů navržena válcová skořepina, která je analyzována v prutové a deskostěnové variantě. Výsledné průběhy normálových sil a ohybových momentů se v obou variantách vzájemně odlišují velmi málo. Hodnota ohybových momentů, v porovnání s normálovými silami, nedosahuje významných hodnot, to potvrzuje, že tvar skořepiny odpovídá výslednicovému tvaru.

V kapitole 6 jsou uspokojivě vyřešeny všechny dílčí úlohy definované v kapitole 3.1, tím je prokázána funkčnost metody numerického hledání výslednicového tvaru skořepinové konstrukce. Metoda je, při srovnatelné přesnosti, použitelná jak pro rovinné, tak prostorové konstrukce.

11.2. Studie tří skořepinových konstrukcí

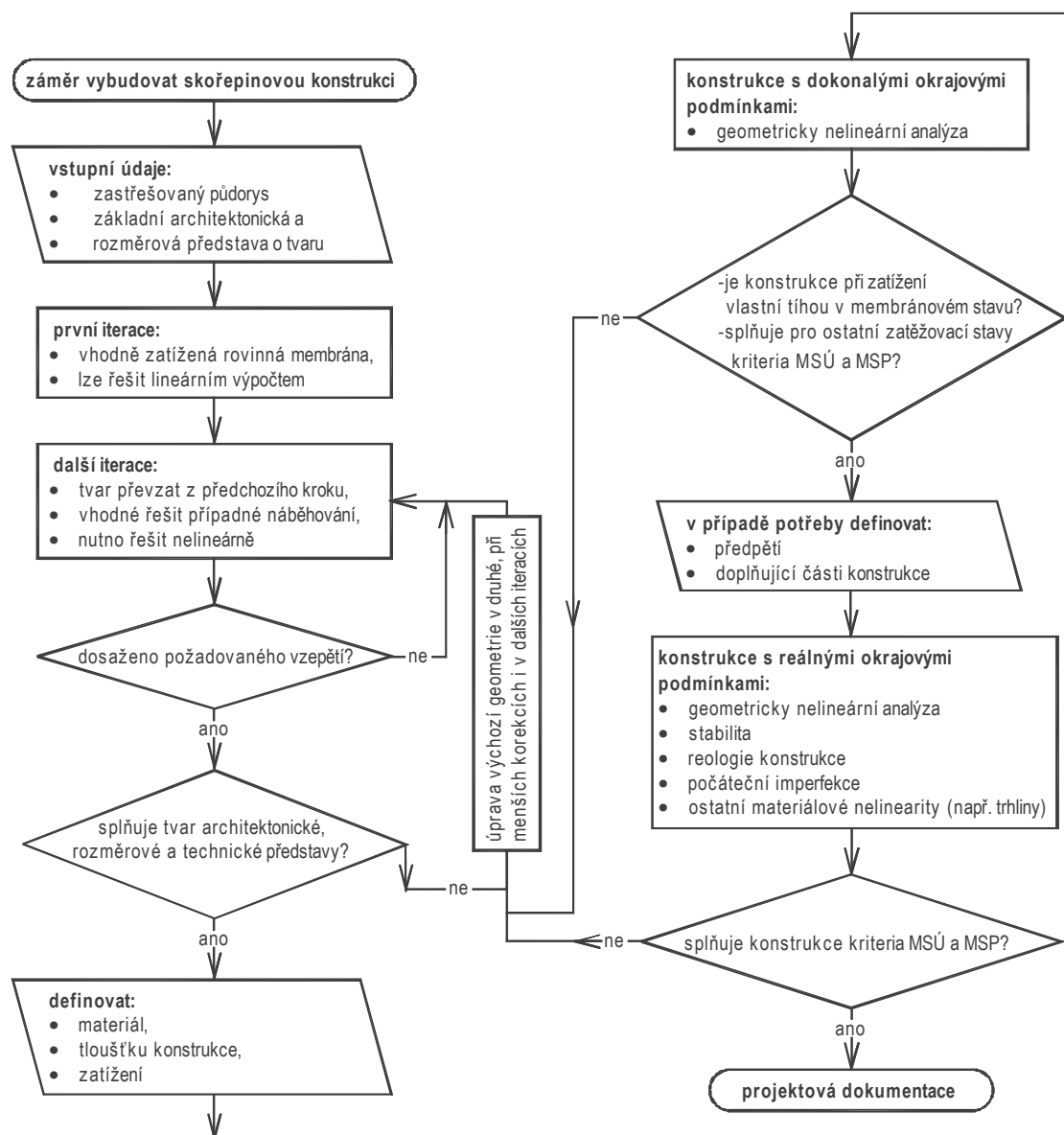
V každé z kapitol 7, 8, 9 je prostřednictvím iterativní numerické metody nalezen tvar, na jehož základě je navržena skořepinová konstrukce.

Pro ověření statického působení konstrukce a pro kontrolu optimálnosti nalezeného tvaru je nejdříve analyzována konstrukce s dokonale tuhým uložením.

V případě membránového působení při zatížení vlastní tíhou a přijatelných napětí a deformací v ostatních zatěžovacích stavech jsou některé dokonale tuhé podpory nahrazeny reálně tuhými podporami, zpravidla předpjatými trámy či táhly. Konstrukce je opětovně analyzována a je podrobně popsáno její statické působení, včetně zohlednění reologických vlivů.

Výsledkem je úspěšný návrh tří skořepinových konstrukcí, které při zatížení vlastní tíhou vykazují nízké úrovně napjatostí a deformací, při ostatních zatěžovacích stavech jsou deformace a napětí v přijatelných mezích.

I přesto, že každý ze tří návrhů vychází ze zásad popsaných v kapitole 6, je díky specifikům každé konstrukce možné pozorovat značné rozdíly v procesu návrhu tvaru a posouzení konstrukce. Proto byl vypracován obecný vývojový diagram (obr. 11-1), který tato specifika zohledňuje. Diagram je zpracován v podrobnostech realizační projektové dokumentace.



Obr. 11-1 Vývojový diagram iterativního návrhu tvaru a statické analýzy skořepiny

Na základě výše uvedeného popisu je zřejmé, že v každé z kapitol 7, 8, 9 byl proveden návrh tvaru a posouzení skořepinové konstrukce v souladu s požadavky definovanými v kapitole 3.2.

11.3. Experimentální ověření návrhu skořepinové konstrukce

Pro ověření platnosti teoretických výpočtů je experimentálně ověřeno statické působení skořepiny „zastřešení sportovních hal a plaveckých bazénů“. Model a ekvivalentní modelové zatížení je navrženo dle *přibližné modelové podobnosti* s přibližnou rovností napětí na zmenšeném i reálném modelu. Přibližná modelová podobnost je dána volbou materiálů s rozdílnými moduly pružnosti pro model a konstrukci a rozdílnými měřítky délek a tloušťek.

Parametry modelové podobnosti jsou voleny tak, aby model konstrukce nebyl náchylný na ztrátu stability a zároveň aby charakter a hodnoty napětí a deformací, dle modelové podobnosti, přibližně odpovídaly reálné konstrukci. Náhradní modelové zatížení je realizováno pomocí 180 závaží o jednotlivých hmotnostech v řádu jednotek kilogramů umožňující jejich realizaci s odchylkami v řádu jednotek gramů, a to bez výrazného vlivu na přesnost výsledků měření.

Model v měřítku 1:55,56 je vystavěn technologií 3D tisku. Jedná se o počítačově řízené nanášení materiálu, které zajišťuje vysokou přesnost. Základní mechanické vlastnosti materiálu jsou ověřeny zkouškami.

Model byl osazen odporovými tenzometry a měřidly deformace. Pomocí zavěšených závaží byly opakovaně simulovány jednotlivé kombinace zatížení a zjišťována poměrná přetvoření a deformace. Experimentálně zjištěné hodnoty napětí (poměrných přetvoření) a deformací velmi dobře odpovídají numericky určeným hodnotám na polymerním, bodově zatíženém modelu. Rozdílnost numericky stanovených průběhů napětí a deformací na betonové konstrukci a modelovým měřením je již o něco větší, avšak nijak nevybočuje z hranic *přibližné modelové podobnosti*.

Za důležitý vedlejší výsledek lze považovat i samotnou úspěšnou realizaci modelu metodou 3D tisku.

Z výše uvedeného popisu je zřejmé, že požadavky na experimentální ověření návrhu skořepinové konstrukce definované v kapitole 3.3 jsou splněny.

11.4. Možné směry budoucího výzkumu

Disertační práce je zaměřena na úzce vymezený okruh témat týkajících se numerického návrhu a analýzy skořepinových konstrukcí. Během řešení hlavních cílů práce vyplynuly některé otázky a problémy, které byly řešeny zjednodušeně nebo vůbec. Autor práce by proto chtěl doporučit potencionální témata budoucího výzkumu skořepinových konstrukcí.

Velmi složitým problémem je definice zatížení sněhem a větrem. V normách nejsou definována zatěžovací schémata pro takto tvarově komplikované střechy, to vede na vytváření ad hoc schémat, která mohou dané zatížení nadhodnocovat nebo podhodnocovat. Proto by bylo vhodné, na základě studia literatury, matematického modelování či provedených experimentů, přesněji definovat klimatická zatížení skořepinových konstrukcí.

Dalším aspektem návrhu, který byl řešen pouze přibližně, je současné zohlednění vlivu geometrických a fyzikálních nelinearit. V disertační práci je konstrukce řešena buď

geometricky nelineárně, nebo časově závislým výpočtem, který však nezohledňuje geometrické nelinearity. Proto by bylo vhodné studované konstrukce analyzovat geometricky nelineárním výpočtem se zohledněním všech materiálových nelinearit. Následně by mohla být stanovena obecná kritéria či postupy, které by při dostatečné míře bezpečnosti umožnily uvažovat jednotlivé nelinearity zjednodušeně nebo je zcela zanedbat. V současné době sice již existuje software, který výše popsanou problematiku řeší, ten je však v běžné inženýrské praxi nedostupný.

Další výzkum může být zaměřen na rozšíření využití skořepin a na studium nových tvarů, které by oslovily laickou i odbornou veřejnost a vedly by k jejich renesanci. Současně s tím by mohla být řešena otázka optimalizace nákladů spojených s výstavbou skořepinových konstrukcí.

Seznam použitých zdrojů

- [1] BLETZINGER, Kai-Uwe. NOVEL FORM OPTIMIZATION CONCEPTS OF SHELL AND MEMBRANE STRUCTURES [online]. Barcelona: European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering ECCOMAS 2000, 2000 [cit. 2016-09-23]. Dostupné z: <http://congress.cimne.com/eccomas/eccomas2000/pdf/908.pdf>
- [2] SZMODITS, Kázmér. Statik der Schalenkonstruktionen von K. Szmodits. Leipzig: Teubner, 1966, 455 s
- [3] GAILHABAUD, Jules "et al". *Denkmäler der Baukunst: (Band 1): Denkmäler aus alter Zeit*. Hamburg, Leipzig: Ludwig Lohde, 1852. Dostupné také z: <http://digi.ub.uni-heidelberg.de/diglit/gailhabaud1852bd1/0027>
- [4] Univerzální dějiny umění, svazek 3. *Dějiny umění* [online]. ©2005 [cit. 2016-10-07]. Dostupné z: <http://www.artprojekt.ru/library/arhistory3/st009.html>
- [5] MOORE, David. The Pantheon: Crown Jewel of Roman Concrete. *Constructor*. Arlington: NAYLOR, 2002, 88(09), 22-26.
- [6] *THE PANTHEON: Basilica di Sancta Maria ad Martyres* [online]. ©2015 [cit. 2016-10-07]. Dostupné z: <http://www.pantheonroma.com/en/the-pantheon.html>
- [7] *Basilica Papale San Pietro* [online]. Basilica Papale San Pietro, ©2008 [cit. 2016-10-07]. Dostupné z: http://www.vatican.va/various/basiliche/san_pietro/it/basilica/cenni_storici.htm
- [8] HEYMAN, Jacques. *Structural analysis: a historical approach*. New York: Cambridge University Press, 1998. ISBN 05-216-2249-2.
- [9] Die Schalenbauwerke und -entwürfe von Franz Dischinger. Spannweite der Gedanken Zur 100. Wiederkehr des Geburtstages von Franz Dischinger: Zur 100. Wiederkehr des Geburtstages von Franz Dischinger. 1987. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1987, s. 7-33. ISBN 9783662099667.
- [10] Franz Dischinger. Db deutsche bauzeitung [online]. 2005, 2005(02), 69-75 [cit. 2016-07-15]. Dostupné z: <http://www.db-bauzeitung.de/allgemein/franz-dischinger/>
- [11] STRÁSKÝ, Jiří. Félix Candela – stavitel, inženýr, umělec. BETON - technologie, konstrukce, sanace. BETON TKS, 2009, 2009(02), 10-15. ISSN 1213316.
- [12] OHTAKE, Miyoko. The Art of Structure. Dwell [online]. 2010, 1 [cit. 2016-07-15]. Dostupné z: <http://www.dwell.com/event-spotlight/article/art-structure>
- [13] MILLER, Michelle. Los Manantiales / Felix Candela. Wwww.archdaily.com [online]. ArchDaily, 2014 [cit. 2016-07-15]. Dostupné z: <http://www.archdaily.com/496202/ad-classics-los-manantiales-felix-candela>
- [14] Nádrže na naftu Loukov. Stráský, Hustý a partneři [online]. 2007 [cit. 2016-07-15]. Dostupné z: <http://www.shp.eu/strasky-husty-a-partneri/projekty/budovy/nadrze-na-naftu-loukov/>
- [15] MUTTONI, Aurelio, Franco LURATI a Miguel FERNÁNDEZ RUIZ. Concrete shells - towards efficient structures: construction of an ellipsoidal concrete shell in Switzerland. *Structural Concrete*. 2013, 14(1), 43-50. DOI: 10.1002/suco.201200058. ISSN 14644177. Dostupné také z: <http://doi.wiley.com/10.1002/suco.201200058>

- [16] Centro Ovale – Chiasso. Neue Holzbau [online]. [cit. 2016-07-15]. Dostupné z: <http://www.neueholzbau.ch/wp-content/uploads/2012/12/centro-ovale-1.jpg>
- [17] LUKŠO, Martin, Pavel HLADÍK, Miloš ZICH a Hynek POLÁK. SONOCENTRUM - ubytovací kapacita, polyfunkční sál, restaurace a parking. In: 20. Betonářské dny 2013: Sborník ke konferenci. Hradec Králové: ČBS Servis, 2013, s. 11-16. ISBN 978-80-87158-34-0.
- [18] KROMOSER, Benjamin a Johann KOLLEGER. Herstellung von Schalentragsystemen aus Beton mit der "Pneumatic Wedge Method". *Beton- und Stahlbetonbau* [online]. 2014, 109(8), 557-565 [cit. 2016-12-31]. DOI: 10.1002/best.201400014. ISSN 00059900. Dostupné z: <http://doi.wiley.com/10.1002/best.201400014>
- [19] ISLER, Heinz. Typologie und Technik der modernen Schalen. *Ingenieurbaupraktik = L'art de l'ingénieur = The art of engineering*. 1983, 70(12), 34-41.
- [20] Wwww.db-bauzeitung.de [online]. 2003-03-28 [cit. 2011-05-23]. Ingenieurporträt Heinz Isler. Dostupné z WWW: http://www.db-bauzeitung.de/files/db_essays/0304_essay.isler.pdf.
- [21] STRÁSKÝ, Jiří. Heinz Isler, stavitel skořepin. BETON - technologie, konstrukce, sanace: BETON TKS. 2013, 2013(02), 10-19. ISSN 1213-3116.
- [22] Heinz Isler: a few important things. BUILDING LCC [online]. 2009 [cit. 2012-12-19]. Dostupné z: <http://blog.buildllc.com/2009/04/heinz-isler-a-few-important-things/>
- [23] CHILTON, John C. Heinz Isler: The Engineer's Contribution to Contemporary Architecture. Londýn: Thomas Thelford, 2000. ISBN 072772878.
- [24] ISLER, Heinz. Technik und Typologie der Buckelschalen = Technique et typologie des voiles concaves = Technique and typology of concave shell constructions. Bauen + Wohnen = Construction + habitation = Building + home: internationale Zeitschrift. Bauen + Wohnen GmbH, 1965, 1965(19), 384-388.
- [25] ISLER, Heinz a A. WEDER. Die "Buckelschale", ein interessantes Bauelement. Schweizerische Bauzeitung. 1955, 1955, 346-349.
- [26] Deitingen, Autobahn N1, Raststätte "Mövenpick Silberkugel". ETH-Bibliothek [online]. 2012 [cit. 2012-12-19]. Dostupné z: http://www.e-pics.ethz.ch/index/ethbib.bildarchiv/ETHBIB.Bildarchiv_Com_F68-13947_47759.html
- [27] Brühl Sports Center. Structurae [online]. Berlin: Structurae, 2001 [cit. 2016-08-04]. Dostupné z: <https://structurae.net/structures/bruhl-sports-center>
- [28] NĚMEC, Ivan, Rostislav LANG a Josef MARTINÁSEK. Specifické aspekty ohybově netuhých konstrukcí. In: Proceedings of 12 th International Conference on New Trends in Statics and Dynamics of Buildings. Bratislava: Slovak University of Technology in Bratislava, 2014, s. 334-339. ISBN 978-80-227-4259-7.
- [29] BLETZINGER, Kai-Uwe a Ekkehard RAMM. Structural optimization and form finding of light weight structures. *Computers* [online]. 2001, 79(22-25), 2053-2062 [cit. 2016-10-05]. DOI: 10.1016/S0045-7949(01)00052-9. ISSN 00457949. Dostupné z: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0045794901000529>

- [30] KOLLEGER, Johann a Gerhard MEHLHORN. Computergestütztes Entwerfen von freien Schalenformen. *IABSE congress report = Rapport du congrès AIPC = IVBH Kongressbericht*. 1988, (13), 260-261.
- [31] ČÁPOVÁ, Jana. Modelování membránových konstrukcí. Form finding of membrane structures, 2010. Disertační práce. České vysoké učení technické v Praze, Fakulta stavební. Vedoucí práce Milada Kočandřlová.
- [32] LINHARD, Johannes. *Numerisch-mechanische Betrachtung des Entwurfsprozesses von Membrantragwerken*. Mnichov, 2009. Technische Universität München.
- [33] NĚMEC, Ivan. Nelineární mechanika: Studijní opory pro studijní programy s kombinovanou formou studia. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, 2006.
- [34] Analysis for Civil Structures: Midas Civil.
- [35] ČSN EN 1992-1-1; ED. 2. Eurokód 2: Navrhování betonových konstrukcí: Část 1-1: Obecná pravidla a pravidla pro pozemní stavby. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2011.
- [36] Magura, D.D., Sozen, M.A., and Siess, C.P., "A Study of Stress Relaxation in Prestressing Reinforcement," *PCI Journal*, Vol. 9, No. 2, April 1964.
- [37] ČSN EN 1990. Eurokód: Zásady navrhování konstrukcí. Ed. 2. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2011.
- [38] BLAŽEK, Jan a Evžen HORÁČEK. *Nepřímé metody experimentální statiky*. 1. vyd. Praha: Státní nakladatelství technické literatury, 1959.
- [39] KOŽEŠNÍK, J. Fysikální podobnost a stavba modelů. Praha, 1948.
- [40] KADLČÁK, Jaroslav a Jiří KYTÝR. Statika stavebních konstrukcí. 2. vyd. Brno: Vutium, 2007. ISBN 978-80-214-3419-6.
- [41] MUSIL, Jiří. Prostorové konstrukce podepřené kabely a/nebo oblouky. Brno, 2012. Etapová zpráva o průběhu řešení projektu TA02011322 v roce 2012. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební. Vedoucí práce Jiří Stráský, Radim Nečas.
- [42] ČSN EN 1991-1-3. Eurokód 1: Zatížení konstrukcí – Část 1-3: Obecná zatížení – Zatížení sněhem. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2005. 56 s.
- [43] SHP [online]. [cit. 2014-12-22]. Dostupné z: http://www.shp.eu/index_detail.php?typ=SUA&showid=135&path=vyzkum-7-shell&sort_by=name&picture_num=1
- [44] 3D robotické obrábění [online]. [cit. 2014-12-22]. Dostupné z: <http://3dstudio.ffa.vutbr.cz/3drobot.php>
- [45] FORTUS 900mc. *MCAE Systems* [online]. [cit. 2016-11-04]. Dostupné z: <http://www.mcae.cz/fortus-900mc>
- [46] ABS-M30. *Stratasys* [online]. [cit. 2014-12-22]. Dostupné z: <http://www.stratasys.com/~media/Main/Secure/Material%20Specs%20MS/Fortus-Material-Specs/Fortus-MS-ABS-M30-01-13-web.pdf>
- [47] Tenzometry HBM. *HBM* [online]. [cit. 2014-12-22]. Dostupné z: <http://www.hbm.cz/Aplikace/tenzometry.pdf>

- [48] MMA Adhesive. *Retech* [online]. [cit. 2014-12-23]. Dostupné z: http://www.retech.com/pdf_tech/mma_adhesive_cz.pdf
- [49] MUSIL, Jiří. Skořepinová konstrukce zastřešení. In: ČBS Servis, s. r. o., 2013, s. 3. IBSN/ISSN 978-80-87158-34-0/978-80-87158-35-7.
- [50] ČSN EN 1991-1-1. Eurokód 1: Zatížení konstrukcí – Část 1-1: Obecná zatížení – Objemové tíhy, vlastní tíha a užitná zatížení pozemních staveb. Praha: Úřad pro technickou normalizaci, metrologii a státní zkušebnictví, 2004. 44 s.
- [51] MUSIL, Jiří. Dosažení ideálního tvaru konstrukce pomocí matematického modelování. In: Sborník anotací konference Juniorstav 2012. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Veverí 331/95, 602 00, 2012, s. 8. ISBN 978-80-214-4393-8.
- [52] MUSIL, Jiří. Dosažení ideálního tvaru skořepiny pomocí matematického modelování. In: Sborník anotací konference Juniorstav 2011. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební, Veverí 331/95, 602 00, 2011, s. 12. ISBN 978-80-214-4232-0.
- [53] MUSIL, Jiří a Jiří STRÁSKÝ. Získání optimálního tvaru skořepinové konstrukce. In: 19. betonářské dny 2012: 19th Czech Concrete Day 2012 : conference proceedings : sborník ke konferenci [s mezinárodní účastí] : Hradec Králové, Kongresové centrum ALDIS, 23. a 24. listopadu 2012 . Praha: ČBS Servis, 2012, s. 375-378.
- [54] MUSIL, Jiří. Prostorové konstrukce podepřené kabely a/nebo oblouky. Brno, 2013. Etapová zpráva o průběhu řešení projektu TA02011322 v roce 2013. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební. Vedoucí práce Jiří Stráský, Radim Nečas.
- [55] MUSIL, Jiří. Prostorové konstrukce podepřené kabely a/nebo oblouky. Brno, 2014. Etapová zpráva o průběhu řešení projektu TA02011322 v roce 2014. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta stavební. Vedoucí práce Jiří Stráský, Radim Nečas.

Seznam použitých zkratk a symbolů

Písmena řecké abecedy

α	součinitel teplotní roztažnosti, nebo v modelové podobnosti poměr délek l_S/l_M
α_h	redukční součinitel pro délku (nebo výšku) konstrukce
α_m	redukční součinitel pro počet prvků, (pro jednoprvkové konstrukce $\alpha_m = 1,0$)
β	poměr tloušťek (h_S/h_M)
$\delta \mathbf{d}_{(i)}$	vektor přírůstku uzlových parametrů deformace v i kroku
$\Delta \mathbf{d}_{(i)}$	kumulativní vektor přírůstku uzlových parametrů deformace v i kroku
$\Delta x_{i,2}$	odchylka i bodu po druhé iteraci ve směru globální osy x (obdobně pro souřadnice y, z a ostatní iterace)
ε	poměrné přetvoření
ε_c	příčné poměrné přetvoření
ε_D	deformační konvergenční kritérium
ε_p	hodnota poměrné přetvoření na povrchu zkušebního vzorku
ε_t	hodnota poměrné přetvoření získaná tenzometrickým měřením
η	poměr posunů a průhybů (y_S/y_M)
θ_i	hodnota imperfekce
θ_0	základní hodnota imperfekce, (dle [35] je doporučená hodnota 1/200)
λ	součinitel kritického zatížení
μ	Poissonovo číslo
π	poměr sil (P_S/P_M)
ρ	objemová hmotnost
σ	normálové napětí
τ	poměr časů nebo smykové napětí
ψ	poměr objemových hmotností (ρ_S/ρ_M)
ω	poměr modulů pružnosti (E_S/E_M)

Velká písmena latinské abecedy

A_p	hodnota předpínací síly [kN]
$D_{x,i,2}$	x deformace bodu i ve druhé iteraci (obdobně pro souřadnice y, z a ostatní iterace)
E	modul pružnosti
$E_{c,0}$	průměrný modul pružnosti v tlaku, rovnoběžný se směrem vláken
$E_{c,90}$	průměrný modul pružnosti v tlaku, kolmý se směrem vláken
E_{cm}	sečnový modul pružnosti betonu
$E_{m,0}$	průměrný modul pružnosti v ohybu, rovnoběžný se směrem vláken
$E_{m,90}$	průměrný modul pružnosti v ohybu, kolmý se směrem vláken
E_m	modul pružnosti v ohybu materiálu ABS M 30
E_p	návrhová hodnota modulu pružnosti předpínací oceli
E_t	modul pružnosti v tahu materiálu ABS M 30
$E_{\phi,j}$	vážený modul pružnosti pro j kombinaci zatížení
$E_{\phi,j}$	vážený modul pružnosti pro celou konstrukci
H	vodorovná složka osově síly

I_i	moment setrvačnosti ideálního průřezu zkušebního tělesa
$\mathbf{K}$	matice tuhosti konstrukce
$\mathbf{K}_0$	materiálová matice tuhosti
$\mathbf{K}(\mathbf{d})$	matice tuhosti konstrukce, která je funkcí vektoru neznámých uzlových parametrů deformace
$\mathbf{K}(\mathbf{d}_{(i)})$	matice tuhosti konstrukce, která je funkcí vektoru neznámých uzlových parametrů deformace v i kroku
$\mathbf{K}_\sigma$	geometrická matice tuhosti
P	hodnota předpínací síly [kN]

Malá písmena latinské abecedy

$\mathbf{d}$	vektor uzlových parametrů deformace
$\mathbf{d}_{(i)}$	vektor uzlových parametrů deformace v i kroku
e_i	výstřednost
$\mathbf{d}_{(i+1)}$	vektor uzlových parametrů deformace v $i+1$ kroku
$\mathbf{f}$	vektor uzlových sil
f	průvěš
f_{ck}	charakteristická válcová pevnost betonu tlaku ve stáří 28 dní
$f_{ctk,0,05}$	charakteristická hodnota pevnosti betonu v dostředném tahu
f_{ctm}	průměrná hodnota pevnosti betonu v dostředném tahu
f_m	pevnost v ohybu materiálu ABS M 30
$f_{p0,1k}$	charakteristická smluvní mez kluzu 0,1 % předpínací oceli
f_{pk}	charakteristická pevnost předpínací oceli v tahu
f_t	pevnost v tahu materiálu ABS M 30
f_{yt}	mez kluzu v tahu materiálu ABS M 30
h	převýšení konců lana
k_1, k_2	součinitele omezení napětí v betonu
l	délka (rozpětí) konstrukce
l_0	účinná délka konstrukce
q	spojité liniové zatížení
r	číslo iterace
t	čas
$x_{i,2}$	x globální souřadnice výchozí polohy i bodu ve druhé iteraci (obdobně pro souřadnice y, z a ostatní iterace)
$x'_{i,2}$	x globální souřadnice i bodu výsledné konstrukce získaná ve druhé iteraci (obdobně pro souřadnice y, z a ostatní iterace)

Značení vnitřních sil, napětí a deformací, které jsou použity v práci

Midas Civil		označení použité v disertační práci	jednotka
označení	popis		
F _x	axial	normálová síla F_x	[kN]
F _y	shear-y	posouvající síla V_y	[kN]
F _z	shear-z	posouvající síla V_z	[kN]
M _x	torsion	torzní moment M_x	[kNm]
M _y	moment-y	ohybový moment M_y	[kNm]
M _z	moment-z	ohybový moment M_z	[kNm]

Tab. 0-1 Přehled vnitřních sil prutového prvku, které jsou použity v práci

Midas Civil		označení použité v disertační práci	jednotka
označení	popis		
F _{xx}	force-F _{xx}	normálová síla n_x	[kN/m]
F _{yy}	force-F _{yy}	normálová síla n_y	[kN/m]
F _{xy}	force-F _{xx}	smyková síla n_{xy}	[kN/m]
V _{xx}	shear-V _{xx}	smyková síla v_x	[kN/m]
V _{yy}	shear-V _{yy}	smyková síla v_y	[kN/m]
M _{xx}	moment-M _{xx}	ohybový moment m_x	[kNm/m]
M _{yy}	moment-M _{yy}	ohybový moment m_y	[kNm/m]
M _{xy}	moment-M _{xy}	krouťící moment m_{xy}	[kNm/m]
Sig-xx	SIG-x	normálové napětí σ_x	[kPa] nebo [kN/m ²]
Sig-yy	SIG-y	normálové napětí σ_y	[kPa] nebo [kN/m ²]
Sig-xy	SIG-xy	smykové napětí τ_{xy}	[kPa] nebo [kN/m ²]
Sig-max	SIG-max	hlavní napětí σ_1	[kPa] nebo [kN/m ²]
Sig-min	SIG-min	hlavní napětí σ_2 ($\sigma_1 \geq \sigma_2$)	[kPa] nebo [kN/m ²]

hodnoty napětí jsou dostupné pro horní a spodní povrch – anglické značení *top* a *bottom***Tab. 0-2** Přehled vnitřních sil a napětí deskostěnového prvku, které jsou použity v práci

Midas Civil		označení použité v disertační práci	poznámka
označení	popis		
DX	displacement X-direction	deformace D_x	GCS
DY	displacement Y-direction	deformace D_y	GCS
DZ	displacement Z-direction	deformace D_z	GCS
DXY	displacement XY-direction	deformace D_{xy}	$(DX^2 + DY^2)^{0.5}$
DXYZ	resultant	deformace D_{xyz}	$(DX^2 + DY^2 + DZ^2)^{0.5}$

Tab. 0-3 Přehled složek deformací, které jsou použity při vyhodnocování výsledků**Zkratky**

MKP	metoda konečných prvků
SW	zatěžovací stav vlastní tíha (<i>self weight</i>)
SN1	zatěžovací stav sněh, rozmístění dle schématu 1 (<i>snow load</i>)
GCS	globální souřadnicový systém (<i>global coordinate system</i>)

