## VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

Fakulta strojního inženýrství

Laboratoř přenosu tepla a proudění

Ing. Michal Pohanka, Ph.D.

# ROZVOJ INVERZNÍCH METOD VEDENÍ TEPLA A JEJICH APLIKACE

# DEVELOPMENT OF INVERSE HEAT TRANSFER METHODS AND THEIR APPLICATIONS

HABILITAČNÍ PRÁCE

Aplikovaná mechanika

V BRNĚ

## KLÍČOVÁ SLOVA

Inverzní úloha, přenos tepla, tepelné zpracování, ocel, odkujování, teplota

## **KEY WORDS**

Inverse task, heat transfer, heat treatment, steel, descaling, temperature

© Michal Pohanka, 2018

## OBSAH

1	ÚVO	D	5
	1.1	Motivace a cíle práce	6
2	ROZ	VOJ INVERZNÍCH METOD VEDENÍ TEPLA	7
	2.1	Sekvenční identifikace pro výpočet časově proměnných okrajových podmínek 2.1.1 Princip udrčování časově závislých okrajových podmínek 2.1.2 Sekvenční identifikace - obecná inverzní metoda pro výpočty časově	7 8
		promennych okrajovych podminek 2.1.3 Porovnání Sekvenční identifikace a sekvenčního Beckova přístupu při řešení iverzních problémů	9
	2.2 2.3	2.1.4 Problematika počtu dopředných kroků v sekvenčních inverzních metodách Způsob a zařízení ke stanovení polohy teplotního čidla Vývoj inverzní sub-doménové metody pro výpočet okrajových podmínek vedení	16 27
	2.0	tepla         2.3.1       Celodoménová metoda s regularizací	35 <i>35</i>
		<ul> <li>2.3.2 Sekvenční metoda s regularizací</li> <li>2.3.3 Porovnání celodoménové a sekvenční metody</li> <li>2.3.4 Sub-doménová metoda</li> </ul>	37 38 39
	2.4	Inverzní úloha pro stanovení termofyzikálních vlastností okují na substrátu za zvýšených teolot	43
	2.5	Využití paralelizace na grafických kartách	49
3	APLI	KACE INVERZNÍCH METOD VEDENÍ TEPLA	55
	3.1 3.2 3.3	Kontinuální tepelné zpracování Efekt nehomogenního chlazení na výslednou mikrostrukturu oceli Přechlazení v místě překryvu vodních paprsků během hydraulického odstraňování	55 75
	3.4	okují Efekt rychlosti pohybu povrchu a impaktního tlaku na chlazení při odkujení	82 86
	3.5	Vliv teploty vody na intenzitu chlazení při hydraulickém odstraňování okují	92
4	ZÁVĚ	ÉR	103
SE	ZNAN	1 POUŽITÉ LITERATURY	105
AE	STRA	СТ	107

## 1 ÚVOD

Habilitační práce obsahuje přehled výsledků autorovi práce získaných v letech 2008–2018. Převážná většina byla publikována v článcích, jeden byl patentovaný a zbylé jsou obsahem smluvního výzkumu pro průmyslové partnery nebo grantových projektů. Práce se zaměřuje zejména na inverzní úlohy vedení tepla a jejich využití v hutním průmyslu.

Přestože výpočet přenosu tepla dosáhl vysoké úrovně a může být velmi užitečný v mnoha strojírenských a průmyslových aplikacích, stále je zapotřebí komplexního výzkumu v oblasti přenosu tepla, kde se setkáváme s modelováním dvoufázového proudění. V této práci je pozornost zaměřena na hledání okrajových podmínek popisujících přenos tepla v technických aplikacích při chlazení oceli a to i pro velmi vysoké teploty chlazeného povrchu. Podle teploty chlazeného materiálu probíhají na povrchu velmi odlišné způsoby chlazení. Nejlépe popsaný přenos tepla je pro nízké povrchové teploty, kde dochází ke smáčení povrchu a chladicí kapalina proudí po povrchu. Pro vyšší teploty ale začne docházet na povrchu k varu, který vede k velmi intenzivnímu odvodu tepla. Při dalším zvyšování povrchové teploty přestává kapalina postupně smáčet povrch a začne se vytvářet parní vrstva, která začne oddělovat kapalinu od chlazeného povrchu. Pro velmi vysoké teploty je parní vrstva natolik silná, že se kapalina nedostane do kontaktu s povrchem v kapalném stavu. Intenzita chlazení je závislá na mnoha parametrech, jako jsou např. teplota, drsnost a smáčivost povrchu, teplota, velikost a rychlost kapek, rychlost pohybu povrchu a doba v chladicí sekci. Jedná se tedy o velmi komplexní problematiku. Typickými průmyslovými aplikacemi jsou sekundární chlazení při kontinuálním odlévání kovů, odkujování, tepelné zpracování, válcování za tepla a za studena, kde se setkáváme s komplexním dvoufázovým proděním na povrchu voda-vzduch.

Numerické modely pro návrh a řízení v metalurgickém průmyslu vyžadují přesný popis přenosu tepla na povrchu chlazeného tělesa. Komplexní informace o přenosu tepla nejsou doposud k dispozici pro chlazení horkých pohyblivých ploch pomocí vodních sprejů nebo laminárních proudů. Proto je nutné potřebné okrajové podmínky získat experimentálně, což vede při vyhodnocování k řešení špatně podmíněných inverzních úloh vedení tepla.

Inverzní úloha vedení tepla je obtížná zejména kvůli vysoké citlivosti na chyby měření. V přímé nestacionární úloze, kde se počítají teploty uvnitř tělesa, dochází k útlumu výchylek okrajových podmínek, kdežto u inverzní úlohy je tomu naopak. Šum v zaznamenané teplotní historii měřené uvnitř tělesa vede při výpočtu okrajových podmínek ke značnému zesílení a často dochází až k divergenci výpočtu. Proto je potřeba zavádět různé typy regularizace, či jiné způsoby stabilizací, které často vedou k velmi náročným výpočtům.

V nestacionární přímé úloze vedení tepla, která se používá při simulacích a v on-line řízení, se na základě známých okrajových podmínek, geometrie, materiálových vlastností a známého počátečního rozložení teplot počítá rozložení teplot jako funkce času. V inverzní úloze, kterou se budeme zejména zabývat, se na základě změřeného průběhu teplot v jednom nebo ve více bodech uvnitř tělesa vypočítá časový průběh okrajových podmínek. Výhodou tohoto přístupu oproti měření přímo povrchové teploty je ten, že se nezmění parametry povrchu instalací povrchového čidla. Mimo to existují ještě další tři typy inverzních úloh: určení materiálových vlastností z naměřených průběhů teplot, určení geometrie tělesa a určení počátečních teplot.

## 1.1 MOTIVACE A CÍLE PRÁCE

Habilitační práce se zaměřuje na určování okrajových podmínek při různých typech chlazení při použití dvoufázového prodění voda-vzduch s využitím experimentálních technik. Tato problematika je spojena s nutností řešení dalších typů inverzních úloh, jako je určování vnitřní geometrie či materiálových vlastností. Jedná se tak o komplexní problematiku zahrnující řešení několika dílčích úkolů. Zvládnutí, zoptimalizování a vylepšení této problematiky umožní získání přesnějších okrajových podmínek, lepšímu pochopení chlazení pomocí dvoufázového média voda-vzduch, přesnějším simulacím výrobních procesu a následně k jejich lepší optimalizaci a to jak z hlediska produktivity, tak z hlediska kvality, či energetické a materiální náročnosti.

Inverzní výpočty jsou většinou také velmi časově náročné. Proto je pozornost zaměřena také na akceleraci výpočtů např. s využitím výkonných grafických karet. Nově získané poznatky mohou být také využity v on-line řízení, kde je kladen velký požadavek na rychlost výpočtu. Rychlejší výpočty umožní v omezeném čase zpracovat detailnější modely, prozkoumat větší množinu předpokládaných situací a zoptimalizovat tak lépe výrobu, či efektivněji reagovat na výjimečné či havarijní stavy.

To vše by mělo ve výsledku vést k možnostem lepšího zefektivnění průmyslových aplikací, k vyšší produktivitě nejen hutního průmyslu, úspoře energie a nerostných surovin. Výsledky shrnuté v této habilitační práci by tak měli přispět k celkovému zlepšení v průmyslu tak i ke snížení dopadu průmyslové výroby na životní prostředí.

## 2 ROZVOJ INVERZNÍCH METOD VEDENÍ TEPLA

V této kapitole jsou popsány nové přístupy při řešení tří typů inverzních úloh, kde všechna jsou navázána na experimentální měření. Největší část se zaobírá inverzní úlohou, kde se na základě změřené teplotní historie počítají okrajové podmínky, které jsou proměnné v čase. Jsou zde popsané dva nové přístupy, kdy první se zaměřuje na případy, kdy je pomocí inverzní úlohy nutné počítat přímo součinitel přestupu tepla. Druhý se pak zaměřuje na případy, kdy se zkoumají velmi dynamické okrajové podmínky a přitom se jedná o dlouhé záznamy dat. Na tyto přístupy navazuje patentovaný přístup pro určení vnitřní geometrie zabudovaných teplotních čidel v tělese a nový přístup při zabudovávání teplotních senzorů do zkoumaných těles s využitím průmyslové tomografie. Posledním typem nové inverzní úlohy popsané v této kapitole je určování termofyzikálních vlastností oxidických vrstev na povrchu oceli bez nutnosti oddělovat tuto vrstvu od substrátu. Protože se všechny tyto úlohy vyznačují velkou výpočtovou náročností, věnuje se poslední kapitola akceleraci výpočtů vedení tepla na grafických kartách.

## 2.1 SEKVENČNÍ IDENTIFIKACE PRO VÝPOČET ČASOVĚ PROMĚNNÝCH OKRAJOVÝCH PODMÍNEK

Efektivní, přesné a stabilní numerické metody pro řešení inverzních problémů přenosu tepla mají velký význam v mnoha aplikacích. Tyto výpočtové metody jsou často doplňkem experimentálního výzkumů. Přestože výpočet přenosu tepla dosáhl určité úrovně a může být velmi užitečný v mnoha strojírenských a průmyslových aplikacích, je stále potřebný komplexní výzkum při určování okrajových podmínek, zejména součinitele přestupu tepla. Situace na povrchu je často nevhodná pro instalaci snímače přímo na zkoumaný povrch. Velmi často je snazší měřit teplotu jako funkci času uvnitř zkoumaného tělesa. Když se okrajové podmínky mají určit ze zaznamenaného průběhu teplot v jednom nebo v několika bodech zkoumaného tělesa, je nutné použít inverzní úlohu vedení tepla. Při měření je impuls na povrchu tělesa rozptýlen v zaznamenaných datech v časovém směru. Když porovnáme obtížnost přímého problému a inverzní úlohu, je mnohem obtížnější vyřešit inverzní úlohu. Tyto úlohy jsou extrémně citlivé na chyby měření a malá chyba ve vstupních datech způsobuje obvykle velké chyby ve výsledcích.

Pro řešení tohoto typu inverzních úloh byly publikovány mnohé techniky, ovšem žádné z nich nejsou zcela obecně použitelné a to buď z důvodu daných předpokladů, za kterých byly formulovány, nebo pro jejich velkou výpočtovou náročnost. Pro snížení citlivosti špatně podmíněných problémů na chyby měření zavedl Tikhonov metodu regularizace [1]. Techniky dekompozice jedné hodnoty [2] jsou matematické techniky pro řešení soustavy špatně podmíněných algebraických rovnic, které mohou být také použity pro inverzní úlohy vedení tepla. Přístup používající Duhamelovu větu, která je ovšem omezena na problémy popsané soustavou lineárních rovnic, je možné také použít [3]. Některé techniky používají Laplaceovy transformace, ale ty jsou také omezeny pouze na lineární soustavy [4]. Numerické postupy, u nichž je použito konečných diferencí [5] nebo konečných prvků [6], jsou využívány v inverzních úlohách, kvůli jejich schopnosti řešit složité systémy. Fourierova regularizační metoda byla porovnána se zjednodušenou Tikhonovovou metodou na obecné parabolické rovnici Fuem [7]. Metoda Downhill Simplex byla úspěšně použita pro řešení dvourozměrného inverzního problému pro výpočet součinitelů přestupu tepla při přesném odlévání hliníku [8]. Kombinovaný přístup, který používá sekvenční přístup a

aproximaci pomocí funkce, je popsán v [9]. Metody umělé inteligence jako je genetický algoritmus [10] a neuronové sítě [11], [12] byly také úspěšně použity k výpočtu okrajových podmínek z naměřeného proběhu teploty v blízkosti povrchu. Liu řešil nelineární parabolické parciální diferenciální rovnice pomocí identifikace koeficientů [13]. Numerický algoritmus založený na metodě prediktor-korektor byl popsán a testován Dengem [14].

Pro měření, kde instalovaný termočlánek uvnitř vyšetřovaného tělesa může narušovat homogenitu povrchové teploty, protože je velmi blízko zkoumaného povrchu a kde je povrchová teplota blízká teplotě chladicí vody, musí být součinitel přestupu tepla vypočítán přímo inverzní metodou. Studium intenzity chlazení během technologie válcování za studena a za tepla [15], [16] je jednou z typických aplikací, kdy je zapotřebí inverzní výpočet součinitel přestupu tepla na povrchu z naměřené teploty v chladícím těle. Klasický a velmi účinný sekvenční přístup s využitím regularizace navržený Beckem [17], který počítá tepelný tok namísto součinitele přestupu tepla, nelze v tomto případě použít, jak je později ukázáno. Proto byla vyvinuta nová metoda založena na Sekvenční identifikaci [18], která může být použita pro řešení těchto problémů.

## 2.1.1 Princip udrčování časově závislých okrajových podmínek

Pro zjednodušení bude uvažováno tuhé těleso, které má na počátku konstantní nebo jiné známé rozložení teploty. Termofyzikální materiálové vlastnosti (obvykle teplotně závislé) a geometrie je také známa. Jeden povrch je ochlazován nebo ohříván a ostatní jsou izolovány (viz obr. 1). Intenzita chlazení nebo ohřevu může být proměnná v čase. Termočlánek je instalován v blízkosti chlazeného/ohřívaného povrchu uvnitř pevného materiálu. Termočlánek měří teplotní odezvu na změnu okrajových podmínek a historie teploty se zaznamenává pomocí systému pro přesný záznam dat. Časově proměnné okrajové podmínky (tepelný tok, součinitel přestupu tepla a povrchová teplota) jsou vypočteny pomocí inverzního výpočtu z naměřeného záznamu teploty. Příklad z reálného měření je znázorněn na obr. 2, kde byl vzorek vystaven chlazení, které bylo proměnné v čase. Neizolovaný povrch vzorku by měl být dostatečně malý, bylo možné předpokládat, že intenzita chlazení nebo ohřevu je stejná na celém neizolovaném povrchu. Pokud bude zkoumáno více ploch nebo pokud intenzita chlazení / ohřevu neší – mluvíme o vícerozměrném inverzním problému.



**Obr. 1** Chlazený nebo ohřátý vzorek s nainstalovaným termočlánkem



**Obr. 2** Příklad změřené teploty T<sub>m</sub> pod chlazeným povrchem; vypočítané povrchové teploty T<sub>s</sub> a vypočítaného součinitele přestupu tepla h. V grafu je také zaznamenaná poloha chlazené desky (teplotního čidla) vůči chladicí sekci.

## 2.1.2 Sekvenční identifikace - obecná inverzní metoda pro výpočty časově proměnných okrajových podmínek

Tento nově navržený přístup počítá součinitele přestupu tepla krok za krokem (časový krok) na zkoumaném povrchu s využitím naměřené teploty v chlazeném nebo ohřívaném pevném tělese. Tato metoda však může být velmi snadno změněna, aby bylo možné vypočítat jakýkoli druh okrajových podmínek, např. hustotu tepelného toku. Metoda je založena na postupném odhadu časově proměnných okrajových podmínek a využívá data z následujících časových kroků k stabilizaci špatně podmíněného inverzního výpočtu [19]. K určení součinitele přestupu tepla v konkrétním čase  $t_m$  jsou naměřené teplotní odezvy  $T_m^*$  porovnávány s vypočítanou teplotou  $T_m$  z přímého výpočtu vedení tepla pomocí n dopředných časových kroků

$$SSE = \sum_{i=m+1}^{m+n} (T_i^* - T_i)^2.$$
(1)

Může být použit jakýkoli přímý výpočet vedení tepla např. metoda konečných objemů popsaná Patankarem [20]. Výpočtový model by měl zahrnovat vrtaný otvor, celou vnitřní strukturu vloženého termočlánku a teplotně závislé materiálové vlastnosti.

Na počátku, kdy je ve vzorku homogenní teplota, je předpokládán nulový tepelný tok a tudíž i nulový součinitel přestupu tepla na všech površích. V opačném případě nemůže být teplota homogenní. Homogenní teplotu lze nastavit např. ohřevem v peci po dostatečně dlouhém čase. Není-li počáteční teplota homogenní, je nutné provést modifikaci algoritmu pro první časový krok.

Algoritmus začíná v časovém indexu nula, když je součinitel přestupu tepla roven nule (viz obr. 3). Algoritmus používá přímý výpočet vedení tepla a počítá teplotní odezvu v termočlánku pro lineárně se měnící součinitel přestupu tepla (viz h1 a T1 vypočtená na obr. 3) v několika časových krocích. Tyto časové kroky se nazývají dopředné časové kroky a pět z nich se používá na obr. 3 a obr. 4. Minimální počet nezbytných dopředných časových kroků pro stabilizaci sekvenčního algoritmu je nutné zjistit zvlášť pro každou úlohu. Rozdíl mezi vypočteným a naměřeným průběhem teplot se vyhodnocuje pomocí kriteriální rovnice (1), stejně jako pro sekvenční Beckův přístup. Směrnice v, lineárně se měnícího součinitele přestupu tepla h, definované jako

$$v = \frac{\partial h}{\partial i} \tag{2}$$

kde *i* je časový krok, by měla být měněna, dokud nebude nalezeno minimum kriteriální funkce SSE v rovnici (1). Pro nalezené minimum platí, že vypočtený průběh teploty se nejlépe shoduje s naměřenou teplotní historií, právě při použití daného lineárně se měnícího součinitele přestupu tepla během *n* dopředných časových kroků.



**Obr. 3** Naměřená teplotní historie a dvě vypočtené teplotní historie s použitím dvou různých směrnic součinitele přestupu tepla h pro n dopředných časových kroků

Když je nalezen nejlepší sklon součinitele přestupu tepla, použije se přímý výpočet vedení tepla k výpočtu teplotního pole v následujícím časovém kroku s použitím vypočítaných okrajových podmínek. Algoritmus se opakuje pro další časové kroky až do konce zaznamenané teploty (viz obr. 4). Pro k časových kroků je možné vypočítat okrajové podmínky pouze pro k - n časových kroků z důvodu použití dopředných časových kroků. Tato metoda funguje velmi dobře, když je skutečný průběh součinitele přestupu tepla téměř lineární. Pokud se směrnice náhle mění, vypočtený průběh součinitele přestupu tepla je něco hladší než skutečný průběh; čím více dopředných časových kroků je použito, tím hladší je průběh vypočteného součinitele přestupu tepla (větší rozdíl mezi vypočteným a skutečným součinitel přestupu tepla). Na druhou stranu je inverzní metoda stabilnější.



**Obr. 4** Skutečný průběh součinitele přestupu tepla a šest optimálních směrnic ze šesti po sobě následujících časových kroků

## Výpočet optimální směrnice součinitele přestupu tepla

Kriteriální funkce popsaná rovnicí (1) má pouze jedno minimum a závisí pouze na jedné proměnné – směrnici součinitele přestupu tepla (viz rovnice (2)). Průběh této kriteriální funkce je blízký průběhu parabolické funkci v blízkosti hledaného minima, protože je definována jako součet druhých mocnin teplotních rozdílů. Brentova optimalizační metoda [21], která využívá inverzní parabolickou interpolaci, je dokonalým kandidátem pro nalezení minima kriteriální funkce *SSE* popsané rovnicí (1).

Brentova optimalizační metoda je založena na parabolické interpolaci a zlatém řezu. Hledané minimum musí být mezi dvěma body 1 a 2 (viz obr. 5). Konvergence k minimu je získáno inverzní parabolickou interpolací. Funkční hodnoty funkce *SSE* se vypočítají pouze v několika bodech. Parabola (přerušovaná čára) je proložena přes tři původní body 1, 3, 2 na funkci *SSE* (plná čára). Funkce *SSE* je vyhodnocena na minimu paraboly v bodě 4. Ten následně nahradí bod 1. Nová parabola (tečkovaná čára) je proložena body 3, 4, 2. Algoritmus se opakuje, dokud se nedosáhne minima s požadovanou přesností. Pokud jsou tři body kolineární, použije se namísto parabolické interpolace metoda zlatého řezu [21].

#### Urychlení výpočtu využitím predikce

Brentova metoda může být výrazně urychlena implementací predikce. Směrnice součinitele přestupu tepla se většinou nezmění náhle od jednoho časového kroku k druhému (viz obr. 4). Rozsah daný body 1 a 2, v němž musí být minimum, může být významně zmenšen, což výrazně

urychlí celkový výpočet. Pokud je vzdálenost mezi body 1 a 2 definováno jako 100%, nové počáteční body 1' a 2' mohou být vzdáleny např. pouze 1% od směrnice nalezené pro předchozí časový krok. Pokud je hodnota funkce *SSE* v bodě 3 mezi 1' a 2' nižší než hodnota funkce *SSE* v bodech 1' a 2', můžeme pokračovat s Brentovou metodou pomocí bodů 1', 3 a 2'. V opačném případě by měly být použity body 1, 1', 3 pro případ že je 1'<2' nebo body 3, 2', 2 pro případ že je 1'>2'. Pokud je odhadovaný rozsah 1' až 2' příliš malý, optimalizace s predikcí se neuplatní a výpočetní rychlost bude přibližně stejná jako u původní Brentovy metody.

Použití předpovědi má ještě jednu výhodu - vyhýbá se výpočtu vedení tepla pro extrémní okrajové podmínky (směrnice součinitele přestupu tepla pro body 1 a 2). V takových případech může trvat výpočet vedení tepla velmi dlouho nebo může dokonce divergovat. I v případě, že je rozsah predikce příliš úzký, nemusí se počítat jedna hodnota funkce pro extrémní okrajové podmínky (bod 1 nebo 2). Brentova metoda s předpovědí funguje velmi dobře a průměrný počet použitých iterací je obvykle pouze 10 pro dosažení součinitele přestupu tepla s přesností 0,001%. To znamená, že musí být provedeno 10 přímých výpočtů vedení tepla pro 10 různých směrnic součinitele přestupu tepla s cílem najít nejlepší směrnici s přesností 0,001%. Z toho vyplývá, že je rychlost metody Sekvenční identifikace 3 až 5 krát pomalejší než sekvenční Beckův přístup [17].



Obr. 5 Hledání minima kriteriální funkce pomocí inverzní parabolické interpolace

## 2.1.3 Porovnání Sekvenční identifikace a sekvenčního Beckova přístupu při řešení iverzních problémů

Sekvenční Beckův přístup je omezen na lineární problémy; může se však rozšířit na nelineární případy (např. mírně teplotě závislé materiálové vlastnosti). Modifikace postupu zahrnuje vnější iterační smyčku, která pokračuje, dokud se mění počítaná hustota tepelného toku a teplotní pole. Vzhledem k závislosti termofyzikálních vlastností na teplotním poli je třeba počítat koeficienty

citlivosti pro každou iteraci. Nelinearita vyžaduje iterace pouze pro určení současné hodnoty hustoty tepelného toku, zatímco výpočty pro určení povrchové teploty a součinitele přestupu tepla je třeba provést pouze jednou pro každý časový krok.

## Sekvenční Beckův přístup - inverzní metoda pro výpočet hustoty tepelného toku na povrchu

Beck prokázal, že metody odhadu funkce a regularizace mohou být implementovány sekvenčním způsobem [17] a že v některých případech dávají téměř stejné výsledky jako celodoménové metody. Navíc sekvenční přístup je výpočetně mnohem úspornější. Teplotní historie zaznamenaná během experimentu (viz obr. 2) se používá pro výpočet časově závislé hustoty tepelného toku. Hustota tepelného toku se vypočítá pomocí sekvenčního odhadu časově se měnících okrajových podmínek. Metoda také používá dopředných časových kroků k stabilizaci špatně podmíněného inverzního problému. Naměřené průběhy teplot se porovnávají s vypočítanou teplotou pomocí kriteriální rovnice (1). Použitím teorie lineární optimalizace je hodnota hustoty tepelného toku, která minimalizuje rovnici (1), rovna

$$\hat{q}_{m} = \frac{\sum_{i=m+1}^{m+n} \left( T_{i}^{*} - T_{i} \Big|_{q_{m}=0} \right) \zeta_{i}}{\sum_{i=m+1}^{m+n} (\zeta_{i})^{2}}$$
(3)

kde  $T_j \Big|_{q_m=0}$  jsou teploty v místě termočlánků vypočtené pomocí přímého výpočtu vedení tepla s využitím všech doposud vypočtených hodnot hustot tepelných toků, ale bez aktuálního  $q_m$ . Symbol  $\zeta_i$  je citlivost teplotního čidla v čase  $t_i$  k impulsu hustoty tepelného toku v čase  $t_m$ . Tyto citlivostní koeficienty jsou derivacemi vypočteného teplotního pole pro impuls hustoty tepelného toku. V tomto případě fyzikálně reprezentují nárůst teploty v místě teplotního čidla pro jednotkovou hustotu tepelného toku na povrchu. Citlivostní koeficient je definován jako

$$\zeta_m = \frac{\partial T_m}{\partial q_m} \tag{4}$$

Jakmile se pro čas  $t_m$  zjistí hustota tepelného toku, může se vypočítat odpovídající povrchová teplota  $T_m^{povrch}$  pomocí přímého výpočtu vedení tepla. Když jsou hustota tepelného toku  $q_m$  a povrchová teplota  $T_m^{povrch}$  známy a když jsou konstantní na zkoumaném povrchu (nezávislé na poloze), součinitel přestupu tepla může být pro daný časový krok m vypočten jako

$$h_m = \frac{\hat{q}_m}{T_m^{okoli} - T_m^{powrch}}.$$
(5)

Jakmile se vypočítá hustota tepelného toku v časovém okamžiku, časový index m se zvýší o jeden a postup se opakuje pro další časový krok. Stejně jako pro metodu Sekvenční identifikace i zde lze vypočítat hustotu tepelného toku pouze pro k - n časových kroků pro k naměřených teplot, kvůli použití dopředných kroků jako stabilizačního přístupu.

Sekvenční Beckův přístup nemůže být jednoduše změněn tak, aby přímo vypočítal součinitel přestupu tepla. Algoritmus předpokládá, že koeficient citlivosti  $\zeta_i$  není závislý na teplotě tělesa. V

opačném případě není řešený problém popsán soustavou lineárních rovnic, což je hlavní předpoklad algoritmu. Pokud stanovíme koeficient citlivosti jako

$$\zeta_m = \frac{\partial T_m}{\partial h_m} \tag{6}$$

tento předpoklad není splněn. Takový citlivostní koeficient silně závisí na povrchové teplotě (viz rovnice (5) a (6)), zejména když se teplota povrchu blíží teplotě okolí.

## Správnost inverzní úlohy při nehomogenní povrchové teplotě

Skutečný vzorek má zabudovaný termočlánek pod zkoumaným povrchem. Takový termočlánek výrazně narušuje teplotní profil (viz obr. 6) a to včetně povrchové teploty. To je hlavní důvod, proč nelze použít sekvenční Beckův přístup. Beck uplatňuje konstantní hustotu tepelného toku (nezávislé na poloze), ale z teorie konvekce [22] pro vnější proudění, např. pro proudění vzduchu nebo vody pro teploty pod teplotou varu, není součinitel přestupu tepla téměř závislý na teplotě povrchu a tím není závislý na poloze na povrchu vzorku. Protože tepelný tok závisí na teplotě povrchu

$$\hat{q}_m = h_m \left( T_m^{okoli} - T_m^{povrch}(x) \right) \tag{7}$$

a teplota není na povrchu všude stejná, tepelný tok nemůže být na povrchu konstantní a závisí na poloze.



**Obr. 6** Deformace teplotního profilu instalací termočlánku pod povrch (průřez vzorku)

Data ze skutečných experimentů byla použita k prokázání rozdílu mezi aplikací konstantního součinitele přestupu tepla a konstantní hustoty tepelného toku. Bylo použito intenzivní vodní chlazení, kdy rychlost vody stříkající z trysky dosahovala rychlosti 150 m/s. Naměřená teplota uvnitř ochlazeného vzorku je znázorněna na obr. 7. Teploty povrchu byly vypočteny pomocí sekvenčního Beckova přístupu (q) a také pomocí nové metody Sekvenční identifikace (h) popsané v přechozích kapitolách. Sekvenční Beckův přístup použil časově závislou hustotu tepelného toku, která ovšem

nebyla závislá na poloze na povrchu. V daném časovém kroku byla stejná pro celý povrch. Naproti tomu metoda Sekvenční identifikace používala součinitel přestupu tepla nezávislý na pozici – to znamená, že v daném časovém kroku byla stejný pro celý povrch. Obr. 7 ukazuje vypočtené povrchové teploty těsně nad zabudovaným termočlánkem TpO a na povrchu daleko od termočlánku TpN. Teplota povrchu nad termočlánkem je nižší, protože termočlánek umístěný ve vyvrtané díře se chová jako tepelná izolace a zabraňuje průniku tepla z vnitřku vzorku na povrch. Je vidět, že rozdíl mezi TpO a TpN je mnohem vyšší, když se používá konstantní hustota tepelného toku (sekvenční Beckův přístup) ve srovnání s použitím konstantního součinitele přestupu tepla (Sekvenční identifikace).



**Obr. 7** Srovnání vypočtené povrchové teploty nad čidlem Tp0 a daleko od senzoru TpN pomocí konstantního součinitele přestupu tepla (h) a konstantní hustoty tepelného toku (q)



**Obr. 8** Srovnání vypočítaného teplotního profilu na povrchu Tp za použití konstantního součinitele přestupu tepla (h) a konstantní hustoty tepelného toku (q)

Vypočtené povrchové teplotní profily v čase 25.24 s jsou znázorněny na obr. 8 pro oba přístupy konstantní hustota tepelného toku a konstantní součinitel přestupu tepla. Stíněný neuzemněný termočlánek K o průměru 0,5 mm byl umístěn 0,5 mm pod povrchem v poloze 0 mm v otvoru, který byl vyvrtán z izolované strany (díra je rovnoběžná s chlazeným povrchem). Vypočítané teploty v místě termočlánku se téměř dokonale shodují s naměřenými teplotami. Při výpočtu byla modelována celá vnitřní struktura termočlánku a vyvrtané díry. Rozdíl mezi vypočtenými a naměřenými teplotami je menší než 0,15 °C. Profil povrchové teploty vypočítán za použití konstantní hustoty tepelného toku Tp(q) je výrazně deformován nad termočlánkem (poloha 0 mm na povrchu). Povrchová teplota dokonce klesá i pod teplotu okolí, což ve skutečnosti není možné. Při použití konstantního součinitele přestupu tepla (viz Tp(h)) je povrch také mírně podchlazen v blízkosti instalovaného termočlánku, ale rozdíl není tak významný a povrchová teplota se nikdy nedostane pod teplotu chladicí vody. Použití konstantní hustoty tepelného toku na povrchu způsobuje extrémní podchlazení povrchu nad vrtaným termočlánkem. Na druhou stranu, když se používá koncepce konstantního součinitele přestupu tepla, teplo se vede zevnitř tělesa na ploše vzdálenější od termočlánku, kde je rozdíl mezi teplotou povrchu a teplotou chladicí vody větší. Tepelný tok vypočtený pomocí sekvenčního Beckova přístupu je porovnán s tokem vypočteným pomocí Sekvenční identifikace a procentní rozdíl je znázorněn na obr. 8 jako chyba v hustotě tepelného toku.

Bylo prokázáno, že sekvenční Beckův přístup, který počítá přímo hustotu tepelného toku na povrchu, není vhodný pro případy, kdy je povrchová teplota blízká okolní teplotě a když nainstalovaný termočlánek poruší homogenní teplotní pole na povrchu. Ve srovnání s Beckovým přístupem je Sekvenční identifikace, která počítá přímo součinitel přestupu tepla jako časově závislé hodnoty, je mnohem vhodnější inverzní metodou pro výpočet okrajových podmínek z tohoto typu měření.

#### 2.1.4 Problematika počtu dopředných kroků v sekvenčních inverzních metodách

Sekvenční inverzní metody nelze použít pro zkoumání extrémně rychlých změn na povrchu tělesa kvůli zpoždění, se kterým se informace z povrchu dostane k teplotnímu čidlu [19]. Čím vzdálenější je snímač od povrchu, tím pomalejší změny mohou být zkoumány.

Pro jednoduchost předpokládejme, že žhavá ocelová deska o teplotě 1000 °C se chladí vodou o teplotě 0 °C. Rychlost ocelové desky je 1 m/s a chladící impuls trvá 0,01 s. To odpovídá případu při hydraulickém odstraňování okují při kontinuálním válcování za tepla. Použité okrajové podmínky, vypočtená povrchová teplota a vypočtená teplota 2 mm pod ochlazeným povrchem pomocí numerické simulace jsou znázorněny na obr. 9. Je zřejmé, že teplota 2 mm pod ochlazeným povrchem začne znatelněji klesat teprve 0,05 s po začátku chladicího impulsu. V konkrétním modelovém případě odstraňování okují by to znamenalo, že teplota začne klesat, když je měřicí snímač již 40 mm za hydraulickým ostřikem. Situace se ještě zhorší, pokud použijeme digitální záznamník dat, jak je znázorněno na modelovém případu na obr. 10.

Časové zpoždění změny teploty pod chlazeným povrchem můžeme vypočítat pomocí analytické rovnice [22]

$$\frac{T(x,t)-T_{\infty}}{T_{0}-T_{\infty}} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4\sin\zeta_{n}}{2\zeta_{n}+\sin(2\zeta_{n})} \exp\left(\frac{-\zeta_{n}^{2} \otimes t}{L^{2}}\right) \cos(\zeta_{n} x)$$
(8)

kde tloušťka desky je *L*. Tloušťka musí být malá vzhledem k šířce a výšce stěny. V tomto případě můžeme předpokládat, že vedení probíhá pouze ve směru x. Stěna má na počátku rovnoměrnou teplotu  $T_0$  a náhle je vystavena konstantní hodnotě součinitel přestupu tepla *h* a konstantní teplotě okolí  $T_{\infty}$ . Diskrétní hodnoty  $\zeta_n$  jsou pozitivními kořeny transcendentální rovnice



$$\zeta_n \tan \zeta_n = \frac{h \cdot L}{k}$$
 (9)

**Obr. 9** Vypočtená teplotní historie pro povrchovou teplotu a teplotu 2 mm pod chlazeným povrchem



**Obr. 10** Degradovaný záznam teploty uvnitř tělesa (T uvnitř) desetibitovým digitálním záznamníkem dat s rozlišovací schopností 1 °C

## Doba propagace teplotního impuzlu z povrchu k čidlu

Vypočtená časová prodleva, za kterou se projeví změna teploty na povrchu také v místě teplotního čidla, je pro nerezovou ocel shrnutá na obr. 11 a obr. 12. Teplotní práh 0,01 °C na obr. 11 je zvolen jako běžná přesnost přímých úloh vedení tepla. Nyní předpokládejme měřicí zařízení, které nám umožní měřit teplotní rozsah 0-1000 °C s rozlišením 12 bitů. To znamená, že maximální přesnost (teplotní krok) je 0,25 °C. Časové prodlevy pro tento teplotní práh jsou shrnuty na obr. 12.



T mezní = 0.01°C

**Obr. 11** Vypočtené časové zpoždění teplotního impulzu pro prahovou hodnotu teploty 0,01 °C a tři hodnoty součinitele přestupu tepla jako funkce hloubky



T mezní = 0.25°C

**Obr. 12** Vypočtené časové zpoždění teplotního impulzu pro prahovou hodnotu teploty 0,25 °C a tři hodnoty součinitele přestupu tepla jako funkce hloubky



**Obr. 13** Porovnání skutečné okrajové podmínky s okrajovými podmínkami vypočtenými sekvenční inverzní úlohou s použitím různého počtu dopředných časových kroků (přepočítaných na čas - parametr R) pro krátký konstantní impuls součinitele přestupu tepla



**Obr. 14** Porovnání skutečné okrajové podmínky s okrajovými podmínkami vypočtenými sekvenční inverzní úlohou stejně, jak je znázorněno na obr. 13, ale historie vstupní teploty byla předpokládána z digitálního záznamníku s rozlišením 12 bitů



**Obr. 15** Porovnání skutečné okrajové podmínky s okrajovými podmínkami vypočtenými sekvenční inverzní úlohou s použitím různého počtu dopředných časových kroků (přepočítaných na čas - parametr R) pro krátký trojúhelníkový impuls součinitele přestupu tepla



**Obr. 16** Porovnání skutečné okrajové podmínky s okrajovými podmínkami vypočtenými sekvenční inverzní úlohou stejně, jak je znázorněno na obr. 15, ale historie vstupní teploty byla předpokládána z digitálního záznamníku s rozlišením 12 bitů

## Odhad nezbytného počtu dopředných časových kroků

Počet dopředných časových kroků lze odhadnout z obr. 11. Například pokud se použije vzorkovací kmitočet 1000 Hz, musí být počet dopředných kroků nejméně 40 (0,04 s) pro senzor v hloubce 2 mm, aby se zabránilo divergenci inverzního algoritmus (viz obr. 13 a obr. 15). Jeli nutné zabránit výraznému podkmitu součinitele přestupu tepla, je třeba zvýšit číslo na 80-100 (0,08-0,1 s).

Pokud se používá měřicí zařízení s rozlišením 12 bitů, bude muset být počet dopředných kroků ještě vyšší. Z obr. 12 je vidět, že minimální počet se zvýší na 60 (0,06 s) a optimální číslo se blíží 180 dopředných časových kroků (0,18 s). Samozřejmě, že takové vysoké číslo není optimální pro rekonstrukci úzkého impulsu součinitele přestupu tepla (viz obr. 14 a obr. 16). Je však možné použít grafy na obr. 11 a obr. 12 pro nalezení maximální vzdálenosti teplotního čidla od ochlazeného povrchu, ve které se má čidlo zabudovat.

## Odhad maximální přípustné vzdálenosti teplotního čidla od zkoumaného povrchu

Nejprve je nutné použít vzorkovací frekvenci pro záznam teplot, která je dostatečně jemná. Pro náš případ je vhodná vzorkovací frekvenci nejméně 1000 Hz, abych bylo 10 vzorků na jeden impuls součinitele přestupu tepla (viz obr. 17). Pro rekonstrukci chladicího impulsu je nutné zmenšit počet dopředných kroků tak, aby byl významně kratší než doba chladicího impulzu. To jest alespoň 0,005 s, což je polovina doby chladicího impulzu. Nyní je možné z obr. 11 vyčíst, že maximální vzdálenost teplotního čidla od ochlazeného povrchu by měla být přibližně 0,2 mm. Rekonstruovaný impuls součinitele přestupu tepla pro teplotní čidlo 0,2 mm pod povrchem je znázorněn na obr. 17. Pokud bychom potřebovali přesnější rekonstrukci chladicího impulzu, je nutné umístit teplotní čidlo ještě blíže a pokud by bylo použito měřicí zařízení s rozlišením 12 bitů, vzdálenost musí být ještě menší.



**Obr. 17** Porovnání skutečné okrajové podmínky s okrajovou podmínkou vypočtenou sekvenční inverzní úlohou pomocí dat z termočlánku umístěného 0,2 mm pod zkoumaným povrchem

Výpočtové experimenty ukázaly, že rovnici (8) lze použít pro odhad počtu dopředných časových kroků pro sekvenční inverzní algoritmy i pro výpočet maximální vzdálenosti teplotního čidla od zkoumaného povrchu. Samo-adaptační návrh výpočetních modelů a znalost přesnosti vypočítaných výsledků jsou nezbytné. Popsané přístupy umožňují vytvářet realističtější matematické modely fyzikálních procesů.

Problematice dopředných kroků se také věnuje následující článek [23], kde první autor je doktorand, kterého vede autor této habilitační práce jako školitel specialista. Tento článek popisuje dvě metody výpočtu doporučených počtů dopředných kroků pro modely nelineárního vedení tepla, kde se používají teplotně závislé materiálové vlastnosti. První metoda je založena na sledování citlivosti (ve vnitřním bodě měření) na Dirakův puls hustoty tepelného toku na povrchu. Druhá metoda určuje počet dopředných kroků z reziduální funkce vypočtené z hustoty tepelných toků získaných z inverzního výpočtu. V článku je porovnán vliv šumu a stability u těchto metod. Výsledky ukázaly, že první metoda je mnohem méně výpočetně náročná a poskytuje mírně vyšší hodnotu počtu dopředných kroků než druhá metoda.

## ESTIMATION OF THE NUMBER OF FORWARD TIME STEPS FOR THE SEQUENTIAL BECK APPROACH USED FOR SOLVING INVERSE HEAT-CONDUCTION PROBLEMS

## UGOTAVLJANJE ŠTEVILA VNAPREJŠNJIH ČASOVNIH KORAKOV ZA SEKVENČNI BECKOV PRIBLIŽEK PRI REŠEVANJU PROBLEMOV INVERZNE TOPLOTNE PREVODNOSTI

#### Jan Komínek, Michal Pohanka

Brno University of Technology, Faculty of Mechanical Engineering, Technická 2, 616 69 Brno, Czech Republic kominek@lptap.fme.vutbr.cz

Prejem rokopisa – received: 2014-08-13; sprejem za objavo – accepted for publication: 2015-04-08

#### doi:10.17222/mit.2014.192

Direct heat-conduction problems are those whose boundary conditions, initial state and material properties are known and the entire temperature field in a model can be computed. In contrast, an inverse problem is defined as the determination of the unknown causes based on the observation of their effects. The inverse heat-conduction method is often used for problems where the boundary conditions cannot be measured directly but are computed from the recorded temperature history inside the model. A very effective method for solving this difficult problem is the sequential Beck approach. To stabilize this inverse problem, a proper regularization parameter must be used. For this method, the regularization parameter is the number of the forward time steps that stabilize the inverse computation. This paper describes two methods for computing the number of the recorded temperature discording to a model on tracking the sensitivity (at the interior point of a measurement) to the Dirac heat-flux pulse on the surface. The second method determines the number of the forward time steps from the results showed that the first method is much less computation. The stability and noise (in the results) of several variants of these methods are compared. The results showed that the first method.

Keywords: inverse heat-conduction problem, Beck approach, number of forward time steps

Neposredni problemi prevajanja toplote so tisti pri katerih so poznani robni pogoji, začetno stanje in lastnosti materiala ter možnost izračuna temperaturnega polja znotraj modela. Nasprotno pa je inverzni problem definiran kot določanje nepoznanih vzrokov na osnovi opazovanja njihovih vplivov. Metoda inverznega prevajanja toplote se pogosto uporabi pri problemih, kjer se robni pogoji ne morejo neposredno izmeriti, temveč se jih izračuna iz zabeleženega poteka temperature znotraj modela. Zelo učinkovita metoda za reševanje tovrstnega problema je sekvenčni Beckov približek. Za stabilizacijo takšnega inverznega problema se mora uporabiti ustrezen regulirni parameter. Pri tej metodi je regulirni parameter število priporočenih časovnih korakov, ki stabilizirajo inverzni izračun. Članek opisuje dve metodi za izračun števila priporočenih časovnih korakov za nelinearni model prenosa toplote, s temperaturno odvisnimi lastnostmi materiala. Prva metoda temelji na iskanju občutljivosti, na notranji točki merjenja, do Dirac utripa toplotnega toka na površini. Druga metoda določa število vnaprejšnjih časovnih korakov iz preostale funkcije izračunane iz toplotnih tokov, ki so dobljeni z inverznim izračunom. V rezultatih je primerjana stabilnost šuma pri več variantah teh metod. Rezultati so pokazali, da je prva metoda mnogo manj računsko intenzivna in daje rahlo večjo vrednost števila predhodnih časovnih korakov kot druga metoda.

Ključne besede: problem inverzne toplotne prevodnosti, Beckov približek, število vnaprejšnjih časovnih korakov

#### **1 INTRODUCTION**

Heat-conduction problems are often solved in engineering applications during simulations. The problem is well known as a direct task. The effect (the temperature field in time) is computed from the causes (the known initial and boundary conditions). Complex direct problems can be solved using many numerical methods such as FDM,<sup>1</sup> FVM,<sup>2</sup> FEM.<sup>3</sup> The situation is opposite for an inverse heat-conduction problem and it is a much more complicated problem. The causes (e.g., the boundary conditions) are determined from the observation of the effects (the temperature record in several points). There are some computational methods dealing with this inverse problem, including the Beck approach,<sup>4</sup> Tikhonov regularization<sup>5</sup> and neural networks.<sup>6</sup> We focus on the sequential Beck approach in this paper.

The basic idea of the sequential approach is to solve the entire task step by step in time. The measured temperature at an interior point at times  $t_n$ ,  $t_{n+1}$ ,..., $t_{n+Nf}$  is used to compute the heat flux on the boundary at time  $t_n$ , where  $N_f$  is the number of forward time steps (the regularization parameter). A computation of  $N_f$  temperature fields using a direct task is performed for two different values of constant heat fluxes in each time step. The temperature responses from these two direct tasks are compared to the measured temperature. The new value of the heat flux at time  $t_n$  is computed. The choice of an appropriate value for  $N_f$  is essential for practical computations. A small value leads to instability and a large

Materiali in tehnologije / Materials and technology 50 (2016) 2, 207-210

value smoothes sudden changes in the boundary conditions. Thus, the appropriate value of this parameter is essential.

#### 2 IMPACT OF THE NUMBER OF FORWARD TIME STEPS ON THE COMPUTED RESULTS

The main function of parameter  $N_{\rm f}$  is to guarantee the stability of the computation of this difficult problem. The stability increases with an increasing value of  $N_{\rm f}$ . In Fig**ure 1**, three results for  $N_{\rm f} = 13, 20, 30$  are compared to the correct heat-flux record, which was used to generate the input temperature record for the inverse task. The noise was also added to this temperature record (a standard deviation of 0.05 °C). A large oscillation of the computed heat flux for a low value of  $N_{\rm f}$  is obvious. This is mainly due to the added noise in the input data. The noise reduction in the input data is more effective for larger values of  $N_{\rm f}$  (Figure 1). This effect indicates that the use of a large  $N_{\rm f}$  is recommended. Unfortunately, increasing  $N_{\rm f}$  has two effects. First, the computation cost is proportional to  $N_{\rm f}$ . A higher value of  $N_{\rm f}$  results in a longer computational time. Second, a large  $N_f$  value smoothes the computed results. Abrupt changes as well as the maximum values of the ideal heat flux (Figure 1) are significantly reduced when  $N_{\rm f}$  increases. For  $N_{\rm f}$  =30, the computed maximum heat flux is less than 50 % of the ideal heat flux for this test case.

#### **3 METHODS**

The appropriate value of forward time steps is different for each computational model. Two types of methods are described in this article to determine its amount. The first, newly proposed, method is based on the temperature response. The idea is to compare two temperature responses at an interior location (usually a



**Figure 1:** Influence of  $N_{\rm f}$  on the inverse heat-conduction problem **Slika 1:** Vpliv  $N_{\rm f}$  na problem inverzne toplotne prevodnosti



Figure 2: Heat-flux pulses in the subsequent time steps Slika 2: Sunki toplotnega toka v poznejših časovnih korakih



Figure 3: Temperature response Slika 3: Temperaturni odziv

thermocouple position) to two Dirac pulses of heat flux that are the same but shifted in time by one time step (**Figures 2** and **3**). The first temperature response is computed for the Dirac pulse applied from time step zero to time step one and the second temperature response is computed for the Dirac pulse applied from time step one to time step two. The computed difference between these two temperature responses is shown in **Figure 4**. The computed curve provides an idea of how the information about the changes in the boundary condition is delayed from time step zero to time step two and spread over the time. This curve shows the distribution of the information about the temperature response. This is the information about what happened at the beginning of the



Figure 4: Difference between temperature responses Slika 4: Razlika med temperaturnimi odzivi

Materiali in tehnologije / Materials and technology 50 (2016) 2, 207-210

simulation (from time step zero to time step two) at the boundary of the computational model.

For practical computations, it should be noted that both temperature responses are the same except for the time shift, which is one time step. In addition, the temperature response difference  $\Delta T_n = T_n - T_{n-1}$  corresponds to the numerical derivation except for the multiplication by constant *c* (Equation (1)):

$$T_n - T_{n-1} = c \cdot dT = c \cdot \frac{T_n - T_{n-1}}{\Delta t}$$
(1)

where  $c = \Delta t$ .

The shape of the temperature response to the Dirac pulse depends on many parameters. The most important are the material properties (density, thermal conductivity and thermal capacity), the distance of the thermocouple from the boundary, the thermocouple type, the material, and the thermal resistance between the thermocouple and the material.

The number of forward time steps (forward time t, respectively) is taken from the derivation of the temperature response D(t) so that D(t) meets a certain criterion.

For example,  $t_{\text{Dmax}}$  is the time when  $D(t_{\text{max}})$  is maximal.  $t_{\text{Dmax},p\%,1}$  and  $t_{\text{Dmax},p\%,2}$  are the times when the derivation of the temperature response reaches p % of its maximum. An example for p = 60 % is shown in **Figure 5**.

The second estimation method for determining the number of forward time steps can be done with a repeated computation of the inverse heat-conduction problem by changing  $N_{\rm f}$ . The sum of the residuals  $R = \Sigma (Q'_i - Q_i)^2$  is evaluated from each inverse task where  $Q_i$  is the computed heat flux and  $Q'_i$  is the correct heat flux from the test task. An example of how R is dependent on  $N_{\rm f}$  is shown in **Figure 6** and the  $N_{\rm f,min}$  value ( $N_{\rm f}$  when R is minimal) can be found here. The value of  $N_{\rm f}$  (slightly larger than  $N_{\rm f,min}$ ) is taken as an estimate for the number of forward time steps. The  $N_{\rm f,min}$  value is not used due to the risk that a small shift of the estimated  $N_{\rm f}$  value to the left (to a smaller value) can rapidly increase the R value (**Figure 6**). An analogical application of the



**Figure 5:** Example of  $t_{\text{Dmax}}$  and  $t_{\text{Dmax},60\%,1-2}$ **Slika 5:** Primer za  $t_{\text{Dmax}}$  in  $t_{\text{Dmax},60\%,1-2}$ 

Materiali in tehnologije / Materials and technology 50 (2016) 2, 207-210



**Figure 6:** Residual chart for  $N_{\rm f}$  values **Slika 6:** Grafikon ostankov za vrednosti  $N_{\rm f}$ 

search for the optimum regularization parameter in a Tikhonov digital filter is described by Woodbury.<sup>7</sup>

#### **4 DISCUSSION**

The first method described is much less computationally intensive than the second one because the first method needs only one direct computation instead of many inverse (and therefore much more complicated) computations. Each method provides a different value of forward time steps  $N_{\rm f}$ . It is not easy to say which value is better. Generally, this depends on what is more essential for each application. The larger value of  $N_{\rm f}$  smoothes the results but the average values for certain time intervals are correct. A small value of  $N_{\rm f}$  can result in heat fluxes that better fit true values, but the results include more oscillation than would be expected in reality. The choice of the appropriate testing function in the second method also significantly influences the computed value of  $N_{\rm f}$ . Two examples of the testing functions and the obtained  $N_{\rm f}$  value are shown in **Figure 7**.

The comparison of the inverse computations performed with  $N_{f,Dmax} = 37$ ,  $N_{f,Dmax,60\%,2} = 65$  (from the first method) and  $N_{f,1} = 24$ ,  $N_{f,2} = 18$  (from the second method) is shown in **Figure 8**. The curve for  $N_{f,Dmax,60\%,1} = 23$  is not plotted because it is almost the same as that for  $N_{f,1} = 24$ . These inverse computations



**Figure 7:** Two examples of testing functions and obtained  $N_{\rm f,min}$ , using the second method

**Slika 7:** Dva primera preizkusnih funkcij in dobljen  $N_{f,min}$  pri uporabi druge metode

J. KOMÍNEK, M. POHANKA: ESTIMATION OF THE NUMBER OF FORWARD TIME STEPS ...



**Figure 8:** Results of the heat flux for four different values of  $N_{\rm f}$  and the measured temperature

**Slika 8:** Rezultati toplotnega toka za štiri različne vrednosti  $N_{\rm f}$  in izmerjena temperatura

were made for the 1D inverse heat-conduction problem with thermally dependent material properties. The temperature record from the real measurements was used. Therefore, the correct heat-flux function is unknown.

The heat-conduction problem is described with differential Equation (2):

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$$
(2)

where *T* is the temperature, *t* is the time and *x* is the coordinate. The boundary conditions for (Equation (3)) cooled and insulated surfaces are:<sup>4</sup>

$$-k\frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=0} = q(t); \quad -k\frac{\partial T}{\partial x}\Big|_{x=1} = 0$$
(3)

The test sample was made from a thick stainless-steel plate (L = 10 mm). One side (x = 0) of the sample was cooled down by water and the other side (x = L) was insulated. A thermocouple was placed under the cooled surface (x = 2 mm).

The curves for  $N_f = 37$  and  $N_f = 24$  (**Figure 8**) appear to be acceptable. The curve for  $N_f = 65$  is too smooth. The curve for  $N_f = 18$  begins to be unstable and the computed heat flux is less than zero for some points, which is physically impossible in this experiment.

#### **5 CONCLUSION**

Two methods for determining the number of forward time steps  $N_{\rm f}$  for the sequential Beck approach were described. The first method (based on the derivation of the temperature response to the Dirac heat-flux pulse) is computationally much less intensive. The choice of  $N_{\rm f} = N_{\rm f,Dmax}$  is acceptable for most applications. For some similar tasks, it may be better to use  $N_{\rm f,Dmax,p\%}$  with the same suitable value of p.

The second method, which is computationally very intensive, can be useful when the shape of the heat-flux curve is known and the appropriate testing function can be used. The obtained values of  $N_{\rm f}$  were smaller than those computed using the first method and the computed heat fluxes showed more oscillation.

#### Acknowledgement

This work is an output of the research and scientific activities of project LO1202, financially supported by the MEYS under programme NPU I.

#### **6 REFERENCES**

<sup>1</sup>G. D. Smith, Numerical solution of partial differential equations, University Press, Oxford, UK 1978

<sup>2</sup> S. V. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere Publishing Corporation, GB 1980

<sup>3</sup> O. C. Zienkiewicz, R. L. Taylor, The Finite Element Method, Volume I: Basis, Butterworth-Heinemann, Oxford 2000

<sup>4</sup> J. V. Beck, B. Blackwell, R. C. Charles, Inverse Heat Conduction: Ill-posed Problems, Wiley, New York 1985

<sup>5</sup> A. N. Tikhonov, V. Y. Arsenin, Solution of Ill-posed problems, V. H. Winston & Sons, New York 1977

<sup>6</sup> M. Raudenský, J. Horský, J. Krejsa, Usage of neural network for coupled parameter and function specification inverse heat conduction problem, Int. Comm. Heat Mass Transfer, 22 (**1995**) 5, 661–670, doi:10.1016/0735-1933(95)00052-Z

<sup>7</sup>K. A. Woodbury, J. V. Beck, Estimation metrics and optimal regularization in a Tikhonov digital filter for the inverse heat conduction problem, International Journal of Heat and Mass Transfer, 62 (**2013**), 31–39, doi:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.02.052

## 2.2 ZPŮSOB A ZAŘÍZENÍ KE STANOVENÍ POLOHY TEPLOTNÍHO ČIDLA

Tělesa se zabudovaným teplotním čidlem se používají k nepřímému měření okrajových podmínek vedení tepla (povrchové teploty, tepelného toku, součinitele přestupu tepla) tam, kde není možné měřit tyto okrajové podmínky přímo na povrchu. Teplotní čidlo změří časově závislou teplotní odezvu na aplikovanou okrajovou podmínku a pomocí inverzní metody se pak z naměřeného průběhu teplot vypočítají časově závislé okrajové podmínky vedení tepla. Protože je inverzní metoda špatně podmíněná, malé chyby ve vstupních údajích způsobují velké chyby ve výsledcích. Jedním z podstatných údajů je přesná vzdálenost teplotního čidla od povrchu.

Proto byl vyvinut a patentován způsob a zařízení ke stanovení polohy teplotního čidla [24]. Zařízení slouží k nedestruktivnímu určení vzdálenosti teplotního čidla zabudovaného v tělese od povrchu tohoto tělesa. Zařízení je vhodné zejména pro teplotní čidla zabudované v desce a v tělesech s velkým poloměrem zakřivení povrchu.

## Základní princip

Celkové schéma experimentálního zařízení je na obr. 18–obr. 20. Na studenou desku (20) se zabudovaným teplotním čidlem (12, D5) se postaví nádoba s vodou tak, aby střed nádoby byl nad teplotním čidlem (12, D5). V nádobě se ohřeje voda na předepsanou teplotu (obvykle 85°C) pomocí topného okruhu (18). Ve spodní části nádoby se otevře klapka (A4, B3) a na desku začne vytékat z nádoby teplá voda (11, B4). Teplota vody změřená teplotním čidlem (8, B6) uvnitř nádoby a ohřev teplotního čidla (12, D5) v desce (20) se zaznamená do zařízení pro sběr dat (19). Příklad naměřeného průběhu teplot je zobrazen na obr. 23. Pomocí inverzní metody Sekvenční identifikace [18] a detailního matematického modelu teplotního čidla se vypočítá průběh součinitele přestupu tepla. Na obr. 24 je vidět, jak se hodnota součinitele přestupu tepla ustálí po 3 sekundách na správné hodnotě 16000 W/m<sup>2</sup>.K pro broušený povrch a pro austenitickou nerezovou desku. Pokud by se hodnota ustálila na jiné hodnotě součinitele přestupu tepla, je nutné změnit vzdálenost teplotního čidla od ohřívaného povrchu desky ve výpočtovém modelu tak, aby se hodnota součinitele přestupu tepla ustálila na správné hodnotě. Pro nalezení správné vzdálenosti ve výpočtovém modelu je možné použít například iterační metodu založenou na lineární interpolaci. Z výpočtového modelu je pak možné odečíst přesnou vzdálenost teplotního čidla od povrchu desky.

### Popis nádoby

Nádoba (viz obr. 18) a potrubí je tepelně zaizolováno (1, 2, A1), aby nedocházelo k ochlazování vody (4) během ohřevu. Výška hladiny vody uvnitř nádoby se udržuje pomocí přepadu (3), kudy nadbytečná voda odteče (např. během ohřevu, kdy se voda rozpíná). Ke stabilizaci a usměrnění proudění slouží polypropylenová porézní hmota (5), vertikální rovnoběžný systém polypropylenových trubiček (6) s tenkou stěnou, který leží na nerezovém sítu (7a), pod kterým je umístěné druhé nerezové síto (7b) ve tvaru polokoule. Nádoba je na dně uzavřena tenkou klapkou (A4, B3), která leží na těsnících kroužcích (A10, B1). Klapka se může otáčet až k dorážecím kolíkům (A2, A9, B2). Klapka se ovládá z venčí pomocí páčky (9, A5). Pokud je klapka doražena na kolík A2 je výtok z nádoby uzavřen a pokud je doražena na kolík A9 je výtok z nádoby otevřen a voda (11, B4) proudí ven skrze otvor v klapce (A3) a trysku (A6, B5).



**Obr. 18** Schéma kalibrační nádoby postavené na desce se zabudovaným teplotním čidlem



**Obr. 19** Pohled A-A na vnitřní klapku uzavírající trysku v kalibrační nádobě



**Obr. 20** Detail B v kalibrační nádobě – tryska

Tryska je kruhový otvor uprostřed dna nádoby, který se směrem ven rozšiřuje (viz obr. 20) a který má velmi ostrou hranu (B5), díky které má vytékající proud vody konstantní rychlostní profil. Nádoba je opatřena nohami (10, A8). Nedílnou součástí nádoby je topný okruh (18), pomocí kterého se voda uvnitř nádoby jak ohřívá, tak homogenizuje teplota vody. Voda je hnaná topným okruhem pomocí čerpadla (16). Voda vstupuje do topného okruhu (18) na dně nádoby. Poté protéká zpětným ventilem (17), který zajišťuje, aby voda nevtékala do nádoby z topného okruhu při vypouštění nádoby tryskou (A6, B5). Voda se v topném okruhu ohřívá pomocí topení (15), které je regulováno regulátorem (14) na základě žádané teploty vody a skutečné teploty vody (13) změřené po průtoku topením.

### Popis modelu teplotního čidla

Matematický model musí co nejpřesněji popisovat skutečné teplotní čidlo zabudované v desce (C1). Proto je zapotřebí, aby třírozměrný numerický model používal také teplotně závislé materiálové vlastnosti a veškeré části, ze kterých se čidlo a deska skládá. Příklad zabudování teplotního čidla v desce je znázorněn na obr. 21 a obr. 22. Plášťový neuzemněný termočlánek (C3) je zasunut do díry ve špuntu (C2, D1), která je rovnoběžná s povrchem, a poté vyveden skrze špunt ven z desky. Je nutné, aby matematický model obsahoval vyvrtanou díru (D2), plášť termočlánku (D3), elektrickou izolaci (D4), termočlánkové dráty (D6) a termočlánkový spoj (D5).

## Popis inverzní metody k výpočtu součinitele přestupu tepla

Jedná se o sekvenční inverzní algoritmus popsaný detailně v kapitole "Sekvenční identifikace ...". To znamená, že je nejdříve nalezena hodnota součinitele přestupu tepla mezi časovým krokem 0 a 1, s tím, že v časovém kroku 0 je hodnota součinitele přestupu tepla rovna nule, protože je soustava v ustáleném stavu (nulový tepelný tok na povrchu). Jakmile je známa hodnota součinitele přestupu tepla mezi časovým krokem 0 a 1, je proveden přímý výpočet vedení tepla v desce se zabudovaným teplotním čidlem, aby se získalo nové rozložení teplot v časovém kroku 1. Po té je nalezena hodnota součinitele přestupu tepla mezi časovým krokem 1 a 2, která se vzápětí použije pro přímý výpočet vedení tepla a celá operace je neustále opakována, až jsou postupně vypočteny hodnoty součinitele přestupu tepla pro celý časový úsek.

Hodnota součinitele přestupu tepla pro jednotlivé úseky je hledána na základě shody naměřené teploty v teplotním čidle a vypočtené teploty pomocí numerického modelu v místě teplotního čidla. Pokud je použitá hodnota součinitele přestupu tepla v numerickém modelu správná, teploty se shodují. Správná hodnota součinitele přestupu tepla je hledána pomocí Brentovi optimalizační metody [25], kdy optimalizovanou hodnotou je směrnice součinitele přestupu tepla a kriteriální funkce je součet kvadrátů z rozdílů mezi naměřenou a vypočtenou teplotou v místě teplotního čidla. Vypočtené teploty jsou získány tak, že je proveden přímý výpočet vedení tepla, přičemž hodnota součinitele přestupu tepla je aplikována tak, že je zvolena její směrnice a vychází z poslední známé hodnoty součinitele přestupu tepla. Optimální směrnice je nalezena pomocí optimalizační metody.



**Obr. 21** Detail C – teplotní čidlo (zabudování termočlánku v desce)



**Obr. 22** Detail D - vnitřní struktura termočlánku

## Nalezení správné vzdálenosti teplotního čidla od povrchu ve výpočtovém modelu

Průběh součinitele přestupu tepla vypočítaný z naměřeného průběhu teplot pomocí inverzní metody a detailního matematického modelu teplotního čidla je složen ze tří úseků U1 až U3 (viz obr. 24). V úseku U1 ještě deska s teplotním čidlem nebyla ohřívána. Úsek U2 je přechodový stav, kdy voda začíná ohřívat desku s čidlem, postupně je smáčen povrch a součinitel přestupu tepla se ustaluje na maximální teplotě. V úsek U3 je součinitel přestupu tepla ustálený a kmitá kolem průměrné hodnoty. Kmitání je způsobené šumem v naměřených teplotních datech. Právě průměrná hodnota součinitel přestupu tepla v úseku U3 je pro nalezení správné vzdálenosti teplotního čidla od povrchu nejdůležitější.

Pokud je změněna vzdálenost teplotního čidla od povrchu ve výpočtovém modelu, změní se i tato průměrná hodnota součinitel přestupu tepla v úseku U3. Cílem je nastavit takovou vzdálenost teplotního čidla od povrchu ve výpočtovém modelu aby se hodnota součinitel přestupu tepla v úseku U3 ustálila na požadované hodnotě. Příklady požadovaných hodnot jsou uvedeny níže v kapitole "Hodnoty součinitele přestupu tepla". Pokud je teplotní čidlo ve výpočtovém modelu od povrchu dále než ve skutečnosti, bude vypočtená průměrná hodnota součinitel přestupu tepla v úseku U3 vyšší než požadovaná a pokud je teplotní čidlo ve výpočtovém modelu u povrchu blíže než ve skutečnosti, bude vypočtená průměrná hodnota součinitel přestupu tepla v úseku U3 vyšší než požadovaná a pokud je teplotní čidlo ve výpočtovém modelu u povrchu blíže než ve skutečnosti, bude vypočtená průměrná hodnota součinitel přestupu tepla v úseku U3 nižší než požadovaná. Tak je možné zjistit, zda je teplotní čidlo ve výpočtovém modelu dále nebo blíže u povrchu, než je tomu ve skutečnosti.

Pro nalezené správné vzdálenosti teplotního čidla od povrchu je postup následovný:

- 1. Je proveden výpočet průměrné hodnoty součinitel přestupu tepla v úseku U3  $\bar{a}_1$  a  $\bar{a}_2$  pro dvě různé vzdálenosti teplotního čidla od povrchu ve výpočtovém modelu  $h_1$  a  $h_2$ . Vzdálenosti  $h_1$  a  $h_2$  je vhodné volit tak, aby skutečná vzdálenost ležela mezi těmito hodnotami.
- 2. Pomocí lineární interpolace je určen nový zpřesněný odhad skutečné vzdálenosti  $h_3 = (\bar{a} \bar{a}_1) \cdot (h_2 h_1)/(\bar{a}_2 \bar{a}_1) + h_1$ , kde  $\bar{a}$  je požadovaná hodnota součinitele přestupu tepla v úseku U3.
- 3. Pro vzdálenost  $h_3$  je vypočtena průměrná hodnota součinitele přestupu tepla v úseku U3  $\bar{a}_3$ .
- 4. Dvojice  $h_i$  a  $\bar{a}_i$ , pro kterou je největší odchylka  $\varepsilon_i = |\bar{a}_i \bar{a}|$ , kde  $i = \{1; 2; 3\}$ , je odstraněna a zbylé dvě dvojice jsou přečíslovány na 1 a 2.
- 5. Pokud je  $|h_2 h_1|$  menší než požadovaná přesnost vzdálenosti teplotního čidla od povrchu, je nalezena skutečná vzdálenost s požadovanou přesností. V opačném případě se pokračuje opět od bodu 2.
- 6. Pro skutečnou vzdálenost teplotního čidla od povrchu s požadovanou přesností je použito to  $h_i$ , pro které je menší odchylka  $\varepsilon_i = |\bar{a}_i \bar{a}|$ , kde  $i = \{1, 2\}$ .

## Přesnost metody

Při použití plášťového termočlánku o průměru 0,5 mm umístěného 0,6 mm pod povrchem je citlivost součinitele přestupu tepla větší než 3000 W/m<sup>2</sup>.K na vzdálenost 0,1 mm pro austenitickou nerezovou ocel. Průměrná odchylka součinitele přestupu tepla je méně než 130 W/m<sup>2</sup>.K. Z toho

plyne, že rozlišovací přesnost metody je lepší než 0,005 mm. Se zvyšující se teplotní vodivostí materiálu desky se přesnost metody snižuje.



**Obr. 23** Naměřený průběh teplot při kalibraci teplotního čidla



**Obr. 24** Vypočtený součinitel přestupu tepla z dat získaných během kalibrace teplotního čidla

## Hodnoty součinitele přestupu tepla při kalibraci

Broušený povrch pro austenitickou nerezovou ocel má 16000 W/m<sup>2</sup>.K a válcovaný povrch pro austenitickou nerezovou ocel má 19500 W/m<sup>2</sup>.K pro průměr nádoby 200 mm, výšku vodní hladiny 500 mm, průměr trysky 12 mm a vzdálenost trysky od desky 100 mm. Pro ostatní případy se doporučuje provést výpočet správného součinitele přestupu tepla s použitím modelu, jehož parametry mohou být určeny například z průmyslového tomografu (obr. 25).





**Obr. 25** Detail uzemněného plášťového termočlánku (nahoře) a vyřezaného teplotního čidla se špatně zapájeným neuzemněným termočlánkem (dole) z průmyslového tomografu

## 2.3 VÝVOJ INVERZNÍ SUB-DOMÉNOVÉ METODY PRO VÝPOČET OKRAJOVÝCH PODMÍNEK VEDENÍ TEPLA

V průmyslových aplikacích, jako je například hydraulické odstraňování okují, dochází k extrémně rychlým změnám okrajových podmínek. Během několika milisekund se hodnota součinitele přestupu tepla mění o více než 50000W/m<sup>2</sup>.K. Pro přesnější výpočet okrajových podmínek z naměřeného průběhu teplot se může jevit jako vhodnější použít inverzní metodu pro výpočet celé domény oproti sekvenčním metodám. V dnešní době je ovšem používanější sekvenční metoda, což lze přisuzovat zejména její výpočetní efektivitě. Díky výpočtu krok po kroku a použití pouze několika dopředených kroků jsou doby výpočtu neporovnatelně kratší oproti metodě pro výpočet celé domény. Její slabinou je velká nepřesnost pokud se okrajové podmínky rychle mění. Oproti tomu metoda pro výpočet celé domény není vhodná pro výpočet, kde je velké množství naměřených dat. Úloha pak vede na nestabilní a výpočtově náročnou úlohu velké inverzní matice. Z hlediska výpočtové náročnosti se může jevit pro praxi jako zcela nevyužitelná, pokud je nutné zpracovávat dlouhý teplotní záznam.

Proto byla navržena nová inverzní metoda, která kombinuje výhody sekvenční metody a metody pro výpočet celé domény. V sub-doménové metodě dochází k vyzdvižení výhod a naopak potlačení nevýhod obou zmíněných metod. Nová metoda byla testována, jak na uměle vygenerovaných datech, tak na datech z reálných měření. Byla zkoumána a porovnávána jak výpočtová náročnost, tak přesnost s jakou je metoda schopná vypočítat okrajové podmínky. Dále byla tato nová metoda porovnávána s oběma známými metodami, a to jak vzhledem k přesnosti výsledku, tak i vzhledem k výpočtové náročnosti. V současné době je připravován článek o této nové metodě pro impaktovaný časopis.

## 2.3.1 Celodoménová metoda s regularizací

Regularizační metody slouží k modifikaci původních přístupů, především k zajištění stability špatně podmíněných úloh. Regularizace mají mnoho podob a forem a v praxi jsou velmi důležité. Většina publikací se však zabývá regularizační metodou pouze pro celodoménovou podobu inverzní úlohy vedení tepla, zatímco regularizace pro sekvenční přístup je v literatuře popsána jen minimálně.

Původní celodoménová metoda je založena na minimalizaci součtu čtverců odchylek mezi naměřenými a odhadovanými teplotami v místě senzoru. Regularizace pro zajištění stability a jednoznačnosti řešení vkládá do tohoto součtu jeden nebo více členů. Obecně lze celodoménovou metodu s regularizací zapsat ve tvaru

$$S = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - T_i)^2 + \alpha_0 \sum_{i=1}^{n} q_i^2 + \alpha_1 \sum_{i=1}^{n-1} (q_{i+1} - q_i)^2 + \alpha_2 \sum_{i=1}^{n-2} (q_{i+2} - 2q_{i+1} + q_i)^2 + \cdots$$
(10)

kde  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ , a  $\alpha_3$  jsou tzv. regularizační parametry. Velikost těchto parametrů má významný vliv na řešení. Existuje mnoho metod, jak hodnoty těchto parametrů vhodně zvolit, několik z nich lze najít např. v [B26]. Jednotlivé komponenty  $q_i$ , i = 1, ..., n mohou být v jednotlivých časových krocích stejně jako u klasické celodoménové metody konstantní (obr. 26), lineární (obr. 27), atd.



**Obr. 26** Po částech konstantní aproximace průběhu hustoty tepelného toku q(t)



**Obr. 27** Po částech lineární aproximace průběhu hustoty tepelného toku q(t)

Jestliže je v rovnici (10)  $\alpha_0 \neq 0$ ,  $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ , pak bývá minimalizace *S* nazývána regularizací nultého rádu. Podobně při  $\alpha_1 \neq 0$ ,  $\alpha_0 = \alpha_2 = 0$  jde o regularizaci prvního řádu. Obdobně je možné pokračovat i do řádů vyšších. Nejčastěji je však používána regularizace nultého řádu, která na rozdíl od vyšších řádů nevyžaduje žádné diferencování, viz [B17]. Regularizace nultého rádu zahrnuje minimalizaci funkce

$$S = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - T_i)^2 + \alpha_0 \sum_{i=1}^{n} q_i^2$$
(11)

vzhledem ke  $q_i$ , i = 1, ..., n. Volbou  $\alpha_0 = 0$  dochází ke ztrátě regularizačního členu. Naopak pro velké  $\alpha_0$  je hustota tepelného toku zredukována limitně až na  $q_i = 0$ , i = 1, ..., n. Obdobně při regularizaci prvního rádu

$$S = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - T_i)^2 + \alpha_1 \sum_{i=1}^{n-1} (q_{i+1} - q_i)^2$$
(12)

volba vysokého  $\alpha_1$  zpusobí  $q_i = konst., i = 1, ..., n$ , kde konstantou muže být jakákoli kladná i záporná hodnota.

## Tikhonovova regularizace nultého řádu

Účelovou funkci pro Tikhonovovu regularizaci nultého rádu je možno napsat v maticovém tvaru
$$S = (\mathbf{Y} - \mathbf{T})^T (\mathbf{Y} - \mathbf{T}) + \alpha_0 \mathbf{q}^T \mathbf{q}.$$
 (13)

Při minimalizaci vzhledem k neznámému vektoru hustoty tepelného toku je teplotní pole **T** vyjádřeno rovnicí

$$\mathbf{T} = \mathbf{X}\mathbf{q} + T_0 \mathbf{1} \tag{14}$$

a hledaný odhad hustoty tepelného toku lze vyjádřit jako

$$\hat{q} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X} + \alpha_0 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}^T (\mathbf{Y} - T_0 \mathbf{1}) = \mathbf{F} (\mathbf{Y} - T_0 \mathbf{1}); \mathbf{F} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X} + \alpha_0 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}^T.$$
(15)

Matice F bývá nazývána Tikhonovův filtr a má několik zajímavých vlastností. Symbolicky ji lze zapsat

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} f_0 & f_{-1} & f_{-2} & \cdots & f_{2-n} & f_{1-n} \\ f_1 & f_0 & f_{-1} & \cdots & \cdots & f_{2-n} \\ f_2 & f_1 & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & f_{-1} & f_{-2} \\ f_{n-2} & f_{n-3} & \cdots & f_1 & f_0 & f_{-1} \\ f_{n-1} & f_{n-2} & \cdots & f_2 & f_1 & f_0 \end{bmatrix}.$$
(16)

Jde o Toeplitzovu matici, tedy matici, která je konstantní podél každé své diagonály. Speciálně matice  $n \times n$  je pak Toeplitzova právě tehdy, když pro všechna  $1 < i, j \le n$  platí  $f_{i,j} = f_{i-1,j-1}$ . Toeplitzova matice navíc patří do třídy tzv. persymetrických matic, které jsou symetrické podle vedlejší diagonály, neboli  $f_{i,j} = f_{n-j+1,n-i+1}$ , pro i, j = 1, ..., n. [26]. V sub-doménové metodě je použita Tikhonovova regularizace nultého řádu a při výpočtech je voleno pevně  $\alpha_0 = \varphi_1^2$ , kde  $\varphi_1$  je první koeficient citlivosti, což nezarucuje naprosto nejlepší rešení pro všechny případy, ale pro uvedené příklady je tato regularizace dostačující. Podrobnější popis lze nalézt v [1].

#### 2.3.2 Sekvenční metoda s regularizací

Základní myšlenkou sekvenční metody výpočtu inverzní úlohy vedení tepla, jak byla popsána v kapitole 2.1.3, je řešení krok po kroku. Pro zjištění odhadu hustoty tepelného toku  $\hat{q}_m$  v čase  $t_m$ jsou použity teploty  $T_m^*$  naměřené v odpovídajících časech, kde n je počet tzv. dopředných kroků. Pro tuto metodu hraje roli regularizačního parametru právě počet dopředených kroků, který špatně podmíněnou úlohu stabilizuje. Volba vhodného parametru n je v praktických úlohách zásadní, viz kapitola 2.1.4. S rostoucí hodnotou parametru n roste stabilita řešení, zatímco malá hodnota tohoto parametru muže vést k nestabilitě a prudce oscilujícímu řešení. Velká hodnota naopak muže vést k nežádoucímu přehlazení řešení. Tyto závěry lze pozorovat na obr. 28, kde jsou porovnány výsledky výpočtů se třemi různými hodnotami parametru (n = 4, 8 a 20 kroků) a skutečný průběh hustoty tepelného toku, který byl použit pro generování průběhu teplot použitých jako vstup do inverzních úloh. V přikladu je uvažována nerezová deska o tloušťce 10 mm s termočlánkem zabudovaným 2 mm pod povrchem. Silná oscilace ve vypočtené hustotě tepelného toku pro malé n = 4 je zřejmá, je tedy nutné použít vyšší hodnotu. Zvyšující se n s sebou však přináší dvě nevýhody:

1. S rostoucím *n* přirozeně stoupá i výpočtová náročnost, a tím roste čas potřebný k dosažení řešení.

 Zvyšováním parametru n dochází k většímu vyhlazování řešení, prudké změny jsou rozmazány v čase a vysoké hodnoty hustoty tepelného toku jsou výrazně utlumeny. Pro 20 dopředných kroků je dokonce vypočtené maximum hustoty tepelného toku jen asi ve 25 % skutečné hodnoty.

Z uvedeného příkladu jasně plyne, že není možné stanovit konkrétní hodnotu *n* tak, aby vyhovovala všem situacím. Potřebný počet dopředených kroků se bude lišit s každým výpočtovým modelem. Obecně tento počet závisí na mnoha parametrech, zejména pak na materiálových vlastnostech, vzdálenosti senzoru od povrchu a vzorkovací frekvenci. Základní idea pro volbu vhodného počtu dopředených kroků je taková, že je potřeba nastavit *n* dostatečné velké tak, aby bylo zabráněno nežádoucím oscilacím v řešení a aby bylo zaručeno, že změna v hustotě tepelného toku na povrchu bude mít dostatek času k tomu, aby se projevila v teplotní odezvě v místě senzoru. Zároveň je však třeba nevolit zbytečně velký počet dopředných kroků, aby řešení nebylo oproti skutečnosti výrazně utlumeno. Detailněji se této problematice věnuje kapitola 2.1.4.



Obr. 28 Vliv počtu dopředených kroku v sekvenční Beckově metodě

# 2.3.3 Porovnání celodoménové a sekvenční metody

V dnešní době je používanější sekvenční metoda, což lze přisuzovat zejména její výpočetní efektivitě. Díky výpočtu krok po kroku a použití pouze několika dopředných casu jsou doby výpočtu výrazně kratší oproti celodoménové metodě. Celodoménová metoda se v mnoha případech muže z hlediska výpočtové náročnosti jevit pro praxi zcela nevyužitelnou. Dalším, pro praxi často důležitějším faktorem, je přesnost výpočtu. Na obr. 29 je porovnání vypočtené hustoty tepelného toku pomocí obou metod s předpokládanou skutečnou hustotou tepelného toku. Data odpovídají experimentu s deskou z austenitické nerezové oceli o tloušťce 25 mm a s termočlánkem

zabudovaným 0,7 mm pod povrchem. Na první pohled je z obrázku viditelné, že z hlediska přesnosti muže celodoménová metoda dosahovat výrazně lepších výsledků. Sekvenční metoda nedokáže tak dobře zachytit zpoždění v teplotní odezve a tlumicí efekt jako to dokáže celodoménová. Čím víc se sekvenční metoda snaží tyto problematické vlivy do výpočtu zahrnout, tím roste počet použitých dopředných kroků. Pak ovšem dochází k velkému vyhlazení prudkých změn skutečné hustoty tepelného toku v čase. Tato vyhlazení vyústí ve velké chyby ve vypočteném teplotním poli v tělese oproti realitě. V důsledku výše popsaných skutečností se pro praxi jeví využitelnější celodoménová metoda. Výpočtové časy jsou ale ve velké míře extrémně dlouhé. Příklad na obr. 29 je složen z 2100 vzorků s vzorkovací frekvencí 320 Hz, což odpovídá záznamu dlouhému přibližně 6,5 s. Čas potřebný k výpočtu sekvenční metodou byl 3,8 s. Čas potřebný pro celodoménovou metodu činil 247,4 s, tedy 65 krát déle. Skutečná měření probíhají mnohem déle. Typické experimenty v Laboratoři přenosu tepla a proudění simulující děje při kontinuálním zpracování oceli se pohybují v řádech jednotek až desítek minut. Výpočtová náročnost celodoménové metody je v takových případech extrémně veliká a nelze ji použít.



**Obr. 29** Porovnání sekvenční a celodoménové metody

### 2.3.4 Sub-doménová metoda

Myšlenka sub-doménové metody vznikla z důvodu hledání možností, jak efektivně využít přesnější celodoménovou metodu při výpočtech, kde je nutné zpracovat dlouhý teplotní záznam vzniklý při prudkých změnách okrajových podmínek, a snížit přitom výpočtovou náročnost. Základní ideou této metody je výpočet hustoty tepelného toku celodoménovou metodou pouze nad určitým počtem vzorků, tj. nad oknem určité velikosti, které je posouváno ve směru časové osy.

Prvním problémem, který bylo nutné překonat, byla homogenita teplotního pole v tělese v počátečním čase, se kterou celodoménová metoda počítá. Taková homogenita v případě sub-doménové metody nastává pouze v prvním okně. V dalších oknech je již výpočet posunut do časů, před kterými již nějaká výměna tepla proběhla, a teplotní pole v tělese bylo změněno.

Jednou z možností, jak výpočet upravit, bylo ponechat rovnici (15) a místo počáteční teploty  $T_0$ dosazovat naměřenou teplotu na počátku daného okna. V tomto případě bylo nutné opětovně počítat koeficient citlivosti na začátku výpočtu každého okna za předpokladu nehomogenního teplotního pole vypočteného z předchozího okna, což nastává téměř vždy. Ukázalo se, že tento přístup není dostatečně efektivní, zejména vzhledem k nutnosti složitého přepočítávání citlivostních koeficientů, a navíc nedosahuje požadovaných výsledků. Mnohem efektivnější je upravení rovnice (15) do tvaru

$$\widehat{\mathbf{q}} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X} + \alpha_0 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{X}^T \left( \mathbf{Y} - \widehat{\mathbf{T}} \big|_{\mathbf{q} = \mathbf{0}} \right),$$
(17)

kde **X** je matice koeficientu citlivosti,  $\alpha_0$  regularizační parametr, **I** jednotková matice, **Y** vektor naměřených teplot a člen  $\widehat{\mathbf{T}}|_{q=0}$  představuje vektor teplot, které odpovídají nulové hustotě tepelného toku během celého počítaného okna. Takto vypočtené teploty zachycují vliv hustoty tepelného toku z minulosti. Jejich odečtením od teplot naměřených je tedy odstraněna nehomogenita, koeficienty citlivosti je v takovém případě nutné počítat pouze jednou a využít v každém okně během výpočtu. Řády matic a počty složek vektorů v rovnici (17) odpovídají zvolenému počtu vzorků v okně.

Podle [26] a z provedených výpočtů lze odvodit, že v několika málo krocích na začátku a konci dané časové domény muže vzniknout nestabilita. Kdyby byla tato nestabilita zahrnuta do výpočtu, s každým dalším oknem by narůstala chyba a nesrovnalost mezi naměřenými a vypočtenými teplotami v místě senzoru a v celém teplotním poli v tělese oproti skutečnosti. Z tohoto důvodu je výhodné, aby došlo k určitému překryvu jednotlivých oken. Díky překryvu dojde k přepsání nestabilních hodnot na začátku a konci každého okna. Ke stanovení velikosti překryvu oken byl použit postup podobný metodě hledání počtu dopředených kroků v sekvenční metodě. Na začátku výpočtu jsou pro danou velikost okna vypočteny koeficienty citlivosti. Mezi nimi lze nalézt maximální hodnotu, resp. maximální odchylku od nuly. Pořadí vzorku *i* udává počet kroků, které je nežádoucí v překryvu přepsat hodnotami z dalšího okna. Proto je možné uvažovat velikost překryvu *p* danou vztahem

$$p = 2(i+2).$$
 (18)

Přičítání hodnoty 2 je použito pouze pro větší bezpečnost, že maximální hodnota bude obsažena, a násobení dvěma umožnuje vyplnit první polovinu výsledného vektoru hustoty tepelného toku v časových krocích odpovídajících překryvu hodnotami z prvního okna a druhou polovinu hodnotami z druhého okna. Pro sub-doménovou metodu je důležitá i volba velikosti okna. Z hlediska přesnosti jsou rozdíly výsledku pro různé délky okna zanedbatelné, ale z hlediska výpočtových časů je vhodná volba počtu vzorků v okně zásadní.

Algoritmus sub-doménové metody lze pak shrnout do těchto kroků:

- 1. Nastavení velikosti okna.
- 2. Vypočtení koeficientů citlivosti.

- 3. Výpočet velikosti překryvu a počtu oken.
- 4. Vlastní výpočet hustoty tepelného toku: v prvním okně klasickou celodoménovou metodou, pro každé další okno je nutné nejprve vrátit výpočet o velikost překryvu zpět, vypočítat teplotní profil v tělese v tomto kroku a od něj začít další okno, kde je hustota tepelného toku vypočtena dle vzorce (17).
- 5. Do výsledného vektoru hustoty tepelného toku jsou zapsány hodnoty vypočtené pro odpovídající časové kroky, přičemž v místě překryvu je první polovina překryvu vyplněna hodnotami vypočtenými z prvního okna a druhá polovina hodnotami vypočtenými z druhého okna.

Sub-doménová metoda byla testována na datech získaných simulováním části reálného experimentu. Při experimentu byla použita deska z austenitické nerezové oceli 1.4828. Tloušťka desky byla 25 mm a termočlánek byl zabudován 0,7 mm pod povrchem. Před začátkem experimentu byla deska ohřáta v elektrické peci na teplotu 865 °C. Po té deska projela skrze vysokotlaký vodní ostřik, který způsobil velmi krátké, ale velmi intenzivní ochlazení. Vzorkovací frekvence pro záznam teplot a polohy desky byla 320 Hz při rychlosti posuvu desky 2 m/s.

Vypočtené hodnoty hustoty tepelného toku jsou znázorněny pro různé metody na obr. 30. Při náhlé změně hustoty tepelného toku má velký význam tlumící efekt, který sekvenční metoda není schopna plně kompenzovat. Přímo z grafu lze pozorovat, že sekvenční metoda dává výsledky velmi vyhlazené v čase a maximální hodnota hustoty tepelného toku dosahuje pouze asi 50 % skutečné hodnoty. V tomto případě bylo možné použít obyčejnou neregularizovanou celodoménovou metodu, která pro tento konkrétní případ dosahuje nejpřesnějších výsledků. V jiných případech ovšem dochází k výraznějším oscilacím, a proto ji nelze obecně použít. Sub-doménová metoda se překrývá s celodoménovou metodou s regularizací. Při jejím použití dochází k chybám oproti skutečnosti, i když podstatně menším než u metody sekvenční. Je ale nutné zdůraznit, že byl regularizační parametr nastaven pevně. Zavedením některé z metod, která najde vhodný regularizační parametr před samotným výpočtem, by došlo k dalšímu vylepšení výsledku. Okamžitá výchylka muže být způsobena pouze tím, že sub-doménová metoda nezareaguje na prudkou změnu naprosto přesně a hodnoty hustoty tepelného toku jsou velmi odlišné i ve dvou po sobě jdoucích časových krocích. Důležité je, že při použití sub-doménové metody nedochází k rozmazání informace v čase kvůli tlumícímu efektu a že nedochází k výraznému snížení maximální hodnoty hustoty tepelného toku, což bylo cílem vývoje této metody.

Na obr. 31 jsou znázorněny odchylky ve vypočtených průbězích teplot. Pro lepší názornost je do grafu přidána druhá osa pro průběh skutečné hustoty tepelného toku, aby bylo patrné, v které fázi dochází k největším chybám. Je zde jasně zřetelná nepřesnost sekvenční metody, která v podstatných fázích průběhu chlazení dává výsledky až o několik stupňů odlišné od měření. Odchylky celodoménových i sub-doménové metody jsou pouze v setinách až desetinách stupně, což je srovnatelné s citlivostí teplotních senzorů.



**Obr. 30** Skutečné a vypočtené hodnoty hustoty tepelného toku



Obr. 31 Rozdíl mezi skutečnými a vypočtenými teplotami pomocí inverzních úloh

Velmi důležitým parametrem praktické použitelnosti metody je i rychlost výpočtu. Jak bylo uvedeno, sub-doménová metoda dosahuje stejné přesnosti jako celodoménová metoda s regularizací, kterou ovšem není možné v praxi využívat pro všechny výpočty z důvodu její vysoké výpočtové náročnosti. Např. výpočtový čas celodoménové metody s regularizací, tedy pro experiment trvající cca 7 sekund, činil přibližně 5 minut. Výpočet pomocí sub-doménové metody s oknem délky 100, která dosáhla stejných výsledků, trval už jen 3,2 s, což je dokonce o 0,7 s méně než výpočet pomocí sekvenční metody.

Metoda	Okno [vz]	Čas [s]
Sekvenční	-	3,59
Celodoménová	-	7,93
Celodoménová s regularizací	-	261,08
Sub-doménová	50	4,01
	100	3,23
	200	3,99
	400	6,66
	800	29,87

Tab. 1 Tabulka výpočtových časů pro různé metody inverzních výpočtů

Současná sub-doménová metoda je zatím omezena na modely, které jsou popsány soustavou lineárních rovnic. V reálných situacích jsou materiálové vlastnosti teplotně závislé a to vede na soustavu nelineárních rovnic. Proto je zapotřebí sub-doménovou metodu zobecnit tak, aby byla použitelná i pro nelineární modely a byla tak použitelná v běžné praxi.

# 2.4 INVERZNÍ ÚLOHA PRO STANOVENÍ TERMOFYZIKÁLNÍCH VLASTNOSTÍ OKUJÍ NA SUBSTRÁTU ZA ZVÝŠENÝCH TEPLOT

Další typ inverzní úlohy, který byl vyvinut, se týká určení termofyzikálních materiálových vlastností okují přichycených na svém původním substrátu [27]. Spoluautor je studentem magisterského studia, který v rámci své bakalářské práce zpracovával data z těchto měření pod vedením autora této habilitační práce. V literatuře jsou jen velice omezené informace o vlastnostech okují, které se navíc téměř vždy týkají okují v sintrovaném stavu. Při zpracování oceli za vysokých teplot se ovšem v takovém stavu okuje nevyskytují. Okuje jsou výrazně porézní, což diametrálně mění jejich vlastnosti. Struktura se může výrazně lišit a závisí na mnoha faktorech, jako jsou teplota oxidace, doba oxidace, chemické složení oceli a složení okolní atmosféry. Následující článek popisuje techniku, pomocí které je možné měřit vlastnosti okují při zachování jejich struktury.

#### MEASURING THERMOPHYSICAL PROPERTIES OF SCALE LAYER ON STEEL SUBSTRATE USING THE FLASH METHOD

#### Michal Pohanka, Tomáš Ondruch

Heat Transfer and Fluid Flow Laboratory, Faculty of Mechanical Engineering, Brno University of Technology, Technická 2, 616 69 Brno, Czech Republic E-mail:pohanka@fme.vutbr.cz

#### ABSTRACT

Ferrite oxide layers called scales are formed on steel's surface when processing steel at high temperatures. Scale layer's chemical composition, density and thickness is dependent on various factors, e.g. heating time, temperature and surrounding atmosphere. Determination of thermophysical properties of scale layer such as thermal diffusivity and thermal conductivity is essential for optimizing spray cooling process in steel manufacturing industry. However, scales are also fragile and cannot be detached from the steel substrate without breakage. An adapted flash method was used to measure the thermophysical properties of scale layers directly on a steel substrate. Complex, two-dimensional, rotationally symmetrical numerical model of the measurement device was then used in a least-squares fitting problem to compute the thermophysical properties of scale layer on a steel substrate. The computationally obtained thermophysical properties of a scale layer formed on high silicon steel are presented and compared with data published in past papers.

Keywords: scales, oxides, steel, thermal diffusivity, thermal conductivity, laser flash method

### 1. INTRODUCTION

Most steel is processed at very high temperatures. The hot steel surface is in contact with the surrounding atmosphere and reacts with the oxygen contained in it, forming ferrite oxides on the surface of the steel. These oxides are called scales. Scales form a very complex layer on the steel's surface. Scales are mostly porous and composed of various oxides, including wüstite (FeO), hematite ( $Fe_2O_3$ ) and magnetite ( $Fe_3O_4$ ). Different steel grades contain various additives, and one of the most common is silicon, which forms fayalite ( $Fe_2SiO_4$ ). Other additives, such as aluminum, chrome, nickel, or molybdenum, form even more complex scales.

Although these scales form a relatively thin layer on the surface, studies have confirmed that they should be included in simulations as they can significantly affect the cooling rate due to the Leidenfrost effect during spray water cooling [1]. A scale layer can significantly influence the heat treatment of steel during spray cooling [2]. Another difficulty which arises with oxide scales' unavoidable formation is related to heating process during steel production. Since a scale layer formed on steel slab surface in a heating furnace acts as insulation layer, this can cause considerable extension of required heating time. In the optimal case, such undesirable phenomena can be significantly diminished if the thermophysical properties of scales are well-known.

However, in practice it is difficult to obtain the scales' thermophysical properties which are needed for effective optimization of aforementioned steel production processes. Commercial software, such as the Material library for COMSOL Multiphysics<sup>®</sup>, does not include information about thermal diffusivity and thermal conductivity. Only a limited number of publications describe the thermophysical properties of scales. Krzyzanowski lists the properties of a complete scale layer for the temperature range between 600°C and 1100°C [3], the thermal conductivity of magnetite and hematite can be found in Geneve as values not dependent on temperature [4], and Colas adds information for wüstite [5]. The temperature-dependent thermal conductivity of sintered wüstite, hematite, magnetite, and fayalite can be found in Takeda [6], while Nelson published the thermophysical properties of nickel ferrite (NiFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub>) [7]. However, most of these material properties are for solid or nearly solid materials. The scale layer formed on steel during steel processing is porous, and the porosity depends on many factors, such as oxidizing atmosphere (combustion or electrical furnace), steel grade, oxidizing temperature and time. Due to these scales'

varied porosity, which significantly changes their thermophysical properties, the real properties of these scales need to be measured to provide accurate data for numerical simulations.

One well-known and accurate method for measuring thermophysical properties is the flash method [8]. Cowan extended this method to high temperatures [9], and Clark has studied radiation heat loss in more detail on an experimental basis at high temperatures [10]. Azumi has studied the effect of the the heating pulse profile in more detail [11], Baba dealt with the uniformity of the heating pulse using an optical fibre [12], and Hay investigated uncertainties of the flash method [13]. Lee has used laser flash apparatus to measure thermal diffusivity in both cross-plane and in-plane directions [14], and Moskal published a modified flash method where the measurement of the temperature response is done on the same side as the heat is applied [15].

However, these methods were only used for samples made from one material. In addition to laser flash method, investigations on composite materials usually require utilizing other research tools, e.g. numerical or analytical models of studied phenomena. Pietrak supplemented flash method with numerical approach to determine interfacial thermal resistance in composite materials [16].

Also in the presented study, experiments using laser flash apparatus need to be carried out with a multilayered sample, since the oxide scales studied here are fragile and cannot be detached from the steel substrate. This contribution describes an improved flash method for measuring the thermophysical properties of the scale layer on a steel substrate, namely thermal diffusivity, thermal conductivity, and product of mass density and specific heat. A scale-covered steel sample was heated by laser pulse on one side and a dimensionless temperature response was measured using a very sensitive infrared sensor on the opposite side. Similar measurements were taken by Taylor [17]; however, that evaluation cannot be used solely with a dimensionless temperature response due to the unknown emissivity and reflectivity of the sample and problems with radiation heat losses, which occur when the measurement is taken at high temperature. This fact went unmentioned in that article.

#### 2. MEASUREMENT AND EVALUATION

Prior to measurement, a steel disc was manufactured from 54SiCr6 grade steel and oxidized in an electric furnace with a normal atmosphere. The oxidizing temperature was 950°C and the oxidizing time was 80 min. The scale layer formed on the sample is shown in **Fig. 1**. The sample was 12.45 mm in diameter and its thickness was 2.69 mm. The diameter of the sample was given by the holder in the furnace (see **Fig. 2**. **Diagram of measurement apparatus**.). The thickness of the sample can vary and it is recommended by the manufacturer of the instrument to be within a 2 mm to 4 mm range for this machine. The maximum thickness is for samples with



SINGLE-COLUMN FITTING IN

Fig. 1. Scale layer prepared on 54SiCr6 grade steel. The average thickness is 0.18 mm.

high thermal diffusivity such as copper and the minimum is for samples with a small thermal diffusivity, such as plastic. The prepared sample was covered with a graphite layer on the upper and lower side. The thickness of the layers was 0.01 mm. These layers ensured a good absorptivity of the heating laser pulse on the upper side and a good emissivity for the lower surface, which aided the surface temperature measurement by the infrared sensor. The upper graphite layer also absorbed the initial heat pulse and protected the scale layer from cracking. As the scale layer is fragile, non-uniform heating can break this layer.



Fig. 2. Diagram of measurement apparatus.

The prepared sample was put into the holder in an electric furnace. The furnace was filled with an inert argon atmosphere and heated to 800°C. When the temperature of the furnace and sample was homogenized, the upper side of the sample was heated by a short laser pulse. The duration of the pulse was 0.4 ms and the energy was approximately 25 J. The temperature history of the lower side was measured by an infrared detector and recorded using a data acquisition system with a sampling frequency of 15 kHz to the computer, together with the laser pulse measurement. The recorded temperature is dimensionless due to the filters used between the sample and the infrared detector. There is also an issue with reflection of the temperature from the surrounding walls of the furnace and holder, which makes it impossible to measure the absolute surface temperature of the sample using the infrared sensor.

The full experiment was simulated using a complex 2D rotationally-symmetric numerical model (see Fig. 3. Numerical model at time instant 0.2 s. Space dimensions are in mm.). The model includes the surrounding walls, holder, steel sample with scale and graphite layers. The physics used simulates the heat conduction in solids and fluids, surface to surface radiation, and the natural convectouble-column FITTING IMAGEE to heat expansion. The thermophysical properties of 54SiCr6 grade steel were measured for a model previously using the standard flash method. The holder for the sample was made of molybdenum, for which the thermophysical properties are well known. The thermophysical properties of the graphite layer are also well known. The model was verified using data from measurements taken with homogeneous reference samples for which the thermophysical properties are known.

The unknown parameters for the computational model for scales on steel were the thermal diffusivity  $\alpha$  and



Fig. 3. Numerical model at time instant 0.2 s. Space dimensions are in mm.

thermal conductivity k of the scale layer. An iterative numeric minimization algorithm was used to find the solution of a least squares curve-fitting problem to obtain the unknown parameters. In the present study the Levenberg-Marquardt algorithm was used, which is a very suitable candidate for such problems [18]. The objective of the problem is to minimize the criterion function f:

$$f(\alpha, k) = \sum_{t=0}^{n} (Y_t - T_t(\alpha, k))^2,$$
(1)

where Y is the measured dimensionless temperature history, T is the dimensionless temperature history from the simulation, t is the time index, and n is the number of time steps to be compared. Time zero represents the time instant when the sample was heated by the laser and n = t, where the function  $Y_t$  has its maximum. The parameters to be optimized were the thermal diffusivity  $\alpha$  and the thermal conductivity k. The criterion function f represents the difference between measurement and the simulation. When the minimum of the criterion function is found the thermal diffusivity and thermal conductivity of the scale layer are also found.

### 3. RESULTS AND DISCUSSION

The recorded dimensionless temperature history of the lower side of a hot sample with oxides whose upper side was heated by pulse laser is shown in 0. The minimum of the criterion function *f* in Eq. (1) was found for the following thermophysical properties of scale layer: thermal diffusivity  $\alpha = 0.42 \text{ mm}^2/\text{s}$  and thermal conductivity k = 1.2 W/m.K. The mass density of the scale layer  $\rho_{\text{ox.scale}} = 3242 \text{ kg/m}^3$  was computed using data measured at room temperature, obtained namely by weighing and measuring the scale thickness after cutting the sample. This value is smaller than the mass density available in the Material library for COMSOL Multiphysics® ( $\rho_{\text{FeO}} = 5679 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_{\text{Fe3O4}} = 5149 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho_{\text{Fe2O3}} = 5182 \text{ kg/m}^3$ ) or the value published by either Colas ( $\rho_{\text{FeO}} = 7750 \text{ kg/m}^3$ ) [5] or Krzyzanowski ( $\rho_{\text{ox.scale}} = 5700 \text{ kg/m}^3$ ) [3]. This is due to the high porosity of the scales shown in 0, which were prepared in an oxygen-rich atmosphere. The published values of thermal conductivity for sintered scales range from 1.4 W/m.K (fayalite) to 6 W/m.K (wüstite) for a temperature of 800°C [5]. The thermal conductivity of the examined scale layer shown in 0 is lower due to its high porosity. Pores in the scale layer act as a thermal insulator and significantly decrease the overall thermal conductivity of the scale layer. This corresponds to the photo in 0.



Fig. 4. Dimensionless temperature record from measurement and numerical simulation.

#### REFERENCES

- M. Chabicovsky, M. Hnizdil, A.A. Tseng, M. Raudensky, Effects of oxide layer on Leidenfrost temperature during spray cooling of steel at high temperatures, International Journal of Heat and Mass Transfer, 88 (2015), 236-246, doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2015.04.067
- [2] M. Raudensky, M. Chabicovsky, J. Hrabovsky, Impact of oxide scale on heat treatment of steels, Proc. of the 23rd International Conference on Metallurgy and Materials, Brno, (2014), 553-558
- [3] M. Krzyzanowski, J.H. Beynon, Finite element model of steel oxide failure during tensile testing under hot rolling conditions, Materials Science and Technology, 15 (1999) 10, 1191-1198, doi: 10.1179/026708399101505103
- [4] D. Geneve, D. Rouxel, P. Pigeat, M. Confente, Descaling ability of low-alloy steel wires depending on composition and rolling process, Corrosion Science, 52 (2010) 4, 1155-1166, doi: 10.1016/j.corsci.2009.12.028
- [5] R. Colas, Modelling heat transfer during hot rolling of steel strip, Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering, 3 (1995) 4, 437-453, doi: 10.1088/0965-0393/3/4/002
- [6] M. Takeda, T. Onishi, S. Nakakubo, S. Fujimoto, Physical properties of iron-oxide scales on Si-containing steels at high temperature, Materials Transactions, 50 (2009) 9, 2242-2246, doi: 10.2320/matertrans.M2009097
- [7] A.T. Nelson, J.T. White, D.A. Anderson, J.A. Aguiar, K.J. McClellan, D.D. Byler, M.P. Short, C.R. Stanek, Thermal expansion, heat capacity, and thermal conductivity of nickel ferrite (NiFe<sub>2</sub>O<sub>4</sub>), Journal of the American Ceramic Society, 97 (2014) 5, 1559-1565, doi: 10.1111/jace.12901
- [8] W.J. Parker, R.J. Jenkins, G.L. Abbott, C.P. Butler, Flash method of determining thermal diffusivity, heat capacity, and thermal conductivity, Journal of Applied Physics, 32 (1961) 9, 1679-1684, doi: 10.1063/1.1728417
- [9] R.D. Cowan, Pulse method of measuring thermal diffusivity at high temperatures, Journal of Applied Physics, 34 (**1963**) 4, 926-927, doi: 10.1063/1.1729564
- [10] L.M. Clark III, R.E. Taylor, Radiation loss in the flash method for thermal diffusivity, Journal of Applied Physics, 46 (**1975**) 2, 714-719, doi: 10.1063/1.321635
- [11] T. Azumi, Y. Takahashi, Novel finite pulse-width correction in flash thermal diffusivity measurement, Review of Scientific Instruments, 52 (**1981**) 9, 1411-1413, doi: 10.1063/1.1136793
- [12] T. Baba, A. Ono, Improvement of the laser flash method to reduce uncertainty in thermal diffusivity measurements, Measurement Science and Technology, 12 (2001) 12, 2046-2057, doi: 10.1088/0957-0233/12/12/304
- [13] B. Hay, J.R. Filtz, J. Hameury, L. Rongione, Uncertainty of thermal diffusivity measurements by laser flash method, International Journal of Thermophysics, 26 (2005) 6, 1883-1898, doi: 10.1007/s10765-005-8603-6
- [14] S. Lee, D. Kim, The evaluation of cross-plane/in-plane thermal diffusivity using laser flash apparatus, Thermochimica Acta, 653 (**2017**), 126-132, doi: https://doi.org/10.1016/j.tca.2017.04.011
- [15] D. Moskal, J. Martan, V. Lang, M. Svantner, J. Skala, J. Tesar, Theory and verification of a method for parameter-free laser-flash diffusivity measurement of a single-side object, International Journal of Heat and Mass Transfer, 102 (2016), 574-584, doi: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2016.06.073

# 2.5 VYUŽITÍ PARALELIZACE NA GRAFICKÝCH KARTÁCH

Pokud jsou v inverzních úlohách použity vícerozměrné numerické modely vedení tepla, výrazně je prodloužena doba výpočtu, která pak může být i v řádech několika dnů. Proto je důležité tyto numerické výpočty urychlit. Během několika posledních let překonaly grafické karty svým výkonem několikanásobně centrální procesorové jednotky (CPU) a také se staly jejich výpočtové jednotky mnohem univerzálně použitelnější. V aplikacích, kde se podařilo akcelerovat výpočty pomocí grafických karet je vidět výrazné zrychlení výpočtu a v některých případek dokonce několikanásobně. Možností akcelerace výpočtu vedení tepla na grafických kartách se zabývá následující článek [28]. Spoluautorkou článku byla doktorandka, která se ve své dizertační práci zabývala toto problematikou pod vedením autora této habilitační práce, který byl její školitel specialista. V článku je popsán nově navržený způsob výpočtu vedení tepla, který vychází z principu superpozice vedení tepla a je modifikovaný tak, aby byl vhodný pro paralelizovaný výpočet, což je vyžadováno při akceleraci na grafických kartách. Z uvedených srovnání dob výpočtů vyplývá, že pro velké modely může být dosaženo až desetinásobného zrychlení s využitím grafických karet.

# IMPLICIT NUMERICAL MULTIDIMENSIONAL HEAT-CONDUCTION ALGORITHM PARALLELIZATION AND ACCELERATION ON A GRAPHICS CARD

## PARALELIZACIJA IN POSPEŠITEV IMPLICITNEGA NUMERIČNEGA VEČDIMENZIJSKEGA ALGORITMA PREVAJANJA TOPLOTE NA GRAFIČNI KARTICI

### Michal Pohanka, Jana Ondroušková

Heat Transfer and Fluid Flow Laboratory, Faculty of Mechanical Engineering, Brno University of Technology, Technická 2, 616 69 Brno, Czech Republic pohanka@fme.vutbr.cz

Prejem rokopisa – received: 2014-07-29; sprejem za objavo – accepted for publication: 2015-03-30

#### doi:10.17222/mit.2014.128

Analytical solutions are much less computationally intensive than numerical ones, and moreover, they are more accurate because they do not contain numerical errors; however, they can only describe a small group of simple heat-conduction problems. A numerical simulation of heat conduction is often used as it is able to describe complex problems, but its computational time is much longer, especially for unsteady multidimensional models with temperature-dependent material properties. After a discretization using the implicit scheme, the heat-conduction problem can be described with N non-linear equations, where N is the large number of the elements of the discretized model. This set of equations can be efficiently solved with an iteration of the line-by-line method, based on the heat-flux superposition, although the computational procedure is strictly serial. This means that no parallel computation can be done, which is strictly required when a graphics card is used to accelerate the computation. This paper describes a multidimensional numerical model of unsteady heat conduction solved with the line-by-line method and a modification of this method for a highly parallel computation. An enormous increase in the speed is demonstrated for the modified line-by-line method accelerated on the graphics card, and the durations of the computations for various mesh sizes are compared with the original line-by-line method.

Keywords: heat conduction, numerical simulation, multidimensional numerical model algorithm, acceleration, parallelization, graphics card

Analitične rešitve so mnogo manj računsko intenzivne kot numerične, poleg tega pa so bolj natančne, ker ne vsebujejo numeričnih napak, vendar pa lahko opisujejo samo majhno skupino enostavnih problemov prevajanja toplote. Numerična simulacija prevajanja toplote se pogosto uporablja, ker je sposobna opisati kompleksne probleme, vendar pa je čas izračuna mnogo daljši, še posebno pri nestabilnih večdimenzijskih modelih, z lastnostmi materiala, odvisnimi od temperature. Po diskretizaciji z se posebno pri nestablinih vedimenzijskih modelih, z lastnostih materiala, odvisnimi od temperature. Po diskretizaciji z uporabo implicitne sheme je mogoče problem prevajanja toplote opisati z N nelinearnimi od temperature. Po diskretizaciji z elementov diskretiziranega modela. Ta sklop enačb je mogoče učinkovito rešiti s približkom metode vrsta za vrsto, ki temelji na predpostavki toka toplote, čeprav izračun poteka serijsko. To pomeni, da ni mogoč vzporedni izračun, kar je striktna zahteva, kadar se uporablja grafično kartico za pohitritev izračuna. Ta članek opisuje večdimenzijski numerični model nestabilnega prevajanja toplote, kar je bilo rešeno z metodo vrsta za vrsto in s pospešitvijo modifikacije te metode na grafični kartici. Trajanje izračuna je primerjano z osnovno metodo vrsta za vrsto pri različnih dimenzijah mreže.

Ključne besede: prevajanje toplote, numerična simulacija, večdimenzijski model algoritma, pospešitev, paralelizacija, grafična kartica

#### **1 INTRODUCTION**

Although the computational power of modern computers continues to rapidly increase year by year, numerical simulations can last several hours or days for detailed numerical models where high accuracy is required. The computational time becomes even longer when the models are used for inverse computations. where thousands of direct-heat-conduction computations can be required. Computations of the boundary conditions (such as the surface temperature, the heat flux, and the heat-transfer coefficient) for continuous casting<sup>1-2</sup>, heat treatment<sup>3</sup>, hot rolling<sup>4-6</sup> and different types of spray cooling7 using ill-posed inverse methods8,9 are typical applications.

Many very fast algorithms have been developed, but they are often used strictly in a serial fashion<sup>10,11</sup> and cannot be efficiently used by modern multicore processors, as they require parallel processing. It has been shown that a seemingly lesser algorithm can be much more efficient because it allows parallel processing<sup>12-15</sup> that is absolutely necessary for the use of the maximum computational power of modern processors, where thousands of tasks can be computed at the same time. The time when a personal computer's central processing unit (CPU) was able to compute only one thread at a time is over. Today, CPUs often compute from 4 to 16 threads at the same time.<sup>16,17</sup> New graphics processing units (GPUs)18,19 allow scientific computing in double precision, which is necessary for numerical heat-con-

Materiali in tehnologije / Materials and technology 50 (2016) 2 183-187

duction computations and the GPUs can run more than 2800 threads at the same time. When looking at the computational power, a GPU has over 2500 Giga FLoating-point OPerations per Second (GFLOPS) in double precision, while a CPU has only 70 GFLOPS. However, to use all of the computational power of a GPU a highly parallel computational algorithm is required.

After the discretization of a heat-conduction problem (HCP) using the implicit scheme, the HCP can be described with a set of linear equations  $A \cdot T = B$  for constant material properties where T is the unknown temperature in the model and A is a very large sparse square matrix for large models. The A matrix has dimensions of  $N \cdot N$ where N is the number of the nodes in the entire model. For example, a 3D model with 100 nodes in each dimension has an A matrix of 10<sup>6</sup> times 10<sup>6</sup> consisting of 10<sup>12</sup> values. It is necessary to compute the huge inverse matrix  $A^{-1}$  and store this inverse matrix in the computer memory to compute the T vector. Furthermore, for a temperature-dependent model, the computation must be iterated because matrix A and vector B change with a better estimate of the final T vector. However, there is a different approach, often called the line-by-line method, which requires much less computer memory, although the computation procedure is strictly serial<sup>10</sup> and does not allow for parallel processing.

#### **2 LINE-BY-LINE METHOD FOR HCP**

A two-dimensional (2D) problem can be discretized into an orthogonal mesh.<sup>20</sup> One equation is necessary for each control volume represented by one temperature. An explicit, implicit, or Crank-Nicholson differencing scheme for the time domain can be used. The focus here is on the implicit scheme because the explicit one is conditionally stable. When writing the heat-flux equation for each control volume, all the equations can be rearranged into the matrix form of  $A \cdot T = B$  where T is the vector of nodal temperatures. The inverse matrix  $A^{-1}$  must be computed to solve this set of equations.<sup>21</sup> This approach is very inefficient and unstable for the models with many control volumes. The stability problem arises from the rounding of the values during a large number of operations because the computers use only a limited number of decimal places to store these values.



**Figure 1:** Line-by-line method for a 2D problem **Slika 1:** Metoda vrsta za vrsto za 2D problem

Patankar<sup>10</sup> described an approach called the line-byline method to overcome the problem with an inverse matrix. This method uses the principle of the heat-flux superposition. The domain is solved by iterating two steps for a 2D model and by iterating three steps for a 3D model. The 2D model is partitioned into lines in the first step and into columns in the second step (Figure 1). The first line is solved separately, then the second one and so on until all the lines are finished. Each line *i* (where i =1..M) is solved using an implicit scheme and the most up-to-date temperatures for lines j-1 and j+1 are used to include vertical heat fluxes for line *j* to ensure the fastest convergence to the final solution. This means that the temperatures for line j-1 are those only computed for this line and the temperatures for line i+1 are those computed during the previous iteration. A similar process is performed with columns in the second step. This approach leads to M matrices  $C_i T_i = D_i$  and N matrices  $E_i T_i = F_i$  where  $C_i$  and  $E_i$  are tridiagonal matrices. This set of equations can be solved very fast using the direct TDMA method.<sup>11</sup> These two steps (computations of rows and columns) are repeated until the desired accuracy of the computed temperature field is attained.

The problem with the original line-by-line method is that line j can only be computed when line j-1 has already been finished. Neither does the TDMA method<sup>11</sup> allow parallel processing, which is strictly required by a GPU. However, parallel processing can be enabled with a simple modification. The temperatures from the previous iterations for both line j-1 and j+1 can be used



**Figure 2:** Structure of the 2D model used for testing and non-uniform discretization: 1) silver solder Ag40, 2) thermocouple shield Inconel 600, 3) eletrical insulation MgO, 4) K-thermocouple, 5) stainless steel 1.4301

Slika 2: Zgradba 2D modela, uporabljenega za preizkus in spremenljiva diskretizacija: 1) srebrova spajka Ag40, 2) termoelement Inconel 600, 3) električna izolacija MgO, 4) K-termoelement, 5) nerjavno jeklo 1.4301

Materiali in tehnologije / Materials and technology 50 (2016) 2, 183-187

when line j is being computed. However, this modification significantly slows down the speed of convergence.

#### **3 EXAMPLE OF PARALLEL PROCESSING**

GPU acceleration was tested on a 2D computational model (Figure 2) which is often used for the inverse computation of boundary conditions (the cooling intensity of a spraying header on a work roll during hot rolling).6 This represents a cut of a shielded K-thermocouple soldered with a silver solder in a slot made on the surface of stainless steel. The actual circular geometry of the shielded thermocouple is simplified in this example to the equivalent square geometry so that the model can be easily refined by dividing the control volumes. Because the geometry is symmetrical, only one half is used for the model. All sides are insulated except for the upper one, where a time-dependent heat flux is applied (Figure 3). The applied heat flux represents the heat flux from the real cooling measurement during one rotation of a heated roll. The roll is hollow with an outer perimeter of 2 m and a wall thickness of 25 mm. The velocity of the outer surface of the roll during the rotation is 2 m/s. One rotation lasts for 1 s. The sampling frequency is 300 Hz. The starting temperature is 400 °C. The temperatures computed on the surface and in the center of the thermocouple are shown in Figure 3.

When the computation is accelerated, the GPU is used as a co-processor. Only the most computationally intensive sections that can be processed in parallel are run on the GPU, rather than the whole program. The main program is run on the CPU and the most computationally intensive tasks are sent to the GPU using Open Computing Language (OpenCL).<sup>22</sup> In this case, three procedures are accelerated on the GPU: 1) the computing-material properties for the actual temperature; 2) the TDMA method for solving a set of equations; 3) the



Figure 3: Computed temperature history for the thermocouple, for the surface above the thermocouple (corner (0;0)) and the used heat flux Slika 3: Izračunana zgodovina temperature v termoelementu, na površini nad termoelementom (vogal (0;0)) in uporabljeni tok toplote

Materiali in tehnologije / Materials and technology 50 (2016) 2, 183-187

estimation of the attained accuracy of the computed temperature field. The first and the third functions are well suited for parallelization. Each node can be computed in a separate thread. This means that the total number of nodes determines the maximum number of parallel threads. Function 2 is not as well suited for parallelization. The maximum number of parallel threads is the number of rows M in the first stage and the number of columns N in the second stage.

The durations of the computations for functions 1 and 2 are listed in **Table 1** for different numbers of nodes. These are the net values without the time required for preparing the tasks, data, and for launching. **Table 2** includes the results from the entire simulation of one rotation during the roll cooling. The values for the CPU were obtained using the original line-by-line method, computed in one thread, while the values for the GPU were obtained using the modified line-by-line method, accelerated on the GPU. The desired accuracy was 1 °C for the whole simulation in all the nodes. An Intel Core i5-2500K<sup>23</sup> was used for the GPU.

 Table 1: Computations on CPU and GPU for one iteration

 Tabela 1: Izračunana CPU in GPU za eno ponovitev

No	des	Mat. prop	erties (µs)	TDMA /	M+N(ms)
Х	Y	CPU	GPU	CPU	GPU
32	107	51	19	5	1.1
92	107	147	20	17	1.5
182	212	605	24	72	3.1
362	422	2532	57	293	6.4
722	842	10220	191	1152	12.3
1442	1682	41479	726	4611	16.0

#### **4 DISCUSSION**

The test example showed that the GPU acceleration makes sense for the models with many nodes (the more nodes the better). For a very fine mesh (800 rows and 800 columns), results can be obtained almost 11 times faster when using the GPU acceleration. For a very small number of nodes, the original method used only by the CPU can be even faster. This is caused by a relatively slow communication between the CPU and GPU, which is necessary for the acceleration on the GPU. An explicit scheme was also tested because it is more suitable for parallel processing. However, it was found that it is 164 times slower on the CPU than an implicit scheme due to its conditional stability, which requires a 6000× higher sampling frequency.

The numbers of iterations for steps 1 and 2 of the line-by-line method for 2D are listed in **Table 2**. It is clear that the original method (the CPU column) needs approximately half the number of iterations required by the modified method (the GPU column) to reach the same 1 °C accuracy. However, the model introduced here has a very slow convergence rate because the silver

185

M. POHANKA, J. ONDROUŠKOVÁ: IMPLICIT NUMERICAL MULTIDIMENSIONAL HEAT-CONDUCTION ...

Table 2: Computing times on CPU and with GPU acceleration for the increasing number of nodes. *M* is the number of rows and *N* is the number of columns.

No	des	Itera	tions	Tim	e (s)	Speed-up	Tir (Iter.*(M	me/ +N)) (μs)	Tiı (Iter.*M	me/ '*N) (μs)
Rows	Col.	CPU	GPU	CPU	GPU	1 1	CPU	GPU	CPU	GPU
107	32	33596	101445	22	53	0.4	4.71	3.76	0.19	0.15
107	92	128624	241864	253	175	1.4	9.88	3.64	0.20	0.07
212	182	492610	970922	3873	1451	2.7	19.95	3.79	0.20	0.04
422	362	1928762	3804033	61256	11826	5.2	40.51	3.97	0.21	0.02
842	722	7664187	14338003	988219	90617	10.9	82.44	4.04	0.21	0.01

Tabela 2: Časi izračunov na CPU in z GPU pospešitvijo pri naraščajočem številu vozlišč. M je število vrst in N je število stolpcev.

solder used has an approximately five-time higher thermal conductivity than stainless steel. In the models where materials with similar thermal conductivities are used, the number of the necessary iterations is much smaller.

The computational time required for one node in one iteration for the CPU is almost independent of the number of nodes and lasts for about 0.2 µs. The situation is completely different for the acceleration using the GPU (it decreases). However, the total time divided by the product of the number of iterations and the sum of lines and columns is almost constant (3.8 µs). A similar situation exists for the TDMA *M*+*N* function in **Table 1** because this function is the longest during the computation. The time/(iter.\*(M+N)) is almost constant because there are not enough parallel threads to fully utilize the GPU. There are only about 800 threads and the GPU can process over 2000 threads. The increase in TDMA M+Nfor a higher number of nodes is caused by a larger tridiagonal matrix to be solved but not by a higher number of tridiagonal matrices to be solved.

### **5 CONCLUSION**

It was found that for the models with a high number of computational elements the acceleration on a GPU card can speed up 2D heat-conduction calculations by almost eleven times. For a model with a small number of nodes, it is better to use a CPU and the original lineby-line method. The AMD 7970 starts to be fully utilized when there are more than 32,000 threads. The GPU acceleration will be even more useful for 3D models where there may be more parallel threads for the TDMA function.

#### Acknowledgement

This work is an output of the research and scientific activities of the NETME Centre, regional R&D centre built with the financial support from Operational Programme Research and Development for Innovations within the NETME Centre project (New Technologies for Mechanical Engineering), Reg. No. CZ.1.05/2.1.00/

01.0002 and, in the follow-up sustainability stage, supported through NETME CENTRE PLUS (LO1202) with the financial means from the Ministry of Education, Youth and Sports under the National Sustainability Programme.

#### **6 REFERENCES**

- <sup>1</sup> M. Pohanka, K. A. Woodbury, A downhill simplex method for computation of interfacial heat transfer coefficients in alloy casting, Inverse Problems in Engineering, 11 (2003) 5, 409–424, doi:10.1080/1068276031000109899
- <sup>2</sup> J. Horský, M. Raudenský, M. Pohanka, Experimental study of heat transfer in hot rolling and continuous casting, Materials Science Forum, 473–474 (2005), 347–354, doi:10.4028/www.scientific.net/ MSF.473-474.347
- <sup>3</sup> M. Raudenský, J. Horský, P. Kotrbáček, M. Hnízdil, M. Pohanka, In-Line Heat Treatment and Hot Rolling, Proc. of the International Conference on Advances in Materials and Processing Technologies (AMPT2010), 1315 (2011), 563–568, doi:10.1063/1.3552506
- <sup>4</sup> M. Pohanka, M. Raudenský, J. Horský, Attainment of more precise parameters of a mathematical model for cooling flat and cylindrical hot surfaces by nozzles, In: C. A. Brebbia, B. Suncten (Ed.), Advanced Computational Methods in Heat Transfer VI, WIT Press, 2000, 627–635
- <sup>5</sup> M. Raudenský, M. Pohanka, J. Horský, Combined inverse heat conduction method for highly transient processes, WIT Transactions on Engineering Sciences, Advanced Computational Methods in Heat Transfer VII, 35 (2002), 35–42, doi:10.2495/HT020041
- <sup>6</sup> J. Ondroušková, M. Pohanka, B. Vervaet, Heat-Flux Computation from Measured-Temperature Histories during Hot Rolling, Mater. Tehnol., 47 (2013) 1, 85–87
- <sup>7</sup> A. A. Tseng, H. Bellerová, M. Pohanka, M. Raudenský, Effects of titania nanoparticles on heat transfer performance of spray cooling with full cone nozzle, Applied Thermal Engineering, 62 (**2013**) 1, 20–27, doi:10.1016/j.applthermaleng.2013.07.023
- <sup>8</sup>J. V. Beck, B. Blackwell, C. R. St. Clair, Inverse Heat Conduction: Ill-posed Problems, Wiley, New York 1985, 308
- <sup>9</sup> M. Pohanka, P. Kotrbaček, Design of Cooling Units for Heat Treatment, Heat Treatment Conventional and Novel Applications, InTech, 2012, 1–20, doi:10.5772/50492
- <sup>10</sup> S. V. Patankar, Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemisphere Publishing Corporation, New York 1980, 214
- <sup>11</sup> H. P. William, A. T. Saul, T. V. William, P. F. Brian, Numerical Recipes in C, 2<sup>nd</sup> ed., Cambridge University Press, New York 1992, 994
- <sup>12</sup> J. Lee, J. C. Wright, A block-tridiagonal solver with two-level parallelization for finite element-spectral codes, Computer Physics Communication, 185 (**2014**) 10, 2598–2608, doi:10.1016/j.cpc. 2014.06.006

Materiali in tehnologije / Materials and technology 50 (2016) 2, 183-187

#### M. POHANKA, J. ONDROUŠKOVÁ: IMPLICIT NUMERICAL MULTIDIMENSIONAL HEAT-CONDUCTION ...

- <sup>13</sup> E. S. Quintana, G. Quintana, X. Sun, R. Van de Geijn, A note on parallel matrix inversion, SiAM J. Sci. Comput., 22 (2001) 5, 1762–1771, doi:10.1137/S1064827598345679
- <sup>18</sup> AMD FirePro<sup>TM</sup> S9150 Server GPU, http://www.amd.com/ en-us/products/graphics/server/s9150#
- <sup>19</sup> Tesla Server GPUs, http://www.nvidia.co.uk/object/tesla-servergpus-uk.html
- <sup>14</sup> L. Karlsson, B. Kgström, Parallel two-stage reduction to Hessenberg form using dynamic scheduling on shared-memory architectures, Parallel Computing, 37 (**2011**) 12, 771–782, doi:10.1016/j.parco. 2011.05.001
- <sup>15</sup> R. Zheng, Q. Zhang, H. Jin, Z. Shao, X. Feng, A GPU-based parallel method for evolutionary tree construction, Computers & Electrical Engineering, 40 (**2014**) 5, 1580–1591, doi:10.1016/j.compeleceng. 2014.04.013
- <sup>16</sup> AMD Opteron<sup>™</sup> 6300 Series Processors, http://www.amd.com/ en-us/products/server/opteron/6000/ 6300#
- <sup>17</sup> Intel® Xeon® Processor E7 v2 Family, http://ark.intel.com/products/ family/78584/Intel-Xeon-Processor-E7-v2-Family#@Server
- <sup>20</sup> M. Pohanka, Ph.D. Thesis: Technical Experiment Based Inverse Tasks in Mechanics, Brno 2006, 202, http://lab4.fme.vutbr.cz/ Pohanka/PDF/PhDThesisPohankaM. pdf
- <sup>21</sup> F. P. Incropera, D. P. DeWitt, Fundamentals of Heat and Mass Transfer, 4<sup>th</sup> ed., Wiley, New York 1996, 912
- <sup>22</sup> OpenCL The open standard for parallel programming of heterogeneous systems, https://www.khronos.org/opencl/
- <sup>23</sup> Intel® Core<sup>TM</sup> i5-2500K Processor, http://ark.intel.com/products/ 52210/Intel-Core-i5-2500K-Processor-6M-Cache-up-to-3\_70-GHz
- <sup>24</sup> AMD Radeon<sup>™</sup> HD 7900 Series Graphics Cards, http://www.amd.com/en-us/products/graphics/ desktop/7000/7900#

# **3 APLIKACE INVERZNÍCH METOD VEDENÍ TEPLA**

# 3.1 KONTINUÁLNÍ TEPELNÉ ZPRACOVÁNÍ

Výpočet vedení tepla je hojně využíván při návrhu a řízení tepelného zpracování oceli. Pro simulace jsou potřebné okrajové podmínky, které jsou často získávány z experimentálního měření s využitím inverzních úloh vedení tepla. Následující kapitola, která byla publikována v knize Heat Treatment: Conventional and Novel Applications [18], se detailně zabývá touto problematikou. Je v ní popsána strategie návrhu a problematika Leidenfrostovi teploty, která výrazně ztěžuje využití chlazení vodou za vysokých teplot. Dále pak pojednává o vlivu rychlosti na součinitel přestupu tepla, přičemž tyto údaje byly získány právě s využitím inverzních úloh vedení tepla. Popisuje také problematiku výpočtu vedení tepla, fázových změn a řešení pomocí inverzních úloh. Nakonec se zabývá zpracováním dat získaných inverzními úlohami a jejich využití při numerické simulaci tepelného pracování. Autor této habilitační práce se zde podílel zejména na problematice spojené s inverzními výpočty, numerickými simulacemi a zpracováním dat.

# Design of Cooling Units for Heat Treatment



# 1. Introduction

Microstructure and nature of grains, grain size and composition determine the overall mechanical behavior of steel. Heat treatment provides an efficient way to manipulate the properties of steel by controlling the cooling rate. The way of heat treatment depends on many aspects. One of the most important parameter is the amount of production. Another important parameter is the size of products. We focus here on large production such as interstand [1] and run-out table cooling of hot rolled strip, run-out table cooling of sheets and plates, cooling of long products at the exit from a rolling mill, cooling of rails, tubes and special profiles [2], continuous hardening and heat treatment lines for steel strips. Such a treatment is called in-line heat treatment of materials and has become frequently used by hot rolling plants. This method achieves the required material structure without the necessity of reheating. In-line heat treatment is characterized by running of hot material through the cooling section. However, many of discussed topics can be applied on smaller production as well.

The design procedure of cooling sections for obtaining the demanded structure and mechanical properties is iterative research involving several important steps. We begin with the Continuous Cooling Transformation (CCT) diagram for the selected material. Numerical simulation of cooling follows to find appropriate cooling intensity and its duration. Knowing the desired cooling intensity new cooling section is designed and tested under the laboratory conditions [3]. From the laboratory experiments boundary conditions are obtained and tested using a numerical model. When the best solution is found it is tested on the real sample and the result structure is studied. In most cases the process must be repeated as the CCT diagram is aimed at a different size of the sample and the cooling rate in the designed section is not constant.



© 2012 Pohanka and Kotrbáček, licensee InTech. This is an open access chapter distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (http://creativecommons.org/licenses/by/3.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited. Heat Treatment - Conventional and Novel Applications

# 2. Strategy of design

When preparing a design of the cooling system for the continuous heat treatment, we should know the optimum cooling regime for the material and the product. Any continuous heat treatment process needs to vary the cooling intensity with time. Moreover, the practice has shown that the results obtained by using small samples (usually for the CCT diagram) are usually different from the results achieved when using real products of a large cross-section because it is not possible to achieve the identical temperature regimes in the whole volume due to the low diffusivity. We cannot expect same behavior on product as on the small sample.

Next considerations focus on technical means that can be used to achieve the demanded temperature mode. There are varieties of technical methods for hot steel cooling; one of them uses the spray cooling. The cooling section should ensure reaching a required temperature history in the cooled piece prescribed by the metallurgists. The nozzles applied allow controlling the cooling over a wide range. The cooling intensity of groups of the nozzles must be measured and then the results obtained can be used in a numerical model of the temperature field in the cooled material.

# 2.1. Leidenfrost effect and its impact

It should be understand that intensity of cooling strongly depends on the surface temperature. So called Leidenfrost effect can be observed above certain temperature. During this effect a liquid, which is near significantly hotter object than the liquid's boiling point, produces vapor layer which insulates the liquid from the hot object and keeps out that liquid from rapid boiling. This is because of the fact that at temperatures above the Leidenfrost point, the part of the water, which is near hot surface, vaporizes immediately on contact with the hot plate and the generated gas keeps out the rest of the liquid water, preventing any further direct contact between the liquid water and the hot plate. The temperature at which the Leidenfrost effect begins to occur is not easy to predict. It depends on many aspects. Ones of them are velocity and size of droplets. As a rough estimate, the Leidenfrost point might occur for quite low temperatures such as 200 °C. On the other hand for high water velocity the Leidenfrost point can be even above 1000 °C. Fig. 1 shows measured heat transfer coefficients (HTC) for water-air mist nozzle. Graph shows three measurements for same nozzle using varying water and air parameters. Three regimes can be found. The first one is for low temperatures when the HTC is relatively high and decreasing slowly. This part is below Leidenfrost point. From certain temperature HTC decreases rapidly. This is a transient regime in which some droplets are above Leidenfrost point and some are below that point. For the last regime HTC is relatively low and is constant or may be increasing due to the increasing radiation with the increasing surface temperature. Designed cooling section should work in the first regime for low temperatures or in the third regime with almost constant HTC. It is strongly recommended to avoid the second transient regime as the product surface temperature is not usually at uniform temperature. Due to the strong dependency of HTC on surface temperature non homogeneous cooling is achieved and causes distortion of the product.



Figure 1. Moving Leidenfrost point for water-air mist nozzle and various water and air conditions.

### 2.2. Nozzle types and controllability

Nozzle produces usually one of three typical sprays: flat-jet, full-cone, and solid-jet (see Fig. 2). However, other shapes can be found such as hollow-cone, square, spiral etc. An important parameter is controllability of the cooling section and intensity of cooling. The water-air mist nozzles can be used for a soft cooling and a wide controllability range (see Fig. 3). The HTC can vary from several hundreds of W/m<sup>2</sup>.K up to several thousand of W/m<sup>2</sup>.K. Water-air mist nozzles are not the cheapest ones and also the pressurized air is expensive in terms of power consumption. Water-only nozzles can often provide a lower cost solution. Small full-cone nozzles with high pressure and bigger distance from surface can provide also very soft cooling. On the other hand with high pressure flat-jet or solid-jet nozzles at small distances HTC over 50000 W/m<sup>2</sup>.K can be obtained even for high surface temperatures (see Fig. 4). This results in enormous heat flux above 50 MW/m<sup>2</sup>. The distance of the nozzle form surface is very important in this case for flat-jet nozzles because for 100 mm the HTC can be 50000 W/m<sup>2</sup>.K but for 1000 mm it can be similar to water-air mist nozzle. As conclusion we can say that for soft cooling air-mist or full-cone water only nozzles can be used and for hard cooling flat-jet nozzles with small distances are used. In some cases solid-jet nozzles are used for hard cooling but there are often two major problems: large amount of water generates a water layer on the product and the spray spot is small which causes non homogenous cooling. On the other hand, clogging is not big problem for solid-jet nozzles.

Heat Treatment – Conventional and Novel Applications



Figure 2. Flat-jet, full-cone, and solid-jet nozzles with computed water distribution on flat surface



Figure 3. Controllability of water-air mist nozzle for surface temperatures 1000 °C

## 2.3. Influence of product velocity on heat transfer coefficient

Three measurements are compared when the only different parameter is the casting speed. The first experiment was stationary with no movement, the second experiment used a velocity of 2 m/s and the last experiment was done for a velocity of 5 m/s. These three experiments used the identical water-air mist nozzle, and the same pressure settings were

Design of Cooling Units for Heat Treatment



**Figure 4.** Distribution of HTC under spray for high pressure flat-jet nozzles for surface temperature 1000 °C.

used in all experiments - water pressure of 2 bar, air pressure of 2 bar. Fig. 5 shows the distribution of heat transfer coefficient in experimental group with a variation of velocity. HTC for the stationary case (not possible in mill) is symmetrical and the peak is narrow. The cooling intensity decreases with the increasing velocity. Heat transfer coefficient distribution is more non-symmetrical when product speed increases. The observed effect is caused by the flow on the surface and different vapor forming conditions in front and behind the impinging jet.

# 3. Cooling intensity and numerical models

In order to design a cooling section, knowledge of the cooling intensity is required for a group of nozzles and nozzle headers. Exact knowledge of the heat transfer coefficient as a function of spray parameters and surface temperature is the key problem for any design work. The cooling intensity is a function of several parameters, mainly, nozzle types, chosen pressures and flow rates, surface temperature of a material, and velocity of a material movement whilst under spray. There is no function available which describes cooling intensity using all the mentioned parameters. This is the reason why real measurement is absolutely necessary.

# 3.1. Experimental procedure

During the in-line heat treatment the product is moving so our testing sample should be also moving through the cooling section. Fig. 6 shows schematically a suitable experiment used for obtaining boundary conditions for a numerical simulation. The hot sample is moving at Heat Treatment – Conventional and Novel Applications



Figure 6. Moving sample with embedded thermocouples cooled down by water spray

prescribed velocity which is similar to real conditions. The sample passes under spray which cools down the hot sample. For a simple shape like plate it is recommended to insulate all surfaces excluding the one on which the cooling intensity is investigated. One or more thermocouples are embedded in the sample and measure temperature during the experiment. The installed thermocouples should not disturb the cooled surface. This is the reason why they should be installed inside the sample, not on the investigated surface. In principle when all surfaces are insulated except the one which is investigated one thermocouple is enough. However, this thermocouple should be as close to the investigated surface as possible. Otherwise the resolution of description of boundary conditions will be degraded. After the measurement an inverse algorithm is used to compute boundary conditions on the investigated surface from the measured temperature history inside the sample. An example of recorded temperature history is shown in Fig. 7.



**Figure 7.** Example of recorded temperature history by one thermocouple inside the sample, computed surface temperature above the installed thermocouple, recorded position of the thermocouple in the cooling section, and computed heat transfer coefficient. Cooling section equipped with five rows of flat-jet nozzles.

Heat transfer test bench presented in [4] is designed so that it enables progression of samples up to the weight of 50 kg with infinitely adjustable speed from 0.1 to 6 m/s (see Fig. 7). On the supporting frame there is a carriage moving, on which the sample under examination with embedded temperature sensors and measuring system is fixed (see Fig. 9). The carriage's progression is provided by a hauling rope through a drive pulley and a motor with a gearbox. The motor is power supplied by a frequency converter with the possibility

Heat Treatment - Conventional and Novel Applications



Figure 8. Heat transfer test bench



Figure 9. Examples of boundary conditions measurements on steel plate, rail, and pipe.

of a smooth change of speed. The direction of the carriage can be reversed and passages repeated in a requiring number. The whole cycle is programmed and controlled through the superior PC. There is a spraying section in the central sector where arbitrary jets configuration can be arranged when distribution of heat transfer coefficients or heat fluxes must be measured. The sample is equipped with thermocouples connected to the data logger. The thermocouples are calibrated before use and the results of calibration are used to eliminate dynamic error in measurement of highly transient thermal processes. Before the actual experiment the carriage with the sample is positioned to the electric heater and it is heated to the required temperature inside the furnace. After the temperature in the sample is stabilized, the heating device is removed, the stand is turned to spraying position, the pump for the water gets going and the carriage's runs through the cooling section. The position of the cooled surface can be horizontal with spraying upper or bottom surfaces or vertical. Signals from the sensors are read by the data logger which moves together along with the sample. At the same time, the signal indicating the actual carriage's position is recorded as well. After performing the required number of passes through cooling zone, data are exported from data logger's internal memory into the computer for further processing.

### 3.2. Inverse computation of boundary conditions and numerical models

Information from temperature histories in a particular depth under the investigated surface are used as entry parameters for the thermal conduction's inverse task. Inverse task outputs are surface temperature histories, heat flows, and heat transfer coefficients (HTC) as function of time and position. Most often, in mathematical models the boundary condition of the 3'd type is used where heat flow is specified by the HTC value and the cooling water temperature.

If the boundary conditions of a solid must be determined from transient temperature measurements at one or more interior locations, it is an inverse heat conduction problem (IHCP) during which the dispersed impulse on boundary must be found. The IHCP is much more difficult to solve than the direct problem. Such problems are extremely sensitive to measurement errors. There are number of procedures that have been advanced for the solution of ill-posed problems in general. Tikhonov has introduced the regularization method [5] to reduce the sensitivity of ill-posed problems to measurement errors. The mathematical techniques for solving sets of ill-conditioned algebraic equations, called single-value decomposition techniques, can also be used for the IHCP [6]. There were extremely varied approaches to the IHCP. These included the use of Duhamel's theorem (or convolution integral) which is restricted to linear problems [7]. Numerical procedures such as finite differences [8][9][10] and finite elements [11] were also employed, due to their inherent ability to treat non-linear problems. Exact solution techniques were proposed by Burggaf [12], Imber and Khan [13], Langford [14], and others. Some techniques used Laplace transforms but these are limited to linear cases [15]. Combined approach is also described in [16]. The improvement in artificial intelligence has brought new approaches, such as genetic algorithm [17] and neural networks [18][19][20].

Heat Treatment – Conventional and Novel Applications

All the mentioned algorithms need a precise mathematical model of the tested sample for computing the direct heat conduction problem. Analytical methods may be used, in certain cases, for exact mathematical solutions of conduction problems. These solutions have been obtained for many simplified geometries and boundary conditions and are well documented in the literature [21][22][23]. However, more often than not, geometries and boundary conditions preclude such a solution. In these cases, the best alternative is the one using a numerical technique. For situations where no analytical solution is available, the numerical method can be used. Nowadays there are several methods that enable us to solve numerically the governing equations of heat transfer problems. These include: the finite difference method (FDM), finite volume method (FVM), finite element method (FEM), boundary element method (BEM), and others. For one-dimensional model with constant material properties there exists nice similarity. All of the FDM, FVM, and FEM with tent weighting function equations can be put in a similar form:

$$\frac{d}{dt}\left(\beta T_1 + \gamma T_2\right) = \frac{-\alpha}{\Delta x^2}\left(T_1 - T_2\right) + \frac{q_1(t)}{\rho c \Delta x},\tag{1}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\gamma T_{j-1} + 2\beta T_j + \gamma T_{j+1}\right) = \frac{-\alpha}{\Delta x^2} \left(T_j - T_{j+1}\right) + \frac{\alpha}{\Delta x^2} \left(T_{j-1} + T_j\right),\tag{2}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\gamma T_{N-1} + \beta T_N\right) = \frac{-\alpha}{\Delta x^2} \left(T_{N-1} - T_N\right) + \frac{q_N(t)}{\rho c \Delta x},\tag{3}$$

where  $\beta$  and  $\gamma$  have the values listed in Tab. 1. Equations (1–3) are restricted to temperature-independent thermal properties but the concepts can be extended to T-variable cases. In general for multidimensional models and temperature dependent material properties the simplest equations are obtained for FDM while the complexity of equation for FVM and FEM is several times higher.

FDM	β	γ	$\beta + \gamma$
FVM	3/8	1/8	1/2
FFM	2/6	1/6	1/2

### 3.3. Phase change implementation

Physical processes, such as solid/liquid and solid state transformations, involve phase changes. The numerical treatment of this non-linear phenomenon involves many problems. Methods for solving the phase change usually use a total enthalpy H, an apparent specific heat coefficient  $c_A$ , or a heat source  $\dot{q}$ .

The nature of a solidification phase change can take many forms. The classification is based on the matter in the phase change region. The most common cases follow:

- a. *Distinct*: The phase change region consists of solid and liquid phases separated by a smooth continuous front freezing of water or rapid solidification of pure metal.
- b. *Alloy*: The phase change region has a crystalline structure consisting of grains and solid/liquid interface has a complex shape most metal alloys.
- c. Continuous: The liquid and solid phases are fully dispersed throughout the phase change region and there is no distinct interface between the solid and liquid phase polymers or glasses.

In a distinct phase change, the state is characterized by the position of the interface. In such cases the class of the so called *front tracking* methods is usually used. However, in cases b) and c) the models use the phase fraction.

The phase change process can be described by a single enthalpy equation

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \nabla \cdot \left( g_d H_d s_d + g_l H_l s_l \right) = \nabla \cdot \left( k \nabla T \right) \tag{4}$$

where g is the phase volume fraction, s is the phase velocity, and subscript d and l refer to solid and liquid phases (or structure A and structure B), respectively [24]. The k is (in this case) a mixture conductivity defined as

$$k = g_d k_d + g_l k_l \tag{5}$$

and H is the mixture enthalpy

$$H = g_s \int_{Tref}^{T} \rho_d c_d dT + g_l \int_{Tref}^{T} \rho_l c_l dT + \rho_l c_l L$$
(6)

where *Tref* is an arbitrary reference temperature. To overcome the problem of the non-linear (discontinuity) coefficient of a specific heat a non–linear source term is used. The term  $\partial H/\partial t$  can be expanded as

$$\frac{\partial H}{\partial t} = c_{vol} \frac{\partial T}{\partial t} + \delta H \frac{\partial g_1}{\partial t}$$
(7)

Neglecting convection effects in Eq. (4) and substituting Eq. (7) results in

$$c_{vol}\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot \left(k\nabla T\right) + \dot{q} \tag{8}$$

where

$$\dot{q} = -\delta H \frac{\partial g_l}{\partial t} \tag{9}$$

Eq. (4) is non-linear and it contains two related but unknown variables H and T. It is convenient to reformulate this equation in terms of a single unknown variable with

Heat Treatment - Conventional and Novel Applications

non-linear latent heat. Song [25] and [26] Comini uses so called Apparent heat capacity. The apparent specific heat can be defined as

$$c_A = \frac{dH}{dT} = c_{vol} + \delta H \frac{dg_l}{dT}$$
(10)

where

$$c_{vol} = g_d \rho_d c_d + g_l \rho_l c_l$$
  
$$\delta H = \int_{Tref}^T (\rho_l c_l - \rho_d c_d) dT + \rho_l L.$$
 (11)

Neglecting convection effects and substituting into Eq. (4) yields apparent heat capacity equation

$$c_A \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot \left( k \nabla T \right). \tag{12}$$

Another approach is total enthalpy. From Eq. (6) it can be written

$$\nabla T = \nabla H / c_{vol} - \delta H \nabla g_l / c_{vol} .$$
<sup>(13)</sup>

Substitution in Eq. (4) will result in a total enthalpy equation

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \nabla \cdot \left( \frac{k}{c_{vol}} \nabla H \right) + \nabla \cdot \left( \frac{k}{c_{vol}} \delta H \nabla g_l \right).$$
(14)

### 3.4. Sequential identification inverse method

For measurements where installed thermocouple inside the investigated body disturbs also surface temperature as it is very close to investigated surface HTC must be computed directly by an inverse method. Classical and very efficient sequential estimation proposed by Beck [27], which computes heat flux instead of HTC, has several limitations. Thus new sequential identification method was developed by Pohanka to solve such inverse problems. The basic principle of time-dependent boundary conditions determination (heat flux, HTC, and surface temperature) from measured transient temperature history is based on cooling (or heating) of heated (or cold) sample with thermocouple installed inside (see Figure 6). Let us assume one-dimensional inverse problem with 3D model involving installed thermocouple for simplicity:

- Known dimensions of the sample.
- Known thermal temperature-dependent material properties of the sample.
- Known temperature profile at the beginning of the cooling (usually constant).
- All surfaces are insulated except the cooled one.
- HTC is not dependent on position.

The sample is heated before starting the measurement. Cooling is applied on one surface and temperature response inside the sample is recorded. Time-dependent boundary conditions are computed using inverse technique from the measured temperature history (see Fig. 7). Cooling of more surfaces can also be investigated when more thermocouples is used.

This new proposed approach computes step by step (time step) heat transfer coefficients (HTC) on the investigated surface using measured temperature history inside the cooled or heated solid body. However, this method can be very easily changed to compute any kind of boundary conditions, e. g. heat flux. The method uses sequential estimation of the time varying boundary conditions and uses future time steps data to stabilize the ill-posed inverse problem [28]. To determine the unknown surface HTC at the current time  $t_m$ , the measured temperature responses  $T_m^*$  are compared with the computed temperature  $T_m$  from the forward solver using *n* future times steps

$$SSE = \sum_{i=m+1}^{m+n} \left( T_i^* - T_i \right)^2 \,. \tag{15}$$

Any forward solver can be used e. g. finite volume method described by Patankar [29]. The computational model should include drilled hole, whole internal structure of the embedded thermocouple, and temperature dependent material properties.

At time zero homogeneous temperature is in the sample and thereby zero heat flux and thereby zero HTC on all surfaces is assumed. Otherwise there cannot be homogeneous temperature. This can be done e.g. by heating in furnace after enough long time. If the initial temperature is not homogeneous some modification of the algorithm is necessary for the first time step.

The algorithm starts at time index zero when the HTC is equal to zero (see Fig. 10). The algorithm uses forward solver and it computes temperature response at thermocouple position for linearly changing (increasing or decreasing) HTC (see HTC1 and T1 computed in Fig. 10) over few time steps. These time steps are called future time steps n and five of them are used in Fig. 10–Fig. 11. Determination of minimum number of necessary future time steps to stabilize sequential algorithm is described in [28]. The computed and measured temperatures histories are compared using Eq. (15) the same one as for sequential Beck approach. The slope of linearly changing HTC defined as

$$v = \frac{\partial h}{\partial t} \tag{16}$$

should be changed until the minimum of SSE function in Eq. (15) is found. Such a minimum says that the computed temperature history matches the measured temperature history the best for used linearly changing HTC during n future time steps.

When the best slope of HTC is found the forward solver is used to compute temperature field in the next time step using the computed boundary conditions. The algorithm is repeated for next time steps until the end of recorded temperature history is reached (see Fig. 11). For k

Heat Treatment – Conventional and Novel Applications



**Figure 10.** Measured temperature history and two computed temperature histories using two different slopes of HTC for *n* future time steps.



Figure 11. Real HTC and six optimum linearly changing HTC.

measured time steps only k - n time steps can be computed owing to the use of future data. This method works perfectly when real HTC is almost linear in time. When the slope is abruptly changing the computed HTC curve is slightly smoother than the real one; the more future time steps are used the smoother is the computed curve of HTC (bigger difference between computed and real HTC) but the sequential identification inverse algorithm is more stable.

The SSE function described by Eq. (15) has only one minimum and is dependent only on one variable – slope of HTC (see Eq. 16). Even more the function is very close to parabolic function near the searched minimum because it is sum of square of temperature differences. Brent's optimization method [30], which uses inverse parabolic interpolation, is perfect candidate for finding the minimum of the SSE function in Eq. (15).

Brent's optimization method is based on parabolic interpolation and golden section. The searched minimum must be between two given points 1 and 2 (see Fig. 12). Convergence to a minimum is gained by inverse parabolic interpolation. Function values of the SSE function are computed only in few points. A parabola (dashed line) is drawn through the three original points 1, 3, 2 on the SSE function (solid line). The function is evaluated at the parabola's minimum, 4, which replaces point 1. A new parabola (dotted line) is drawn through points 3, 4, 2. The algorithm is repeated until the minimum with desired accuracy is found. If the three points are collinear the golden section [30] is used instead of parabolic interpolation.



### 3.5. Evaluation of boundary conditions

To demonstrate the procedure a real measurement is used. The cooling section consists of five rows of flat-jet nozzles. The heated sample passes repeatedly under the spraying nozzles. Several thermocouples in one row, which is perpendicular to the sample movement direction, were installed in the sample to be able to investigate also the cooling homogeneity across the sample. For simplicity we focus now on only one thermocouple, however, it is easy Heat Treatment – Conventional and Novel Applications

to do the procedure for all thermocouples. Temperature record from such measurement is shown in Figure 7. Recorded position (zigzag line) of the thermocouple is shown as well and demonstrates the repeated passes through cooling section. Using the inverse method boundary conditions were computed: surface temperature and HTC. All the shown lines are function of time; however, for numerical simulation we need HTC as function of position and surface temperature. We start with surface temperature from the measurement. See Figure 13 with shown surface temperature drawn using green line as function of position. The green lines represents surface temperatures through which the plate pass during experiment. In the place where the green line is shown we also know HTC from the measurement. HTC values are shown using the color scale. HTC values between green lines are interpolated. This chart shows HTC distribution as a function of surface temperature and position and is the key point for accurate numerical simulation. HTC values above the most top green line are extrapolated and are not accurate as there are no data available from measurement. We should avoid usage of these values during numerical simulation.



**Figure 13.** Prepared boundary conditions for numerical simulation from measurement shown in Fig. 7. Chart shows HTC as function dependent on position in cooling section in the direction of sample movement and on surface temperature of the cooled sample.

### 3.6. Numerical simulation

Having prepared boundary conditions we can do numerical simulation of cooling of products of various material properties and of various thicknesses. By repeating the boundary conditions we can simulate long cooling section with more rows of cooling nozzles. An example of such simulation is shown in Fig. 14 and is drawn in CCT. You can see computed temperature at the surface and at the center of the material. It is obvious that

the cooling rate for the surface temperature is higher than in the center. The results are drawn in CCT diagram, however, you should not that the cooling rate is far away from constant. This is very important because the CCT diagram is only informative and the final structure has to be verified by experimental measurement. There are three major reasons why cooling rate is not constant. One is caused by passing product under separate row of nozzles. The passes are obvious from T surface curve in Fig. 14. You can see drops of temperature when the product is passing under spray followed by reheating due to the internal capacity of the heat in the product. The second reason is mentioned Leidenfrost point. You can see low cooling rate in the center up to 20 s as the surface temperature is above Leidenfrost point and after that cooling rate is increasing and reaching maximum which is almost triple in comparison to value above Leidenfrost point. Decreasing of cooling rate is followed as the surface temperature is getting closer to the temperature of water. The third reason is low diffusivity for big products. The product cannot be cooled down at the same cooling rate on the surface as in the center. The lower is the diffusivity and the bigger is the product the bigger difference is between the cooling rate on the surface and in the center.



Figure 14. Simulation of cooling in the CCT diagram.

# 4. Verification conducted at pilot test bench

It is important to understand that cooling rate in cooling section in industrial application is far away from constant value using which CCT diagrams are obtained. Verification
Heat Treatment – Conventional and Novel Applications

functionality of a newly designed cooling system prior to its plant implementation is essential. The design obtained by using the numerical model must be verified and finetuned by further full-scale cooling tests. Pieces of tube, rail, wire or plate of real dimensions with implemented thermocouples are tested in the designed cooling section. The length of a laboratory test bench shown in Fig. 8 and Fig. 9 is limited, hence the sample must be accelerated prior entering the cooling section, to a velocity normally used in a plant, and after pass through cooling section, the direction of movement is reversed. In this way, the sample moves several times under the cooling sections. This cooling process is controlled by computer to simulate running under the long cooling section used normally in the plant. Nozzles, pressures, and header configurations are tested. The design of the cooling and the pressures used are modified until the demanded temperature regime and final structure is obtained. The full-scale material samples are then cut for the tests of material properties and structure.

When heat treatment is performed on larger product such as rail, mainly its head, it is not possible to achieve same cooling rate at surface and in the center of rail head. The cooling rate near surface are much faster and even more reheating can appear and can cause very different material properties (see Fig. 15). As the rail head passed under the spray the surface temperature dropped fast and was followed by reheating due to the heat stored inside the head. The reheating caused lower hardness near the surface as shown in Fig. 14. The center of the head is harder because no reheating occurred in the bigger depth. To avoid this problem the cooling section should be modified. One solution is to use more row of nozzles with smaller row pitch and also nozzles with lower HTC. This can be achieved by smaller pressure or smaller nozzles. Also replacement of flat-jet nozzle by full-cone nozzles can be considered. The Leidenfrost temperature should be also considered. We should be above Leidenfrost temperature or below but definitely not near to avoid big different cooling rates for small changes in surface temperature.



**Figure 15.** Measured temperature histories in a rail head in two depths and measured micro-hardness in rail head after heat treatment.

## 5. Concluding remarks

The design of cooling sections used for in-line heat treatment for hot rolling plants is very extensive work. It utilizes laboratory measurement, numerical modeling, inverse computations, and also pilot mill tests. The first step is the search of the best cooling regime for steels for which this is not yet known. The second step is to obtain a selection of technical means in order to guarantee obtaining the prescribed cooling rates. Nozzle configurations and cooling parameters are selected and controllability of the cooling section is checked. The final step of the design is a laboratory test using a full size sample simulating plant cooling.

Design based on laboratory measurement therefore minimizes the amount of expensive experimentation performed directly on the plant. Elimination of potential errors and enabling adjustment of control models in the plant is possible after the cooling process is tested in laboratory conditions.

## Author details

Michal Pohanka and Petr Kotrbáček Brno University of Technology, Heat transfer and Fluid Flow Laboratory, Brno, Czech Republic

### 6. References

- [1] Raudenský, M.; Horský, J.; Hajduk, D.; Čecho, L. Interstand Cooling Design, Control and Experience. *Journal of Metallurgical and Mining Industry*, 2010, No. 2, Vol. 3, pp. 193-202.
- [2] Hnízdil, M.; Raudenský, M.; Horký, J.; Kotrbáček P.; Pohanka M. In-Line Heat Treatment and Hot Rolling. *In proc. AMPT 2010*, Paris, France, October 2010, pp. 563-568.
- [3] Horký, J.; Raudenský, M.; Kotrbáček, P. Experimental study of long product cooling in hot rolling. *Journal of Materials Processing Technology*, August 1998, Vol. 80-81, pp. 337-340.
- [4] Pohanka, M.; Bellerová, H.; Raudenský, M.; Experimental Technique for Heat Transfer Measurements on Fast Moving Sprayed Surfaces. *Journal of ASTM International*, Sept. 2010, Vol. 1523, pp. 3-15.
- [5] Tikhonov, A. N.; Arsenin, V. Y. Solution of Ill-Posed Problems. Washington, D.C.: Winston, 1977. ISBN 0470991240.
- [6] Mandrel, J. Use of the singular value decomposition in regression analysis. *Am. Stat.*, 1982, Vol. 36, pp. 15-24.
- [7] Stloz, G. Jr. Numerical solutions to an inverse problem of heat conduction for simple shapes. *Int. J. Heat Transfer*, 1960, Vol. 82, pp. 20-26.
- [8] Smith, G. D. Numerical solution of partial differential equations. UK: Oxford University Press, 1978. ISBN 0-198-59650-2.
- [9] Beck, J. V. Nonlinear estimation applied to the nonlinear heat conduction problem. *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 1970, Vol. 13, pp. 703-716.
- [10] Beck. J. V.; Litkouhi, B.; St. Clair, C. R. Jr. Efficient sequential solution of the nonlinear inverse heat conduction problem. J. Numerical Heat Transfer, 1982, Vol. 5, pp. 275-286.
- [11] Bass, B. R. Applications of the finite element to the inverse heat conduction problem using Beck's second method. *J. Eng. Ind.,* 1980, Vol. 102, pp. 168-176.

- [12] Burggraf, O. R. An exact solution of the inverse problem in heat conduction theory and applications. *Int. J. Heat Transfer*, 1964, Vol. 86C, pp. 373-382.
- [13] Imber, M.; Khan, J. Prediction of transient temperature distributions with embedded thermocouples. *Al AA J.*, 1972, Vol. 10, pp. 784-789.
- [14] Lengford, D. New analytic solutions of the one-dimensional heat equation for temperature and heat flow rate both prescribed at the same fixed boundary (with applications to the phase change problem). *Q. Appl. Math.*, 1967, Vol. 24, pp. 315-322.
- [15] Grysa, K.; Cialkowski, M. J.; Kaminski, H. An inverse temperature filed problem of the theory of thermal stresses. *Nucl. Eng. Des.*, 1981, Vol. 64, pp. 169-184.
- [16] Sláma, L.; Raudenský, M.; Horský, J.; Březina, T.; Krejsa, J. Evaluation of quenching test of rotating roll with unknown time constant of sensor using genetic algorithm. Int. Conf. Mendel, Brno, 1996.
- [17] Raudenský, M.; Pohanka, M.; Horský, J. Combined inverse heat conduction method for highly transient processes. In *Advanced computational methods in heat transfer VII*, Halkidiki: WIT Press, 2002, pp. 35–42. ISBN 1-85312-9062.
- [18] Dumek, V.; Grove, T.; Raudenský, M.; Krejsa, J. Novel approaches to the IHCP: Neural networks. In Int. symposium on inverse problems - Inverse problems in Engineering Mechanics, Paris, 1994, pp. 411-416.
- [19] Krejsa, J.; Sláma, L.; Horský, J.; Raudenský, M.; Pátiková, B. The comparison of traditional and non-classical methods solving the inverse heat conduction problem. In *Int. Conf. Advanced Computational Methods in Heat Transfer*, Udine, July 1996, pp. 451-460.
- [20] Pohanka, M.; Raudenský, M.; Horský, J. Attainment of more precise parameters of a mathematical model for cooling flat and cylindrical hot surfaces by nozzles. In *Advanced computational methods in heat transfer VI*. Madrid: WIT Press, 2000, pp. 627-635. ISBN 1-85312-818-X.
- [21] Incropera, F. P.; DeWitt, D. P. Fundamentals of Heat and Mass Transfer. 4th ed. New York: Wiley, 1996. ISBN 0-471-30460-3.
- [22] Kakac, S.; Yener, Y. Heat Conduction. New York: Hemisphere Publishing, 1985.
- [23] Poulikakos, D. Conduction Heat Transfer. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1994.
- [24] Voller, V. R.; Swaminathan, C. R. Fixed grid techniques for phase change problems: A review. *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, 1990, Vol. 30, pp. 875-898.
- [25] Song, R.; Dhatt, G.; Cheikh, A. B. Thermo-mechanical finite element model of casting systems. Int. J. for Numerical Methods in Engineering, 1990, Vol. 30, pp. 579-599.
- [26] Comini, G.; Giudice, S. D.; Saro, O. A conservative algorithm for multidimensional conduction phase change. *Int. J. for Numerical Methods in Engineering*, 1990, Vol. 30, pp. 697-709.
- [27] Beck, J. V.; Blackwell, B.; Charles, R. C. Inverse Heat Conduction: *Ill-posed Problems*. New York: Wiley, 1985. ISBN 0-471-08319-4.
- [28] Pohanka, M. Limitation of thermal inverse algorithm and boundary conditions reconstruction for very fast changes on boundary. In *Engineering mechanics* 2007. Svratka (Czech Republic), 2007, pp. 229–230. ISBN 978-80-87012-06-2.
- [29] Patankar, S. V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Hemisphere Publishing Corporation, 1980. ISBN 0-891-16522-3.
- [30] William, H. P.; Saul A. T.; William, T. V.; Brian, P. F. Numerical Recipes in C. 2nd ed. 1997. ISBN 0-521-43108-5.

### 3.2 EFEKT NEHOMOGENNÍHO CHLAZENÍ NA VÝSLEDNOU MIKROSTRUKTURU OCELI

Inverzní úloha vedení tepla byla použita při zkoumání homogennosti chlazení při kontinuálním tepelném zpracování oceli [29]. Při laboratorním měření bylo zjištěno, že nevhodně navržený chladicí kolektor může způsobovat výrazně odlišné chlazení po šíře produktu. Pomocí experimentálně získaných dat s využitím inverzní úlohy vedení tepla bylo na základě numerické simulace zjištěno, že výsledný produkt může mít po šířce zcela odlišnou výslednou mikrostrukturu.

June 16 - 17, 2011, Pilsen, Czech Republic

# NONHOMOGENEOUS COOLING EFFECT ON METALLURGICAL STRUCTURE OF MATERIAL

# ONDROUŠKOVÁ Jana, POHANKA Michal

The article describes the experiment with nonhomogeneous cooling of flat steel product. The measured data are processed and boundary conditions such as heat transfer coefficient, heat flux, and surface temperature are computed using inverse method. The data from the experiments are used for the simulations of the cooling in real plant. The simulation describes intensive cooling under the nozzles and less intensive cooling between nozzles. Different cooling rates lead to different metallurgical structures of the final product.

Keywords: Heat transfer, nonhomogeneous, cooling, metallurgical structure.

## Introduction

For the optimal cooling of the material it is important to keep a basic condition which is homogenous cooling breadthwise. The nonhomogeneous cooling can bring some deformation of the material or heterogeneous metallurgical structure of the material. The deformation of the material "only" complicates manufacturing process but the heterogeneous metallurgical structure is hidden problem which can leads to cracks and to the dangerous damage of a component made from this material.

This paper describes example of experiment with the nonhomogeneous cooling rather nonhomogeneous cooling of flat steel product. From the measured data are computed boundary conditions by inverse method. The boundary conditions are surface temperature, heat flux and heat transfer coefficient. The measured data are used for the simulation of the cooling with two different intension of cooling.

# 2. Experiment

We did the experiments with the test plate with thickness of 25 mm. It was cooling of bottom side by fifty solid jet nozzles with diameter of 5 mm. They were arranged in diagonal rows and their distance from the surface of the plate was 50 mm. The flow rate of the water was 3 l/s and the speed of the plate was 1 m/s. The starting temperature of test plate was 900°C. In the first experiment sensors with thermocouples were in positions of the nozzles axes. Then we measured experiments with the same configuration as the first one, only sensors with thermocouples were in position set the cooling effect of solid jet nozzles in Fig. 1.

The experimental procedure starts with heating of the steel plate with embedded thermocouples. When the plate is heated the spray is started. When the cooling conditions are adjusted the data-logger starts to record temperatures in sensors and the plate mounted on trolley is passing under the cooling header repeatedly. When the plated is cooled down the recorded data are transferred to computer and processed to evaluation.



Fig. 1: The cooling of the plate.

In Fig. 2 you can see detail of the sensor with the thermocouple. Thermocouple is fixed in the sensor which is fixed in the plate. Five sensors were embedded in the template in one row.



Fig. 2: Detail of the sensor with thermocouple.

## 3. Calculating of boundary conditions

After measurement the inverse heat conduction problem was used to compute time dependent boundary conditions: heat transfer coefficient and surface temperature. Beck's sequential approach is used for it [1]. This method uses sequential estimation of the time varying boundary conditions and future time steps. First the sum of squares error is computed using f future time

steps when the measured temperatures  $T_i^*$  are compared with the computed temperatures  $T_i$  at the current time *m*:

$$SSE = \sum_{i=m+1}^{m+f} (T_i^* - T_i)^2$$
 (

Temperatures  $T_i$  are computed from forward solver e.g. FDM, FEM, FVM. Then surface heat flux q in time m is calculate by minimizing equation (1) using the linear minimization theory

$$q^{m} = \frac{\sum_{i=m+1}^{m+f} (T_{i}^{*} - T_{i}|_{q^{m}=0})\zeta_{i}}{\sum_{i=m+1}^{m+f} (\zeta_{i})^{2}}$$
(

where  $T_i|_{q^m=0}$  are the temperatures in the thermocouple, which have been embedded in the sensor, and computed from the forward solver using all previously computed heat fluxes without  $q^m$ .  $\zeta_i$  is the sensitivity of the sensor with thermocouple at time index *i* to the heat flux pulse at time *m*. These sensitivity coefficients physically indicate increase of temperature in the thermocouple per unit of heat flux at the surface. Sensitivity coefficient is defined as

$$\zeta_i = \frac{\partial T_i}{\partial q^m} \tag{6}$$

The heat transfer coefficient can be computed when surface temperatures  $T_0^m$  and surface heat fluxes  $q^m$  are known:

$$HTC^{m} = \frac{q^{m}}{T_{\infty}^{m} - (T_{0}^{m} + T_{0}^{m-1})/2}$$
(

 $T_{\infty}^{m}$  is ambient temperature.

### 4. Results

From the measurement we obtained data with temperature in the sensors depending on the time. We used these data as input for inverse heat conduction problem and we calculated surface temperatures, heat fluxes and heat transfer coefficients.



Fig. 3: Measured temperature depending on the time.

Figure 3 shows surface temperature depending on the time for two experiments. Each experiment was measured with five sensors fixed in the plate. First set of sensors measured temperature under the axis of the nozzles and second set of sensors was between two nozzles during measuring. We can see that under the axis of the nozzles there was more intensive cooling than between nozzles.



Fig. 4: HTC for cooling with sensors under the axis nozzles.



Fig. 5: HTC for cooling with sensors between two nozzles.

Fig. 4 and Fig. 5 show computed heat transfer coefficient depending on the surface temperature and position. We used these calculated heat transfer coefficients as boundary conditions for the simulating of cooling. There are nineteen collectors with distance of 4 m. Thickness of the test plate is 10 mm and initial temperature is 950 °C. The coolant is water and its temperature is 20 °C.



Fig. 6: Simulation of cooling in the CCT diagram.



Fig. 7: Continuous Cooling Transformation diagram [1][3].

Figure 8 shows temperature profile in time of 30 s. In the axis Height the null is in the centre of the test plate and 5 means cooled surface. In the axis Surface 15 means position under the nozzle and 0 is centre between two nozzles (i.e. distance between two axes of nozzles is 30 mm).



Fig. 8: Temperature profile in the test plate.

### Conclusion

Experiments and simulation showed that there is nonhomogeneous cooling breadthwise. It affects the metallurgical structure and the hardness of the test plate. The area of the test plate under the axis of the nozzles has hardness about 916 HV and the area between two nozzles has hardness about 475 HV. The metallurgical structure under the axis of the nozzle is pearlite – bainite and between two nozzles it is pearlite structure.

### References

- BECK, J. V., BLACKWELL, B., CHARLES, R. C. Inverse Heat Conduction: Ill-posed problems. Wiley, New York, 1985, ISBN 0-471-08319-4.
- [2] POHANKA, M., HORSKÝ, J. Inverse algorithms for time dependent boundary reconstruction of multidimensional heat conduction model. Thermophysics 2007, pp. 14-23, ISBN 978-80-227-2746-4.
- [3] FREMUNT, P., KREJČÍK, J., PODRÁBSKÝ, T. Nástrojové oceli. Dům techniky Brno, Brno, 1994.

### Acknowledgement

This paper was supported by the research project of the Faculty of Mechanical Engineering of the Brno University of Technology, No. FSI-S-11-20.

Ing. ONDROUŠKOVÁ Jana, Brno University of Technology, Faculty of Mechanical Engineering, Heat transfer and fluid flow laboratory, Technická 2896/2, 616 69 Brno, +420 541 143 236, ondrouskova@LPTaP.fme.vutbr.cz

Ing. POHANKA Michal, Ph.D., Brno University of Technology, Faculty of Mechanical Engineering, Heat transfer and fluid flow laboratory, Technická 2896/2, 616 69 Brno, +420 541 143 283, pohanka@fme.vutbr.cz

# 3.3 PŘECHLAZENÍ V MÍSTĚ PŘEKRYVU VODNÍCH PAPRSKŮ BĚHEM HYDRAULICKÉHO ODSTRAŇOVÁNÍ OKUJÍ

Při kontinuálním hydraulickém odstraňování okují za tepla je obvykle používána řada vysokotlakých trysek s velmi plochým paprskem. Aby bylo dosaženo odstranění okují po celé šířce produktu, vodní paprsky ze sousedících trysek se navzájem překrývají. Následující článek pojednává o výrazně intenzivnějším nežádoucím chlazení v místě překryvu [30]. Spoluautorka článku je doktorandkou, která se pod vedením autora této habilitační práce zaměřuje na optimalizaci hydraulického odstraňování okují. Na základě měření byla autorem habilitační práce navržena nová konfigurace, která výrazně snižuje efekt přechlazení v místě překryvu. V článku jsou prezentovány výsledky získané pomocí inverzní úlohy vedení tepla a získané výsledky jsou verifikovány pomocí řádkového infračerveného skeneru, pomocí kterého byly měřeny povrchové teploty experimentální desky za odkujovací sekcí.

## OVERCOOLING IN OVERLAP AREAS DURING HYDRAULIC DESCALING

### PODHLADITEV IN PREKRIVANJE PODROČIJ MED HIDRAVLIČNIM RAZŠKAJANJEM

#### Michal Pohanka, Helena Votavová

Brno University of Technology, Faculty of Mechanical Engineering, Heat Transfer and Fluid Flow Laboratory, Technická 2, 616 69 Brno, Czech Republic pohanka@fme.vutbr.cz

Prejem rokopisa - received: 2015-07-01; sprejem za objavo - accepted for publication: 2015-07-28

doi:10.17222/mit.2015.164

The production and processing of high-quality grades of steel are connected with the oxidation at high temperatures. Unwanted scales are formed on the steel surface, which is usually heated to over 900 °C. These scales are often removed by hydraulic descaling during the production. In most cases where long, flat products are produced, one row of descaling nozzles is used. As these flat jet nozzles are arranged in a row, the water spray from one nozzle interferes with the spray from the neighboring nozzles. This zone is called an overlap area and often even more scales remain here after the descaling process. An increased amount of the scales left behind results in a lower quality of a final product. A typical configuration with an inclination and twist angle of 15° was studied. Heat-transfer coefficients (HTC) and surface temperatures were measured in the overlap area and occmpared with the values obtained from undisturbed areas. It was found that the overlap area is grossly overcooled. The results were compared with a new configuration, where the twist angle was changed to 0°, and it was found that the overlap area can also be caused by surface overcooling because the scales change the material properties with the temperature, and they are therefore more difficult to remove. The new configuration with the twist angle of 0° seems promising for improving the quality of hydraulic descaling.

Keywords: scales, steel, water, hydraulic descaling, overlapping, temperature, heat-transfer coefficient, surface

Proizvodnja in predelava visoko kvalitetnih jekel je povezana z oksidacijo pri visokih temperaturah. Nezaželjene škaje nastajajo na površini jekla, ki se ga običajno segreva nad 900 °C. Te škaje se med proizvodnjo pogosto odstranjujejo s hidravličnim razškajanjem. V večini primerov, ko se proizvaja dolge, ploščate proizvode, se uporablja ena vrsta razškajevalnih šob. Ker so šobe s ploščatim curkom razporejene v vrsti, vodni curek iz ene šobe vpliva na vodni curek sosednjih šob. To področje se imenuje področje prekrivanja in pogosto na tem področju ostane več škaje po odškajanju. Povečan delež preostale škaje pa povzroča slabšo kvaliteto končnega proizvoda. Analizirana je bila značilna postavitev z naklonom in kotom zasuka 15°. Na področju prekrivanja je bil izmerjen koeficient prenosa toplote (HTC) in temperatura poršine ter primerjava s podatki iz neprizadetih področij. Ugotovljeno je, da so področja prekrivanja močno podhlajena. Rezultati so bili primerjani z novo konfiguracijo, kjer je bil kot zasuka 0° in ugotovljeno je, da se je podhladitev močno zmanjšala. Meritve temperature so pokazale, da je povečana debelina škaje v področju prekrivanja lahko tudi posledica podhladitve površine, ker škaja s temperaturo spreminja lastnosti materiala in se jo zato tudi težje odstrani. Zdi se, da bo nova postavitev, s kotom zasuka 0°, omogočila izboljšanje kvalitete hidravličnega ražškajanja.

Ključne besede: škaja, jeklo, voda, hidravlika, razškajanje, prekrivanje, temperatura, koeficient prenosa toplote, površina

#### **1 INTRODUCTION**

Hydraulic descaling (also called high-pressure water descaling) is a very common and effective way to remove unwanted scales on steel products before the hot-rolling process. However, this process is coupled with intense cooling.<sup>1,2</sup> The intense cooling can also influence the final microstructure.<sup>3</sup> J. W. Choi<sup>4</sup> studied the correlation of the heat-transfer coefficient (HTC) with the impact pressure within a pressure range of 0.48–0.8 MPa and found the following relationship:

$$h = (44.265 \times IP + 7.3670) \times 10^4 \tag{1}$$

where *h* is the convective HTC ( $Wm^{-2} K^{-1}$ ) and *IP* is the impact pressure (MPa).

Published heat-transfer simulations assume a constant HTC across the width of a sprayed product.<sup>5,6</sup> How-

Materiali in tehnologije / Materials and technology 50 (2016) 4, 575-578

ever, high-pressure flat-jet descaling nozzles are arranged in one or more rows because the product to be descaled is usually wider than the spray width of a single nozzle, and a more intense cooling occurs in the areas where the surface is sprayed with the water from more than one nozzle.<sup>7,8</sup> This area is called the overlap area as water streams from two adjacent nozzles, overlapping in the direction parallel to the product movement. The overlap area is often problematic and it is the first place where more remaining scale can be found after descaling. This area is also overcooled. This paper focuses on overcooling in the overlap area for a typical descalingnozzle configuration and compares the results with a new configuration. Measured surface-temperature inhomogeneities are presented as well as convective HTCs in both the undisturbed and overlap areas.

M. POHANKA, H. VOTAVOVÁ: OVERCOOLING IN OVERLAP AREAS DURING HYDRAULIC DESCALING



Figure 1: Experimental stand used for experiments Slika 1: Stojalo uporabljeno pri preizkusih

#### **2 MEASUREMENTS**

The main purpose of the experiments was to simulate real descaling conditions with more than one spray nozzle and to obtain boundary conditions for numerical simulations.

The experiments were carried out on the experimental stand<sup>9</sup> shown in Figure 1. An austenitic test plate of  $(320 \times 300 \times 25)$  mm was attached to a moving carriage and heated with an electric heater to over 900 °C. The feed-water pressure was adjusted and the heated test plate moved under the spray nozzles. The velocity of the movement was 0.5 m/s. The temperature history inside the test plate, the surface temperatures, and the information about the carriage position were recorded during the motion. The surface temperatures were measured using a Raytek RAYTMP501M line infrared scanner located 350 mm behind the spray nozzles. The temperatures inside the test plate were measured with shielded ungrounded type-K thermocouples. The outer diameter of the shield was 0.52 mm. They were placed in the holes drilled parallel with the surface. The distance of the measurement points from the cooled surface was 0.6 mm. Three thermocouples were installed in the test plate as shown in Figure 2. The thermocouple pitch was 25 mm and the middle one was in the overlap area.



Figure 2: Thermocouple positions for HTC measurements Slika 2: Položaji termoelementov pri HTC meritvah

The measured temperature history from each thermocouple is an input to the inverse computation.<sup>10</sup> Computed results are the time-dependent HTC and the surface temperature of the cooled side of a test plate. The computed HTC is matched with the position information.

Two high-pressure descaling nozzles at a spray angle of  $45^{\circ}$  were used during the measurements. The water-flow rate for each nozzle was 58 L/min at 40 MPa. The spray height was 55 mm and the nozzle pitch was 43 mm. Two configurations were tested. The first one was with a  $15^{\circ}$  twist angle (**Figure 3**) and the second one was with a  $0^{\circ}$  twist angle (**Figure 4**).

#### **3 RESULTS**

It was found that the overlap area is extremely overcooled compared to the region cooled by only one spray nozzle. The computed maximum HTC rose from 21 kWm<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup> to 37 kWm<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup> in the overlap area for the 15° twist angle (**Figure 5**). The removed heat is even higher, by 99 %, at the T2 thermocouple position com-



**Figure 3:** Visualization of the nozzle configuration with the  $15^{\circ}$  twist angle. The spray width of each nozzle is 47 mm and the overlap is 4 mm. The arrow indicates the plate movement direction.

Slika 3: Prikaz postavitve šob s kotom zasuka 15°. Širina curka je 47 mm pri eni šobi in prekrivanje je 4 mm. Puščica kaže smer gibanja plošče.

Materiali in tehnologije / Materials and technology 50 (2016) 4, 575-578

84

576

#### M. POHANKA, H. VOTAVOVÁ: OVERCOOLING IN OVERLAP AREAS DURING HYDRAULIC DESCALING



**Figure 4:** Visualization of the nozzle configuration with the  $0^{\circ}$  twist angle. The spray width of each nozzle is 49 mm and the overlap is 6 mm. The arrow indicates the plate movement direction.

Slika 4: Prikaz postavitve šob s kotom zasuka 0°. Širina curka je 49 mm pri eni šobi in prekrivanje je 6 mm. Puščica kaže smer gibanja plošče.

pared to thermocouple positions T1 and T3. It is also clear that the HTC for T1 is not aligned with the HTC for T3. This is because T1 and T2 are not exactly under the spray nozzles (**Figure 2**) and a non-zero twist angle is used. T1 first passes through the spray on the left, from the left spray nozzle (see the 3D view on **Figure 3**) and T3 later passes on the right, through the spray from the right nozzle. The HTC peak is much wider for T2. This is because it passes through two sprays from both nozzles in the overlap area. We should see two peaks in the HTC curve but, due to the limitation of the sequential inverse method for computing the HTC from the temperatures measured inside the test plate, the HTC curve is smoothed and these two peaks merge into one peak.

The computed HTC curves for the  $0^{\circ}$  twist angle are shown in **Figure 6**. The curves for T1 and T3 are almost equal to the curves for T1 and T3 from the experiment with the 15° twist angle. The only difference is that they are not shifted because of the  $0^{\circ}$  twist angle. The HTC curve for T2 is also aligned with the HTC curves for T1



**Figure 5:** Measured HTC distribution for the 15° twist angle **Slika 5:** Izmerjena razporeditev HTC pri kotu zasuka 15°

Materiali in tehnologije / Materials and technology 50 (2016) 4, 575-578



Figure 6: Measured HTC distribution for the  $0^{\circ}$  twist angle Slika 6: Izmerjena razporeditev HTC pri kotu zasuka  $0^{\circ}$ 

and T3 but it is higher by 52 %. The removed heat is higher by only 34 % for the T2 thermocouple position, compared to thermocouple positions T1 and T3.

Surface-temperature measurements for both configurations are compared in **Figure 7**. It is clear that the temperature drop for both configurations is almost the same at the T1 and T3 thermocouple positions. The temperature drop is approximately 40°C. The major difference is found in the overlap area where the temperature dropped by 79 °C for the 15° twist angle and by only 55 °C for the 0° twist angle. The measured temperature profile is slightly smoothed by the relatively large measuring point because the minimum diameter of the area measured with the line infrared scanner is about 10 mm.

#### **4 CONCLUSION**

Two descaling configurations were measured: a typical configuration with a  $15^{\circ}$  twist angle and one with a  $0^{\circ}$  twist angle. Heat-transfer coefficients for both undis-



Figure 7: Measured surface temperature across the test plate, 350 mm behind descaling nozzles

Slika 7: Izmerjena temperatura površine preko plošče, 350 mm za razškajevalno šobo

577

# 3.4 EFEKT RYCHLOSTI POHYBU POVRCHU A IMPAKTNÍHO TLAKU NA CHLAZENÍ PŘI ODKUJENÍ

Při kontinuálním hydraulickém odstraňování okují dochází k nežádoucímu intenzivnímu chlazení produktu. V rámci evropského projektu "High performance hot rolling process through steel gradedependent influencing of the scale formation and flexible descaling control" sponzorovaného z "Research Programme of the Research Fund for Coal and Steel" byl prováděn výzkum intenzity chlazení při hydraulickém odkujování v závislosti na rychlosti pohybu provalku a na impaktním tlaku. Autor habilitační práce koordinoval tu část projektu, která byla řešena na VUT v Brně a je autorem následující části finální zprávy popisující výsledky z tohoto výzkumu. Zpráva bude po obhájení projektu k dispozici široké veřejnosti.

## The dependence of heat transfer coefficient on impact pressure distribution

Over 40 measurements of heat transfer coefficient were already carried out in the laboratory. Nozzle configurations were selected correspondingly with the impact pressure distribution measurements. Speed of descaling was added as a new parameter. The speed varied from 0.1 m/s up to 2 m/s. Speeds at 0.1 m/s and 0.3 m/s served only for the research purposes since this speed is considered inefficient for manufacturing purposes. Cooling at this speeds is very intensive (see Fig. 14). The main peak of the HTC curve is followed by a slow descent and corresponds to an intensive evaporation of the water in area behind the spray. This phenomenon was described in connection with the impact pressure measurements in last year report.



*Fig.* **14** The HTC curve as a position dependent value. Nozzle spray spot is situated at position 0 mm.

A selected nozzle with spray angle 45° and 41 l/ min water flow at 20 MPa was used for the following experiments. The height was set to 93 mm and the inclination angle was 15°. Twist angle was 0°. This configuration was fixed and only speed of the specimen was varied. The results are in Fig. 15. As it was said, the speed of 0.1 m/s represents extreme case with very intensive cooling. The measurements showed that the HTC curve can be described as a single peak value function that is almost symmetrical for speeds from 0.5 m/s up to 2 m/s. As the speed of the specimen rises, less values are collected in the experiment due to the fixed sampling rate and the cooling of the specimen takes place in a shorter time. This causes blurring of the information of the HTC value in position. This problem was compensated by taking an average value of the HTC in certain section. An average value of HTC was computed for areas "under the nozzle" and "outside the nozzle". The procedure is described in the Appendix of this report.



Fig. 15 The HTC curve as a position dependent value. Nozzle spray spot corrected for all experiments and is situated at position 3512 mm.



Fig. 16 The average HTC in section "under the nozzle" with respect to speed of the specimen.

An average value of HTC in section "under the nozzle" descends with the increasing speed of the specimen (see Fig. 16). The descend is rapid for the speeds up to 0.5 m/s. The value descends by 15% when the speed is changed from 0.5 m/s to 1 m/s and by 5% for change from 1 m/s to 2 m/s. The change is therefore gradual for speeds from 1 m/s up to 2 m/s. Similar change was observed for 4 different types of nozzles, regardless of their spray angle or water flow.

The average value of HTC in the section "outside the nozzle" remains approximately the same for all measured experiments (see Fig. 17).



*Fig.* 17 The average HTC value in section "outside the nozzle" for all experiments with respect to the average impact of the corresponding nozzle.

The Fig. 18 shows the average value of HTC in the section "under the nozzle" for speed 2 m/s and its dependency on the average impact. The values are sorted by colors that represents the uniformity of the measured impact pressure distribution by the coefficient of variation. The higher the coefficient of variation is the less trustworthy is the result of the average impact. Results with the coefficient of variation above 3% are displayed but very unreliable since the HTC value is measured only for one perpendicular cut of the distribution.



*Fig. 18* The average HTC value in section "under the nozzle" for all experiments at 2 m/s with respect to the average impact of the corresponding nozzle.

The disadvantage of high coefficient of variation can be compensated by defining more robust variable such as total force of the spray. Spray force accounts width and depth of the spray and provides better comparison among all measurements. The spray force is divided by the width of the spray thus the nozzle spray angle and height of the nozzle are considered in the new variable. Due to the robustness of this variable, correlation of the experiment outcomes is improved. The unit of the variable is in N/mm (MPa), the same as the average impact.



*Fig.* **19** The average HTC value in section "outside the nozzle" for all experiments at 2 m/s with respect to the average impact of the corresponding nozzle.

The results show that the dependence can be considered linear form 0.5 up to 2.5 N/mm and constant from 2.5 to 6 N/mm. The first section can be modeled with regression equation Heat transfer coefficient  $[W/m^2K] = 1215 *$  force/spray width [N/mm] + 2569. Coefficient of determination of this regression is 0.77. The second section has average constant value of 5374  $[W/m^2K]$ .

# 3.5 VLIV TEPLOTY VODY NA INTENZITU CHLAZENÍ PŘI HYDRAULICKÉM ODSTRAŇOVÁNÍ OKUJÍ

V rámci společného výzkumného projektu s firmou POSCO byl zkoumán vliv teploty vody na intenzitu chlazení při hydraulickém odstraňování okují a získané výsledky byly publikovány v OpenAccess časopisu [31]. Ukázalo se, že pokud je zvýšena teplota vody z běžných 20 °C na 50 °C, dojde k poklesu intenzity chlazení o více než 13%. Detailní informace jsou obsaženy v následujícím článku, který vznikl na základě spolupráce s korejským partnerem koordinované autorem této habilitační práce. Získané poznatky velmi dobře korelovali s provozními zkušenostmi na válcovací trati v korejské firmě POSCO.

## THE EFFECT OF WATER TEMPERATURE ON COOLING DURING HIGH PRESSURE WATER DESCALING

Michal POHANKA<sup>a,\*</sup>, Helena VOTAVOVÁ<sup>a</sup>, Miroslav RAUDENSKÝ<sup>a</sup>, Jong Yeon HWANG<sup>b</sup>, Jong Woo YOU<sup>b</sup>, Sang Hyeon LEE<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Heat Transfer and Fluid Flow Laboratory, Faculty of Mechanical Engineering, Brno University of Technology, Brno, Czech Republic <sup>\*</sup> Email: Michal.Pohanka@vut.cz <sup>b</sup> POSCO Gwangyang Work, Gwangyang-si, Jeonnam, Korea

Production of hot rolled steel plates is connected with high temperatures at which steel reacts with oxygen in the atmosphere and oxide layers (scales) are formed on the surface. Scales affect the surface quality of the product and must be eliminated before the product enters any further rolling operations. The scales are usually removed by high pressure flat jet water nozzles in a process called hydraulic descaling. One side effect of this form of descaling is intense cooling of the product, which runs counter to the purpose of descaling. One way to decrease this effect is to use water at higher temperatures. Laboratory experiments were performed in order to determine the degree of influence of water temperature on the intensity of cooling. Temperature measurements were used as an input for inverse algorithm calculations and heat transfer coefficient determinations. The variables were computed as a function of time and position. The results were compared and significant decrease in the cooling intensity was observed. The findings are discussed in detail.

Key words: nozzle, high pressure, descaling, water temperature, cooling, heat transfer coefficient

#### 1. Introduction

Steel production in continuous rolling mills is a major method of steel production. Usually, the semi-finished casting product (slab, bloom or ingot) is heated to a high temperature and fed into the rolling mill. Due to the high temperature and surrounding atmosphere, oxides are formed on the surface of the product and are generally called scales. These scales are mainly würstite (FeO), hematite (Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>) and magnetite (FeO  $\cdot$  Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>). Scales form a thin layer on the surface of the product and significantly affect the quality of the rolled material [1]. To properly fabricate the hot rolled product all of the scales must be eliminated from the surface before the product enters rolling operations [2].

One of the most promising and widely used technologies for scale removal is a descaling box, which is basically a row of flat jet high pressure nozzles [3]. The nozzles are arranged on spray headers. The descaler usually uses a working pressure between 8 to 45 MPa. The nozzles are usually designed so that the descaling operation is optimal from a descaling point of view. One important side effect of this design is that it causes intense cooling of the product. A heat flux of over 20  $MWm^{-2}$  can be created very easily [4]. Optimal conditions for hot rolled steel exist when the product maintains a

stable, homogeneous temperature along the steel strip. The temperature shock caused by the water from the nozzles is in most cases undesirable and must be effectively suppressed.

In recent years, developments and new trends in high pressure water descaling have focused on the reduction of the nozzle sizes and has allowed for the distance between the nozzles and the heated product to be lowered. High pressure flat jet nozzles can reach a spray depth from 1.5 to 3 mm at a nozzle standoff below 100 mm, which leads to a concentration of energy in a smaller area and results in higher descaling efficiency [5]. This improves the effectiveness of the descaler and more attention can be paid to the reduction of the cooling of the product.

Industry and research teams usually identify several parameters that can affect descaling performance, including several angles and nozzle distances [6] or nanoparticles presented in water [7]. Even the structure of the oxidized surface plays important role in the process [9]. Yet every study assumes the temperature of sprayed water as a fixed variable. Our study examines this aspect for a given descaling nozzle with a widely used configuration that is believed to be close to an optimal setting. Nine measurements were taken for water temperatures between 20 °C and 50 °C.



## Fig. 1. Tested configuration

#### 2. Experiments

The configuration of nozzle is illustrated in fig. 1. Nozzle is producing 58 l/min at 40 MPa and has a 45° spray angle. Tested configuration was as follows:

- 55 mm spray height,
- 40 MPa water pressure,
- 15° offset angle,
- 15° inclination angle.

The nozzle has a theoretical footprint approximately 47 mm long.

The experiments were performed on a laboratory experiment stand that is used for tests with moving samples. The stand is illustrated in fig. 2. The sample was a stainless steel (1.4828) plate which was 25 mm thick. A thermocouple was installed inside the plate 0.6 mm under the surface and the thermocouple wire was placed parallel to the descaled surface. The details of the built-in thermocouple are described in [10]. The tested sample was installed on a moving carriage and insulated from the uncooled side. The tested sample was heated in an electric heater for a given time to 950 °C in a non-oxidizing (nitrogen) atmosphere. When the temperature in the specimen reached the desired value, the data logger began to record the temperature from the thermocouple and the moved along the support frame under the spray nozzles at 0.5 m/s. Built-in thermocouple passed directly under the spraying nozzle. Data from the experiment was collected from the data logger after the experiment was complete.



Fig. 2. Experimental stand used for tests with moving samples

There were 9 experiments in total. The plan of the experiments is summarized in the Tab. 1. The water temperature was set from 20 °C up to 50 °C with equidistant step of 10 °C. Measurement was repeated three times for the lowest water temperature and two times for elevated temperature levels.

Tab. 1. Experiment plan

Experiment	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9
Water temperature [°C]	20	20	20	30	30	40	40	50	50

#### 3. Evaluation of boundary conditions

The main step in the evaluation of the measured data is the inverse heat conduction task. The temperature distribution inside the tested specimen follows the heat diffusion equation (1) (parabolic partial differential equation) together with the initial condition (2), the boundary condition at the free surface (3) and boundary condition at the insulated built-in surfaces (4) [11].

$$k\left[\frac{\partial^2 T(x,y,z,t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T(x,y,z,t)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T(x,y,z,t)}{\partial z^2}\right] = \rho c \frac{\partial T(x,y,z,t)}{\partial t}, \qquad (x,y,z) \in \Omega, \qquad (1)$$

$$T(x,y,z,t_0) = f(x,y,z), \qquad (x,y,z) \in \Omega \qquad (2)$$

$$-k\left[\frac{\partial T(x,y,z,t)}{\partial n}\right]\Big|_{(x,y,z)=(x_0,y_0,z_0)} = h(x_0,y_0,z_0,t) [T_{\infty} - T(x_0,y_0,z_0,t)], \qquad (x_0,y_0,z_0) \in \partial\Omega_1 \quad (3)$$

$$\frac{\partial T(x,y,z,t)}{\partial n}\Big|_{(x,y,z)=(x_1,y_1,z_1)} = 0, \qquad (x_1,y_1,z_1) \in \partial \Omega_2 \quad (4)$$

where T is the temperature of the specimen as a function of space coordinates x, y, z and time t, k is for the thermal conductivity of the specimen, c is for the thermal capacity of the specimen and  $\rho$  is for the density of the specimen. Set  $\Omega$  is the domain where the problem is set and  $\partial\Omega$  is its boundary (surface of the specimen), which is divided into  $\partial\Omega_1$ , where the convective heat flux occurs, and  $\partial\Omega_2$ , where the insulation around the specimen is placed. Vector n is the unit normal vector at the boundary  $\partial\Omega$ . Function f(x,y,z) defines the initial state at initial time t<sub>0</sub>. Temperature T<sub>\u00f2</sub> defines the temperature of the sprayed water.

The heat equation can be solved analytically only for a very limited range of initial and boundary conditions. Nevertheless, the solution can be approached numerically with sufficient precision [12]. Inverse problems represent a task of an order of magnitude harder than directly solving the equation. The objective is to compute the boundary condition (3) from a given set of measurements of thermocouples inside the domain, more specifically by computing the heat transfer coefficient as a position and time dependent variable. As a byproduct of the computation, surface temperatures and transferred heat are computed.



Fig. 3. Typical outcome of the experiment: measured temperature by the thermocouple, computed temperature at the surface and corresponding heat transfer coefficient.

The inverse heat conduction task is a mathematically ill-posed problem and can sometimes be very sensitive to errors in input data. The values of heat transfer coefficient on the surface above the thermocouple are computed iteratively with respect to time. The sequential identification inverse method is used to stabilize the computation, which is described in detail in [13] and which is based on sequential estimates of the time varying boundary condition and usage of future time steps. The algorithm uses forward solver of the heat transfer problem and computes the response temperature at the thermocouple position for linearly changing heat transfer coefficient in several time steps. To determine the boundary condition and heat transfer coefficient for given position, the measured temperatures from the thermocouple are compared with computed temperatures from the model. The slope of linearly changing heat transfer coefficient is changed until the mean square error of the temperatures in the computed section of the time steps is minimized. When the optimal slope of heat transfer coefficient is found the forward solver is used to compute temperature field in the next time step using the computed boundary conditions. A typical outcome of the experiment is shown in fig. 3.

Due to the limited speed of propagation of the information of the cooling impulse in the specimen, the temperature change is measured at the thermocouple with some delay (see fig. 3). This causes blurring of the information of the surface temperature and also blurring of the heat transfer coefficient with respect to the time scale. This in practice means that the peak of the heat transfer coefficient as a function of time tends to be underestimated and the lap of intensive cooling impulse tends to be overestimated. The algorithm compensates for this blurring by the second peak in the outgoing area. It is important to note that this second peak has no physical meaning. Due to this bias of outcomes it is not appropriate to compare the results coming from these experiments with numerical simulations, however it is possible to compare the results among the experiments.

The numerical simulations can report an average heat transfer coefficient in range from  $10 \text{ kWm}^{-2}\text{K}^{-1}$  up to  $110 \text{ kWm}^{-2}\text{K}^{-1}$  [14]. The experimental work of research teams can report values from 17.65 kWm<sup>-2</sup>K<sup>-1</sup> to 19.9 kWm<sup>-2</sup>K<sup>-1</sup> [15], but also from 270 kWm<sup>-2</sup>K<sup>-1</sup> to 430 kWm<sup>-2</sup>K<sup>-1</sup> [16] for similar rolling conditions and similar configurations. This illustrates the variability of the outcomes from different research teams.

#### 4. Results of the experiments and discussion

Corresponding heat transfer coefficients were computed for all configurations as a position dependent variable where the position is in the direction of plate movement. The measured temperatures are presented in fig. 4. Computed temperatures for position at the surface of the specimen are shown in fig. 5. The profiles of the outcomes are compared in fig. 6 and in detail in fig. 7. The highest peak is located at value 0 (i.e. right in the middle of the direct impact of the water stream). All the position dependent heat transfer coefficients show more or less the same dependency on the position. The biggest difference was observed under the nozzle in the vicinity of the zero value. The computed maximum of all the experiments reached values from 20 kWm<sup>-2</sup>K<sup>-1</sup> up to 25 kWm<sup>-2</sup>K<sup>-1</sup>.

For each profile the average value of heat transfer coefficient under direct impact and heat transfer coefficient outside direct impact was computed. Average heat transfer coefficient under direct impact is computed as an arithmetic average value of the curve of heat transfer coefficient from position -50 mm to position 50 mm, average heat transfer coefficient outside the direct impact is computed as an average value of the curve of heat transfer coefficient outside the direct impact is computed as an average value of the curve of heat transfer coefficient for the positions from -150 mm to -50 mm.



Fig. 4. Measured temperatures by the thermocouple



Fig. 5. Computed temperatures at the surface of the specimen



Fig. 6. Heat transfer coefficient for different water temperature



Fig. 7. Heat transfer coefficients for different water temperature - detail

The values of heat transfer coefficient under the direct impact and outside the direct impact are for each experiment summarized in tab. 2. Linear regression was used for the data analysis and the significance level of the statistical tests was set to 0.05. The corresponding p-value for the linear coefficient was computed to be 0.50. Because the p-value is greater than the significance level, it suggests that the observed data is not linearly dependent and the water temperature had no significant effect on the cooling intensity in the area before direct impact of the water jet on the surface.

	Water	Average heat transfer	Average heat transfer
Experiment	temperature	coefficient under direct impact	coefficient outside direct impact
	[°C]	$[Wm^{-2}K^{-1}]$	$[Wm^{-2}K^{-1}]$
E1	20	6124	420
E2	20	6168	455
E3	20	6049	361
E4	30	5905	395
E5	30	6024	352
E6	40	5652	375
E7	40	5479	386
E8	50	5368	371
E9	50	5278	413

Tab. 2. List of heat transfer coefficient tests and the average heat transfer coefficients measured for various water temperatures

On the other hand, the cooling intensity under the nozzle was significantly affected by the water temperature. The regression equation was computed to be (5)

$$h = -27.23 \cdot T + 6691$$

with heat transfer coefficient h set in  $[Wm^{-2}K^{-1}]$  and water temperature in [°C]. The coefficient of determination was 0.93. The dependence is illustrated in fig. with the corresponding measured points and with 95% confidence intervals and a 95% prediction interval. A 95% confidence interval shows the range in which the estimated mean heat transfer coefficient for a given temperature is expected to fall with 95% probability. A 95% prediction interval is the range in which the predicted heat transfer coefficient for a new observation is expected to fall with 95% probability. The function shows that by increasing the water temperature from 20 °C to 50 °C the average heat transfer coefficient under the nozzle can be reduced by up to 13.3%.



Linear regression function

Fig. 8. Graph of the regression function with confidence interval and prediction interval.

#### 5. Conclusion

The experiments were designed in order to prove whether water temperature plays an important role in the cooling intensity in hydraulic descaling. The water temperature varied from 20 °C to 50 °C. The position dependent heat transfer coefficient was represented by the average value in an area of  $\pm 50$  mm around the nozzle. These average values were used for the linear regression model. The dependency was significant and the estimated decrease was approximately 27.23  $Wm^{-2}K^{-1}$ for a 1 °C increase in water temperature. The function shows that by increasing the water temperature from 20 °C to 50 °C the average heat transfer coefficient under the nozzle can be reduced by up to 13.3%. The dependency of the average heat transfer coefficient outside the direct impact area was not significant on the water temperature. This fact is supported by the fact that the dominant cooling mechanism in this area is the evaporation of small water droplets. The heating of the water from the set temperature to the boiling point occurs in the area of direct impact rather than in the area outside the direct impact.

#### Acknowledgements

The research leading to these results has received funding from the MEYS under the National Sustainability Programme I (Project LO1202) and by the internal grant of the Brno University of Technology focused on specific research and development No. FSI-S-17-4346.

#### Nomenclature

- c Thermal capacity,  $[Jkg^{-1}K^{-1}]$
- h Heat transfer coefficient,  $[Wm^{-2}K^{-1}]$
- k Thermal conductivity,  $[Wm^{-1}K^{-1}]$
- n Unit normal, []
- t Time, [s]
- t<sub>0</sub> Initial time, [s]
- T Temperature, [°C]
- $T_{\infty}$  Water temperature, [°C]

#### Greek symbols

- $\rho$  Density, [kg m<sup>-1</sup>]
- Ω Domain, [m×m×m]
- $\partial \Omega$  Boundary of the domain  $\Omega$ , [m×m]
- $\partial \Omega_1$  Boundary of the domain  $\Omega$ , free surface [m×m]
- $\partial \Omega_2$  Boundary of the domain  $\Omega$ , insulated surface [m×m]

#### References

- Hrabovský, J., Horský J., Numerical simulation of the high pressure hydraulic descaling, *Proceedings Metal 2010.* 19th International Metallurgical and Materials Conference, Rožnov pod Radhoštěm, Czech Republic, 2010, pp. 621–626
- [2] Kotrbáček, P., et al., Optimization of working roll cooling in hot rolling, 9th International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics, Associazione Italiana di metallurgia, Milano, Italy, 2013, pp. 1–11
- [3] Pohanka, M., Two-dimensional correction of data measured using a large pressure sensor, *Computational Methods and Experimental Measurements XI*, Eleventh International Conference on Computational Methods and Experimental Measurements, London, UK, 2003, Vol. 4, pp. 587-595
- [4] Hnízdil, M., Raudenský M., Descaling by pulsating water jet, *Proceedings Metal 2010*, 19th International Metallurgical and Materials Conference, Rožnov pod Radhoštěm, Czech Republic, 2010, pp. 209–213
- [5] Frick, J. W., Enhanced Accuracy of Descaling Nozzle Arrangements With New, Complementary Measurement Methods, *AISTech - Iron and Steel Technology Conference Proceedings*, AISTech - The Iron & Steel Technology Conference and Exposition, Indianapolis, USA, 2014, Vol. 2, pp. 2025-2028

- [6] Farrugia, D., et al., Advancement in understanding of descalability during high pressure descaling, Key Engineering Materials, 622-623 (2014), pp. 29-36, DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.622-623.29
- [7] Mangrulkar, C. K., et al., Experimental Investigation of Convective Heat Transfer Enhancement Using Alumina/Water and Cooper Oxide/Water Nanofluids, *Thermal Science*, 20 (2016), 5, pp. 1681-1692
- [8] Hussein, A. M., et al., Heat Transfer Enhancement with Elliptical Tube Under Turbulent Flow TiO2-Water Nanofluid, *Thermal Science*, 20 (2016), 1, pp. 89-97
- [9] Ge, M., Numerical Investigation of Flow Characteristics Over Dimpled Surface, *Thermal Science*, 20 (2016), 3, pp. 903-906
- [10] Pohanka, M., Horský, J., Inverse algorithms for time dependent boundary reconstruction of multidimensional heat conduction model, *Proceedings* (Josef Leja), THERMOPHYSICS 2007, Kočovce, Slovakia, 2007, pp. 14-23
- [11] Bergman, T. L., et al., Fundamentals of heat and mass transfer (7th edition), John Wiley and Sons Inc., New York, USA, 2011
- [12] He, Y., et al. A Novel Numerical Method for Heat Equation, Thermal Science, 20 (2016), 3, pp. 1018-1021
- [13] Pohanka, M., Kotrbáček, P., Design of Cooling units for Heat Treatment, in: *Heat Treatment Conventional and Novel Applications* (Dr. Frank Czerwinski), InTechOpen, Rijeka, Croatia, 2012, pp. 1-20, DOI: 10.5772/50492
- [14] Gao P., Study of Convective Heat Transfer Coefficient of High Pressure Water Descaling, *Applied Mechanics and Materials*, 599-601 (2014), pp. 1976-1980, DOI: 10.4028/www.scientific.net/AMM.599-601.1976
- [15] Čarnogurská, M., et al., Thermal effects of a high-pressure spray descaling process, Materiali in tehnologije = Materials and technology, 48 (2014), 3, pp. 389-394
- [16] Choi, J. W, Choi, J.W., Convective Heat Transfer Coefficient for High Pressure Water Jet, ISLJ International, 42 (2002), 3, pp. 283-289, DOI: 10.2355/isijinternational.42.283

# 4 ZÁVĚR

Inverzní úlohy jsou důležité pro získávání dat, které jsou následně použity při návrzích a optimalizacích průmyslových aplikacích, či finálních produktů. Tato práce je zaměřena zejména na inverzní úlohy vedení tepla, jejichž výsledky jsou aplikovány v hutním průmyslu při kontinuálním zpracování oceli. Práce byla rozdělena na dvě hlavní části, přičemž první je zaměřena na rozvoj inverzních metod vedení tepla a v druhé části byly popsány aplikace inverzních metod vedení tepla při kontinuálním zpracování oceli.

Jak bylo ukázáno, inverzní metody vedení tepla spadají do špatně podmíněných úloh. To je způsobeno tím, že malá změna vstupních hodnot způsobí velkou změnu ve vypočtených datech. Převážná část uvedených inverzních úloh byla zaměřena na výpočet okrajových podmínek při nestacionárních dějích. V těchto úlohách dochází k výraznému utlumení signálu v místě teplotního čidla, které je zabudované uvnitř tělesa a snímá změny během měření, od působícího podmětu na povrchu tělesa. Také dochází ke zpoždění signálu a rozmazání informace v čase. Pro řešení těchto úloh byly popsány dva hlavní přístupy: sekvenční a celodoménový. Bylo vysvětleno, proč nezle v mnoha aplikacích použít velmi rozšířenou sekvenční Beckovu metodu z důvodu různorodé povrchové teploty způsobené zabudováním teplotního čidla do zkoumaného tělesa. Z tohoto důvodu byla vypracována nová metoda Sekvenční identifikace, která je velmi univerzální. Lze ji použít jak pro výpočet součinitel přestupu tepla, tak hustoty tepelného toku. Navíc ji lze použít i pro nelineární modely, pod které spadají i modely s teplotně závislými materiálovými vlastnostmi. Výpočty bylo zjištěno, že rychlost Sekvenční identifikace je přibližně čtyřikrát nižší než rychlost sekvenční Beckovi metody, přičemž pokud byla nová metoda použita na stejnou úlohu jako Beckova, přesnost obou metod byla srovnatelná. Nová metoda Sekvenční identifikace byla úspěšně použita pro kalibraci výpočtových modelů. Zařízení a postup použité k této kalibraci byly patentovány.

Pro úlohy, kde se velice rychle mění okrajové podmínky, může být vhodné použít celodoménovou metodu, protože dává přesnější výsledky, ale v případě že má úloha na vstupu větší teplotní záznam, výpočtové časy dosahují extrémních hodnot a stabilita výpočtu je taktéž zhoršena díky zaokrouhlovacím chybám. Proto byla vyvinuta sub-doménová metoda, která spojuje výhody sekvenční metody (rychlost) a celodoménové metody (přesnost). Ukázalo se, že při vhodné velikosti výpočtového okna sub-doménové metody může být rychlost výpočtu srovnatelná se sekvenční metodou, přičemž přesnost výpočtu je srovnatelná s celodoménovou metodou. Nevýhodou této metody zatím zůstává to, že je omezená na lineární modely, a proto bude nutné tuto metodu dále vyvíjet, aby byla univerzálně použitelná.

Mezi další nové inverzní metody, které byly v práci popsány, patří inverzní metoda pro stanovení termofyzikálních vlastností povrchové vrstvy na substrátu (například okují) za zvýšených teplot. Výpočty potvrdily, že tepelná vodivost porézních okují je výrazně nižší než vodivost sintrovaných okují. Pro urychlení náročných inverzních výpočtů byl navržen nový algoritmus využívající principu superpozice a ten byl úspěšně akcelerován na výkonných grafických kartách. Tím došlo v některých případech až k desetinásobnému urychlení výpočtu.

Nové inverzní metody byly úspěšně aplikovány v řadě výzkumných projektech. Mezi ně patří kontinuální tepelné zpracování, efekt nehomogenního chlazení na výslednou mikrostrukturu oceli,

nadměrné chlazení v místě překryvu vodních paprsků, vliv rychlosti pohybu chlazeného povrchu a impaktního tlaku od vodního paprsku na intenzitu a časový průběh chlazení. Inverzní metody byly taktéž úspěšně použity při zkoumání vlivu teploty vody na intenzitu chlazení při hydraulickém odstraňování okují.

Přestože inverzní úlohy vedení tepla prošli velkým vývojem, jsou zde stále problémy, které je nutné do budoucna vyřešit. Velice slibná je například nová sub-doménová metoda, kterou je ovšem nutné zobecnit aby byla použitelná i na nelineární modely a mohla být použita tam, kde jsou používány teplotně závislé materiálové vlastnosti. Nově navržená metoda pro měření termofyzikálních vlastností okují na oceli nedává výsledky s velkou přesností a je extrémně citlivá na chybu ve vstupních datech. Stále je tedy co zlepšovat a nově získané poznatky otevírají možnosti pro další výzkum v této problematice.

## SEZNAM POUŽITÉ LITERATURY

- Tikhonov, A. N.; Arsenin, V. Y. Solution of Ill-Posed Problems. Washington, D.C.: Winston, 1977. ISBN 0470991240.
- [2] Mandrel, J. Use of the singular value decomposition in regression analysis. Am. Stat., 1982, č. 36, s. 15-24.
- [3] Stloz, G. Jr. Numerical solutions to an inverse problem of heat conduction for simple shapes. Int. J. Heat Transfer, 1960, č. 82, s. 20-26.
- [4] Grysa, K.; Cialkowski, M. J.; Kaminski, H. An inverse temperature filed problem of the theory of thermal stresses. Nucl. Eng. Des., 1981, č. 64, s. 169-184.
- [5] Beck. J. V.; Litkouhi, B.; St. Clair, C. R. Jr. Efficient sequential solution of the nonlinear inverse heat conduction problem. J. Numerical Heat Transfer, 1982, č. 5, s. 275-286.
- [6] Bass, B. R. Applications of the finite element to the inverse heat conduction problem using Beck's second method. J. Eng. Ind., 1980, č. 102, s. 168-176.
- [7] Fu, Ch. L. Simplified Tikhonov and Fourier regularization methods on a general sideways parabolic equation. J. Comput. Appl. Math., 2004, Vol 167, s. 449-463.
- [8] Pohanka, M.; Woodbury, K. A. A Downhill Simplex method for computation of interfacial heat transfer coefficients in alloy casting. Inverse. Probl. Eng., 2003, č. 11, s. 409–424.
- [9] Raudenský, M.; Pohanka, M.; Horský, J. Combined inverse heat conduction method for highly transient processes. In Advanced computational methods in heat transfer VII, Halkidiki: WIT Press, 2002, s. 35–42. ISBN 1-85312-9062.
- [10] Sláma, L.; Raudenský, M.; Horský, J.; Březina, T.; Krejsa, J. Evaluation of quenching test of rotating roll with unknown time constant of sensor using genetic algorithm. Int. Conf. Mendel, Brno, 1996.
- [11] Raudenský M.; Horský J.; Krejsa J. Usage of neural network for coupled parameter and function specification inverse heat conduction problem. Int. Commun. Heat Mass, 1995, Vol 22, s. 661–670.
- [12] Pohanka, M.; Raudenský, M.; Horský, J. Attainment of more precise parameters of a mathematical model for cooling flat and cylindrical hot surfaces by nozzles. In Advanced computational methods in heat transfer VI. Madrid: WIT Press, 2000, s. 627–635. ISBN 1 85312 818 X.
- [13] Liu, Z.; Wang, B. Coefficient identification in parabolic equations. Appl. Math. Comput., 2009,
  č. 209, s. 379–390.
- [14] Deng, Z. Ch.; Yang L. An inverse problem of identifying the coefficient of first-order in a degenerate parabolic equation. J. Comput. Appl. Math., 2011, č. 235, s. 4404–4417.
- [15] Raudenský, M.; Horský, J.; Pohanka, M. Optimal cooling of rolls in hot rolling. Journal of material processing technology. 2002, č. 125–126, s. 700–705.
- [16] Horský, J.; Raudenský, M.; Pohanka, M. Experimental study of heat transfer in hot rolling and continuous casting. Mater. Sci. Forum, 2005, č. 473–474, s. 347–354.
- [17] Beck, J. V.; Blackwell, B.; St. Clair, C. R. Inverse Heat Conduction: Ill-posed Problems. New York: Wiley, 1985. ISBN 0-471-08319-4.

- [18] Pohanka, M.; Kotrbáček; P. Design of Cooling Units for Heat Treatment, Heat Treatment -Conventional and Novel Applications, InTech, 2012, s 1–20, doi:10.5772/50492
- [19] Pohanka, M. Limitation of thermal inverse algorithm and boundary conditions reconstruction for very fast changes on boundary. In *Engineering mechanics 2007*. Svratka (Czech Republic), 2007, s. 229–230. ISBN 978-80-87012-06-2.
- [20] Patankar, S. V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Hemisphere Publishing Corporation, 1980. ISBN 0-891-16522-3.
- [21] William, H. P.; Saul A. T.; William, T. V.; Brian, P. F. Numerical Recipes in C. 2nd ed. 1997. ISBN 0-521-43108-5.
- [22] Incropera, F. P.; DeWitt, D. P. Fundamentals of Heat and Mass Transfer. 4th ed. New York: Wiley, 1996. ISBN 0-471-30460-3.
- [23] Komínek, J.; Pohanka, M. Estimation of the number of forward time steps for the sequential Beck approach used for solving inverse heat-conduction problems, Materiali in Tehnologije, 2016, č. 50(2), s. 207-210, DOI: 10.17222/mit.2014.192
- [24] Pohanka, M.; Vysoké učení technické v Brně, Brno, CZ: Způsob a zařízení ke stanovení polohy teplotního čidla. 305609, patent. (2015)
- [25] Brent, R.P. 1973, Algorithms for Minimization without Derivatives. Courier Corporation, 1973. ISBN 0-486-41998-3.
- [26] Woodbury, K. A.; Beck, J. V. Estimation metrics and optimal regularization in a Tikhonov digital filter for the inverse heat conduction problem. International Journal of Heat and Mass Transfer. 2013, c. 62, s. 31-39. DOI: 10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.02.052.
- [27] Pohanka, M.; Chabičovský, m.; Ondruch, T. Thermophysical properties measurement of scale layer on steel substrate using flash method. 24th International conference on materials and technology. Ljubljana, 2016. s. 175-175.
- [28] Pohanka, M.; Ondroušková, J. Implicit numerical multidimensional heat- conduction algorithm parallelization and acceleration on a graphics card. Materiali in tehnologije, 2016, roč. 50, č. 2, s. 183-187. DOI: 10.17222/mit.2014.128
- [29] Ondroušková, J.; Pohanka, M. Nonhomogeneous cooling effect on metallurgical structure of material. In *Power System Engineering*, Thermodynamics & Fluid Flow. 2011. s. 10-16. ISBN: 978-80-261-0004-1.
- [30] Pohanka, M.; Votavová, H. Overcooling in overlap areas during hydraulic Descaling. Materiali in tehnologije, 2016, roč. 50, č. 4, s. 575-578.
- [31] Pohanka, M.; Votavová, H.; Raudenský, M.; Hwang, J. Y.; You, J. W.; Lee, S. H. The effect of water temperature on cooling during high pressure water descaling. Thermal Science, 2017, č. 00, s. 163-173.

## ABSTRACT

This work focuses mainly on the inverse tasks of heat conduction and their use in the metallurgical industry such as applications for continuous heat treatment, roll cooling and descaling. Numerical models for design and control in the metallurgical industry require a precise description of the heat transfer on the surface of the cooled material. Comprehensive heat transfer information is not yet available for cooling of hot surfaces by water sprays or laminar jets. Therefore, the necessary boundary conditions must be obtained experimentally, which leads to ill-posed inverse heat conduction problems. In the non-stationary direct heat conduction task used in simulations and in on-line control, temperature distribution as a function of time is calculated based on known boundary conditions, geometry, material properties, and known initial temperature distributions. In the inverse task that we are dealing with, the time dependent boundary conditions are calculated based on the measured temperature history at one or more points within the body. There are also three other types of inverse tasks: determination of material properties from measured temperature history, determination of body geometry and determination of initial temperatures. To solve these problems, two main approaches are described: sequential and whole-domain. This works deals with both of these approaches and introduces new ones. New Sequential identification approach is described and it is shown that it is more universal than widely used Sequential Beck's approach. Another new Sub-domain method for linear models is also described. This new method uses benefits from both approaches: the speed from sequential approach and accuracy from whole-domain approach. For determination of thermophysical properties of scale layer on steel new approach is described. This method is based on flash method and uses complex heat transfer and fluid flow model of measuring apparatus. The speed-up approach using acceleration on GPU is described and results shows that the computational time of heat conduction can be significantly shorten. The usage of new approaches is presented in research projects.