

Technická mechanika, zadání B.

5 úloh po 20 bodech, max. počet bodů 100

STATIKA

Př. 1. Napište rovnice statické rovnováhy tělesa a vyjádřete neznámé, F_{Ax} , F_{Ay} a F_B .

$$a = 250 \text{ mm}$$

$$b = 200 \text{ mm}$$

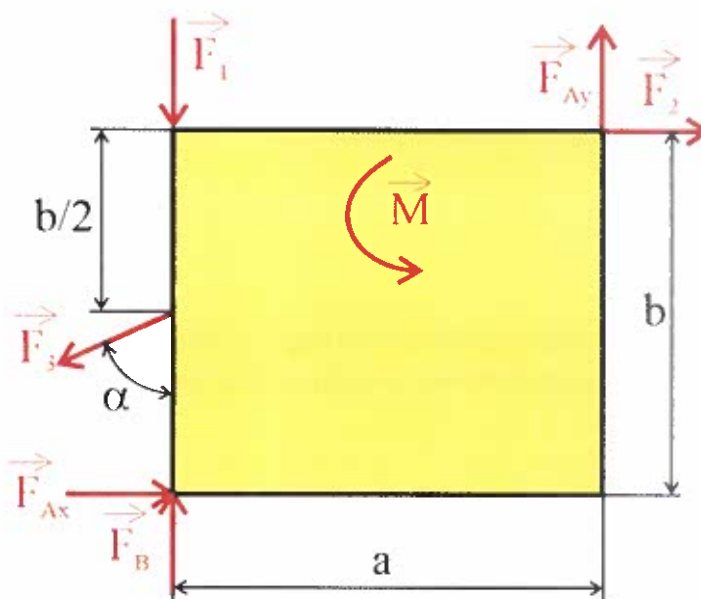
$$\alpha = 40^\circ$$

$$F_1 = 500 \text{ N}$$

$$F_2 = 700 \text{ N}$$

$$F_3 = 400 \text{ N}$$

$$M = 2 \text{ N.m}$$



Řešení:

$$\Sigma F_x = 0 \quad F_2 + F_{Ax} - F_3 \cdot \sin \alpha = 0 \quad F_{Ax} = F_3 \cdot \sin \alpha - F_2 = -442,9 \text{ N}$$

$$\Sigma F_y = 0 \quad -F_1 - F_3 \cdot \cos \alpha + F_B + F_{Ay} = 0 \quad F_{Ay} = F_1 + F_3 \cdot \cos \alpha - F_B = 357,3 \text{ N}$$

k bodu A je podmínka nejkratší, ale je možná i k jiným bodům tělesa

$$\Sigma M_A = 0 \quad M + F_B \cdot a - F_2 \cdot b + F_3 \cdot \sin \alpha \cdot b / 2 = 0 \quad F_B = (-M + F_2 \cdot b - F_3 \cdot \sin \alpha \cdot b / 2) / a = 449,2 \text{ N}$$

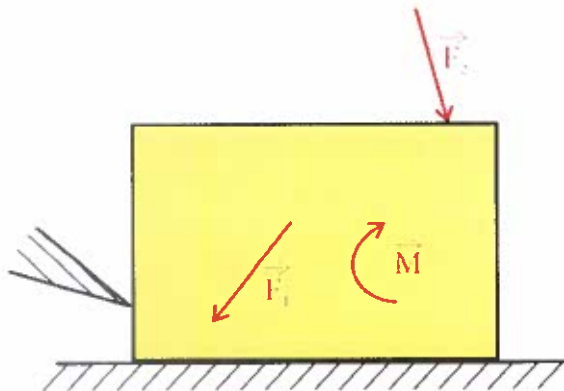
Hodnocení:

F_{Ax} : **4 body**, pokud je chyba ve výrazu SR, tak **0 bodů**, pokud je chybný číselný výsledek, tak **2 body**.

F_{Ay} : **8 bodů**, pokud je chyba ve výrazu SR, tak **0 bodů**, pokud je chybný číselný výsledek, tak **4 body**.

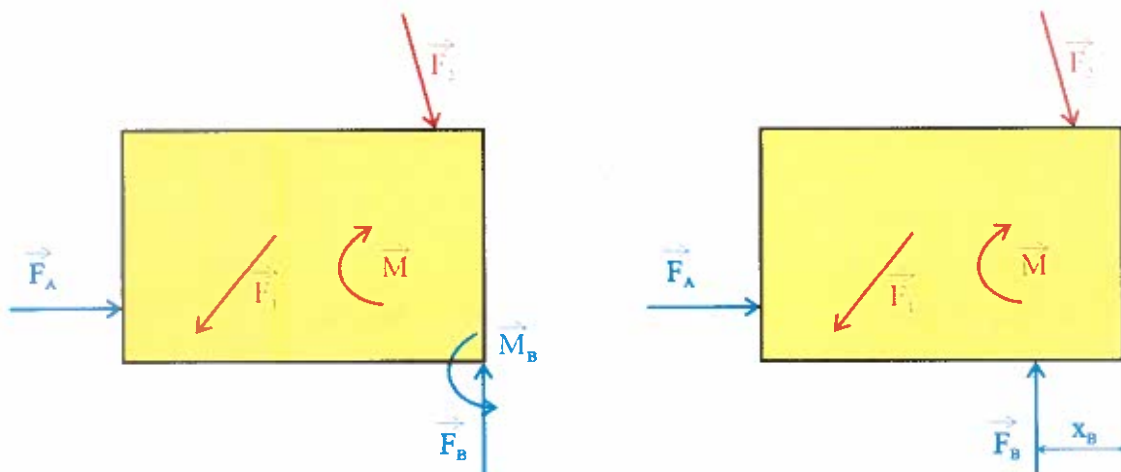
F_B : **8 bodů**, pokud je chyba ve výrazu SR, tak **0 bodů**, pokud je chybný číselný výsledek, tak **4 body**.

Př. 2. Uvolněte těleso znázorněné na obrázku. Těleso je vázáné vazbami typu NNTN (bez pasivního účinku) a je zatíženo silami $\vec{F}_1$ a $\vec{F}_2$ a silovou dvojicí $\vec{M}$. Dále napište jaké kontroly je třeba po určení stykových sil/momentů provést?



Řešení:

Je více možností uvolnění vazby B (jednostranné kdp) a to silou (kolmou na těleso) a momentem, nebo silou (kolmou na těleso) a ramenem. U vazby A - kdo (podpora) musí být uvolnění kolmé na těleso v místě kontaktu.



nebo

Kontroly:

- tlakovost (působení do tělesa) stykových sil F_A a F_B ,
- poloha nositelky F_B musí procházet stykovým útvarem vazby B, tzn. x_B leží v intervalu $\langle 0; a \rangle$.

Hodnocení:

Chyba v uvolnění vazeb **0 bodů**.

Uvolnění vazeb **10 bodů**, (zapomenutý přepis vnějšího zatížení – **minus 5 bodů**).

Kontrola tlakovosti stykových sil **5 bodů**.

Kontrola polohy nositelky F_B **5 bodů**.

Pružnost a pevnost

Př. 3. Trubka (s vnějším průměrem D a vnitřním průměrem d) a tyč (s průměrem d) jsou na sebe nasazeny bez vůle a přesahu a jsou svařeny v místě B (ve vzdálenosti $(a + b)$ od vazby A). Na trubku působí silová dvojice M , která ji zkrucuje. Určete zkroucení trubky a maximální napětí v místě působení silové dvojice M (místo C). Předpokládejte, že materiál obou těles je v elastickém stavu. Zadané hodnoty jsou:

$$a = 250 \text{ mm}$$

$$b = 200 \text{ mm}$$

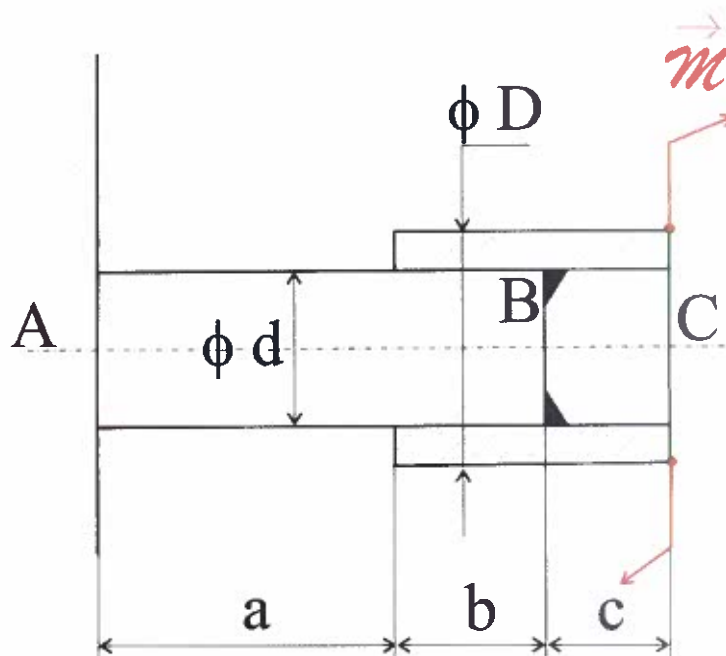
$$c = 150 \text{ mm}$$

$$d = 12 \text{ mm}$$

$$D = 17 \text{ mm}$$

$$M = 25 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$G = 0,8 \cdot 10^5 \text{ MPa}$$



Řešení:

$$\text{Zkroucení v místě C} \quad \varphi_C = M \cdot (a + b) / (G \cdot \pi \cdot d^4 / 32) + M \cdot c / (G \cdot \pi \cdot (D^4 - d^4) / 32) = 0,0766 \text{ rad} = 4,39^\circ$$

$$\text{Maximální smykové napětí v místě C: } \tau_{\max}^C = M_k / J_{p \text{ trubky}} \cdot D / 2 = M / (\pi \cdot (D^4 - d^4) / 32) \cdot D / 2 = 34,5 \text{ MPa}$$

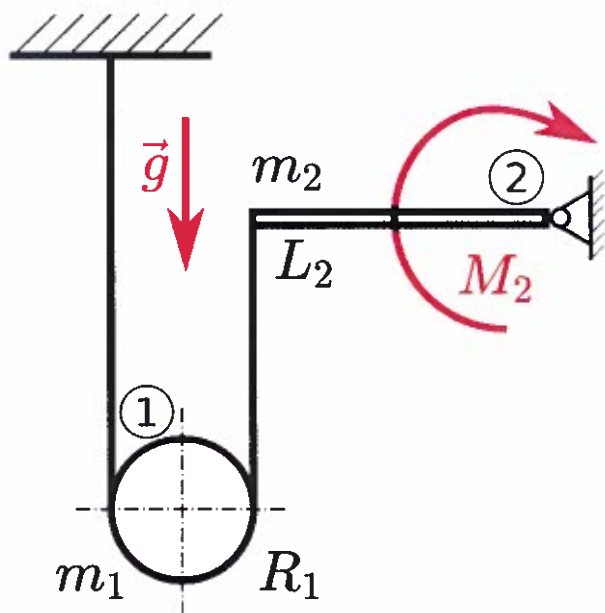
Hodnocení:

Zkroucení **14 bodů**, pokud je chybný číselný výsledek, tak **7 bodů**.

Smykové napětí v místě C **6 bodů**, pokud je chybný číselný výsledek, tak **3 body**.

DYNAMIKA

Př. 4. Vypočítejte pomocí metody Lagrangeových rovnic druhého druhu zrychlení a_1 volné kladky soustavy dle obrázku. Hmotnost volné kladky (těleso ①) je $m_1 = 0,22$ kg, poloměr je $R_1 = 0,1$ m. Hmotnost páky (těleso ②) je $m_2 = 0,112$ kg, délka $L_2 = 0,4$ m. Na páku působí moment $M_2 = 2$ Nm ve směru dle zadání. Tíhové zrychlení je $g = 9,81$ ms⁻².



Řešení:

$$E_k = \frac{1}{2} I_1 \omega_1^2 + \frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \omega_2^2$$

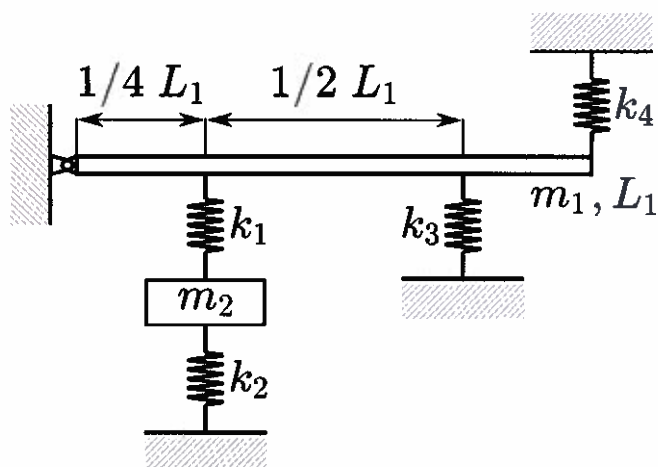
$$W = -M_2 \omega_2 + m_1 g v_1$$

$$v_1 = \omega_1 R_1, \omega_2 L_2 = \omega_1 2R_1, I_1 = \frac{1}{2} m_1 R_1^2, I_2 = \frac{1}{3} m_2 L_2^2$$

$$a_1 = \frac{m_1 g - \frac{2M_2}{L_2}}{\frac{I_1}{R_1^2} + m_1 + \frac{4I_2}{L_2^2}}$$

$$a_1 = 16,42 \text{ ms}^{-2}$$

Př. 5. Pro zadanou soustavu sestavte pohybové rovnice a zapište je v maticové podobě.



Řešení:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{3} m_1 L_1^2 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{k_1 L_1^2}{16} + \frac{9 k_3 L_1^2}{16} + k_4 L_1^2 & -\frac{k_1 L_1}{4} \\ -\frac{k_1 L_1}{4} & k_1 + k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

