

**Příjmení a jméno:**

**I. Testová část**

*V následujících problémech je z nabízených odpovědí vždy právě jedna správná. Zakroužkujte ji! Za každou správnou odpověď získáte 6 bodů, za nesprávnou odpověď se odečítá 1 bod.*

1. K matici  $A$  existuje inverzní matice právě tehdy, když je:

- a) obdélníková   b) singulární   c) čtvercová   d) regulární   e) nulová (6 bodů)

2. Vektorovým součinem vektorů  $\vec{u} = (1, 1, 0)$  a  $\vec{v} = (3, 0, -2)$  (v tomto pořadí) je:

- a)  $(2, -2, 3)$    b)  $(2, 2, 3)$    c)  $(-2, -2, -3)$    d)  $(3, 0, 0)$    e)  $(-2, 2, -3)$  (6 bodů)

3. Vzdálenost bodů  $A = [-3, 1, 1]$ ,  $B = [1, 4, 1]$  je rovna:

- a)  $\sqrt{13}$    b) 5   c) 2   d)  $\sqrt{2}$    e)  $\sqrt{5}$  (6 bodů)

4. Přímka v rovině procházející body  $A = [1, 0]$  a  $B = [2, -2]$  má rovnici:

- a)  $2x + y - 2 = 0$    b)  $2x - y - 2 = 0$    c)  $x + 2y - 2 = 0$    d)  $x - 2y - 2 = 0$    e)  $x + y = 0$  (6 bodů)

5. Směrovým vektorem přímky  $x - y - 3 = 0$  v rovině je:

- a)  $(1, -1)$    b)  $(1, 1)$    c)  $(1, -1, -3)$    d)  $(1, 1, 0)$    e)  $(0, 1)$  (6 bodů)

6. Je-li  $f(x, y) = e^{x+\ln y}$ , pak:

- a)  $f''_{xx}(x, y) = e^x$    b)  $f''_{xx}(x, y) = e^0$    c)  $f''_{xx}(x, y) = ye^x$    d)  $f''_{xx}(x, y) = e^{x+\ln y}$   
e)  $f''_{xx}(x, y) = (1 + 2y)e^{x+\ln y}$  (6 bodů)

7. Je-li  $A = [x_0, y_0]$  stacionárním bodem funkce  $f$  a platí  $f''_{xx}(x_0, y_0) > 0$ ,  $\det \begin{pmatrix} f''_{xx}(x_0, y_0) & f''_{xy}(x_0, y_0) \\ f''_{xy}(x_0, y_0) & f''_{yy}(x_0, y_0) \end{pmatrix} > 0$ , pak v bodě  $A$ :

- a) má funkce  $f$  globální maximum   b) nastává lokální minimum funkce  $f$    c) je inflexní bod  
d) lokální extrém funkce  $f$  nenastává   e) nastává lokální maximum funkce  $f$  (6 bodů)

8. Funkce  $y(x) = x \ln x$  je řešením diferenciální rovnice:

- a)  $y' = y + x$    b)  $xy' = y + x$    c)  $y'' = \frac{y+x}{x}$    d)  $y' = \frac{y-x}{x}$    e)  $y' = xy$  (6 bodů)

9. Je-li  $A = \{[x, y, z] \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 2, -2 \leq z \leq 0\}$ , pak hodnota integrálu  $\iiint_A 1 dx dy dz$  je rovna:

- a) 2   b) 3   c) 0   d) 6   e) 5 (6 bodů)

10. Je-li  $M = \{[x, y] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} : x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$ , po transformaci integrálu  $\iint_M x dx dy$  do polárních souřadnic dostaneme:

- a)  $\int_0^2 \left( \int_0^\pi \varrho^2 \cos \varphi d\varphi \right) d\varrho$    b)  $\int_0^\pi \left( \int_0^2 \varrho^2 \cos \varphi d\varphi \right) d\varrho$    c)  $\int_0^\pi \left( \int_0^4 \varrho^2 \sin \varphi d\varphi \right) d\varphi$    d)  $\int_0^\pi \left( \int_0^2 \varrho d\varrho \right) d\varphi$    e)  $\int_0^2 \left( \int_0^\pi \varrho^2 \sin \varphi d\varphi \right) d\varrho$  (6 bodů)

---

## II. Početní část

Řešte následující úlohy. Za zcela správně vyřešenou úlohu získáte 20 bodů. Boduje se každý správný krok. Za chyby v řešení se body neodečítají.

---

11. Uvažujme nosník trojúhelníkového průřezu. Ve zvoleném souřadném systému se jedná o pravoúhlý trojúhelník s vrcholy  $A = [0, 0]$ ,  $B = [1, 0]$  a  $C = [0, 2]$ . Určete kvadratický moment průřezu vzhledem k delší odvěsně daného trojúhelníka.

Nápověda: Kvadratické momenty průřezu vzhledem k souřadným osám jsou dány vztahy  $J_x = \iint_{\triangle ABC} y^2 dx dy$  a  $J_y = \iint_{\triangle ABC} x^2 dx dy$  (20 bodů)

---

12. Těleso kmitá podél osy  $y$ , přičemž jeho pohyb je popsán diferenciální rovnicí

$$y'' + 16y = 0.$$

Najděte obecné řešení této diferenciální rovnice a dále určete, v jaké poloze se bude těleso nacházet po 5 s pohybu, jestliže startuje z počáteční polohy  $y = 2$  s nulovou počáteční rychlostí. (20 bodů)